

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИКИ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕХНОЛОГИЙ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Н.Н. Оленёв¹, А.И. Фетинина²

¹ Учреждение Российской академии наук Вычислительный центр им.

А.А. Дородницына РАН (ВЦ РАН), г. Москва

² Вятский государственный университет, г. Киров

Моделирование сложных экономических систем представляет собой создание динамических моделей, содержащих большое количество параметров. Для идентификации таких моделей удобно использовать параллельные вычисления путем сканирования сетки интервалов искомых параметров. Верификация модели происходит по статистическим временным рядам макропоказателей экономики. Адекватность модели оценивается на основе максимизации свертки критериев близости расчетных и статистических данных. Параллельная программа идентификации модели написана на языке C++ с использованием интерфейса передачи сообщений MPI и реализована на кластерном суперкомпьютере Вятского государственного университета. По идентифицированной модели посчитаны несколько сценариев развития экономики Кировской области, позволяющие сделать оценку сложившейся в экономике региона ситуации.

Ключевые слова: динамическая модель, развивающаяся экономика, идентификация, параллельные вычисления, эффективный капитал, валовой региональный продукт, прогноз, сценарий.

Введение

Динамическое моделирование развивающейся экономики – довольно сложный и трудоемкий процесс. Чем более сложную модель мы используем для описания реального состояния экономики, тем большим оказывается количество используемых в ней параметров. И тем сложнее идентифицировать такую модель. Будем применять появившийся в наше время способ идентификация параметров модели с помощью параллельных вычислений на высокопроизводительных кластерных системах.

Параллельное программирование позволяет использовать для вычислений не один процессор, как это было совсем недавно, а огромное число доступных процессоров, с тем, чтобы ускорить процесс вычисления. Таким образом, использование высокопроизводительных вычислений и систем позволяет рассматривать более сложные математические модели экономики с большим числом параметров и, следовательно, более адекватно оценивать реальное состояние экономики.

Перебор параметров по сетке с заданным шагом дает возможность найти набор параметров, дающий наилучшее приближение рассчитанных с помощью модели временных рядов показателей экономики к их статистическим аналогам. Для этого разрабатываются специальные критерии близости и похожести для статистических и рассчитанных по модели временных рядов макропоказателей изучаемой экономической системы страны или региона. Возможно использование свертки критериев, а также решение многокритериальных задач оптимизации. С развитием высокопроизводительных систем эта задача может быть значительно упрощена и сведена к минимуму затрат. Благодаря этому создание математических моделей в наши дни осуществляется, в основном, с использованием различных компьютерных технологий [1,2].

Модель экономики России рассмотрена в [3]. На ее основе рассмотрена подобная модель, модернизированная для региональной экономики. Существенное различие модели экономики области от модели экономики страны состоит в большей открытости областной экономики, так что для использования модели [3] на региональном уровне ввоз продукции из других российских регионов надо добавлять к импорту, а вывоз продукции в регионы нужно добавлять к экспорту.

Программа была переписана со встроенного языка в системе MATLAB на язык C (Си), с тем чтобы ускорить выполнение работы по идентификации модели за счет высокоскоростных вычислений в системе LAM-MPI, установленной на кластерном суперкомпьютере Вятского государственного университета ИР НРС Enigma X000 «Гатьяна». Для исполнения процедуры параллельного перебора параметров при выборе наилучшего приближения используется интерфейс передачи сообщений MPI (*Message – Passing Interface*), как наиболее распространенной технологии, применяемой для программирования многопроцессорных систем с распределенной памятью. MPI использует систему передачи сообщений для взаимодействия параллельных процессов. В настоящее время MPI входит в стандартный комплект программного обеспечения практически любого многопроцессорного вычислительного комплекса [4].

Постановка задачи

Будем измерять валовой региональный продукт (ВРП) Кировской области в постоянных ценах 2000 г. Считаем, что ВРП Кировской области $Y(t)$ определяется однородной производственной функцией с постоянной эластичностью замещения.

$$Y(t) = Y_0 \left[(L/L_0)^{-b} + (1-a)(K/K_0)^{-b} \right]^{1/b}, \quad (1)$$

где $Y_0, L_0, K_0, a \in (0,1), b$ - параметры. Параметры производственной функции обычно определяют изолированно от других параметров модели по данным экономической статистики для временных рядов тех переменных, которые непосредственно входят в производственную функцию. Но на исследуемом промежутке времени 2000-2007 гг. статистические значения капитала имеют отдаленную связь с капиталом, фактически используемым в общественном воспроизводстве, как в экономике страны [3], так и в экономике Кировской области. Так, учитываемый статистикой объем областного выпуска не имел постоянной тенденции, незначительно варьируясь как в сторону снижения, так и в сторону увеличения, число занятых в экономике снижалось, а статистически оцениваемый объем капитала практически не менялся. На выпуск же оказывает влияние только капитал, вовлеченный в процесс воспроизводства, имеющий объективную стоимость, некий "эффективный" капитал, который выражен в постоянных ценах 2000 г. Его величину мы и попытаемся здесь оценить. [5]

Труд, измеряемый в рассматриваемой модели среднегодовым числом занятых в народном хозяйстве области, меняется в соответствии с заданной функцией времени $F(t)$, параметры которой находятся по статистике.

$$L(t) = L(0) \cdot F(t), \quad L(0) = L_0. \quad (2)$$

Капитал (эффективная стоимость производственных фондов)

$$dK/dt = J(t) - \mu K(t), \quad K(0) = K_0, \quad (3)$$

где $\mu > 0$ - темп выбытия (амортизации) капитала. Пусть в каждый момент времени t выполняется продуктовый баланс

$$Y(t) + s(t)I(t) = Q(t) + p(t)J(t) + s(t)E(t), \quad (4)$$

где объемные величины: $Y(t)$ - валовой региональный продукт (ВРП, выпуск), $J(t)$ - объем инвестиций, $E(t)$ - объем ввозимой продукции, $I(t)$ - объем вывозимой продукции, $Q(t)$ - объем потребления домашних хозяйств, государственных и общественных организаций в ценах выпуска, - заданы в постоянных ценах 2000 г.; а индексы цен: $s(t)$ - относительный индекс цен на импорт, $p(t)$ - относительный индекс цен на инвестиции, а $r(t)$ - относительный индекс цен на экспорт, - заданы в относительных величинах, $s(2000) = p(2000) = r(2000) = 1$.

На основе статистических данных Кировской области 2000-2007 гг. найдем параметры, по которым в этот период определялись объемы инвестиций $J(t)$, ввоза $E(t)$ и вывоза $I(t)$ в постоянных ценах 2000 г. из известного объема выпуска (ВРП) $Y(t)$. В качестве таких параметров возьмем отношения δ , $\rho(t)$ и $\sigma(t)$ вывозимой из области продукции, ввозимой в область продукции и инвестиций к выпуску в текущих ценах.

$$r(t)E(t) = \delta Y(t), \quad s(t)I(t) = \rho(t)Y(t), \quad p(t)J(t) = \sigma(t)Y(t). \quad (5)$$

Здесь согласно статистическим данным отношения $\rho(t)$, $\sigma(t)$ инвестиций и импорта к объему выпуска Кировской области возрастали практически линейно по времени.

Для идентификации модели надо задать изменение внешних интенсивных параметров модели - трех относительных цен $r(t)$, $s(t)$, $p(t)$ - определить два возрастающих параметра $\rho(t)$, $\sigma(t)$, пять постоянных параметров $a, b, \gamma, \mu, \delta$ и три начальных значения Y_0, K_0, L_0 таким образом, чтобы расчетные временные ряды макропоказателей (переменных модели) были близки к статистическим временным рядам соответствующих макропоказателей экономики Кировской области.

Основной результат

Из (5) согласно табл.1-2 для периода с 2000 по 2007 год определим долю δ экспорта в ВРП

$$\delta = 0.831 \pm 0.042, \quad (6)$$

где первая цифра - среднее значение, вторая - стандартное отклонение; отношение $\rho(t)$ объема ввозимой продукции к ВРП аппроксимируем линией тренда

$$\rho(t) = a_1 + a_2(t - 2000), \quad a_1 = 0.680 \pm 0.031, \quad a_2 = 0.060 \pm 0.007; \quad (7)$$

а отношение $\sigma(t)$ объема инвестиций в основной капитал к ВРП определим как

$$\sigma(t) = \begin{cases} a_3, & t \leq 2003, \quad a_3 = 0.1115 \pm 0.0008; \\ a_4 + a_5(t - 2003), & t > 2003; \quad a_4 = 0.071 \pm 0.002, \quad a_5 = 0.048 \pm 0.001. \end{cases} \quad (8)$$

В первом приближении при построении прогнозов можно задать параметры модели $\sigma(t), \delta, \rho(t)$ их средними значениями и указанными линиями трендов. Нужно только учитывать, что в соответствии с балансом (4) и обозначениями (5) для положительности потребления необходимо выполнение условия $1 - \delta + \rho(t) - \sigma(t) > 0$.

По статистическим данным найдены линии тренда для числа занятых в экономике области $L(t)$, а также для индексов относительных цен на экспорт, импорт и инвестиции $r(t)$, $s(t)$, $p(t)$ (как среднеквадратическое отклонение расчетных и статистических значений).

$$L(t) = 743.3 \cdot (a_6 + (1 - a_6)(t - 1999)^2 \exp(-a_7(t - 2000))), \quad (9)$$

$$r(t) = a_8 + \left(-a_8 \right) (t-1999)^2 \exp(-a_9 (t-2000)), \quad (10)$$

$$s(t) = a_{10} + \left(-a_{11} \right) (t-1999)^2 \exp(-a_{12} (t-2000)), \quad (11)$$

$$p(t) = a_{12} + \left(-a_{12} \right) (t-1999)^2 \exp(-a_{13} (t-2000)), \quad (12)$$

где $a_6 = 1.0197 \pm 0.0006$, $a_7 = 0.536 \pm 0.002$, $a_8 = 1.0488 \pm 0.0005$,
 $a_9 = 0.526 \pm 0.002$, $a_{10} = 1.0047 \pm 0.0003$, $a_{11} = 0.096 \pm 0.002$,
 $a_{12} = 0.8277 \pm 0.0004$, $a_{13} = 1.320 \pm 0.002$. В (9)-(12) соблюдаются условия нормировки: $L(t) / 743.3 = r(t) = s(t) = p(t) = 1$ при $t = 2000$. Все статистические значения находятся в доверительных интервалах найденных теоретических значений, что говорит об адекватности найденных параметров.

Для идентификации модели (нахождения значений параметров) нужно сравнить выходные временные ряды переменных модели с доступными статистическими временными рядами 2000 – 2007 гг. Временные ряды считаются похожими, если они близки как функции времени.

Для однозначности выбора оптимального варианта можно использовать ту или иную свертку коэффициентов близости $U(X,Y)$ и корреляции $D(X,Y)$. В формальной записи требуется найти максимум функционала, который представляет собой среднегеометрическое всех критериев близости и корреляции

$$F(\bar{a}) = \sqrt[m]{\prod_{j=1}^m D_j(\bar{a}) U_j(\bar{a})}. \quad (13)$$

Здесь m – число макропоказателей; j – номер макропоказателя, $j = 1, \dots, m$.

Для упрощения работы с моделью перейдем в выражениях для труда L_t , капитала K_t и выпуска Y_t к относительным величинам: l_t, k_t, y_t , соответственно.

$$l_t = L_t / L_0, \quad k_t = K_t / K_0, \quad y_t = Y_t / Y_0. \quad (14)$$

Начальные значения всех этих величин равны единице: $l_0 = k_0 = y_0 = 1$. Поскольку временной ряд для эффективного капитала, вовлеченного в процесс воспроизводства, мы считаем неизвестным, за счет его изменения мы можем добиться нужного роста выпуска, и поэтому для описания роста ВВП достаточно рассмотреть однородную производственную функцию. Тогда (1) и (14) дают

$$y_t = \left[l_t^{-b} + (1-a)k_t^{-b} \right]^{1/b}. \quad (15)$$

$$k_{t+1} = (1-\mu)k_t + \alpha \sigma_t y_t / p_t, \quad k_0 = 1, \quad (16)$$

где введено обозначение

$$\alpha = Y_0 / K_0. \quad (17)$$

Результаты моделирования

Основная задача данной работы – найти временной ряд для капитала, который наилучшим образом способствует близости временных рядов для макропоказателей, рассчитанных по модели, с их статистическими аналогами. Фиксируем начальные значения для труда и выпуска, $L_0 = 734.3$, $Y_0 = 30000$, величины δ , ρ_t , σ_t задаем средними значениями из соотношений (6)-(8), труд - выражением (9), относительные цены - (10)-(12). При каждом заданном наборе параметров a, b, μ, α с помощью

выражений (14) и (17) найдем искомые временные ряды макропоказателей Y_t, I_t, Q_t, J_t, E_t . Для сравнения близости расчетных временных рядов указанных макропоказателей с их статистическими аналогами вычисляются критерии корреляции и близости (для выпуска, потребления, инвестиций, импорта и экспорта Y_t, I_t, Q_t, J_t, E_t) за период 2000-2007 гг. вычисляется свертка критериев (13).

Возможный интервал изменения оцениваемых параметров: $a \in (0,1)$, $b \in (-1,2)$, $\mu \in (-0.2,0.2)$, $\alpha \in (0,3)$. Для поиска параметров с помощью параллельных вычислений надо взять сетку по каждому из интервалов, устроить перебор всех возможных сочетаний, распараллелить этот перебор на доступное число процессоров. На каждом из процессоров отбросить варианты, в которых коэффициенты корреляции и близости меньше 0.5. Среди оставшихся вариантов выбрать вариант с наибольшим совокупным критерием $F(\bar{a})$, отправить его номер процессору-мастеру, вычислить самый большой критерий среди полученных от процессоров-рабочих и для него рассчитать все временные ряды, нарисовать графики, сравнивающие расчет со статистикой.

Время расчета на 24 ядрах кластера составило приблизительно 3 минуты, интервалы сетки изменяемых параметров составляли 0.01. На каждом процессе вычислялись векторы валового выпуска и индексы близости. Вариант с лучшим значением коэффициента близости отправлялся главному процессу, который выбирает лучший из лучших вариантов. Результаты — лучший коэффициент близости, параметры модели и время счета — выводятся главным процессором.

Численные результаты идентификации следующие: $a = 0.948 \pm 0.001$, $b = -0.952 \pm 0.002$, $\mu = -0.175 \pm 0.003$, $\alpha = 0.120 \pm 0.002$. Тогда $K_0 = Y_0/\alpha = 318000 \pm 5300$ млн. руб. 2000 г. Отрицательное значение параметра μ означает, что эффективный капитал прирастает намного быстрее, чем это обеспечивают инвестиции. Значит, в производство вовлекается старый капитал советского времени. Но объем его не безграничен. Можно оценить время его исчерпания. Допустим, что максимальный объем старого капитала, который может быть вовлечен без инвестиций в четыре раза превышает объем эффективного капитала в 2000 г. Тогда время T исчерпания старого капитала в годах можно оценить следующим образом.

$$T = \frac{1}{|\mu|} \ln \left(\frac{K_T}{K_0} \right) = \frac{\ln(4.0 \pm 0.1)}{(0.175 \pm 0.003)} = 7.98 \pm 0.28.$$

По этой оценке в 2008 г. исчерпается объем вовлекаемого старого капитала.

В базовом варианте прогноза считаем, что все параметры принимают значения, определенные при идентификации. Относительные индексы цен меняются в силу оценок (7)-(9). Предполагаем, что труд после 2007 г. прирастать не будет (так как, в силу демографических проблем, скорее всего, он не будет расти), $\gamma = 0$ после 2007 г. Считаем, что вовлечение старых мощностей завершится в 2008 г. Рассчитаем значение показателей до 2020 года.

В результате расчета получим оценку динамики капитала и выпуска для базового пессимистического сценария расчета.

Был рассмотрен и оптимистический вариант, который учитывает происходящие в последнее время изменения в экономической политике.

Предположим, что эти изменения начались в 2000 г. и рост экономики идет за счет научно-технического прогресса (НТП), имитации лучших зарубежных образцов, осуществления собственных инноваций. Таким образом, предполагаем существование

возрастающей отдачи на используемые производственные факторы. Формально это выражается тем, что производственная функция будет однородной степени $c > 1$.

$$Y(t) = Y_0 \left[(L / L_0)^{-b} + (1 - a)(K / K_0)^{-b} \right]^{c/b}, \quad (18)$$

Введение нового параметра приводит к тому, что темп амортизации капитала надо определять из каких-то внешних соображений. Определим темп амортизации из условия, что объем инвестиций в 2000 г. был равен объему амортизации капитала:

$$\mu = \alpha \sigma_0 = J_0 / K_0.$$

Считаем, что, несмотря на демографические проблемы, численность людей занятых в экономике в пересчете на простой труд продолжает расти за счет повышения в экономике, основанной на НТП, уровня используемого в производстве человеческого капитала. По-прежнему считаем, что индексы относительных цен меняются по заданным функциям (таким же, как и в базовом сценарии).

Результаты идентификации параметров в оптимистическом варианте: $a = 0.709 \pm 0.001$, $b = 0.0438 \pm 0.0009$, $\mu = 0.200 \pm 0.006$, $\alpha = 1.9920 \pm 0.0003$, $\gamma = 3.0 \pm 0.1$, $K_0 = 15100 \pm 450$ млн.руб. Оценка начального значения капитала получается приблизительно в двадцать раз меньше, чем в базовом варианте. Это указывает на то, что пока реализуется пессимистический вариант.

Заключение

Результаты, полученные по проведенным расчетам, позволяют делать некоторые прогнозы использования программы в дальнейших расчетах. Получена оценка эффективного капитала, реально используемого в процессе воспроизводства Кировской области. Рассчитаны два из большого числа возможных сценария развития экономики области: пессимистический и инновационный. Хотя предложенная модель и не позволяет дать конкретный прогноз развития экономики, но позволяет сделать предположение о благоприятном развитии региона и дать возможность правильно оценить сложившуюся в регионе ситуацию лицам, принимающим решения.

Литература

1. Оленев Н.Н. Основы параллельного программирования в системе MPI. М.: ВЦ РАН. 2005. 80 с.
2. Козлицкая А.В., Кошечев А.В., Фетина А.И., "Технология использования MPI приложений в алгоритмах параллельных вычислений" / Экономические аспекты развития России: микро- и макроуровни. Сб. мат. межвуз. студенческой научно-практич. конф. // Под ред. Л.А.Суворовой. – Киров: Изд-во ВятГУ, 2008. С.125-131.
3. Оленев Н.Н., Печенкин Р.В., Чернецов А.М. Параллельное программирование в MATLAB и его приложения. М.: ВЦ РАН. 2007. 120 с.
4. Оленев Н.Н., Фетина А.И. Идентификация простейшей динамической модели экономики Кировской области // Сб.тр. III Всерос. научн. конф. "Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и биотехнологий". ЭКОМОД-2008. Киров: ВятГУ, 2008. (в печати)
5. Оленев Н.Н., Фетина А.И. Параллельные вычисления в идентификации динамической модели экономики Вятского региона // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2009): Тр. между. науч. конф. (Санкт-Петербург) – Н.Новгород, 2009. С.257-268.