

Алгоритмы решения проблем $1 \parallel \sum T_j$ и четно-нечетного разбиения

Е. Р. Гафаров

Казанский государственный университет

Рассматриваются две классические комбинаторные проблемы: минимизация суммарного запаздывания для одного прибора ($1 \parallel \sum T_j$) и проблема четно-нечетного разбиения (**ЧНР**). Проблема **ЧНР** является NP-полной в обычном смысле, известна схема полиномиального сведения примеров проблемы **ЧНР** к каноническим примерам проблемы $1 \parallel \sum T_j$ [1].

Разработан *Алгоритм В-1* для частного случая $1 \parallel \sum T_j$, когда выполняется: $p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_n$, $d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_n$, $d_n - d_1 \leq p_n$ (1). *Алгоритм В-1* основан на методе динамического программирования и выполняет построение кусочно-линейных функций $F_k(t)$ для целых $t \in [0, \sum p_j]$, где $F_k(t)$ является оптимальным значением целевой функции примера с множеством требований $\{n, \dots, k\}$ и директивными сроками $d_j(t) = d_j - d_n + t$ [2]. Получены следующие результаты:

- (а) *Алгоритм В-1* строит оптимальное расписание для канонических примеров за время $O(n\delta)$, где δ - разность между нечетными и четными элементами проблемы **ЧНР**;
- (б) Разработан *Алгоритм В-1-модифицированный*, который строит функции $F_k(t)$ путем перебора точек "излома" данных функций. Трудоемкость алгоритма полиномиальным образом зависит от количества этих точек;
- (с) Проведены экспериментальные исследования, по результатам которых, количество точек "излома" функций для примеров случая (1) не превышает n^3 . Выделены множества "трудоемких" канонических примеров, для которых количество точек "излома" растет экспоненциальным образом. Предложены методы сведения данных примеров к "менее трудоемким".

1. J. Du and J. Y.-T. Leung Minimizing total tardiness on one machine is NP-hard. Math. Oper. Res., 15 (1990), 483-495.

2. A. Lazarev, A. Kvaratskhelia, A. Tchernykh (2004). Solution algorithms for the total tardiness scheduling problem on a single machine, Workshop Proceedings of the ENC'04 International Conference (2004), 474-480.

Научный руководитель - к.ф.-м.н., доцент Лазарев А.А.