УДК 519.7

RESOLVING SEQUENCE OF OPERATORS FOR LINEAR ORDINARY DIFFERENTIAL AND DIFFERENCE SYSTEMS OF ARBITRARY ORDER[1)]

© 2016 г. S. A. Abramov*, [2)], M. Petkovšek**, [3)], A. A. Ryabenko*, [2)]

*Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian Academy of Science, Vavilova str., 40, Moscow, 119333, Russia;

**University of Ljubljana; Faculty of Mathematics and Physics, Jadranska 19, SI-1000, Ljubljana, Slovenia

e-mail: sergeyabramov@mail.ru; Marko.Petkovsek@fmf.uni-lj.si; anna.ryabenko@gmail.com

Поступила в редакцию 01.09.2015 г.
Переработанный вариант 21.10.2015 г.

Разрешающие последовательности операторов для линейных обыкновенных дифференциальных и разностных систем произвольного порядка. Вводится понятие разрешающей последовательности скалярных операторов для заданной линейной системы дифференциальных или разностных уравнений с коэффициентами в дифференциальном или разностном поле $\mathbb{K}$ характеристики 0. Если неизвестными системы являются $y_1, \ldots, y_m$, то имеется в виду такая конечная последовательность $L_1, \ldots, L_p$ скалярных операторов с коэффициентами в $\mathbb{K}$, что для некоторых фиксированных индексов $l_1, \ldots, l_p$, во-первых, из $y_{l_1} = \ldots = y_{l_j} = 0$ при $j < p$ следует, что $L_{j+1}(y_{l_{j+1}}) = 0$ и, во-вторых, из $y_{l_1} = \ldots = y_{l_p} = 0$ следуют равенства $y_1 = y_2 = \ldots = y_m = 0$. Заданная система полного ранга может иметь произвольный порядок. При этом ведущая матрица системы может быть вырожденной. В последнем случае система не может быть приведена к эквивалентной нормальной системе первого порядка $y'(x) = A(x)y(x)$ или $y(x+1) = A(x)y(x)$, где $A(x)$ – квадратная матрица с элементами в $\mathbb{K}$, $y(x)$ – столбец неизвестных.

Предлагается компьютерно-алгебраический алгоритм построения разрешающей последовательности. Он положен в основу алгоритмов нахождения гипергеометрических решений разностных систем и формальных экспоненциально-логарифмических решений дифференциальных систем; в обоих случаях предполагается, что в роли $\mathbb{K}$ выступает поле рациональных функций. Привлечение так называемых охватывающих систем позволяет преодолеть трудности, связанные с возможной вырожденностью ведущей матрицы системы.

Проводится сравнительный анализ времени работы предложенных алгоритмов поиска решений и аналогичных алгоритмов, основанных на понятии циклического вектора. Таблица результатов экспериментов показывает преимущество по скорости новых алгоритмов: при этом надо добавить, что циклический вектор может быть использован только в случае нормальных систем первого порядка, а для случая систем порядка выше первого этот подход не работает.

Описывается компьютерная реализация предложенных алгоритмов в среде Мейпл. Программный код находится в открытом доступе:

http://www.ccas.ru/ca/doku.php/resolvingsequence – построение разрешающей последовательности операторов для системы;

http://www.ccas.ru/ca/doku.php/lrs – построение базиса пространства гипергеометрических решений для разностной системы;

http://www.ccas.ru/ca/doku.php/formalsolution – построение базиса пространства формальных экспоненциально-логарифмических решений для дифференциальной системы. Библ. 29. Табл. 1.

Ключевые слова: линейные дифференциальные и разностные системы произвольного порядка, разрешающая последовательность операторов, охватывающая система, сопровождающая матрица, циклический вектор, гипергеометрическое решение разностной системы, формальное экспоненциально-логарифмическое решение дифференциальной системы, компьютерная алгебра.

DOI: 10.7868/S0044466916050033

[1)]Полный текст статьи печатается в английской версии журнала.

[2)]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 16-01-001174).
[3)]Supported in part by the Ministry of Education, Science and Sport of Slovenia research programme Pl-0294.