С. А. Абрамов (Москва)

Вычисление размерности пространства решений линейной разностной системы

Рассматриваются матрицы разностных операторов $L \in \mathrm{Mat}_n(K[\sigma])$, где K — разностное поле характеристики 0 с автоморфизмом (сдвигом) σ. Обсуждаются два алгоритма вычисления размерности пространства таких решений системы уравнений $Ly = 0$, компоненты которых принадлежат некоторому адекватному разностному расширению поля K. Точнее говоря, алгоритмы выполняют указанные вычисления в том случае, когда L имеет полный ранг, т.е. строки $r_1, \ldots, r_n$ матрицы L линейно независимы над $K[\sigma]$: из $f_1 r_1 + \cdots + f_n r_n = 0$, $f_1, \ldots, f_n \in K[\sigma]$ следует, что $f_1 = \cdots = f_n = 0$. Результатом работы каждого из алгоритмов является либо значение размерности пространства решений системы $Ly = 0$, либо сообщение о том, что строки матрицы L линейно зависимы над $K[\sigma]$. Значение размерности — целое число, принадлежащее отрезку $[0,\ nd]$, где n — число строк (и столбцов) матрицы L, d — разность между наибольшим верхним и наименьшим нижним порядками всех скалярных операторов, являющихся элементами L.

Эти два алгоритма основаны соответственно на алгоритме EG-исключений [1], [2] и алгоритме Row-Reduction [3], [4]. Исследуется сложность каждого из предлагаемых алгоритмов вычисления размерности. Сложность понимается как общее число арифметических операций и сдвигов в худшем случае. Показано, что алгоритм, основанный на EG-исключениях, обладает меньшей сложностью, и эта сложность допускает оценку $O(n^3 d^2)$ при $n, d \to \infty$.

Литература. [1] S. Abramov, EG-eliminations. J. of Difference Equat. Applicat., 5 (1999), 393–433. [2] S. Abramov, M. Bronstein, Linear algebra for skew-polynomial matrices. Rapport de Recherche INRIA, March 2002, RR-4420. [3] B. Beckermann, H. Cheng, G. Labahn, Fraction-free row reduction of matrices of Ore polynomials. J. Symbolic Comput., 41 (2006), 513–543. [4] M.A. Barkatou, C. El Bacha, G. Labahn, E. Pflügel. On simultaneous row and column reduction of higher-order linear differential systems. J. Symbolic Comput., 49 (2013), 45–64.

Вычислительный центр им. А.А.Дородницына ФИЦ ИУ РАН
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова
e-mail: sergeyabramov@mail.ru