

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭКОНОМИКИ

Симонов П.М.

Пермь

Дан обзор исследований по применению метода модельных уравнений в теории устойчивости дифференциальных уравнений с запаздыванием. Рассмотрены модификации некоторых моделей экономики.

ON A METHOD OF RESEARCH OF DYNAMIC MODELS OF ECONOMY

Simonov P.M.

Perm

The review of researches on application of a method of the modeling equations in the theory of stability of the differential equations with delay is given. Updatings of some models of economy are considered.

Разнообразные явления окружающего мира являются источниками моделей, учитывающих не только настоящее состояние объекта исследования, но и существенно использующих предысторию его развития. Кроме того, возникают такие постановки задач, которые требуют построения и анализа моделей, учитывающих зависимость текущего состояния объекта от его будущих состояний. Для таких задач обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) уже не являются удовлетворительной математической моделью. Более точное математическое описание в этом случае дают функционально-дифференциальные уравнения (ФДУ) с последствием (ФДУП).

Отдельные примеры дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом рассматривали еще Л.Эйлер и М.Кондорсе, но систематическое изучение их началось в XX веке в работах В.Вольтерры по исследованию моделей «хищник-жертва» и по теории вязкоупругости. Начиная с 40-х годов минувшего столетия появилось много работ, посвященных теории ФДУ. Отметим монографии Э.Пинни, А.Д.Мышкиса, Р.Э.Беллмана и К.Л.Кука, Л.Э.Эльсгольца и С.Б.Норкина, Дж.К.Хейла. В середине двадцатого века развитие электротехники, механики, химической технологии, биологии, экологии, медицины, иммунологии, математической экономики, автоматического управления и других областей науки и техники (соответствующие примеры и библиографию можно найти, например, в [1], [2]) вызвало необходимость в развитии теории ФДУП – естественного обобщения классической теории ОДУ. В последние десятилетия усилился интерес к динамическим моделям экономики,

социологии и экологии, комплексным моделям регионов, стран и человеческой цивилизации.

Большую роль в развитии теории ФДУ сыграли идеи и результаты Свердловской школы математиков, прежде всего идеи Н.Н.Красовского, который предложил трактовать состояние решения ФДУП как элемент подходящего функционального пространства, а также исследования С.Н.Шиманова, Ю.С.Осипова и их учеников. Глубокое и всестороннее изучение уравнений с отклоняющимся аргументом было проведено участниками Пермского городского семинара по ФДУ [3], [4], результаты которого систематизированы в монографиях [5], [6].

В работах Д.Л.Андрианова и В.П.Максимова (см., например, [7], [8]) предложены новые классы ФДУП для описания динамики экономических, социально-экономических и эколого-экономических процессов с учетом эффектов последствия. Доказаны теоремы о структуре стабилизирующего управления, решающего задачу целевого управления для нелинейных ФДУП. Разработаны алгоритмы построения множества допустимых стабилизирующих траекторий нелинейных межотраслевых моделей в виде ФДУП.

Под руководством академика В.М.Матросова проводятся комплексные исследования устойчивости и неустойчивости развития в мире и в регионах, а также анализ устойчивости и поддержки принятия стабилизирующих решений, осуществляется моделирование и прогнозирование мирового и регионального социально-эколого-экономического развития, стратегической безопасности. В монографии [9] изложены результаты, методология, математические модели и методы комплексных исследований проблем безопасности, перехода России к устойчивому развитию в XXI веке.

В работах В.П.Максимова и А.Н.Румянцева (см., например, [5], [6], [10]) проведено теоретическое обоснование и выполнена практическая реализация специального вычислительного эксперимента по эффективной проверке критериев разрешимости краевых задач для ФДУ. Разработанные в этих работах конструктивные методы позволяют достоверно установить факт разрешимости краевой задачи и в случае ее разрешимости – приближенно вычислить решение с гарантированной оценкой погрешности.

Вопросам устойчивости моделей, систем и процессов с последствием посвящены, например, обзоры и монографии А.Д.Мышкиса, В.Б.Колмановского и В.Р.Носова, К.Кордуняну, В.Лакшмикантама и А.А.Мартынюка, Дж.К.Хейла и С.Лунела, В.Г.Курбатова, Ю.Ф.Долгого, А.В.Кима и В.Г.Пименова Д.Я.Хусаинова, А.И.Кирияна, Е.Н.Чукву и других авторов.

Центральное место при изучении ФДУП занимают вопросы устойчивости и существования периодических режимов (траекторий) ФДУП, разработка общей теории которых еще далека от своего завершения. В связи с этим особенно актуальным является нахождение общих принципов исследования этих вопросов.

Как правило, при исследовании возникающих в приложениях конкретных классов ФДУП теоретические критерии устойчивости оказываются неэффективными, а имеющиеся достаточные условия – слишком грубыми и дающими практический результат лишь в исключительных случаях. Сказанное определяет актуальность задачи создания эффективных критериев и признаков устойчивости и асимптотического поведения решений ФДУП. Теоретическое обоснование и практическая реализация эффективного подхода предполагают разработку специальных методов исследования, основанных на фундаментальных положениях общей теории ФДУП и использующих богатые возможности современных вычислительных систем. При этом необходимо отметить, что основное назначение этих методов – достоверное установление факта устойчивости ФДУП.

Цикл исследований пермских математиков посвящен разработке нового подхода к исследованию устойчивости и асимптотического поведения ФДУП. Предложенный подход позволяет исследовать динамические модели, представимые в виде ФДУП (как линейных, так и нелинейных). Изучены, в частности, линейные обыкновенные дифференциальные уравнения (ЛОДУ) и их системы, системы линейных дифференциальных уравнений с сосредоточенным запаздыванием аргумента, системы линейных дифференциальных уравнений с распределенным запаздыванием, линейные интегродифференциальные уравнения, системы линейных дифференциальных уравнений нейтрального типа, а также некоторые классы систем нелинейных ФДУП.

Основная идея исследований состоит в следующем: по исходному объекту строится вспомогательный объект («модельное уравнение», «элементарная модель» (ЭМ)) с достоверно вычислимыми параметрами, допускающий эффективное исследование устойчивости. При этом успех исследования предопределен «адекватностью» ЭМ характеру изучаемого явления, процесса. После исследования ЭМ (модельного уравнения) окончательный результат зависит от «близости» исходной и элементарной моделей. Предлагаемый подход позволяет формулировать эффективно проверяемые условия, гарантирующие совпадение определенных свойств траекторий элементарной и исследуемой моделей. В случае, если эти условия не выполняются, строится новая, более близкая к исходной, модель и повторяется проверка условий. Реализация этого метода (разумеется, метод не универсален и ориентирован на определенный, но достаточно широкий класс моделей) позволяет сводить исследование конкретной модели к исследованию ЭМ, которую приходится строить и использовать неоднократно.

В работах [11]-[15] для случая непрерывного распределенного запаздывания предложено использовать операторы Вольтерры, которые являются операторами Коши некоторых элементарных ФДУП, возникающих в экономических задачах. Как известно [16], в динамических моделях экономики используют инерционные и дискретные запаздывания между входными и выходными процессами. При этом инерционные запаздывания первого порядка определяют бесконечно длящиеся переходные

процессы, что не всегда адекватно реальным процессам. Нами предложено моделировать запаздывание между входным и выходным процессом линейным дифференциальным уравнением (элементарной моделью) вида

$$Ty'(t) + y([t/T]T) = x(t), \quad t \geq 0, \quad (1)$$

где T – время (лаг) запаздывания (переходного процесса), $[t/T]$ – целая часть числа t/T , $x(t)$ – входной процесс, $y(t)$ – выходной процесс. Ниже для простоты изложения будем считать все функции заданными при $t \geq 0$. В случае $x(t) \equiv 1$ и $y(0) = 0$ решение уравнения (1) имеет вид $y(t) = t/T$ при $0 \leq t \leq T$ и $y(t) = 1$ при $t > T$. Таким образом, переход из состояния 0 в состояние 1 происходит по линейной зависимости за время T .

В монографии ([17], с. 60) отмечено: «Имеется большое разнообразие способов начисления амортизации. В зависимости от принятого способа годовая норма амортизации может выбираться следующими способами: равномерно, если стоимость каждой единицы основных фондов возмещается равными долями в течение всего срока службы; прогрессивно, по нарастающей шкале; по убывающей шкале; по проработанному времени. На практике наиболее распространен равномерный способ начисления амортизации. Он наиболее прост и удобен в задачах учета и анализа хозяйственной деятельности. Однако непосредственное использование равномерной нормы амортизации в задачах математической экономики встречает некоторые затруднения. Это связано с тем, что при разновременных капиталовложениях и равномерном способе начисления амортизации невозможно записать динамику основных фондов в виде обыкновенного дифференциального уравнения».

Далее авторы приводят уравнение динамики основных производственных фондов (ОПФ), которое в принятых нами обозначениях имеет вид

$$K'(t) = I(t) - \mu K(t), \quad (2)$$

где $K(t)$ – уровень ОПФ в момент времени t , $I(t)$ – интенсивность валовых инвестиций в ОПФ в момент времени t , $I(t) = a\nu K(t) + A(t)$, μ – (постоянная) норма выбытия (износа) ОПФ за единицу времени, a – (постоянный) норматив отчислений на внутренние инвестиции (в том числе – на амортизацию), ν – (постоянная) производительность (фондоотдача) ОПФ, $A(t)$ интенсивность внешних инвестиций в момент времени t .

В монографии ([17], с. 60) также отмечено, что уравнение (2) «... приближенно реализует равномерный способ начисления амортизации. По сравнению с равномерным способом уравнение (2) приводит к несколько ускоренной амортизации».

Нами предложена линейная ФДУ равномерного способа начисления амортизации в виде

$$K'(t) = a\nu K([t]) + A(t) - \mu K(t). \quad (3)$$

Как правило, норму μ определяют равенством $\mu = 1/T$, где T – количество единичных временных промежутков. Величина T берется целочисленной и имеет смысл времени (лага) выбытия. В модели (3) при $A(t) \equiv 1$ и $K(0) = 0$ на промежутке $[0,1)$ амортизация не производится, поэтому ОПФ растут по экспоненциальному закону $K(t) = T(1 - \exp(-\mu t))$. Далее $K(t)$ будет возрастающей кусочно определенной функцией, стремящейся на бесконечности к уровню T единиц ОПФ.

Заметим, что модели с кусочно постоянными аргументами встречались ранее при моделировании биологических популяций [18]. Различные виды «затухающей» памяти материалов используются в механике сплошных сред [19]. В книге ([2], с. 66) приведен следующий перевод одной фразы из статьи М.Калецкого 1935 года: «... никоим образом введение постоянного запаздывания не соответствует действительности; есть только средняя величина различных наблюдаемых продолжительностей периода запаздывания и система, в которой τ есть постоянная величина, должна рассматриваться как простейшая модель действительности». В монографии ([20], с. 42) отмечена необходимость использования в динамических моделях экономики переменного характера памяти о предыстории, влияющей на развитие системы и приводящей к принципиальному изменению характера развития процесса.

В статьях [12], [13], [15] с учетом моделей (2), (3) выведены модификации известных моделей микро- и макроэкономики: модель Вальраса-Эванса-Самуэльсона (ВЭС) рынка одного товара с учетом запаздывания цен спроса и предложения [16], [21], [22]; модель ВЭС рынка одного товара с учетом запаздывания спроса от предложения, а также с учетом запаздывания цены спроса от цены предложения [23]; модель Маршалла рынка одного товара с учетом запаздывания предложения и запаздывания цены предложения [16], [22]; модель Аллена рынка одного товара с учетом запаздывания предложения и с зависимостью спроса и предложения от цены и скорости изменения цены [16]; модель ВЭС рынка одного товара с учетом отклонения запаса от заданного уровня и с учетом запаздывания цены [16], [24], [25]; модель ВЭС рынка нескольких товаров с учетом запаздывания цен предложения и спроса [16], [22]; модель Видала-Вулфа (ВВ) объема сбыта одного товара в зависимости от расходов на рекламу и модель ВВ объема сбыта двух взаимодополняющих товаров в зависимости от расходов на рекламу [25]; модель динамики уровня ОПФ (производственного капитала) с учетом выбытия и запаздывания освоения инвестиций [20]; модель управляемого производства в зависимости от поступающих заказов и заданного уровня запасов на складе [2]; модель формирования связанных установок поведения индивидов с учетом запаздывания реакции [26], [27]; простейшая линейная модель динамики чистого внутреннего продукта (ЧВП) с учетом запаздывания ввода индуцированных инвестиций [16]; нелинейная модель Филлипса-Гудвина (ФГ) динамики ЧВП [16], [21], [2], [24]; линейная односекторная модель динамики валового внутреннего продукта (ВВП) [24]; ранняя модель Калецкого динамики ВВП и ОПФ с учетом амортизации [16], [2]; неоклассическая нелинейная односекторная модель

Рамсея-Солоу-Свена (РСС) динамики ВВП с учетом запаздывания ввода инвестиций [28], [17], [22]; неоклассическая нелинейная односекторная модель РСС динамики ВВП с акселератором и с учетом запаздывания ввода инвестиций [29]; неоклассическая нелинейная двухсекторная модель с запаздыванием ввода инвестиций [21]; неоклассическая нелинейная модель Занга динамики ВВП с учетом запаздывания ввода инвестиций и образования человеческого капитала (ЧК) [22]; неоклассическая нелинейная двухсекторная модель Удзавы-Лукаса динамики ВВП и ЧК с учетом запаздывания ввода инвестиций в ОПФ и с учетом запаздывания образования ЧК [30]; неоклассическая нелинейная односекторная модель Тобина-Сидрауски динамики ВВП с учетом денежного рынка [22], [28].

В статье [15] проведено исследование устойчивости решений ряда линейных и нелинейных ФДУП, возникающих в моделях микро- и макроэкономики: линейная модель ВЭС рынка одного товара с учетом запаздывания цены; линейная и нелинейная модели ВЭС рынка одного товара с кусочно линейным запаздыванием цены предложения; линейные модели Маршалла и Аллена рынка одного товара учетом запаздывания предложения; линейная модель Видала-Вулфа объема сбыта товара в зависимости от расходов на рекламу; линейная модель динамики ОПФ с равномерным начислением амортизации; модель управляемого производства в зависимости от поступающих заказов и заданного уровня запасов на складе; простейшая линейная модель динамики ЧВП с учетом запаздывания ввода индуцированных инвестиций; линейная и нелинейная модели ФГ динамики ЧВП; линейная односекторная модель динамики ВВП с равномерным способом начисления амортизации; линейная односекторная модель РСС динамики ВВП с равномерным способом начисления амортизации; нелинейная модель ВЭС рынка одного товара с кусочно линейным запаздыванием цены предложения; нелинейная модель Аллена рынка одного товара учетом запаздывания предложения; нелинейная односекторная модель динамики ВВП с равномерным начислением амортизации; неоклассическая нелинейная односекторная модель РСС динамики ВВП с равномерным способом начисления амортизации.

Литература:

1. Андреева Е.А., Колмановский В.Б., Шайхет Л.Е. Управление системами с последействием: М.: Наука, 1992. 336 с.
2. Титов Н.И., Успенский В.К. Моделирование систем с запаздыванием. Л.: Изд-во «Энергия», 1969. 97 с.
3. Азбелев Н.В. К 25-летию Пермского семинара по функционально-дифференциальным уравнениям // Дифференц. уравнения. 2001. Т. 37, № 8. С. 1136-1139.
4. Азбелев Н.В. Как это было (об основных этапах развития современной теории функционально-дифференциальных уравнений) // Проблемы нелинейного анализа в инженерных системах. 2003. Т. 9, вып. 1 (17). С. 1-40.
5. Азбелев Н.В., Максимов В.П., Рахматуллина Л.Ф. Введение в теорию функционально-дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1991. 280 с.
6. Азбелев Н.В., Максимов В.П., Рахматуллина Л.Ф. Элементы современной теории функционально-дифференциальных уравнений. Методы и приложения. М.: Ин-т компьютер. исслед., 2002. 384 с.
7. Андрианов Д.Л., Максимов В.П. Целевое управление и краевые задачи для макроэкономических моделей с последействием // Вестник Пермского ун-та. Экономика / Перм. ун-т. Пермь, 1995. Вып. 2. С. 102-123.

8. Максимов В.П. Нелинейные модели экономической динамики и задачи их исследования // Вестник Пермского университета. Экономика / Перм. ун-т. Пермь, 1999. Вып. 1. С. 155-163.
9. Новая парадигма развития России (Комплексные исследования проблем устойчивого развития) / Под. ред. В.А.Коптюга, В.М.Матросова, В.К.Левашева. 2-изд., перераб. М.: Изд-во «Academia», Иркутск: РИЦ ГП «Облформпечать», 2000. 460 с.
10. Румянцев А.Н. Доказательный вычислительный эксперимент в исследовании краевых задач. Пермь: Изд-во Перм. ун-та, 1999. 174 с.
11. Симонов П.М. Динамические математические модели с последствием в экономике и биологии // Обзорение прикл. и промышл. математики. 2002. Т. 9, вып. 3. С. 654-655.
12. Симонов П.М. О некоторых динамических моделях микроэкономики // Вестник ПГТУ. Математика и прикл. математика / Перм. гос. техн. ун-т. Пермь, 2002. С. 109-114.
13. Симонов П.М. О некоторых динамических моделях макроэкономики // Экономическая кибернетика: матем. и инструмент. методы анализа прогнозир. и управления: Сб. ст. / Перм. ун-т. Пермь, 2002. С. 213-231.
14. Симонов П.М. Об одном методе исследования динамических моделей // Развитие проф. образования в XXI веке: Сб. ст. / Перм. колледж эконом., стат. и информат. Пермь, 2002. С. 135-144.
15. Симонов П.М. Исследование устойчивости решений некоторых динамических моделях микро- и макроэкономики // Вестник Пермского ун-та. Математика. Информатика. Механика / Перм. ун-т. Пермь, 2003. С. 88-93.
16. Аллен Р. Математическая экономия. М.: ИЛ, 1963. 668 с.
17. Китайгородский В.И., Котов В.В. Моделирование экономического развития с учетом замещения невозобновляемых энергетических ресурсов. М.: Наука, 1990. 168 с.
18. Gopalsamy K. Stability and oscillations in delay differential equations of population dynamics. Dordrecht e.a.: Kluwer Academic Publishers, 1992. xii p. + 501 p.
19. Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред. М: Изд-во «Мир», 1975. 592 с.
20. Кобринский Н.Е., Кузьмин В.И. Точность экономико-математических моделей. М.: Финансы и статистика, 1981. 256 с.
21. Бергстром А.Р. Построение и применение математических моделей. М.: Прогресс, 1970. 176 с.
22. Занг В.-Б. Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории. М.: Мир, 1999. 336 с.
23. Неймарк Ю.И., Островский А.В. Дифференциальные экономические модели типа Самуэльсона // Вестник ННГУ. Математическое моделирование и оптимальное управление. Н.Новгород: Изд-во Нижегородского ун-та, 1999. Вып. 1 (20). С. 123-129.
24. Багриновский К.А. Модели и методы экономической кибернетики. М.: Экономика, 1973. 208 с.
25. Дыхта В.А., Самсонюк О.Н. Оптимальное импульсное управление с приложениями. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 256 с.
26. Гаврилец Ю.Н., Карташева А.В. Модель формирования связанных установок при активном участии индивидов // Мат. и компьютер. моделир. социально-эконом. процессов: Сб. ст. / Под. ред. Ю.Н.Гаврильца. ЦЭМИ РАН. М., 1997. С. 8-26.
27. Ковалев Д.А. Компьютерный анализ динамики установки с запаздыванием // Мат. и компьютер. моделир. социально-эконом. процессов: Сб. ст. / Под. ред. Ю.Н.Гаврильца. ЦЭМИ РАН. М., 1997. С. 27-32.
28. Харрис Л. Денежная теория. М.: Прогресс, 1990. 751 с.
29. Накоряков В.Е., Гасенко В.Г. Математическая модель плановой макроэкономики // Экономика и мат. методы. 2002. Т. 38, № 2. С. 118-124.
30. Д'Отюм А., Шараев Ю.В. Образование и эндогенный экономический рост: модель Лукаса. Научный доклад. М.: ГУ ВШЭ, 1998. 34 с.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (10-01-96054) и ЗАО «ПРОГНОЗ».

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТРАКТОВКА СПИНА ЭЛЕКТРОНА

Терровере В.Р.

Пермь

Предпринята попытка обосновать гипотезу о том, что спин электрона как точечной частицы можно отождествить с его круговым вращением вокруг оси, не проходящей через центр масс.

RELATIVISTIC INTERPRETATION OF ELECTRON' SPIN

Terrovere V.R.

Perm

An attempt was taken to substantiate a hypothesis that we may identify electron' spin with its circular motion around of the axis that go by of the mass' centre.

"Отречение от первоначальной цели науки - объяснение природы мира - нанесло огромный вред развитию физики".
Дэвид Дойч

Введение

Анализ эволюции взглядов на природу спина электрона ярко свидетельствует о том, что психологически очень трудно отказаться от представления, что спиновая частица вращается вокруг центра масс [1, с.270], [2, с.97], [3, с.36], [4, с.217]. Но такое представление ряд авторов считает совершенно бессмысленным [5, с.227], [6, с.144], [7, с.234]. Более того, эти же авторы утверждают, что понятие спина принципиально не допускает никакой классической интерпретации. Казалось бы, что вопрос об интерпретации спина электрона зашел в тупик.

К счастью Шрёдингер, совершенно не занимаясь этим вопросом, очень близко подошел к его решению. Далее цитируется [8, с.173]:

"Шрёдингер показал, что из уравнения Дирака вытекает интересное следствие, состоящее в том, что на поступательное движение электрона накладывается некоторое

периодическое движение ("дрожание Шрёдингера"). Ученый Хенль вычислил средние значения координат электрона в системе координат, покоящейся по отношению к его поступательному движению

$$\bar{x} = \frac{\hbar}{2mc} \cos \frac{2mc^2}{\hbar} t; \quad \bar{y} = \frac{\hbar}{2mc} \sin \frac{2mc^2}{\hbar} t; \quad \bar{z} = 0. \quad (1)$$

Дифференцируя (1) по времени, мы получим некоторые средние скорости, сумма которых равна скорости света c

$$\bar{v}_x = -c \sin \frac{2mc^2}{\hbar} t; \quad \bar{v}_y = c \cos \frac{2mc^2}{\hbar} t; \quad \bar{v}_z = 0,$$

$$\bar{v}^2 = \bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2 + \bar{v}_z^2 = c^2 \quad \bar{v} = c. \quad (2)$$

Формулы (1) дают нам круговую частоту колебаний электрона

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{2mc^2}{\hbar}. \quad (3)$$

Легко понять, что само "дрожание Шрёдингера" представляет собой круговое движение со скоростью c . Радиус окружности R , соответствующий амплитуде дрожания, равен

$$R = \frac{\hbar}{2mc}. \quad (4)$$

Предлагаемая нами модель спина электрона основана на идее о том, что "дрожание Шрёдингера" - это и есть спин электрона.

Модель спина электрона и ее следствия

Прежде всего считаем электрон точечной частицей. В этом случае вопрос о структуре и размерах электрона снимается автоматически.

Математическая модель спина

$$S = R p_\varphi, \quad (5)$$

причем при $v_r = 0$

$$p_\varphi = mc, \quad (6)$$

а при $v_r < c$

$$p_\varphi' = m' v_\varphi. \quad (7)$$

Физический смысл данной гипотезы.

Спин есть количественная характеристика квантового вихря или свободного движения элементарной частицы m' в электромагнитном вакууме со скоростью c , но не по прямой, а по винтовой линии

$$dl = c dt' \quad (8)$$

с радиусом R .

Предполагается, что вектор спина S параллелен вектору скорости v_r поступательного движения частицы

$$(m'v_\varphi)^2 = (m'c)^2 - (m'v_r)^2 = (mc)^2 = inv, \quad (9)$$

$$v_\varphi^2 = c^2 - v_r^2 \neq inv, \quad (10)$$

$$(v_\varphi dt')^2 = (cdt')^2 - (v_r dt')^2, \quad (11)$$

$$ds^2 = (cdt')^2 - r^2 = inv. \quad (12)$$

С учетом (6), (7) и (10)

$$m' = m/\beta_\varphi, \quad \beta_\varphi = v_\varphi/c. \quad (13)$$

При $v_r = 0$

$$ds^2 = (cdt)^2 = (v_\varphi dt')^2 \quad (14)$$

Отсюда

$$dt' = dt/\beta_\varphi. \quad (15)$$

На основании (9) квадрат 4-импульса равен

$$p_0^2 - \sum_{k=1}^3 p_k^2 = (mc)^2. \quad (16)$$

При $v_r \ll 1$

$$p_0 = mc/\beta_\varphi \approx mc + \frac{mv_r^2}{2c}.$$

Согласно (6) инвариант mc есть импульс квантового вихря.

$$p_0 c \approx mc^2 + \frac{mv_r^2}{2}. \quad (17)$$

Отсюда следует формула для полной энергии частицы

$$E' = mc^2/\beta_\varphi. \quad (18)$$

Особую практическую ценность имеет связь между E' и p_r'

$$E'^2 - (p_r' c)^2 = mc^2. \quad (19)$$

Формулу (10) можно преобразовать к виду

$$\frac{1}{2}m'v_r^2 + \frac{1}{2}m'v_\phi^2 = \frac{1}{2}m'c^2$$

или

$$E'_r + E'_\phi = \frac{1}{2}m'c^2, \quad (20)$$

где

$$E'_r = \frac{1}{2}mc^2(1/\beta_\phi - \beta_\phi) \quad (21)$$

и

$$E'_\phi = \frac{1}{2}mc^2\beta_\phi \quad (22)$$

- соответствующие энергии поступательного и вращательного движения электрона.

Главным результатом данного исследования является формула (21), которая отличается от известной формулы для энергии поступательного движения электрона

$$K_E = m'c^2 - mc^2 = mc^2(1/\beta_\phi - 1). \quad (23)$$

В эксперименте Комптона [9, таблицы 3-V и 3-VI] измерялась именно энергия поступательного движения электрона. Поэтому имеет смысл сравнить его результаты со стандартной теорией , основанной на формуле (23), и с новой теорией, основанной на формуле (21).

Стандартная теория эффекта Комптона

При облучении почти свободных электронов в графите рентгеновским излучением с длиной волны λ и энергией $E_\gamma \approx 1/\lambda$ Комpton измерял максимальную кинетическую энергию $E_r(\lambda)$ электронов отдачи, которая имеет место, если все импульсы частиц коллинеарны.

Приведем известное решение данной задачи.

Закон сохранения энергии

$$E_\gamma - E'_\gamma = K_E, \quad K_E = mc^2(1/\beta_\phi - 1). \quad (24)$$

Закон сохранения импульса

$$E_\gamma + E'_\gamma = p_r c. \quad (25)$$

Первый шаг. Исключение E'_γ из уравнений (24) и (25)

$$p_r c = 2E_\gamma - K_E. \quad (26)$$

Второй шаг. Исключение E' из уравнений (19) и (23)

$$(p_r c)^2 = K_E^2 + 2K_E mc^2. \quad (27)$$

Третий шаг. Исключение p, c из уравнений (26) и (27)

$$2K_E mc^2 = (2E_\gamma)^2 - 4K_E E_\gamma.$$

Окончательно получаем

$$K_E(\lambda) = mc^2 \kappa_E, \quad (28)$$

где

$$\kappa_E = \frac{2\varepsilon_\gamma^2}{1+2\varepsilon_\gamma}, \quad \varepsilon_\gamma = \frac{E_\gamma}{mc^2}, \quad (29)$$

или в обозначениях Комптона [9, ф-ла 3.121]

$$K_E(\lambda) = mc^2 \frac{2\alpha^2}{1+2\alpha},$$

где

$$\alpha = \gamma\lambda, \quad \gamma = \hbar/mc^2 = 0,0243 \overset{\circ}{\text{A}}.$$

Пример расчета.

Пусть $mc^2 = 511$ кэВ , $\lambda = 0,13 \overset{\circ}{\text{A}}$.

Тогда $E_\gamma = 95,43$ кэВ , $\varepsilon_\gamma = 0,18875, \varepsilon_\gamma^2 = 0,03487$, $K_E = 26$ кэВ .

В Таблице приведены результаты счета $K_E(\lambda)$ и относительной погрешности

$$\Delta_K = \frac{K_E - E_{x,exp}}{E_{x,exp}}.$$

Новая теория эффекта Комптона

Автор предлагает более реалистическую теорию, основанную на следующей идее Р.Фейнмана [10, с.69] : "На самом деле фотоны не отскакивают. Отражение является результатом того, что электрон захватывает фотон, потом, так сказать, "чесет в затылке" и испускает новый фотон."

Наша теория эффекта Комптона выглядит следующим образом. Процесс столкновения и излучения фотона электроном разделены во времени. Тогда формула (24) расщепляются на два этапа.

Первый этап заключается в столкновении фотона с электроном. В этом случае закон сохранения энергии имеет вид

$$E_\gamma - E'_\gamma = mc^2/\beta'_\phi - mc^2$$

или

$$\varepsilon_\gamma - \varepsilon'_\gamma = 1/\beta'_\phi - 1. \quad (30)$$

Так как при столкновении фотон сообщает электрону импульс

$$p'_r = E_\gamma/c,$$

то энергия электрона становится равной

$$E' = \sqrt{(mc^2)^2 + E_\gamma^2} = mc^2/\beta'_\phi,$$

или

$$\sqrt{1 + \varepsilon_\gamma^2} = 1/\beta'_\phi. \quad (31)$$

Исключая β'_ϕ из уравнений (30) и (31), получаем

$$\varepsilon'_\gamma = 1 + \varepsilon_\gamma - \sqrt{1 + \varepsilon_\gamma^2} \approx \varepsilon_\gamma - \frac{1}{2}\varepsilon_\gamma^2. \quad (32)$$

Второй этап заключается в "излучении" фотона. Суммарный импульс электрона вычисляется по формуле (25). Поэтому энергия электрона становится равной

$$E'' = \sqrt{(mc^2)^2 + (E_\gamma + E'_\gamma)^2} = mc^2/\beta''_\phi$$

или

$$1/\beta''_\phi = \sqrt{1 + (\varepsilon_\gamma + \varepsilon'_\gamma)^2} \approx 1 + \frac{1}{2}(\varepsilon_\gamma + \varepsilon'_\gamma)^2. \quad (33)$$

Исключая ε'_γ из уравнений (32) и (33), получаем

$$1/\beta''_\phi = 1 + \frac{1}{2}(2\varepsilon_\gamma - \frac{1}{2}\varepsilon_\gamma^2)^2.$$

Окончательно имеем

$$1/\beta''_\phi \approx 1 + 2\varepsilon_\gamma^2. \quad (34)$$

Следовательно, энергия поступательного движения электрона в эффекте Комптона равна согласно (21)

$$E_r = \frac{1}{2}mc^2(1/\beta''_\phi - \beta''_\phi). \quad (35)$$

Пример расчета.

Пусть $mc^2 = 511$ кэВ, $\lambda = 0,13 \text{ \AA}$.

Тогда $E_\gamma = 95,43$ кэВ, $\varepsilon_\gamma = 0,18875$, $\varepsilon_\gamma^2 = 0,03487$, $1/\beta''_\phi = 1,05074$, $\beta''_\phi = 0,9348$,
 $E_r = 34,475$ кэВ.

В Таблице приведены результаты счета $E_r(\lambda)$ и относительной погрешности

$$\Delta_E = \frac{E_r - E_{r,exp}}{E_{r,exp}}.$$

Таблица

$\lambda, \text{Å}$	0,13	0,17	0,20	0,48	0,71
$E_r^{exp}, \text{кэВ}$	32	20	16	2,57	1,19
$K_E, \text{кэВ}$	26	16	12	2,34	1,10
$\Delta_K, \%$	-18,8	-20	-25	-8,9	-7,6
$E_r, \text{кэВ}$	34,47	20,43	14,64	2,607	1,193
$\Delta_E, \%$	7,736	2,152	-7,227	1,464	0,28

Заключение

○ Так называемому "дрожанию Шрёдингера" автор придал физический смысл спина электрона. Эта гипотеза подтверждена известным экспериментом Комптона. Таким образом, на фундаментальном уровне получен ответ на вопрос, почему электрон является релятивистской частицей?

○ По мнению автора, представляет интерес использовать предложенную модель для уточнения теории синхротронного излучения и излучения Черенкова [11].

○ Данное исследование не позволяет ответить на вопрос, почему бесспиновая частица также является релятивистской? Осторожные сомнения вообще в существовании бесспиновых частиц высказал М.Гелл-Манн: "Частицы со спином 0 "притягиваются за уши"... Я думаю, что это не может продолжаться без конца. Чтобы устранить произвол в манипулировании с бесспиновыми частицами, некоторые теоретики пытаются представить их как связанные состояния других частиц, возможно совсем новых, или ищут какие-то признаки симметрии, требующие существования бесспиновых частиц".

○ Данное исследование не позволяет ответить на вопрос, почему макрообъекты также являются релятивистскими? По данному вопросу представляет интерес высказывание И.Л.Розенталя [12, с.58]: "Если попытаться весьма кратко подвести итоги дискуссии 60-х и 70-х годов, когда в ней приняли участие крупнейшие советские и зарубежные ученые, то можно сказать, что построить замкнутую и однозначную теорию релятивистских макроскопических тел не удалось. Можно сказать, что эта проблема "повисла в воздухе" в том смысле, что участники дискуссии, находясь зачастую на противоположных позициях, прекратили ее, полагая, по-видимому,

аргументацию исчерпанной". Например, с точки зрения "здорового смысла" весьма удивительно, что замедление времени в пружинных, электронных, солнечных, атомных и других часах описывается одним и тем же законом. На фундаментальном уровне отсутствует ответ, почему это так? В связи с этим В.Гейзенберг в статье "Замечания к эйнштейновскому наброску единой теории поля" отмечал [13, с.282], что масштабы и часы "построены, вообще говоря, из многих элементарных частиц, на них сложным образом воздействуют различные силовые поля, и поэтому непонятно, почему именно их поведение должно описываться особенно простым законом". Короче говоря, по мнению И.Л. Розенталя, вопрос о применимости СТО к макрообъектам нетривиален.

Литература:

1. Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М.: Изд. шестое, ГИТТЛ, 1956.
2. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.. Фейнмановские лекции по физике. Вып.7, Физика сплошных сред. – М.: <<Мир>>, 1966.
3. Физика микромира. – М.: Советская энциклопедия, 1980.
4. Капитонов И.М. Введение в физику ядра и частиц: Учебное пособие. – М.: Едиториал УРСС, 2002.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. – М.: Физматгиз, 1963.
6. Иродов И.М. Квантовая физика. Основные законы: Учеб. пособие для вузов. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002.
7. Гальцов Д.В. Теоретическая физика для студентов-математиков. – М.: Изд-во Моск. университета, 2003.
8. Семенченко В.К. Избранные главы теоретической физики. – М.: Государственное учебно-педагогическое изд-во министерства просвещения РСФСР, 1960.
9. Комптон А., Алисон С. Рентгеновские лучи. Теория и эксперимент. – Л.-М.: ОГИЗ, 1931.
10. Фейнман Р. КЭД - странная теория света и вещества. – М.: Наука, 1988.
11. Khriplovich I.V. ЖЭТФ, 2009, том 135, вып.1, стр. 51-55.
12. Розенталь И.Л. Механика как геометрия. – М.: Наука, 1960.
13. Дибай Э.А. Квазары // Физика космоса. – М.: Советская энциклопедия, 1986.

МОДЕЛЬ ЛИЧНОГО СТРАХОВАНИЯ С ВАРИАНТАМИ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ ДЕНЕЖНЫХ СРЕДСТВ

Шабалина Н.А., Шатров А.В.

Киров

В модели используются сроки (периоды времени), в течение которых человек предполагает иметь тот или иной доход или расход, учитываются темпы инфляции. Помимо накопительного страхования пользователю дополнительно предлагается страхование по ряду рисков (смерть, инвалидность, травмы, заболевания). Для прогнозирования величины доходов от вложения в банк выполняется выбор банковской процентной ставки.

Для моделирования была выбрана смешанная программа страхования, включающая в себя различные виды личного страхования.

MODEL OF PERSONAL INSURANCE WITH VARIANTS RESERVATIONS OF MONEY RESOURCES

Shabalina N.A., Shatrov A.V.

Kirov

In model terms (time periods) during which the person assumes to have this or that income or the expense are used, rates of inflation are considered. Besides memory insurance insurance on a number of risks (death, physical inability, traumas, diseases) in addition is offered to the user. For forecasting of size of incomes of an investment in bank the choice of the bank interest rate is carried out. For modeling the mixed program of insurance including various kinds of personal insurance has been chosen.

Существуют различные варианты увеличения будущего благосостояния человека путём накопления (резервирования) средств в течение жизни. Наиболее распространенными способами являются размещение денежных средств в виде банковских вкладов и накопительное страхование. С целью сравнения этих способов с точки зрения эффективности вложения средств была разработана модель личного страхования и реализована программно в среде C++ Builder 6.0.

Надежным и одним из самых распространенных вариантов накопления средств является вклад в банк. Он позволяет частично защитить сбережения от инфляции и

быть уверенным в сохранности вклада, поскольку на него распространяется государственная гарантия сбережений граждан. Средства, размещаемые во вкладах, могут быть возвращены в достаточно короткие сроки. Но для накопления существенных сумм, позволяющих защитить имущественные интересы гражданина в случае возникновения непредвиденных ситуаций, требуется большое время. А возникнуть такие ситуации могут в любой момент.

Не только сохранить и накопить средства, но и финансово защитить свою жизнь и здоровье позволяет накопительное страхование. Это так называемый смешанный вид страхования, объединяющий страхование на случай смерти и на случай дожития. Из данной особенности вытекает основное преимущество накопительного страхования по сравнению с прочими способами накопления: одновременно с определенными инвестиционными возможностями полис гарантирует и страховую защиту.

Накопительное страхование, и в первую очередь страхование жизни – важная часть формирования финансового рынка, позволяет стимулировать инвестиционный процесс в стране, повысить социальную защищенность граждан. Развитие долгосрочного страхования жизни ведет к созданию крупных инвестиционных ресурсов, позволяет финансировать серьезные государственные и коммерческие проекты в различных отраслях экономики.

Определять преимущества и недостатки названных вариантов долгосрочного накопления необходимо индивидуально, поскольку доходы, расходы и риски возникновения различных ситуаций для каждого человека различны.

Жизненные условия, в которых осуществляется накопление, у каждого человека индивидуальны, поэтому для построения наиболее адекватной модели необходимо большое количество исходных данных. В качестве таковых выбраны следующие: доходы отдельного человека, его расходы, предполагаемые несчастные случаи (страховые случаи), возникающие в связи с этим дополнительные расходы (на лечение, медикаменты и пр.) и дополнительные доходы (пособия, социальные выплаты и пр.). В модели используются сроки (периоды времени), в течение которых человек предполагает иметь тот или иной доход или расход, учитываются темпы инфляции. Помимо накопительного страхования пользователю дополнительно предлагается страхование по ряду рисков (смерть, инвалидность, травмы, заболевания). Для прогнозирования величины доходов от вложения в банк выполняется выбор банковской процентной ставки.

Для моделирования была выбрана смешанная программа страхования, включающая в себя различные виды личного страхования.

Одной из основных функций, которую реализует личное страхование, является накопительная функция. В этой связи пользователю услуг страхования важно иметь

обоснование преимущества накопительного страхования перед другими видами накопления, такими, например, как вложение денежных средств в банк под процент.

Модель личного страхования клиента должна отражать экономический жизненный цикл клиента на период страхования. Модель должна позволять учитывать бюджет пользователя услуг страхования, влияние на него непредвиденных ситуаций в условиях страхования и без него, а также вести расчёт суммы накоплений при использовании вложения денежных средств в банк под процент и при использовании программы накопительного страхования, а также при их комбинации. Кроме накопительного страхования перед создаваемой моделью ставится задача анализа финансовой защищенности клиента от несчастных случаев.

Расчёт базового бюджета клиента (без воздействия на человека «внешних факторов») ведется на основании совокупности его доходов и расходов. Доходы клиента включают в себя его доходы от трудовой, предпринимательской, инвестиционной и других видов деятельности, от продажи имущества, наследования, и пр. Расходы включают в себя все затраты человека на повседневные нужды, различные платежи за товары и услуги и т.п. В рамках данной модели все доходы и расходы условно делятся на разовые и периодические. Разовые совершаются один раз в течение рассматриваемого периода. Периодические доходы и расходы совершаются регулярно раз в год либо чаще. Они могут продолжаться в течение всего периода моделирования либо иметь срок действия (начало, окончание). Разность доходов и расходов человека за каждый период считается излишком (сальдо), который человек может использовать для накопления путём размещения в виде банковского вклада или личного страхования.

Идея моделирования, используемая в данной работе, заключается в последовательном переборе периодов договора (месяцев) и расчёте для каждого периода значений основных и дополнительных расходов и доходов, сальдо и наращенного итога (накопленной суммы).

В модели должны учитываться события, в результате которых наносится ущерб имущественным интересам человека. К таким событиям могут относиться частичная или полная потеря трудоспособности по причине травмы, инвалидности или заболевания, которые влекут за собой дополнительные (непредвиденные) затраты и выплаты (социальные пособия), а также прекращение всех или некоторых основных доходов или расходов. Дополнительные затраты и выплаты, так же как и основные, могут быть единовременными и периодическими. В результате данных событий изменяются и размеры накоплений. Особо следует отметить событие – смерть. В результате данного события доходы и расходы лица прекращаются.

Страхование отражается в модели в виде учёта страховых взносов и выплат.

Страховые взносы являются периодическим расходом застрахованного лица. Периодичность уплаты страховых взносов может быть различной (например: год, полгода, квартал, месяц). Размер страховых взносов рассчитывается на основе страховых тарифов исходя из суммы договора страхования. Для различных опций страхования устанавливается своя страховая сумма и страховой тариф.

Страховые выплаты отражаются в модели в виде разовых доходов клиента, происходящих после наступления страхового случая. Размер страховых выплат определяется страховой суммой и коэффициентом, определенным договором для наступления данного случая.

Для страхования на дожитие определяются:

- гарантированная сумма, минимально возможная при выплате в случае смерти застрахованного;
- гарантированная сумма в случае дожития застрахованным до окончания срока договора;
- размер периодического взноса.

Для страхования от наступления определенных ситуаций в жизни человека (в т.ч. несчастных случаев) определяется размер страховой суммы, периодического взноса и таблица коэффициентов, по которым производится расчёт выплачиваемой суммы в зависимости от характера страхового случая. В рамках данной модели исследуется наступление следующих случаев:

- смерть по любой причине;
- смерть в результате несчастного случая;
- получение инвалидности;
- получение травмы;
- критическое заболевание.

Появление дополнительных затрат и поступлений, связанных с использованием страхования, приводит к изменению неиспользованных остатков и отражается на накопленной сумме.

При моделировании должны учитываться различные условия и особенности страхования, такие как допустимый возраст застрахованного и сроки действия договора по различным видам страхования.

Сравнение накопления с использованием банковского вклада и страхования должно производиться в одинаковых условиях (т.е. при возникновении идентичных ситуаций в жизненном цикле клиента).

Построение описанной модели в рамках данной работы было решено произвести программным способом. В рамках программной реализации предполагается разработка следующих модулей:

- ввод личных данных клиента;
- ввод данных о бюджете клиента (основные расходы и доходы);
- ввод данных о страховых случаях и связанных с ними дополнительных расходах и доходах;
- ввод данных по страхованию (размеры страховых сумм, набор страховых опций);
- расчёт данных модели и визуальное представление результатов моделирования в виде графиков и таблиц.

Взаимодействие данных модулей схематично представлено на рисунке 1.

В качестве средства реализации программной модели была выбрана среда C++ Builder 6.0.

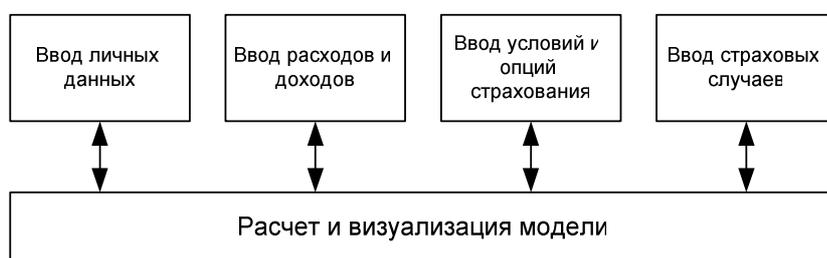


Рисунок 1 – Схема взаимодействия модулей

Основным модулем является «Расчет и визуализация модели». Данный модуль реализует следующие функции.

1) Моделирование бюджета клиента в течение расчетного периода в отсутствии страховых случаев и без страхования. Для данного расчета используется таблица расходов и доходов. Алгоритм предполагает циклический перебор месяцев расчетного периода и вычисление для каждого месяца и года размеров доходов, расходов, сальдо, а также наращенного итога. Результаты расчёт представляются пользователю в виде итоговых числовых показателей, таблиц и графиков. Блок-схема алгоритма представлена на рисунке 2.

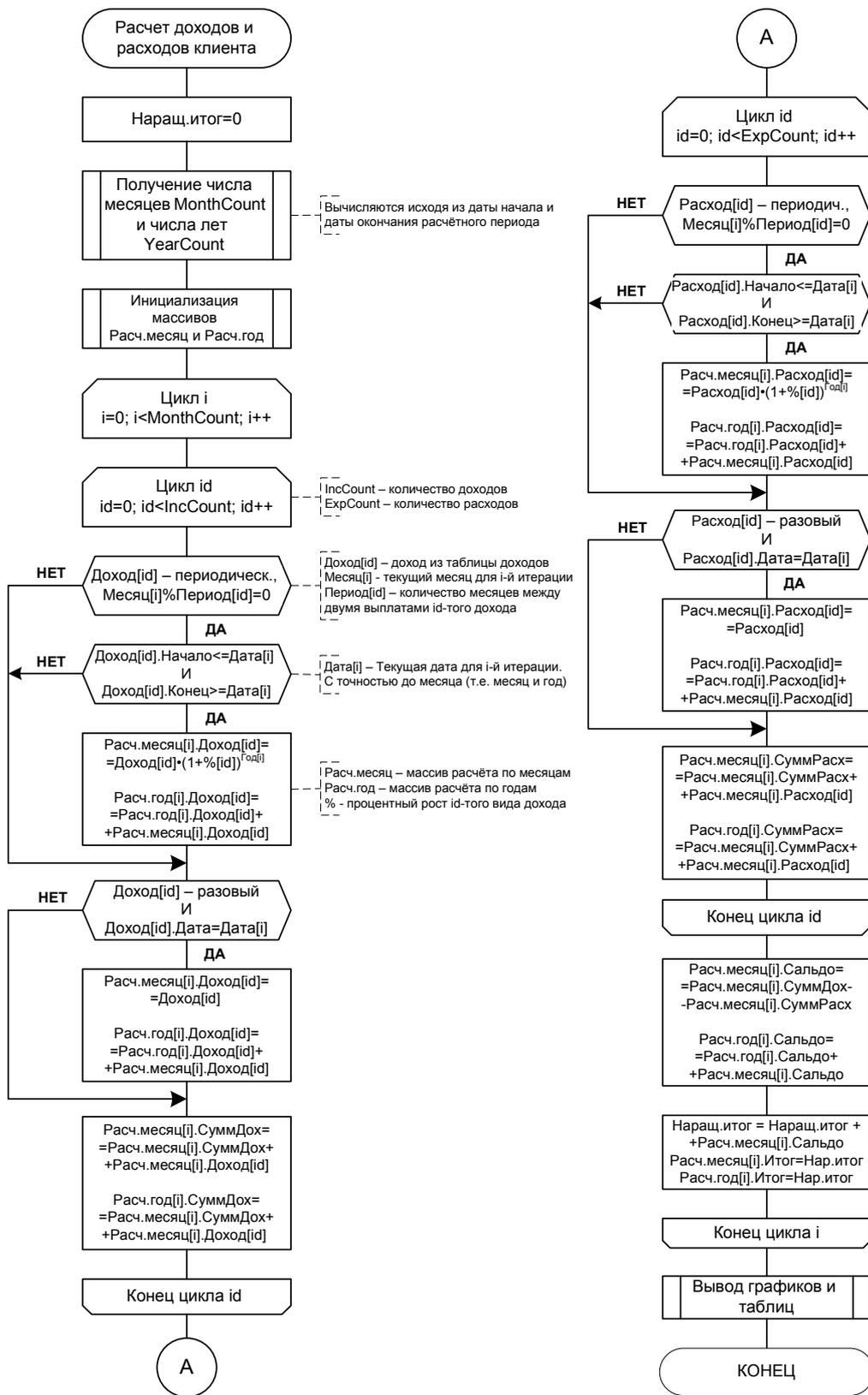


Рисунок 2 – Алгоритм моделирования основных доходов и расходов

2) Алгоритм моделирования вариантов накопления с учетом страховых случаев использует ту же методику, что и предыдущий, использует его результаты, а также

данные по опциям страхования и страховым случаям. Блок-схема алгоритма представлена на рисунке 3.

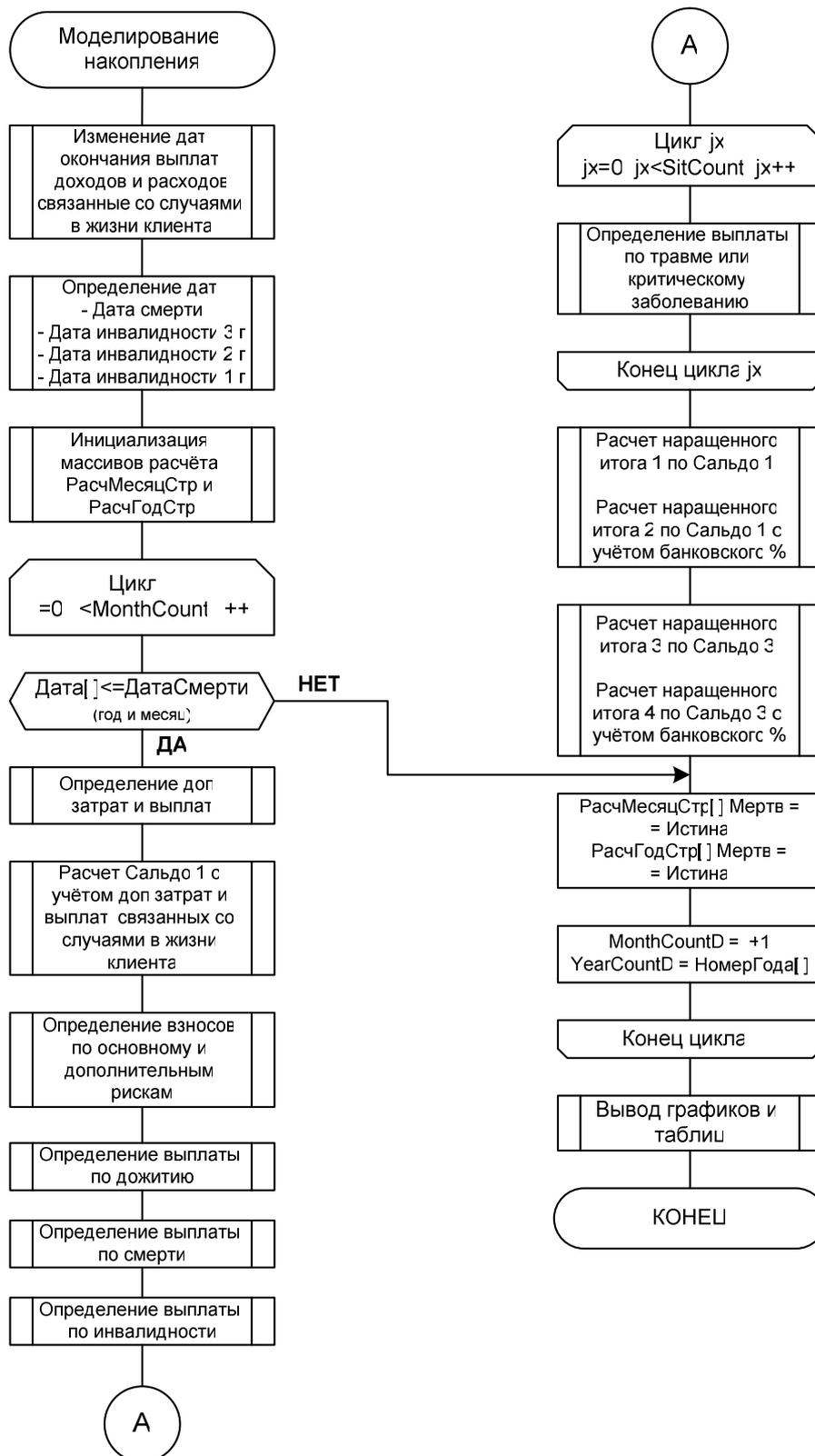


Рисунок 3 – Алгоритм моделирования вариантов накопления с учетом страховых случаев

Далее представлены формулы, используемые при реализации алгоритмов.

При расчете сальдо за месяц используется формула (1):

$$\Delta_k = \sum_{i=1}^n D_{ik} - \sum_{j=1}^m R_{jk}, \quad (1)$$

где Δ_k – сальдо за k -й месяц расчетного периода;

D_{ik} – i -й доход (из n) за k -й месяц, рассчитывается по (2);

R_{jk} – j -й расход (из m) за k -й месяц, рассчитывается аналогично (2).

Определение значения размера i -го периодического дохода (D_{ik}) для k -го года с учётом процентного наращивания:

$$D_{ik} = D_{i0} \cdot \left(1 + \frac{p_i}{100}\right)^{y-1}, \quad (2)$$

где D_{i0} – начальный (неиндексированный) i -й доход;

p_i – процент ежегодного роста i -го дохода;

y – номер года с момента начала договора.

Наращенный итог T находится по формуле (3):

$$T = \sum_{k=1}^l \Delta_k, \quad (3)$$

где l – количество месяцев в расчетном периоде.

Ежегодный взнос ($A_{осн}$) по страхованию на дожитие (4).

$$A_{осн} = S_{осн} \cdot \frac{\left(1 - \left(1 + \frac{r}{100}\right)\right)}{\left(1 - \left(1 + \frac{r}{100}\right)^l\right)}, \quad (4)$$

где $S_{осн}$ – страховая сумма по страхованию на дожитие;

r – процентная ставка страховой компании;

l – число лет расчётного периода (срока договора).

Периодический взнос ($P_{осн}$) по страхованию на дожитие (5).

$$P_{осн} = A_{осн} \cdot \frac{period}{12}, \quad (5)$$

где $period$ – число месяцев между двумя выплатами взносов.

Периодический взнос (P_i) по дополнительной опции (6).

$$P_i = S_i \cdot t_i \cdot \frac{period}{12}, \quad (6)$$

где S_i – страховая сумма по i -й дополнительной опции;

t_i – годовой страховой тариф по i -й дополнительной опции.

Размер страховой выплаты ($V_{k осн}$) в случае смерти по основному риску (7).

$$V_{k осн} = S_{осн} \cdot \frac{(1 - q^k) + (1 - q)(l - k - 1)}{1 - q^l}, \quad (7)$$

где $q = 1 + \frac{r}{100}$,

k – номер года,

l – количество лет в расчётном периоде (сроке договора).

Размер выплаты ($V_{i\ don}$) по i -й дополнительной опции (8).

$$V_{i\ don} = S_i \cdot z_{ij}, \quad (8)$$

где z_{ij} – выплачиваемый процент страховой суммы i -й дополнительной опции по j -му страховому случаю.

На основании всех исходных данных производится расчет, результаты которого отображаются в виде графиков, таблиц, конечных сумм. Пример формы с результатами представлен на рисунке 4.

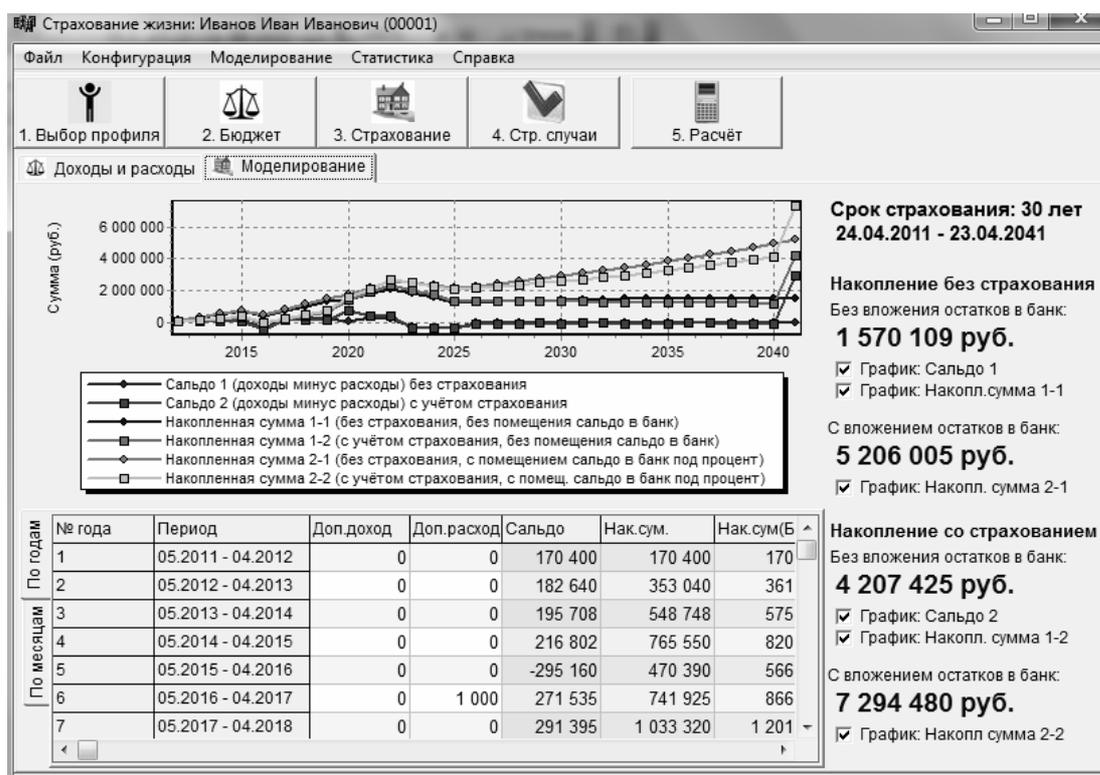


Рисунок 4 – Форма программы с результатами моделирования

В результате пользователю предлагается сравнить по графикам и таблице различные способы накопления средств:

- без вложения средств в банк и в страхование;
- с вложением средств в банк, без страхования;
- накопительное страхование жизни, без вложения остатков средств в банк;
- сочетание накопительного страхования и вложения остатков в банк.

Разработанное программное средство является широко настраиваемым инструментом исследования вопросов накопления денежных средств названными способами.

Анализируя результаты моделирования при различных исходных данных, пользователь может выбрать наиболее эффективный способ распоряжения своими

свободными средствами, определить оптимальный набор опций страхования и размеры страховых сумм.

Для удобства клиента модель дополнена статистическими данными, оформленными в виде графиков и диаграмм. Это позволит пользователю оперативно получить информацию о возможных рисках, вероятности наступления некоторых несчастных случаев, о динамике, тенденциях и прогнозах развития этих показателей.

Разработанная программа позволяет вводить, хранить исходные данные по доходам и расходам пользователя, опциям страхования, различным ситуациям в жизни клиента и обрабатывать эти данные, прогнозируя результат накопления денежных средств различными способами.

Литература:

1. Шапкин А.С. Экономические и финансовые риски. Оценка, управление, портфель инвестиций: Монография. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К^о», 2003. – 544 с.: ил.
2. Архангельский А.Я. Программирование в С++ Builder 6.0. – М.: «Бином Москва», 2003. – 1152 с.