

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В ИДЕНТИФИКАЦИИ
ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭКОНОМИКИ ВЯТСКОГО РЕГИОНА*

© 2009 г. Н.Н. Оленёв¹, А.И. Фетинина²

¹ Учреждение Российской академии наук Вычислительный центр им. А.А. Дородницына
РАН (ВЦ РАН), г. Москва

² Вятский государственный университет, г. Киров

olenev@ccas.ru

Поступила в редакцию

Динамические модели региональной экономики содержат большое число параметров, которые трудно определить напрямую из данных статистики. Для определения таких параметров удобно использовать параллельные вычисления при верификации модели по статистическим временным рядам макропоказателей экономики. Параметры оцениваем на основе максимизации свертки критериев близости расчетных и статистических данных. Параллельная программа идентификации модели написана на языке C++ с использованием интерфейса передачи сообщений MPI и реализована на кластерном суперкомпьютере Вятского государственного университета. Идентификация параметров модели по данным Вятского региона позволяет использовать ее в аналитических расчетах. Дана оценка эффективного капитала, реально используемого в процессе областного воспроизводства. Рассчитаны два возможных сценария развития экономики Вятского региона: мобилизационный и инновационный.

Ключевые слова: динамическая модель региональной экономики, идентификация, верификация, параллельные вычисления

1. ВВЕДЕНИЕ

Высокопроизводительные вычисления на кластерных системах позволяют идентифицировать и использовать в реальной практике аналитических расчетов сложные математические модели региональной экономики с большим числом параметров и, следовательно, более адекватно оценивать реальное состояние экономики региона.

В настоящей работе рассмотрена односекторная динамическая модель региональной экономики, являющаяся адаптацией к региону динамической модели экономики страны, предложенной в [1-2]. С помощью рассмотренной модели показаны основные проблемы, которые возникают при ее идентификации, и пути решения этих проблем на основе высокопроизводительных вычислений. Основная проблема региональных моделей экономики со-

* Статья рекомендована к печати программным комитетом международной научной конференции "Параллельные вычислительные технологии 2009" (<http://agora.guru.ru/pavt>). Выполнена при поддержке РФФИ (проекты №№ 08-01-00377, 07-01-00563), гранта Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (проект № НШ-2982. 2008.1), ПФИ Президиума РАН П-2, ПФИ ОМН РАН № 2.

стоит в том, что ее параметры трудно определить на основе экономической статистики, имеющейся в распоряжении исследователей. Поэтому многие параметры модели приходится определять в процессе верификации модели при сравнении результатов модельных расчетов макропоказателей экономики региона с их статистическими временными рядами.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Уточним здесь описание динамической модели экономики Кировской области, впервые рассмотренной в [3]. Будем измерять валовой региональный продукт (ВРП) Кировской области в постоянных ценах 2000 г. Считаем, что ВРП Кировской области $Y(t)$ определяется однородной производственной функцией с постоянной эластичностью замещения.

$$Y(t) = Y_0 \left[a(L/L_0)^{-b} + (1-a)(K/K_0)^{-b} \right]^{-1/b}, \quad (1)$$

где $Y_0, L_0, K_0, a \in (0,1), b$ - параметры. Параметры производственной функции обычно определяют изолированно от других параметров модели по данным экономической статистики для временных рядов тех переменных, которые непосредственно входят в производственную функцию. Но на исследуемом промежутке времени 2000-2007 гг. статистические значения капитала имеют отдаленную связь с капиталом, фактически используемым в общественном воспроизводстве, как в экономике страны [1-2], так и в экономике Кировской области. Так, учитываемый статистикой объем областного выпуска не имел постоянной тенденции, незначительно варьируясь как в сторону снижения, так и в сторону увеличения, число занятых в экономике снижалось, а статистически оцениваемый объем капитала практически не менялся. На выпуск же оказывает влияние только капитал, вовлеченный в процесс воспроизводства, имеющий объективную стоимость, некий "эффективный" капитал, который выражен в постоянных ценах 2000 г. и величину которого в Кировской области мы и попытаемся здесь оценить.

Труд, измеряемый в рассматриваемой модели среднегодовым числом занятых в народном хозяйстве области, меняется с постоянным темпом γ (при $\gamma < 0$ падает).

$$dL/dt = \gamma L(t), \quad L(0) = L_0. \quad (2)$$

Капитал (эффективная стоимость производственных фондов)

$$dK/dt = J(t) - \mu K(t), \quad K(0) = K_0, \quad (3)$$

где $\mu > 0$ - темп выбытия (амортизации) капитала. Пусть в каждый момент времени t выполняется продуктовый баланс

$$Y(t) + s(t)I(t) = Q(t) + p(t)J(t) + s(t)E(t), \quad (4)$$

где объемные величины: $Y(t)$ - валовой региональный продукт (ВРП, выпуск), $J(t)$ - объем инвестиций, $E(t)$ - объем ввозимой продукции, $I(t)$ - объем вывозимой продукции, $Q(t)$ - объем потребления домашних хозяйств, государственных и общественных организаций в ценах выпуска, - заданы в постоянных ценах 2000 г.; а индексы цен: $s(t)$ - относительный индекс цен на импорт, $p(t)$ - относительный индекс цен на инвестиции, а $r(t)$ - относительный индекс цен на экспорт, - заданы в относительных величинах, $s(2000) = p(2000) = r(2000) = 1$.

3. ОПИСАНИЕ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ И ПРЯМЫХ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ

На основе статистических данных Кировской области 2000-2007 гг. (табл. 1-2) найдем параметры, по которым в этот период определялись объемы инвестиций $J(t)$, ввоза $E(t)$ и вывоза $I(t)$ в постоянных ценах 2000 г. из известного объема выпуска (ВРП) $Y(t)$. В качестве таких параметров возьмем отношения δ , $\rho(t)$ и $\sigma(t)$ вывозимой из области продукции, ввозимой в область продукции и инвестиций к выпуску в текущих ценах.

$$r(t)E(t) = \delta Y(t), \quad s(t)I(t) = \rho(t)Y(t), \quad p(t)J(t) = \sigma(t)Y(t). \quad (5)$$

Здесь согласно статистическим данным отношения $\rho(t)$, $\sigma(t)$ инвестиций и импорта к объему выпуска Кировской области возрастали практически линейно по времени.

Для идентификации модели надо задать изменение внешних интенсивных параметров модели - трех относительных цен $r(t)$, $s(t)$, $p(t)$ - определить два возрастающих параметра $\rho(t)$, $\sigma(t)$, пять постоянных параметров $a, b, \gamma, \mu, \delta$ и три начальных значения Y_0, K_0, L_0 таким образом, чтобы расчетные временные ряды макропоказателей (переменных модели) были близки к статистическим временным рядам соответствующих макропоказателей экономики Кировской области.

Из (5) согласно табл.1-2 для периода с 2000 по 2007 год определим долю δ экспорта в ВРП

$$\delta = 0.8313 \pm 0.0419, \quad (6)$$

где первая цифра - среднее значение, вторая - стандартное отклонение; отношение $\rho(t)$ объема ввозимой продукции к ВРП аппроксимируем линией тренда

$$\rho(t) = 0.6802 + 0.0597(t - 2000); \quad (7)$$

а отношение $\sigma(t)$ объема инвестиций в основной капитал к ВРП определим как

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0.11146 \pm 0.00079, & t \leq 2003; \\ 0.0707 + 0.0482(t - 2003), & t > 2003. \end{cases} \quad (8)$$

В первом приближении при построении прогнозов можно задать параметры модели $\sigma(t), \delta, \rho(t)$ их средними значениями и указанными линиями трендов. Нужно только учиты-

вать, что в соответствии с балансом (4) и обозначениями (5) для положительности потребления необходимо выполнение условия $1 - \delta - \rho(t) - \sigma(t) > 0$.

Таблица 1. Статистические временные ряды макропоказателей Кировской области

год	L	r	s	p	Y
2000	734.3	1.000000	1.000000	1.000000	38111.60
2001	708.8	0.950086	1.009466	1.024096	37933.13
2002	707.0	0.834355	0.946323	0.924637	35396.75
2003	701.7	0.918819	0.943824	0.888009	36035.91
2004	712.4	0.923647	0.922336	0.846020	38603.85
2005	714.6	0.925293	0.914937	0.833955	38951.41
2006	706.1	0.942293	0.877315	0.827389	41042.40
2007	735.0	0.948725	0.844378	0.837978	41938.93

Таблица 2. Статистические временные ряды макропоказателей Кировской области

год	I	J	E	Q
2000	27315.98	4275.000	34051.28	27101.30
2001	28439.96	4096.975	33891.82	30246.47
2002	28948.55	4272.232	31625.67	32454.12
2003	31909.04	5288.774	32196.73	31872.96
2004	36100.84	7171.087	34491.09	33976.49
2005	42202.07	9970.774	34596.16	37236.89
2006	49184.12	12444.310	36886.32	39138.36
2007	55932.20	16234.440	37470.85	40013.23

Источник данных - Федеральная служба государственной статистики РФ (www.gks.ru) и собственные расчеты. Составляющие ВРП Кировской области приведены в постоянных ценах 2000 г. в млн. руб., труд выражен в тыс. чел. Оценка статистических индексов относительных цен получена следующим образом: в качестве индекса цен на инвестиции взят индекс цен производителей в строительстве, в качестве индекса цен на вывозимую продукцию взят индекс цен производителей промышленной продукции, в качестве индекса цен на импорт взят индекс потребительских цен РФ. Эти оценки применяются для нахождения по ним идентифицируемых нами значений. Значения величины $Q(t)$ определены по балансу (4).

По данным табл. 1 найдены линии тренда для числа занятых в экономике области $L(t)$, а также для индексов относительных цен на экспорт, импорт и инвестиции $r(t)$, $s(t)$, $p(t)$ (как среднеквадратическое отклонение расчетных и статистических значений).

$$L(t) = 743.3 \cdot (1.0197 - 0.0197 (t - 1999)^2 \exp(-0.5362 (t - 2000))), \quad (9)$$

$$r(t) = 1.0488 - 0.0488 (t - 1999)^2 \exp(-0.5259 (t - 2000)), \quad (10)$$

$$s(t) = 1.0047 - 0.0047 (t - 1999)^2 \exp(-0.0960 (t - 2000)), \quad (11)$$

$$p(t) = 0.8277 + 0.1723 (t - 1999)^2 \exp(-1.3197 (t - 2000)). \quad (12)$$

В (6)-(9) соблюдаются условия нормировки: $L(t) / 743.3 = r(t) = s(t) = p(t) = 1$ при $t = 2000$.

4. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛИ

Для идентификации модели (нахождения значений параметров) нужно сравнить выходные временные ряды переменных модели с доступными статистическими временными рядами 2000 – 2007 гг. Временные ряды считаются похожими, если они близки как функции времени (другими словами, между значениями временных рядов существует сильная, возможно нелинейная, связь). Поскольку длины статистических временных рядов здесь составляют восемь значений, будем использовать индекс несовпадения Тейла $E(X, Y)$ и коэффициент корреляции Пирсона $D(X, Y)$, который является мерой силы и направленности линейной связи между сравниваемыми временными рядами X, Y , и чем он ближе к +1, тем более схоже поведение этих рядов. При этом следует учитывать, что инфляционная составляющая может преувеличивать линейную связь рядов, поэтому при использовании коэффициента корреляции нужно сравнивать показатели в реальных величинах.

Индекс Тейла $E(X, Y)$ измеряет несовпадение временных рядов X_t и Y_t и чем ближе он к нулю, тем ближе сравниваемые ряды. Для удобства проведения расчетов, вместо индекса Тейла будем использовать коэффициент близости $U(X, Y) = 1 - E(X, Y)$. Чем выше он (чем ближе он к единице), тем более близки ряды.

$$U(X, Y) = 1 - \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (X_t - Y_t)^2}{\sum_{t=1}^n X_t^2 + \sum_{t=1}^n Y_t^2}}.$$

При сравнении экономических временных рядов используется индекс Тейла, а не среднеквадратическое отклонение. Это связано, например, с тем, что экономические показатели экспоненциально растут на режиме сбалансированного роста, и в экономике этот режим считается вполне нормальным, хорошим.

Для однозначности выбора оптимального варианта можно использовать ту или иную свертку коэффициентов близости $U(X, Y)$ и корреляции $D(X, Y)$, например, если подгонка рас-

четных и статистических данных для всех макропоказателей имеет примерно равную важность, можно максимизировать среднегеометрическую величину всех коэффициентов.

В формальной записи требуется найти максимум функционала

$$F(\vec{a}) \rightarrow \max_{\vec{a} \in A},$$

где множество параметров задано на параллелепипеде

$$A = \{\vec{a} \in R^N : a_i^- \leq a_i \leq a_i^+, 1 \leq i \leq N\},$$

а функционал представляет собой среднегеометрическое всех критериев близости и корреляции

$$F(\vec{a}) = \sqrt[2m]{\prod_{j=1}^m D_j(\vec{a}) U_j(\vec{a})}. \quad (13)$$

Здесь m – число макропоказателей; j – номер макропоказателя, $j = 1, \dots, m$.

При этом следует оставлять для дальнейшего перебора только те варианты значений параметров, при которых коэффициенты близости и корреляции выше некоторых заданных положительных величин, например, $D_j > 0.5$, $U_j > 0.5$ ($j = 1, \dots, m$).

Для упрощения работы с моделью перейдем в выражениях для труда L_t , капитала K_t и выпуска Y_t к относительным величинам: l_t, k_t, y_t , соответственно.

$$l_t = L_t/L_0, \quad k_t = K_t/K_0, \quad y_t = Y_t/Y_0. \quad (14)$$

Начальные значения всех этих величин равны единице: $l_0 = k_0 = y_0 = 1$. Поскольку временной ряд для эффективного капитала, вовлеченного в процесс воспроизводства, мы считаем неизвестным, за счет его изменения мы можем добиться нужного роста выпуска, и поэтому для описания роста ВВП достаточно рассмотреть однородную производственную функцию. Тогда (1) и (14) дают

$$y_t = [a l_t^{-b} + (1-a) k_t^{-b}]^{-1/b}. \quad (15)$$

$$k_{t+1} = (1-\mu)k_t + \alpha \sigma_t y_t / p_t, \quad k_0 = 1, \quad (16)$$

где введено обозначение

$$\alpha = Y_0/K_0. \quad (17)$$

Основная задача данной работы – найти временной ряд для капитала, который наилучшим образом способствует близости временных рядов для макропоказателей, рассчитанных по модели, с их статистическими аналогами, представленными в табл. 1, поэтому численную реализацию идентификации (нахождения внешних параметров) модели мы начнем с варианта с наименьшим числом параметров. Фиксируем начальные значения для труда и вы-

пуска, $L_0 = 734.3$, $Y_0 = 30000$, величины δ , ρ_t , σ_t задаем средними значениями из соотношений (6)-(8), труд - выражением (9), относительные цены - (10)-(12). При каждом заданном наборе параметров a, b, μ, α с помощью выражений (14) и (17) найдем искомые временные ряды макропоказателей Y_t, I_t, Q_t, J_t, E_t . Для сравнения близости расчетных временных рядов указанных макропоказателей с их статистическими аналогами вычисляются критерии корреляции и близости (для выпуска, потребления, инвестиций, импорта и экспорта Y_t, I_t, Q_t, J_t, E_t) за период 2000-2007 гг. вычисляется свертка критериев (13).

Возможный интервал изменения оцениваемых параметров: $a \in (0,1)$, $b \in (-1,2)$, $\mu \in (-0.2,0.2)$, $\alpha \in (0,3)$. Для поиска параметров с помощью параллельных вычислений надо взять сетку по каждому из интервалов, устроить перебор всех возможных сочетаний, распараллелить этот перебор на доступное число процессоров. На каждом из процессоров отбросить варианты, в которых коэффициенты корреляции и близости меньше 0.5. Среди оставшихся вариантов выбрать вариант с наибольшим совокупным критерием $F(\bar{a})$, отправить его номер процессору-мастеру, вычислить самый большой критерий среди полученных от процессоров-рабочих и для него рассчитать все временные ряды, нарисовать графики, сравнивающие расчет со статистикой.

Программа создана на основе программной реализации в системе MATLAB динамической модели страны [1] и реализована на языке C для ускорения расчетов по идентификации модели за счет высокоскоростных вычислений в системе LAM-MPI, установленной на кластерном суперкомпьютере Вятского государственного университета HP HPC Enigma X000 «Татьяна». Для исполнения процедуры параллельного перебора параметров при выборе наилучшего приближения используется интерфейс передачи сообщений MPI [4]. Время расчета на 24 ядрах кластера составило приблизительно 3 минуты, интервалы сетки изменяемых параметров составляли 0.01. На каждом процессе вычислялись векторы валового выпуска и индексы близости. Вариант с лучшим значением коэффициента близости отправлялся главному процессу, который выбирает лучший из лучших вариантов. Результаты — лучший коэффициент близости, параметры модели и время счета — выводятся главным процессором. Параметры выбирались за счет сравнения расчетных и статистических временных рядов макропоказателей экономики Кировской области.

Результаты идентификации представлены графически на рис.1-3. Численные результаты идентификации: $a = 0.948$, $b = -0.952$, $\mu = -0.175$, $\alpha = 0.12$. Тогда $K_0 = Y_0/\alpha = 317597$ млн. руб. 2000 г. Отрицательное значение параметра μ означает, что эффективный капитал прирастает намного быстрее, чем это обеспечивают инвестиции. Значит, в производство во-

влекается старый капитал советского времени. Но объем его не безграничен. Можно оценить время его исчерпания. Допустим, что максимальный объем старого капитала, который может быть вовлечен без инвестиций в четыре раза превышает объем эффективного капитала в 2000 г. Тогда время T исчерпания старого капитала можно оценить следующим образом.

$$T = \frac{1}{|\mu|} \ln \left(\frac{K_T}{K_0} \right) = \frac{\ln 4}{0.175} \approx 8 \text{ лет.}$$

В конце 2008 г. исчерпается объем вовлекаемого старого капитала.

В базовом варианте прогноза считаем, что все параметры принимают значения, определенные при идентификации. Относительные индексы цен меняются в силу оценок (7)-(9). Предполагаем, что труд после 2007 г. прирастать не будет (так как, в силу демографических проблем, скорее всего, он не будет расти), $\gamma = 0$ после 2007 г. Считаем, что вовлечение старых мощностей завершится в 2008 г. Рассчитаем значение показателей до 2020 года.

В результате расчета получим оценку динамики капитала и выпуска для базового пессимистического сценария расчета (рис.4-6).

Был рассмотрен и оптимистический вариант, который учитывает происходящие в последнее время изменения в экономической политике.

Предположим, что эти изменения начались в 2000 г. и рост экономики идет за счет научно-технического прогресса (НТП), имитации лучших зарубежных образцов, осуществления собственных инноваций. Таким образом, предполагаем существование возрастающей отдачи на используемые производственные факторы. Формально это выражается тем, что производственная функция будет однородной степени $c > 1$.

$$Y(t) = Y_0 \left[a(L/L_0)^{-b} + (1-a)(K/K_0)^{-b} \right]^{-c/b}, \quad (18)$$

Введение нового параметра приводит к тому, что темп амортизации капитала надо определять из каких-то внешних соображений. Определим темп амортизации из условия, что объем инвестиций в 2000 г. был равен объему амортизации капитала: $\mu = \alpha \sigma_0 = J_0/K_0$.

Считаем, что, несмотря на демографические проблемы, численность людей занятых в экономике в пересчете на простой труд продолжает расти за счет повышения в экономике, основанной на НТП, уровня используемого в производстве человеческого капитала. По-прежнему считаем, что индексы относительных цен меняются по заданным функциям (таким же, как и в базовом сценарии).

Результаты идентификации параметров в оптимистическом варианте: $a = 0.7094$, $b = 0.0438$, $\mu = 0.2$, $\alpha = 1.9919$, $\gamma = 3$, $K_0 = 15061$ млн.руб. Оценка начального значения капитала получается приблизительно такой же, как в базовом варианте.

В инновационном сценарии все показатели растут экспоненциально.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены первые обнадеживающие результаты, позволяющие использовать программу в дальнейших расчетах. Получена оценка эффективного капитала, реально используемого в процессе областного воспроизводства. Рассчитаны два возможных сценария развития экономики Кировской области: базовый и инновационный. Предложенная модель не позволяет дать конкретный прогноз развития экономики, но позволяет сделать предположение о благоприятном развитии региона. Кроме того, использование достижений научно-технического прогресса приведет к ощутимым результатам.

БЛАГОДАРНОСТИ

Статья рекомендована к печати программным комитетом международной научной конференции "Параллельные вычислительные технологии 2009" (<http://agora.guru.ru/pavt>).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты №№ 08-01-00377, 07-01-00563), гранта Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (проект № НШ-2982. 2008.1), ПФИ Президиума РАН П-2, ПФИ ОМН РАН № 2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Оленев Н.Н. Параллельные вычисления в MATLAB при моделировании экономики // Сб. тр. II Всероссийской научн. конф. с молод. научн. шк. «Математическое моделирование развивающейся экономики», посв. 90-летию со дня рожд. акад. Н.Н. Моисеева (ЭКОМОД-2007). Киров: ВятГУ, 2007. С.159-173.
2. Оленев Н.Н., Печенкин Р.В., Чернецов А.М. Параллельное программирование в MATLAB и его приложения. М.: ВЦ РАН. 2007. 120 с.
3. Оленев Н.Н., Фетинина А.И. Идентификация простейшей динамической модели экономики Кировской области // Сб.тр. III Всерос. научн. конф. "Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и биотехнологий". ЭКОМОД-2008. Киров: ВятГУ, 2008. (в печати)
4. Оленев Н.Н. Основы параллельного программирования в системе MPI. М.: ВЦ РАН. 2005. 80 с.
5. Оленев Н.Н. Параллельные вычисления в идентификации динамических моделей экономики // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2008): Тр. межд. науч. конф. (Санкт-Петербург) – Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 2008. –С.207-214.

Рис.1. Результаты идентификации капитала $K(t)$ и сравнение статистического и расчетного временных рядов для выпуска $Y(t)$

Рис.2. Сравнение статистических и расчетных временных рядов для вывозимой из области продукции $E(t)$ и для ввозимой в область продукции $I(t)$

Рис.3. Сравнение статистических и расчетных временных рядов для инвестиций в основной капитал $J(t)$ и для потребления всех экономических агентов области $Q(t)$

Рис.4. Прогноз выпуска $Y(t)$ по пессимистическому сценарию

Рис.5. Прогноз капитала $K(t)$ по пессимистическому сценарию

Рис.6. Прогноз объема вывозимой продукции $E(t)$ по пессимистическому сценарию