

Семинар по компьютерной алгебре в 2008-2009 г.

С.А. Абрамов

Вычислительный центр РАН
Москва 119991, ГСП-1, ул. Вавилова, 40
`sergeyabramov@mail.ru`

А.А. Боголюбская, В.А. Ростовцев

Объединенный институт ядерных исследований
г. Дубна Московской области, 141980
`abogol@jinr.ru, rost@jinr.ru`

В.Ф. Еднерал

НИИ Ядерной физики, МГУ
Москва 119992, Воробьевы горы
`edneral@theory.sinp.msu.ru`

Аннотация

Годовой отчет о работе научно-исследовательского семинара по компьютерной алгебре.

1 О семинаре

В семинаре рассматриваются новые результаты в области компьютерной алгебры — символьные алгоритмы и их реализация, соответствующие вопросы системного программирования.

В 2008–2009 учебном году семинар собирался, как правило, раз в месяц по третьим средам на факультете вычислительной математики и кибернетики и в НИИ ядерной физики МГУ. Web–страница семинара

`http://theory.sinp.msu.ru/dokuwiki/doku.php/calg:main`

содержит информацию о планируемых и состоявшихся ранее докладах.

В предыдущие годы в мае в Дубне, в Объединенном институте ядерных исследований (ОИЯИ), проходили традиционные заседания, организованные совместно с Лабораторией информационных технологий ОИЯИ. В 2009 г. оргкомитет международной конференции по математическому моделированию и вычислительной физике (ММСР'2009), проведенной в ОИЯИ в июле, принял решение, что одной из секций конференции будет секция компьютерной алгебры. Поэтому традиционное совместное заседание семинара отдельно не проводилось. Оно стало, как бы, частью этой секции (см. ниже раздел 3).

2 Регулярные собрания семинара

С сентября по апрель были прочитаны следующие доклады¹.

С.А. Абрамов (ВЦ РАН; sergeyabramov@mail.ru) *О решениях в целых функциях линейных разностных уравнений с полиномиальными коэффициентами.*

Известно, что произвольное линейное разностное уравнение порядка d с полиномиальными над полем комплексных чисел \mathbb{C} коэффициентами имеет фундаментальную систему решений в целых функциях (Праагман, 1986). Показывается, что этот результат можно несколько усилить: \mathbb{C} -линейное пространство последовательностей, являющихся сужениями на \mathbb{Z} решений в целых функциях уравнения порядка d имеет размерность d . Показывается также, что базис этого пространства последовательностей может быть найден алгоритмически.

Работа выполнена совместно с М.Баркату, М.Петковшекком и М.ван Хое.

В.В. Корняк (ОИЯИ, Дубна; kornyak@jinr.ru) *Расширенные сплетения групп.*

Пусть G и Γ — группы, действующие на множествах X и Ψ соответственно. Даются явные формулы для последовательности групповых умножений на декартовом произведении $\Gamma^X \times G$ совместно с действиями на множестве функций Ψ^X . Эти структуры образуют бесконечное семейство полупрямых произведений Γ^X и G , параметризуемое двумя целыми числами $m \in \{-1, 0\}$ и $k \in \mathbb{Z}$. Стандартному прямому произведению в этом семействе соответствует пара чисел $(m, k) = (0, 0)$, а сплетению — пара $(m, k) = (-1, -1)$. Данные конструкции используются при исследовании дискретных динамических систем с симметриями

¹Перечень докладов, прочитанных в 1995–2008 г.г., опубликован в [1]–[13].

методами компьютерной алгебры и вычислительной теории групп.

А.А. Гусев, О. Чулуунбаатар (ОИЯИ, Дубна; gooseff@jinr.ru, chuka@jinr.ru) *Асимптотические разложения решений двумерной краевой задачи эллиптического типа.*

Краевая задача для эллиптического уравнения в частных производных с аксиальной симметрией (уравнение Шредингера с кулоновским и поперечным осцилляторным потенциалами) в трехмерной области сводится к двумерной. С использованием базиса угловых функций полученная двумерная задача приводится к системе дифференциальных уравнений второго порядка с однородными краевыми условиями третьего рода в граничных точках конечного интервала по радиальной переменной. Предлагаются полученные с помощью системы Maple рекуррентные соотношения для вычисления асимптотических разложений решения двумерной краевой задачи при малых и больших значениях радиальной переменной и задания краевых условий.

Н.К. Зайцев (РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина; ionomer@ionomer.ru) *О некоторых проблемах прикладной химии.*

Дается обзор проблем химической кинетики, в решении которых могла бы быть полезной компьютерная алгебра.

С.Ю. Вернов (НИИЯФ МГУ; syvernov@mail.ru) *Построение точных решений нелокальных космологических моделей.*

Изучаются космологические модели с нелокальным скалярным полем, порожденные полевой теорией струн. Отличительным свойством этих моделей является линейность уравнений движения в пространстве Минковского. В искривленном пространстве-времени уравнения Эйнштейна оказываются нелинейными, однако сохраняется свойство линейности уравнения движения относительно скалярного поля. Данное свойство позволяет локализовать модель для поиска частных решений. Рассматриваемая линейная нелокальная модель оказывается эквивалентной бесконечному числу локальных моделей. С помощью системы Maple даются точные частные решения нелокальных уравнений Эйнштейна в метрике Фридмана (одно из полученных решений описывает монотонно ускоряющуюся Вселенную с фантомной темной энергией).

С.Д. Махортов (Воронежский ГУ; sd@expert.vn.ru) *Многоуровневая минимизация условных систем переписывания.*

Предлагаются основанные на решетках алгебраические модели условных эквациональных теорий систем переписывания термов.

С.А. Абрамов (ВЦ РАН; sergeyabramov@mail.ru) *Об одной алгоритмически неразрешимой проблеме, связанной с разностными уравнениями.*

Статья по теме доклада публикуется в этом номере журнала.

В.Ф. Еднерал (НИИЯФ МГУ; edneral@theory.sinp.msu.ru) *Об интегрируемости планарной системы ОДУ вблизи вырожденной неподвижной точки.*

Рассматривается автономная планарная система ОДУ, разрешенная относительно производных. Для изучения ее локальной интегрируемости используется подход, основанный на методе степенной геометрии и на вычислении резонансной нормальной формы. Для 5-параметрического случая подобной системы найден набор необходимых и достаточных условий на значения параметров, при которых система локально интегрируема вблизи вырожденной неподвижной точки.

Работа выполнена совместно с А.Д. Брюно.

А.Б. Арансон (НИИ дальней радиосвязи, Москва; aranson@cbgrad.ru) *Анализ систем ОДУ алгоритмами степенной геометрии с помощью системы Maxima.*

Рассматриваются алгоритмы степенной геометрии для вычисления асимптотических разложений решений систем ОДУ и разрабатываемый автором набор процедур для реализации этих алгоритмов в системе компьютерной алгебры Maxima. Процедуры протестированы на вычислении известных асимптотических разложений решений автономной системы ОДУ Хенона-Хейлеса. Обсуждаются результаты применения этих процедур для вычисления асимптотических разложений решений неавтономной системы ОДУ Н. Ковалевского.

3 Секция компьютерной алгебры международной конференции ММСР'2009

Вниманию участников заседаний секции были предложены следующие доклады.

С. Фритцше (Институт физики ун-та г. Гейдельберг, Германия; s.fritzsche@gsi.de) *Компьютерно-алгебраический подход к моделированию многокубитных систем.*

В.П. Гердт (ОИЯИ, Дубна; gerdt@jinr.ru), Р. Краглер (Вайнгартенский университет прикладных наук, Германия; kragler@hs-

weingarten.de), А.Н. Прокопеня (Брестский ГТУ, Белоруссия; prokopenyu@brest.by) *Реализация некоторых алгоритмов квантовых вычислений на языке Mathematica.*

В.Г. Романовский (САМТР, Мариборский университет, Словения; valery.romanovski@uni-mb.si) *Применение алгоритмов компьютерной алгебры к исследованию проблем качественной теории дифференциальных уравнений.*

О.В. Тарасов (ОИЯИ, Дубна; otarasov@jinr.ru) *Функциональные уравнения для фейнмановских интегралов.*

В.П. Гердт (ОИЯИ, Дубна; gerdt@jinr.ru) *О декомпозиции нелинейных дифференциальных систем в инволютивные подсистемы.*

Д. Штефанеску (Бухарестский университет, Румыния; stef@rms.unibuc.ro), С.А.Евлахов (ОИЯИ, Дубна; evlakhov@jinr.ru) *Сложность построения границ корней полиномов.*

В.В. Корняк (ОИЯИ, Дубна; kornyak@jinr.ru) *Симметрии, калибровочная инвариантность и квантование в дискретных моделях.*

С.А. Абрамов, Д.Е. Хмельнов (ВЦ РАН; sergeyabramov@mail.ru, dennis_khmelnov@mail.ru), М.А. Баркату (Лиможский университет, Франция; moulay.barkatou@unilim.fr) *Сплетенные решения линейных разностных уравнений.*

А.С. Суржигов, С. Фритцше (Институт физики ун-та г. Гейдельберг, Германия; surz@physi.uni-heidelberg.de, s.fritzsche@gsi.de) *DIRAC: пакет компьютерной алгебры для изучения структуры и динамики высокоэнергетических тяжелых ионов.*

А.М. Рапортиренко (ОИЯИ, Дубна; ram@sunct1.jinr.ru) *Реализация системы компьютерной алгебры Reduce в среде Common Lisp.*

Н.Н. Васильев (ПОМИ РАН; vasiliev@pdmi.ras.ru), В.О. Николаенко (СПбГПУ; itsmyway.leranik@gmail.com) *Перечисление пермутационных биномов над конечными полями.*

И. Димовский, М. Спиридонова (ИМИ БАН, Болгария; dimovski@math.bas.bg; mspirid@math.bas.bg) *Об одной реализации алгоритма Хевисайда.*

А.Д. Брюно (ИПМ РАН им. Келдыша; bruno@keldysh.ru), В.Ф. Еднерал (НИИЯФ МГУ; edneral@theory.sinp.msu.ru) *Об интегрируемости*

планарной системы ОДУ вблизи вырожденной неподвижной точки.

И.В. Пузынин, Т.П. Пузынина, В.Ч. Тхак (ОИЯИ, Дубна; iruzynin@jinr.ru, ruzynina@jinr.ru, votrongthach@jinr.ru) *SLIPM - программный пакет в системе MAPLE для численного решения частичной проблемы Штурма-Лувилля на основе непрерывного аналога метода Ньютона.*

О.Н. Переславцева (Тамбовский ГУ; Pereclavtseva@rambler.ru) *Вычисление характеристических полиномов матриц: последовательные и параллельные алгоритмы.*

Н. Малашенок (Тамбовский ГУ; nmalaschonok@narod.ru) *Об одном алгоритме символьного решения систем дифференциальных уравнений в частных производных.*

М.Г. Кокотчикова, Д.С. Кулябов, Л.А. Севастьянов (РУДН, Москва; mgkokotchikova@gmail.com, yamadharna@gmail.com, leonid.sevast@gmail.com) *Реализация метода регуляризованного восстановления волнового фронта по данным теста Гартмана с помощью аналитических вычислений в пакете Axiom.*

С.Д. Махортов (Воронежский ГУ; sd@expert.vn.ru) *Многоуровневые LP-структуры в системах переписывания.*

В.В. Маланин, И.Е. Полосков (Пермский ГУ; rector@psu.ru, Igor.Poloskov@gmail.com) *Численно-аналитические схемы анализа детерминированных и стохастических систем с последствием.*

Д.А. Янович (ОИЯИ, Дубна; yan@jinr.ru) *Параллелизация вычислений базиса Гребнера и инволютивного базиса на уровне редукции.*

Ю.А. Блинков (Саратовский ГУ; BlinkovUA@info.sgu.ru) *Вычисление точек бифуркации логистического отображения.*

В.П.Гердт, М.В.Зинин (ОИЯИ, Дубна; gerdt@jinr.ru, mzinin@gmail.com), Ю.А. Блинков (Саратовский ГУ; BlinkovUA@info.sgu.ru) *Распределенное и рекурсивное представления в вычислениях булевых базисов Гребнера.*

А.Б. Арансон (НИИ дальней радиосвязи, Москва; aranson@cbgrad.ru) *Анализ систем ОДУ алгоритмами степенной геометрии с помощью пакета Maxima.*

Н.Н. Васильев (ПОМИ РАН), Д.А. Павлов (СПбГПУ) *Комбинато-*

рика универсальных базисов Гребнера и многомерные диаграммы Юнга.

П.Г. Сутырин; (МГУ; psutyirin@cs.msu.su) *Свободная система математического программного обеспечения Sage и ее применение к теории формальных языков.*

Д.Е. Хмельнов, А.А. Рябенко (ВЦ РАН; dennis_khmelnov@mail.ru, ryabenko@cs.msu.su) *Суммирование по образцам в системе Maple .*

Е.А. Гребеников, Н.И. Земцова (ВЦ РАН, Москва; e-greben@yandex.ru, zemni@yandex.ru) *Новые гомографические решения в ньютоновой задаче многих тел.*

С.Н. Перепечко, А.Н. Воропаев (Петрозаводский ГУ; persn@aport.ru, voropaev@psu.karelia.ru) *Количество простых циклов фиксированной длины в неориентированном графе. Явные формулы в случае малых длин.*

В.С. Рихвицкий (ОИЯИ, Дубна; rqvtsk@jinr.ru) *Автоматизация средствами компьютерной алгебры качественного анализа заданной системы алгебраических дифференциальных уравнений с параметрами.*

Р.М. Ямалеев (ОИЯИ, Дубна; iamaleev@servidor.unam.mx) *Эволюционные уравнения для корней и коэффициентов полиномов и их связь с обобщенной динамикой.*

Аннотации докладов опубликованы в сборнике аннотаций [14] конференции.

Список литературы

- [1] *Абрамов С.А., Зима Е.В.* Семинар по компьютерной алгебре на факультете вычислительной математики и кибернетики МГУ в 1995-1996г. // Программирование, 1997, No 1. С. 75–77.
- [2] *Абрамов С.А., Зима Е.В.* Научно-исследовательский семинар “Компьютерная алгебра” в 1996-1997 г. // Программирование, 1998, No 1. С. 69–72.
- [3] *Абрамов С.А., Ростовцев В.А.* Семинар по компьютерной алгебре в 1997-1998 г. // Программирование, 1998, No 6. С. 3–7.
- [4] *Абрамов С.А., Крюков А.П., Ростовцев В.А.* Семинар по компьютерной алгебре в 1998-1999 г. // Программирование, 2000, No 1. С. 8–12.

- [5] *Абрамов С.А., Крюков А.П., Ростовцев В.А.* Семинар по компьютерной алгебре в 1999-2000 г. // Программирование, 2001, No 1. С. 3–7.
- [6] *Абрамов С.А., Крюков А.П., Ростовцев В.А.* Семинар по компьютерной алгебре в 2000-2001 г. // Программирование, 2002, No 2. С. 6–9.
- [7] *Абрамов С.А., Крюков А.П., Ростовцев В.А.* Семинар по компьютерной алгебре в 2001-2002 г. // Программирование, 2003, No 2. С. 3–7.
- [8] *Абрамов С.А., Еднерал В.Ф., Ростовцев В.А.* Семинар по компьютерной алгебре в 2002-2003 г. // Программирование, 2004, No 2. С. 3–7.
- [9] *Абрамов С.А., Боголюбская А.А., Ростовцев В.А., Еднерал В.Ф.* Семинар по компьютерной алгебре в 2003-2004 г. // Программирование, 2005, No 2. С. 3–9.
- [10] *Абрамов С.А., Боголюбская А.А., Ростовцев В.А., Еднерал В.Ф.* Семинар по компьютерной алгебре в 2004-2005 г. // Программирование, 2006, No 2. С. 3–7.
- [11] *Абрамов С.А., Боголюбская А.А., Ростовцев В.А., Еднерал В.Ф.* Семинар по компьютерной алгебре в 2005-2006 г. // Программирование, 2007, No 2. С. 3–8.
- [12] *Абрамов С.А., Боголюбская А.А., Ростовцев В.А., Еднерал В.Ф.* Семинар по компьютерной алгебре в 2006-2007 г. // Программирование, 2008, No 2. С. 3–8.
- [13] *Абрамов С.А., Боголюбская А.А., Ростовцев В.А., Еднерал В.Ф.* Семинар по компьютерной алгебре в 2007-2008 г. // Программирование, 2009, No 2. С. 3–9.
- [14] “Mathematical Modeling and Computational Physics (СААР’2009)”. Book of abstracts of the international conference. Dubna, July 7-11, 2009. Dubna, 2009.