

# ОПТИМАЛЬНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ В МОДЕЛЯХ ЭКОНОМИКИ\*

Оленев Н.Н.

ВЦ РАН, Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, д. 40, nolenev@mail.ru

Значительная часть параметров в математических моделях экономики может быть оценена только косвенным образом при верификации результатов расчетов по статистическим данным [1-4]. Задача косвенной идентификации параметров может быть сформулирована, как задача оптимального управления. В этом случае уравнения модели выступают в качестве математического описания управляемой системы. Состоянием управляемой системы в каждый момент времени являются значения макропоказателей изучаемой экономической системы. В качестве управляющих воздействий на динамику управляемой системы здесь выступают искомые параметры модели. Уравнения модели рассматриваются на промежутке времени, на котором заданы статистические макропоказатели изучаемой экономической системы. Шаг расчета обычно не превышает шага, с которым представлены статистические данные.

Статистические данные представлены в виде временных рядов макропоказателей изучаемой экономической системы на заданном интервале времени с фиксированным шагом. Соответствующие статистическим временные ряды макропоказателей экономики, рассчитанные по модели при заданных значениях управлений – параметров, заданы на том же интервале и с тем же шагом. Для сравнения близости статистического временного ряда и рассчитанного по модели временного ряда для какого-либо макропоказателя экономики можно использовать индекс несовпадения Тейла. Критерий Тейла - экономический аналог минимизации среднеквадратического отклонения, учитывающий возможность экспоненциального роста экономического показателя. Чем ближе статистический и расчетный временные ряды макропоказателя, тем ближе этот критерий к нулю.

Если  $X_m(t)$  - рассчитанный по модели временной ряд для макропоказателя  $X(t)$  на интервале  $t \in [t_1, t_2, \dots, t_n]$  с шагом  $\Delta$ , так что  $t_{k+1} = t_k + \Delta$ , а  $X_s(t)$  - статистический временной ряд для этого же макропоказателя, то индекс Тейла будет равен

$$T_X = \sqrt{\frac{\sum_{t=t_1}^{t_n} (X_m^2(t) - X_s^2(t))}{\sum_{t=t_1}^{t_n} (X_m^2(t) + X_s^2(t))}}.$$

При верификации модели нужно сравнивать близость расчетных и статистических временных рядов для всех макропоказателей с известной статистикой. Поэтому надо рассмотреть некую сверку индивидуальных критериев близости. Можно, например, в качестве свертки рассмотреть степенную функцию от индивидуальных индексов Тейла для всех сравниваемых со статистикой макропоказателей модели.

$$S = \prod_{X=1}^M (1 - T_X)^{\alpha_X}.$$

---

\* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты №№ 12-01-00916-а, 11-07-97017-р\_поволжье\_а), ПФИ Президиума РАН № 14, ПФИ ОМН РАН № 3.

Здесь  $M$  - число сравниваемых со статистикой показателей,  $\alpha_X > 0$  - степень, в которую возводится индивидуальный критерий для показателя  $X$ . Можно, например, считать, что  $\alpha_1 + \dots + \alpha_M = 1$  (свертка – однородная функция от индивидуальных критериев), и даже  $\alpha_X = 1/M$ . В последнем случае мы имеем среднегеометрическую величину от всех индивидуальных критериев. Такая свертка использовалась, в частности, при идентификации моделей [1-4]. Чем больше свертка  $S$ , чем ближе она к единице, тем ближе к их статистическим аналогам все сравниваемые со статистикой макропоказатели модели в смысле критерия  $S \rightarrow \max$ .

Итак, задача оптимальной идентификации записывается так

$$S(u_1, \dots, u_N) \rightarrow \max_{u_i \in U_i \forall i=1, \dots, N}$$

при условии выполнения модели

Здесь  $N$  - число искомых параметров, причем каждый искомый  $i$ -й параметр модели  $u_i$  задан на интервале  $U_i = [u_i^-, u_i^+]$ .

Численное решение задачи оптимальной идентификации затруднено даже при использовании параллельных вычислений на суперкомпьютерах, если число параметров велико (в настоящее время для моделей [2-4] проклятие размерности начинает действовать при числе параметров превышающих 15). Поэтому используются разнообразные методы, сокращающие число независимых искомых параметров. Например, можно связь параметров на характерных частных режимах (режим равновесия, режим сбалансированного роста и т.д.) распространять на все время изменения управляемой системы [4]. Тогда число параметров сократится, однако, число ограничений, которые надо учитывать при решении задачи увеличивается.

В моделях со структурными изменениями в экономике, некоторые параметры модели могут скачкообразно изменять свои значения на разных периодах времени. В этом случае задача оптимальной идентификации может быть декомпозирована по времени на ряд задач с заданными интервалами на каждом периоде.

## Литература.

1. Оленев Н.Н., Печенкин Р.В., Чернецов А.М. Параллельное программирование в Matlab и его приложения. М.: ВЦ РАН. 2007. 120 с.
2. Оленев Н.Н., Стародубцева В.С. Исследование влияния теневого оборота на социально-экономическое положение в Республике Алтай // Региональная экономика: теория и практика. N 11(68) - 2008 апрель. С.32-37.
3. Оленев Н.Н., Фетинина А.И. Моделирование экономики Кировской области с применением технологий параллельного программирования// Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. Январь-февраль 2010. N 1(65). С.108-113.
4. Гергель В.П., Горбачев В.А., Оленев Н.Н., Рябов В.В., Сидоров С.В. Параллельные методы глобальной оптимизации в идентификации динамической балансовой нормативной модели региональной экономики// Вестник ЮУрГУ, №25 (242), 2011. С.4-15. (Сер. "Математическое моделирование и программирование", вып.9.).