

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Российская академия наук
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский физико-технический институт
(государственный университет)»
Российский фонд фундаментальных исследований

ТРУДЫ 49-Й НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ МФТИ

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ И ПРИКЛАДНЫХ НАУК

Часть VII

УПРАВЛЕНИЕ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

24–25 ноября 2006 года

Москва – Долгопрудный

УДК 519.865.3

А.В. Рудева¹, А.А. Шананин²

¹ Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

² Московский физико-технический институт (государственный университет)

О СУЩЕСТВОВАНИИ И СВОЙСТВАХ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ В МОДЕЛЯХ ПРОИЗВОДСТВА, ФУНКЦИОНИРУЮЩЕГО В УСЛОВИЯХ ДЕФИЦИТА ОБОРОТНЫХ СРЕДСТВ

В настоящее время в России сложилась ситуация, в которой неэнергетические отрасли слабо конкурентоспособны по сравнению с импортными аналогами. В связи с чем возникают задержки в реализации продукции, которые велики настолько, что их среднеквадратичное отклонение сравнимо с математическим ожиданием. Задержки в реализации влекут за собой нехватку оборотных средств. Поэтому отрасли производства вынуждены формировать оборотные средства за счет кредита. Отрасль производства берет сначала долгосрочный кредит, а если исчерпан и он, то либо приостанавливает свою деятельность, либо берет краткосрочный кредит. Реализация продукции наступает в случайные моменты времени, представляющие собой пуассоновский поток с параметром, характеризующем нестабильность реализации продукции. Такие модели были описаны в [1,2]. Однако не был исследован вопрос о том, можно ли такое описание использовать в моделях конкурентного равновесия типа Эрроу-Дебре.

В настоящей работе показано, что в случае, если долгосрочный кредит дороже краткосрочного, равновесие существует. Проблема существования равновесия сводится к решению вариационного неравенства. Такое равновесие оказывается неоптимальным по Парето из-за особенностей вариационного неравенства, связанных с тем, что эффективная цена покупок больше цены продаж.

Работа поддержана грантом РГНФ № 05-02-02349, грантом РФФИ № 05-01-00942.

Литература

1. Автухович Э.В., Шананин А.А. Отрасль производства в условиях дефицита оборотных средств. Математическое моделирование, 2000, т.12, №7, с.102-126
2. Акпарова А.В., Шананин А.А. Модель производства в условиях несовершенной кредитной системы и нестабильной реализации продукции. Математическое моделирование, 2005, т.17, №9, с.60-76

УДК 519.862

Е.В. Бурнаев

Московский физико-технический институт (государственный университет)

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕННОГО РЯДА С ПОМОЩЬЮ ДИСКРЕТНОГО ВЕЙВЛЕТ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Обычно при прогнозировании экономических временных рядов предполагается, что временной ряд можно представить в виде суммы составляющих – тренда, сезонных колебаний и шума. Поскольку экономика эволюционирует со временем, характеристики этих составляющих (например, частоты сезонных колебаний) также зависят от времени. Именно поэтому непосредственное применение стандартных инструментов (например, выделение тренда методом наименьших квадратов, тригонометрическая регрессия, модели ARMA) для прогнозирования временных рядов зачастую не дает адекватных результатов. Таким образом, прежде чем применять стандартные методы прогнозирования, необходимо обработать значения временного ряда, чтобы учесть возможное изменение со временем характеристик составляющих ряда. Для этого в работе предлагается использовать стационарное дискретное вейвлет преобразование (СДВП, stationary или maximal overlap discrete wavelet transform) [5]. С помощью СДВП временной ряд разделяется на компоненты, каждая из которых содержит информацию об определенных составляющих временного ряда и изменении характеристик этих составляющих (СДВП имеет разрешение не только по частоте, но и по времени). Для каждой компоненты, в зависимости от того, информацию о какой составляющей она содержит, применяется подходящий метод прогнозирования. Далее подсчитывается обратное СДВП, и получается прогноз будущих значений исходного временного ряда.

Приведем определение и основные свойства СДВП. Пусть $H = \{h_n\}$ и $G = \{g_n\}$ – масштабный и вейвлет фильтры соответственно (эти фильтры выделяют низкие и высокие частоты). При действии, например, фильтра H на последовательность $x = \{\dots, x_{-1}, x_0, x_1, \dots\}$ получается последовательность с элементами $(Hx)_n = \sum_k h_{k-n} x_k$. Если же x – конечная последовательность, то ее необходимо продолжить периодически. Пусть Z – оператор, который добавляет в последовательность нули, т.е. для всех целых n $(Zx)_{2n} = x_n$ и $(Zx)_{2n+1} = 0$. Определим фильтры $H^{[r]} = Z^r h$ и $G^{[r]} = Z^r g$. Пусть $y = \{y_n, n = 1, 2, \dots, L\}$ – временной ряд с расстоянием между отсчетами, равным t_s , т.е. частота дискретизации составляет $f_s = 1/t_s$ [Гц]. Зафиксируем некоторое целое $J: J \geq 1, 2^J \leq L$ и положим $\beta^J = y$. Для $j \in \{J-1, J-2, \dots, 0\}$ рекурсивно определим вектора коэффициентов $\beta^j = H^{[J-j-1]} \beta^{j+1}$ и $\alpha^j = G^{[J-j-1]} \beta^{j+1}$. Вектора β^j и α^j имеют ту же длину, что и вектор y . Квадрат вейвлет коэффициента α_n^j характеризует, сколько энергии временного ряда приходится на отрезок частот $\Delta f_j = [f_s/2^{J-j+1}; f_s/2^{J-j}]$ (частоты выражены в [Гц]) в момент времени $t \approx n \cdot t_s$, а квадрат масштабного коэффициента β_n^j характеризует, сколько энергии временного ряда приходится на отрезок частот $[0; f_s/2^{J-j+1}]$ в момент времени $t \approx n \cdot t_s$. Временной ряд y можно восстановить по векторам коэффициентов $\alpha^{J-1}, \alpha^{J-2}, \dots, \alpha^0, \beta^0$ с помощью обратного СДВП.

Из вышесказанного следует, что вектора $\alpha^{J-1}, \alpha^{J-2}, \dots, \alpha^0, \beta^0$ как раз и являются такими компонентами, которые могут быть использованы для построения прогноза. Действительно, допустим, что во временном ряду присутствует гармоника S с частотой f_n , зависящей от

времени, причем при $1 \leq n \leq L/2$ $f_n \in \Delta f_{j_1}$, а при $L/2 < n \leq L$ $f_n \in \Delta f_{j_2}$ ($j_1 \neq j_2$). В таком случае информация о гармонике S при $1 \leq n \leq L/2$ будет содержаться в коэффициентах $\alpha_n^{j_1}$, а при $L/2 < n \leq L$ – в коэффициентах $\alpha_n^{j_2}$.

Перечислим стандартные методы прогнозирования, применяемые в данной работе. Для выделения тренда и низкочастотных сезонных колебаний будем использовать модель Тейла-Вейджа [4]. Эта модель не накладывает никаких ограничений на стохастическую структуру временного ряда и основана на экспоненциальном сглаживании. Для применения модели необходима оценка трех параметров сглаживания (обычно проводится перебором) и периодов сезонных колебаний (определяется с помощью спектра, оценка которого описана в [2]). Для более точного выделения сезонных колебаний также будем использовать тригонометрическую регрессию [3], коэффициенты которой определяются с помощью метода наименьших квадратов, а частоты сезонных колебаний – с помощью спектра. Для прогнозирования шумовой составляющей будем применять модель ARMA, оценка параметров которой приводится в [1].

Опишем предлагаемую методологию прогнозирования временного ряда:

- Подсчитываем СДВП ряда y для некоторого целого $J: J \geq 1, 2^J \leq L$. Разделяем диапазон изменения индекса j на диапазоны: $J_1 = [0; j_1)$, $J_2 = [j_1; j_2)$ и $J_3 = [j_2; J)$.
- Вектора коэффициентов β^0 и α^j при $j \in J_1$ содержат информацию о тренде и низкочастотных колебаниях временного ряда, поэтому прогнозируем ряды коэффициентов β^0 и α^j ($j \in J_1$) с помощью модели Тейла-Вейджа.
- Вектора коэффициентов α^j при $j \in J_2$ содержат информацию о сезонных колебаниях временного ряда, поэтому прогнозируем ряды коэффициентов α^j ($j \in J_2$) с помощью тригонометрической регрессии.
- Вектора коэффициентов α^j при $j \in J_3$ содержат информацию о шумовой составляющей временного ряда, поэтому прогнозируем ряды коэффициентов α^j ($j \in J_3$) с помощью модели ARMA.
- Собираем вместе вектора коэффициентов α^j ($0 \leq j \leq J-1$), β^j и подсчитываем обратное СДВП. Полученный временной ряд и является прогнозом.

Если бы вышеперечисленные методы прогнозирования применялись непосредственно к ряду y , точность полученного прогноза была бы значительно ниже. Действительно, допустим, что сначала применяется модель Тейла-Вейджа для выделения тренда и прогноза его будущих значений. В таком случае, сезонные колебания и шум будут препятствовать адекватному выделению тренда и понижать точность прогноза. Именно поэтому сначала надо разделить ряд на компоненты с помощью СДВП, а потом – применять стандартные методы прогнозирования.

Приведем пример прогноза ряда как с помощью стандартных методов прогнозирования, так и с помощью предложенной методологии. Будем использовать временной ряд USA Industrial production index transit equipment, 2002=100%, not seasonally adjusted, ежемесячные значения (www.economagic.com). Для оценки параметров использовались $L = 270$ отсчетов (декабрь 1981г. – май 2004г.). Прогноз подсчитывался на 27 шагов вперед (по август 2006). На рис.1 изображен участок ряда, по которому проводилась подгонка параметров используемых моделей, на рис. 2 изображены результаты прогноза (сплошная линия) вместе с реальными значениями ряда (пунктирная линия). Видно, что предложенная методология значительно превосходит стандартные методы. Ошибка прогноза $e = \sqrt{1/27 \cdot \sum_{n=1}^{27} (y_{270+n} - \hat{y}_{270+n})^2}$ для стандартных методов прогноза составила $e = 20.36$, а для предложенной методологии – $e = 10.48$.

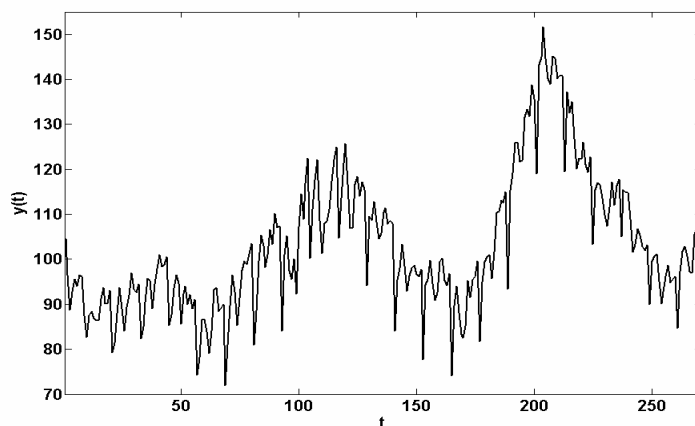


Рис. 1. USA Industrial production index transit equipment, 2002=100% (not seasonally adjusted), ежемесячные значения, 270 отсчетов (декабрь 1981г. – май 2004г.)

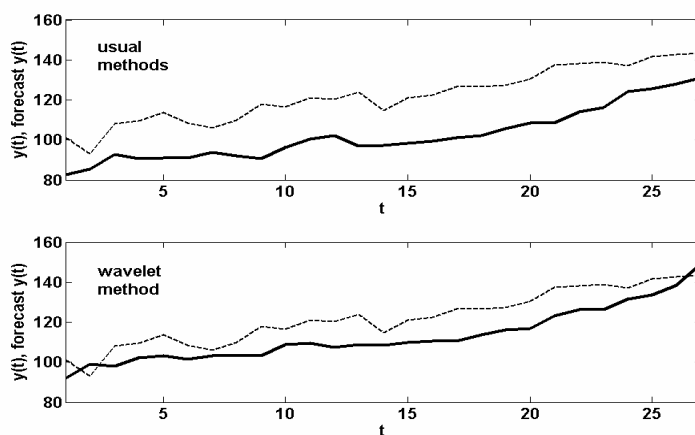


Рис. 2. Результаты прогноза на 27 значений вперед (по август 2006)

Работа частично поддержана грантом РФФИ №04-07-90346, грантом РГНФ 06-02-91821 а/Г, грантом Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (код проекта НШ-5379.2006.1).

Литература

1. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. М.: Мир, 1974.
2. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. М: Мир, 1971.
3. Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Юнити, 2003.
4. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. М.: Финансы и статистика, 2003.
5. Nason G.P., Silverman B.W. The stationary wavelet transform and some statistical applications // Lecture Notes in Statistics 103. Wavelets and Statistics. N.Y.: Springer, 1995. P.281-299.

УДК 519.86

В.А. Горбачёв¹, Н.Н. Оленёв^{1,2}

¹ Российский университет дружбы народов

² Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Российской академии наук

ТРЕХСЕКТОРНАЯ ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ

Построение имитационной модели экономики региона на основе балансовых соотношений [1] – это самый простой способ математического моделирования региональной экономики. При этом решаются задачи анализа и структуризации исходных статистических данных в соответствии со структурой модели. Основной задачей исследования было построение модели, согласующейся со статистикой Кировской области и пригодной для анализа экономической политики региона и возможных последствий её изменения, например, для анализа региональной налоговой политики, политики социальных трансфертов населению и субсидий производителю.

В работе обсуждаются численные эксперименты с трехсекторной балансовой моделью региональной экономики [2], представляющей собой систему дифференциальных уравнений, связывающих параметры модели. Параметры и переменные модели имеют понятный экономический смысл. Три сектора в модели экономики Кировской области представлены лесопромышленным комплексом X , комплексом новых отраслей в биотехнологии и химии Y и объединением оставшихся отраслей Z .

Экономическими агентами в модели являются три указанных выше производственных сектора, домашние хозяйства L , торговый посредник T , региональная банковская система B и Правительство региона G . Производители поставляют продукцию на рынки: внутренний, внешний и рынок промежуточной продукции. Домашние хозяйства предлагают труд и потребляют конечную продукцию. Региональная банковская система выдает кредиты производителям. Правительство региона собирает налоги с производителей и домашних хозяйств. Считаем, что изменение цен обратно пропорционально изменению запасов соответствующих продуктов, а изменение ставок заработной платы связано как с нехваткой кадров, так и с ростом цен на выпускаемую продукцию. Модель учитывает теневой оборот, который не облагается налогами.

Дифференциальные связи заданы с помощью динамических балансовых соотношений, представленных в форме потоков. Выпуск продукции секторов задан степенной производственной функцией от труда, капитала и промежуточной продукции смежных секторов. Например, выпуск агентом X продукта $Y_X(t)$ задан функцией.

$$Y_X = (a_L^X Q_L^X)^{\delta_L^X} \cdot (a_K^X Q_K^X)^{\delta_K^X} \cdot (a_Y^X Q_Y^X)^{\delta_Y^X} \cdot (a_Z^X Q_Z^X)^{\delta_Z^X},$$

где $\delta_L^X + \delta_K^X + \delta_Y^X + \delta_Z^X = 1$, $a_L^X, a_K^X, a_Y^X, a_Z^X, \delta_L^X, \delta_K^X, \delta_Y^X, \delta_Z^X \in (0, 1)$. Для учета реального положения дел, мы предполагаем, что произведенный продукт производители делят на легальный и теневой, который не облагается налогами. Нормативы распределения запасов и доля теневого продукта q_X, q_Y, q_Z в выпуске сектора в модели фиксированы. Изменение запасов легального X и теневого V продуктов в секторе X заданы балансами.

$$\frac{dQ_X^X}{dt} = (1 - q_X)Y_X - (a_X^{XL} + a_X^{XY} + a_X^{XZ} + a_X^{XO})Q_X^X - c_X^X I_X, \quad I_X = \frac{b_K^X W^X}{p_X^X c_X^X + p_Y^X c_Y^X + p_Z^X c_Z^X},$$

$$\frac{dQ_V^X}{dt} = q_X Y_X - (a_V^{XL} + a_V^{XY} + a_V^{XZ}) Q_B^X.$$

В результате у производителя оказывается два вида денег – «белые» W и «черные» B . «Черные» деньги могут отмываться, причем запас неотмытых денег подвергается штрафным санкциям – «налогообложению» теневого сектора. Так изменение запасов белых и черных денег у агента X подчиняется таким балансовым соотношениям.

$$\begin{aligned} \frac{dW^X}{dt} &= wp_X^O X_X^{XO} + C^{BX} + (p_X^L a_X^{XL} + p_X^Y a_X^{XY} + p_X^Z a_X^{XZ}) Q_X^X - \\ &- (b_Y^{XY} + b_Z^{XZ} + b_W^{XY} + b_U^{XZ} + b_L^{XL} + b_H^{XB}) W^X - T^{XG} + T^{GX} + b_B^X B^X, \\ \frac{dB^X}{dt} &= (p_V^L a_V^{XL} + p_V^Y a_V^{XY} + p_V^Z a_V^{XZ}) Q_V^X - (b_B^{XL} + b_B^X + b_B^{XG}) B^X. \end{aligned}$$

У потребителя все деньги считаются «белыми», а свой доход потребитель делит по заданным нормам потребления легальных и теневых продуктов всех секторов.

Отличительной особенностью данной модели является возможность перехода к численному эксперименту уже на ранних стадиях создания модели, с возможностью в дальнейшем производить модификацию и расширение модели: введение новых секторов, агентов и более сложных связей. Такая гибкость модели удобна в сценарных расчетах. Построенную имитационную модель можно использовать для проверки сценариев возможного развития инновационной системы региона.

Для оценки инновационного потенциала региональной экономики необходимо проанализировать весь доступный статистический материал, структурировать его на основе модели и сделать на основе этого анализа обоснованные выводы. В отличие от выводов, сделанных наобум, выводы и предсказания, полученные с помощью имитационной модели, в принципе могут быть экспериментально опровергнуты, а гипотезы, на которых основана модель, могут быть обоснованно оспорены. Это дает возможность в дальнейшем модифицировать модель и получать все более обоснованные предсказания и делать все более обоснованные аналитические выводы.

Одной из основных проблем в построении вычислимой модели, подобной той, что описана в данной работе, является проблема отсутствия статистических данных, пригодных для непосредственного использования при задании начальных данных в терминах и «на языке» переменных модели, а также разнородность имеющихся временных рядов. Тем не менее, данная модель изначально проектировалась для условий возможно неполной разнородной статистики, что дало возможность найти простое и элегантное решение этой проблемы.

Модель содержит более восьмидесяти параметров и начальных данных, многие из которых в принципе нельзя определить из данных статистики. Однако их можно определить опосредованно путем сравнения временных рядов макропоказателей, полученных при расчете по модели, с соответствующими временными рядами областной статистики, таких как ИПЦ, объем выпуска по отраслям, численность занятого населения по отраслям. Критерием качества идентификации модели служит количественное соответствие макропоказателей статистическим показателям экономики Кировской области за период с 1999 года по 2005 год. Но даже при наличии всех статистических данных модель сложно идентифицировать, поскольку остается много неизвестных параметров. В работе сделан первый шаг к решению этой проблемы: определен порядок величин для неизвестных параметров, получен работоспособный вариант.

Этот вариант использован для проведения качественных численных экспериментов с моделью. Были рассмотрены различные модули калибровки данных, и решение системы наглядно показало работоспособность модели.

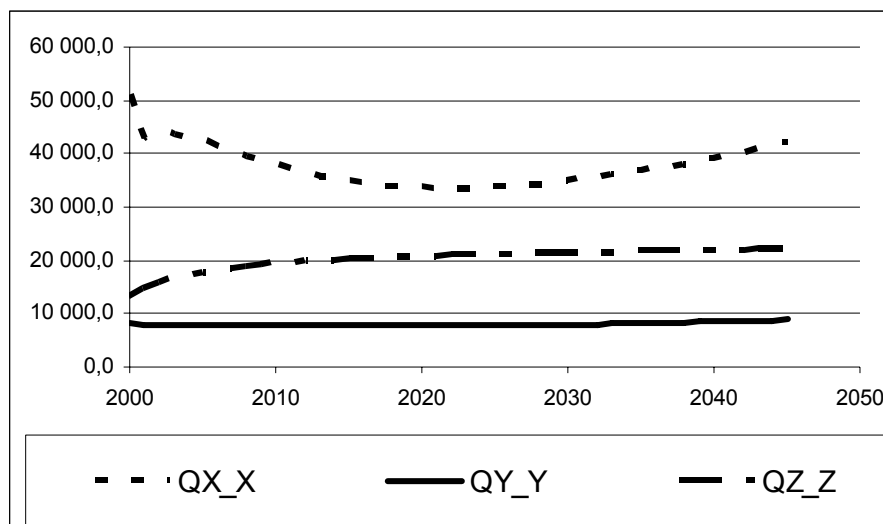


Рис.1. Запас легального собственного продукта в секторах экономики

К полученным результатам использования имитационной модели оценки инновационного потенциала Кировской области следует относиться как к предварительным. Построенную здесь модель предстоит еще идентифицировать по статистическим данным должным образом. Требуются дополнительные усилия для сбора статистических данных и приведения результатов расчетов и модификаций модели в соответствие с ними в результате трудоемких процедур идентификации.

Работа выполнена в рамках в рамках госконтракта ГК 02.449.11.7026, поддержана РФФИ (проекты 04-07-90346, 04-01-00606), РГНФ (проект 06-02-91821 а/Г), программой Президиума РАН №15, грантом Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (код проекта НШ-5379.2006.1)

Литература

1. *Поспелов И.Г.* Экономические агенты и системы балансов. М.: ВЭШ, 2001. 67с.
2. *Горбачев В.А., Оленев Н.Н.* Численные исследования трехсекторной имитационной модели общего равновесия с теневым оборотом. Труды МСН-2006: Методология современной науки. Моделирование сложных систем. Киров: ВятГУ, 2006.

УДК 519.876

Д.О. Черных¹, Н.Н. Оленёв^{1,2}

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)

² Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Российской академии наук

МОДЕЛЬ ГЛОБАЛЬНОГО БИОГЕОХИМИЧЕСКОГО АЗОТНО-УГЛЕРОДНОГО ЦИКЛА В НАЗЕМНЫХ ЭКОСИСТЕМАХ

В настоящей работе построена модель, объединяющая описание круговорота углерода и азота и учитывающая процессы преобразования азота и его потоки между наземной частью биосферы и атмосферой. Модель строится исходя из предположения, что наземная биосфера будет находиться в некотором устойчивом равновесном состоянии, когда нет нарушений, вызванных антропогенными факторами. Модель основана на работе [1], бывшей своего рода вызовом к разработанным ранее моделям, которые в основном принимали во внимание круговорот углерода, а входящие и исходящие потоки азота задавали, как правило, константами. Здесь описано большинство ключевых процессов в циркуляции азота в природных экосистемах, основанных на механизмах их протекания в природе и характерных взаимосвязях с факторами внешней среды и объединенных затем в единую динамическую модель.

Основные уравнения модели могут быть записаны в виде:

$$\frac{d(VC)}{dt} = GPP - TRRC - (FLC + FTRC), \quad (1)$$

$$\frac{d(VN)}{dt} = NUPTAKE - FLN + FTRN, \quad (2)$$

$$\frac{d(DC)}{dt} = (FLC + FTRC) + FIXC - DRC - DHC, \quad (3)$$

$$\frac{d(DN)}{dt} = (FLN + FTRN) + FIXN - NMIN_D - DHN, \quad (4)$$

$$\frac{d(HC)}{dt} = DHC - HRC - HCARC, \quad (5)$$

$$\frac{d(HN)}{dt} = DHN - NMIN_H - HCARN, \quad (6)$$

$$\frac{d(Amm)}{dt} = NMIN_D + NMIN_H - DEPO_{Amm} - NUPTAKE \frac{(Amm)}{(Amm) + (Nit)} - NITRIF - VOLA, \quad (7)$$

$$\frac{d(Nit)}{dt} = NITRIF - NITR_{gas} + DEPO_{Nit} - NUPTAKE \frac{(Nit)}{(Amm) + (Nit)} - DENITR - LEACH, \quad (8)$$

где в левой части стоят производные от основных составляющих модели (растительность V от слова Vegetation, детрит D – Detritus, гумус H – Humus, углерод C – Carbon, азот N – Nitrogen), а в правой - потоки между ними и из них в атмосферу и из нее. Эти соотношения в схематичном виде представлены на рисунке 1.

Модель содержит более 20 параметров, большинство из которых было взято из литературных источников [1] и [2-5], а часть оценены при калибровке модели по данным Монголии косвенным образом.

В базовом варианте биомасса травянистой растительности падает за первые 60 лет до 60% от стационарного уровня, стабилизировавшись на этом уровне до конца расчета. Биомасса корневой системы за первые 30 лет расчета практически не изменяется, однако после 30 лет начинает снижаться значительно быстрее, уменьшаясь в среднем на 1% в год за 10 лет, достигнув к концу расчета 93% от стационарного уровня. Биомасса подстилки в первые 17 лет расчета возрастает на 3.7% выше стационарного уровня, в следующие 50 лет резко снижается до 73% от стационарного уровня, затем стабилизируется на этом уровне до конца расчета. Биомасса гумуса в первые 40 лет расчета практически не изменяется, затем снижается до 95 процентов от стационарного уровня.

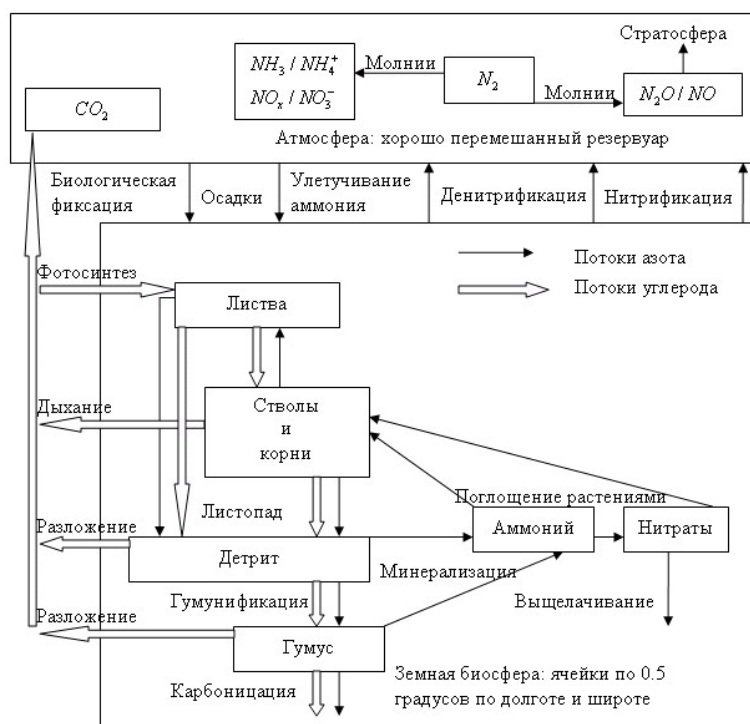


Рис.1 Схема модели всемирного биогеохимического азотно-углеродного цикла.

Итак, в базовом варианте расчета на 100 лет вперед степная экосистема выживает, однако опасная тенденция ухудшения корневой системы степей, вызванная возросшим вытаптыванием, указывает на то, что эксплуатация степной экосистемы в таком режиме угрожает ее существованию. Такая тенденция в свою очередь оказывает существенное влияние на смертность животных и в целом сдерживает развитие отрасли. Для ликвидации этой опасной тенденции можно рекомендовать проведение дополнительных мероприятий по рекультивации степей, что в модели можно достичь за счет увеличения налога на одну голову животных или за счет повышения эффективности работ по рекультивации.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда в рамках научно-исследовательского проекта РГНФ «Исследование влияния изменения климата на эколого-экономическую систему Монголии» (код проекта № 06-02-91821 а/Г), при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 04-07-90346), по программе государственной поддержки ведущих научных школ (код проекта НШ-5379.2006.1).

Литература

1. *Bin-Le Lin, Akiyoshi Sakoda, Ryosuke Shibasaki, Naohiro Goto, Motoyuki Suzuki* Modelling a global biogeochemical nitrogen cycle in terrestrial ecosystems // Ecological Modelling 135 (2000), 89–110.
2. *Demberel S., Olenov N.N., Pospelov I.G.* An Interaction Model for Livestock Farming and Ecosystem // Mathematics and Computers in Simulation Volume 67, Issues 4-5 , 3 December 2004, Pages 335-342 Mathematical Modeling of Ecological Systems. Elsevier (North-Holland)
3. *Дэмбэрэл С.* “Математическая модель взаимодействия отрасли животноводства и степной экосистемы” М.: ВЦ РАН. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. 2003. 124 с.
4. *Дэмбэрэл С., Оленев Н.Н., Поспелов И.Г.* К математической модели взаимодействия экономических и экологических процессов. // Математическое моделирование. 2003. Т. 15. № 4. С. 107-121.
5. *Халтар Д.* Математическое моделирование продукционных процессов пастбищных экосистем степи. М.: Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. 1988. 150 с.

УДК 519.86

Жукова А.А.

Московский физико-технический институт (государственный университет)

МОНЕТАРНОЕ И БАРТЕРНОЕ РАВНОВЕСИЕ В СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОБМЕНА ТОВАРАМИ МЕЖДУ НЕСКОЛЬКИМИ АГЕНТАМИ.

Модель обмена между несколькими агентами.

Работа посвящена исследованию вопроса о полезности денег как средства обмена. За основу была взята модель, предложенная в [1,2]. Это схематизированная модель рынка со случайными обменами, которая позволяет сравнить выгоду продажи продуктов за деньги и бартерного обмена продукта на продукт. В исходной модели рассматривается рынок с континуумом участников, вследствие чего случайный процесс их взаимодействия по существу не описывается. В данной работе рассмотрен рынок с конечным числом участников, что позволяет а) корректно построить случайный процесс обменов, б) исследовать зависимость полезности денег от числа производителей и посредников. Для этого приходится принять необычное для экономической теории предположение о том, что осуществление проекта производства нового продукта экономическим агентом может изменить представление этого агента о полезности потребления им других продуктов.

Рассматривается N идентичных агентов, которые занимаются производством, обменом и потреблением континуального множества различных продуктов, занумерованных точками окружности. Агенты действуют отдельными актами, происходящими в случайные моменты времени. В каждом акте производится, обменивается или потребляется ровно одна единица какого-то одного продукта.

Чтобы модель получилась обзримой, как в [1,2], так и здесь, вводятся жесткие ограничения на возможную последовательность действий агента. Агент, находящийся в *состоянии ожидания производства*, в случайный, момент получает возможность произвести единицу случайно выбранного продукта. Если агент решил произвести продукт, то он не может его потребить, а должен выйти с ним на рынок и ждать случайного момента возможности обмена на другой продукт или на деньги у агента, случайно выбранного из числа других агентов *ожидающих обмена*. Обмен производится по обоюдному согласию контрагентов. Агенты, получившие в результате обмена продукт, потребляют то, что получили и переходят в состояние ожидания производства. Агенты, получившие в результате обмена деньги, остаются в состоянии ожидания обмена.

Деньги – это особый продукт, которым изначально обладает определенное количество агентов, находящихся в состоянии ожидания обмена (каждый по единице денег). Единица любого продукта может обмениваться ровно на одну единицу денег.

Моменты актов определяются независимыми пуассоновскими процессами $\xi_{ij}(t)$: $\xi_{ii}(t)$, $i = 1..N$ имеют частоту Λ и определяют моменты производства; $\xi_{ij}(t)$, $i, j = 1..N; i \neq j$ имеют частоту M и определяют моменты обменов агентов i и j .

Предполагается, что агенты стремятся максимизировать ожидаемую, дисконтированную полезность потребления. Полезность определяется расстоянием по дуге окружности между потребляемым продуктом и неким целевым продуктом. Предполагается, что представление о целевом продукте рождается у агента в акте производства случайно и независимо от производимого продукта.

Агентам, с одной стороны не выгодно долго ждать обмен продуктов или подходящий проект, а, с другой стороны, не выгодно получать первый попавшийся продукт. Компромисс между этими угрозами определяет оптимальную стратегию агента, естественно одинаковую для всех агентов. Агенты, действующие оптимально, должны прийти в некоторое статистическое равновесие, поскольку, когда агентов на рынке много, они часто с него уходят и редко на него приходят, а если агент на рынке один, ему придется ждать, пока появится другой.

Модель формализует указанные соображения. Необычный с содержательной точки зрения запрет потреблять произведенный продукт до обмена и производить многократные последовательные обмены обусловлен стремлением сохранить равномерные и независимые распределения произведенного и целевого продуктов у всех агентов. Основной вопрос, который ставится при исследовании модели: будут ли агенты в ли обменивать продукт на бесполезные сами по себе деньги?

Методика исследования.

При подходящих информационных ограничениях на стратегии агентов, модель сводится к управляемому марковскому процессу изменения числа агентов, ожидающих обмена. Максимальные значения ожидаемых полезностей от обмена товара на товар b и товара на деньги d определяются уравнениями

$$0 = (-\pi \theta - \delta k N - \lambda - \rho) b + \delta k N d + \pi \theta U(b)$$

$$0 = -\frac{\lambda b}{\rho} - d + \frac{\lambda (\pi + 1) b l(d - b)}{(\rho + \pi + 1) \rho} + \frac{(\pi + 1) l(d - b) U(d)}{\rho + \pi + 1}$$

$$U(\Delta) = \int \max(\Delta, u(\alpha, \omega)) d\alpha,$$

где $u(\alpha, \omega)$ - полезность потребления продукта α при целевом продукте ω , $\delta = l(d - b) (1 - D(U)(d))$ - вероятность обмена товара на деньги, а $\theta = (1 - D(U)(b))^2$ - вероятность обмена товара на товар. Величина π определяется через стационарное распределение числа агентов на рынке $D(P)(1) = (\pi + 1) (1 - P(0))$. Характеристическая функция $P(z)$ этого стационарного распределения удовлетворяет кинетическому уравнению.

$$0 = \left(-\lambda z - \frac{\delta k N}{2} \right) \left(\frac{d}{dz} P(z) \right) + \lambda N P(z) - \frac{1}{2} \theta (z + 1) \left(\frac{d^2}{dz^2} P(z) \right), \quad P(1) = 1$$

Параметр $\lambda = \Lambda/M$ характеризует отношение частоты обмена к частоте производства, параметр $\rho = r/M$ характеризует предпочтение времени.

Результаты.

Кинетическое уравнение решалось приближенно методом ВБК при больших N . После этого зависимость полезности бартерного и денежного обмена от доли k участников рынка, обладающих деньгами (рис.1) была получена численно.

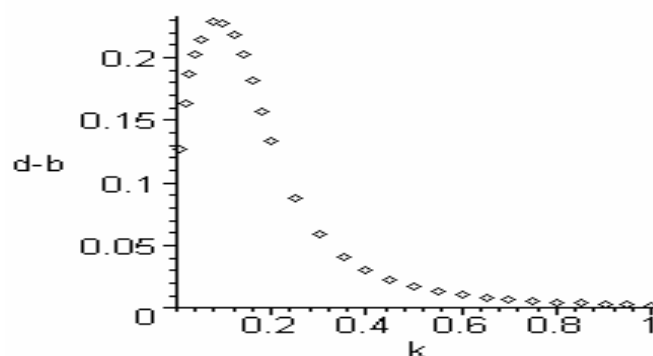


Рис.1

Видно, что существует оптимальное число посредников, при котором деньги наиболее эффективны как средство обмена.

Литература.

1. Kiyotaki, Nabuhiro and Wright, Randell "A Contribution to the Pure Theory of Money", Journal of Economic Theory, April 1991, 53, 215-35.
2. Kiyotaki, Nabuhiro and Wright, Randell "A Search-Theoretic Approach to Monetary Economics", The American Economic Review, March 1993, Vol.83, No. 1, 63-77.

УДК 519.86

И.Г. Поспелов¹, И.И. Поспелова², М.А. Хохлов³, Г.Е. Шипулина

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

² Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

³ Московский физико-технический институт (государственный университет)

МОДЕЛЬ МЕЖВРЕМЕННОГО РАВНОВЕСИЯ ЭКОНОМИКИ РОССИИ: МЕТОДИКА РАЗРАБОТКИ И ТЕХНОЛОГИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

Необходимость систематически пересматривать и изменять модели вызывает потребность в инструменте, который бы проверял новые модели, а также позволял корректно заимствовать использованные ранее в другом контексте описания отдельных процессов. Такого рода проверка, разумеется, невозможна, если модель представлена системой абстрактных математических соотношений (или программных модулей). Однако модель – это не просто система уравнений. Уравнения и соотношения модели имеют определенный смысл, группируются в естественные блоки.

В процессе исследований оказалось возможным выявить формальную структуру модели системного анализа развивающейся экономики. Мы назвали ее канонической формой модели [1]. Модель в канонической форме представляет собой систему неравенств, уравнений (конечных или динамических), а также, возможно, локальных оптимизационных задач, разделенную на блоки двух типов: блоки описания поведения экономических агентов – ЭА и блоки описания взаимодействий экономических агентов – ВД.

Для работы с моделями в канонической форме была создана инструментальная система ЭКОМОД, которая сейчас находится в опытной эксплуатации [2]. Система ЭКОМОД надежно поддерживает все этапы работы с моделью: от написания соотношений до расчетов и анализа результатов.

Последняя версия системы ЭКОМОД реализована в среде компьютерной алгебры Maple. Соединение средств контроля и хранения системы ЭКОМОД [2], возможностей среды Maple [3] и унификации описаний агентов на основании новой формализации понятия капитала [4] открыло путь новой технологии моделирования экономики. Технология объединяет и автоматизирует следующие этапы разработки модели.

1. Блоки модели, описывающие поведение агентов, записываются в обычной математической нотации в среде Maple с соблюдением специальных требований выделения балансовых уравнений, институциональных и технологических ограничений. Уравнения затем автоматически упрощаются, но вся семантика исходной записи сохраняется. Если поведение агента в модели описывается унифицированной задачей максимизации капитализации, то для этой задачи автоматически записываются достаточные условия оптимальности.

2. Блоки, описывающие агентов, собираются в единую систему, причем специальными процедурами автоматического переобозначения исключается возможность контаминации имен.

3. Описания поведения агентов дополняются описанием их взаимодействий, т.е. согласования их планов за счет фиксации подходящих значений информационных переменных.

4. Проводится автоматический контроль системы балансов, причем автоматически выводятся вытекающие из балансов первые интегралы системы уравнений модели.

5. Система автоматически и вручную упрощается и исследуется аналитическими методами. Существенно, что система помнит исходный вид соотношений, так, что после всех преобразований можно легко установить происхождение результирующих неравенств и при необходимости модифицировать модель. Важно, что в большинстве случаев после модификации можно повторить выкладки автоматически.

6. В той же системе можно проводить численные эксперименты с моделью. Существенно, что расчет производится прямо по уравнениям без предварительного переписывания их на язык программирования. Последний процесс не только очень трудоемок, но и чреват многочисленными трудно контролируемые ошибками.

Описанная технология моделирования была успешно использована при разработке модели российской экономики по заказу Агентства по налогам и сборам РФ. Модель предназначена для оценки объемов теневого оборота на основе данных открытой статистики, а также прогнозирования результатов налоговой политики. В этой модели развитие экономики описывается как результат взаимодействия пяти типов экономических агентов [5]:

1. Производители (нефинансовые коммерческие организации),
2. Банки (финансовые коммерческие организации),
3. Домашние хозяйства (физические лица как потребители и трудящиеся),
4. Собственники (физические и юридические лица, как управляющие движением капитала между секторами и за пределы страны),
5. Государство (некоммерческие организации).

Каждый агент действует в рамках отведенных ему в системе функций в своих собственных интересах, ориентируясь на текущие и ожидаемые в будущем значения параметров экономической конъюнктуры (цен, процентов, курсов и т.п., а также параметров государственной экономической политики). Условия согласования действий агентов в рамках системы материальных и финансовых балансов, а также условия согласования их ожиданий определяют изменение параметров конъюнктуры (модель равновесия рациональных ожиданий).

Описание поведения совокупности агентов каждого типа (кроме государства) формализуется как решение задачи оптимального управления материальными и

финансовыми потоками. Формулировка этой задачи отражает специфику функций агента. Условия согласования поведения агентов формализуются как балансовые равенства и соотношения передачи информации. Для каждого рассматриваемого в модели материального актива или финансового инструмента балансовыми соотношениями описан весь круг его оборота.

Поведение государства описывается сценариями государственной экономической политики, выраженных через значения входных переменных и параметров модели.

В результате некоторых упрощений и исключения промежуточных величин каноническая форма приводится к краевой задаче для системы из 11 конечных и 6 дифференциальных уравнений, содержащей 25 постоянных параметров.

Из 25 постоянных параметров 4 характеризуют технологический уровень экономики и достаточно надежно идентифицируются независимо от модели. Значения еще 6 параметров, характеризующих экономическую политику, можно взять из нормативных документов. Оставшиеся 15 параметров, характеризуют сложившиеся экономические отношения. Значения этих параметров были определены в процессе идентификации модели так, чтобы правильно воспроизводить ход наиболее важных для данного проекта показателей развития экономики за 2000-2003 год (16 кварталов).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 04-01-00600, 04-01-00606, 05-01-08045), Российского гуманитарного научного фонда (код проекта 05-01-02113а), по программе государственной поддержки ведущих научных школ (код проекта НШ-5379.2006.1).

Литература

1. Комаров С.И., Петров А.А., Поспелов И.Г., Поспелова Л.Я. Представление знаний, содержащихся в математических моделях экономики. // Теория и системы управления, № 5, 1995
2. Завриев Н.К., Поспелов И.Г., Поспелова Л.Я., Хохлов М.А. Уроки эксплуатации системы ЭКОМОД и новые перспективы. М.: ВЦ РАН, 2004. 72с.
3. Maple 9 Learning Guide, Maplesoft, Waterloo Maple Inc., Canada, 2003, лицензия № 920523203.
4. Поспелов И.Г. Модели экономической динамики, основанные на равновесии прогнозов экономических агентов. М.: ВЦ РАН, 2003. 200с.
5. Поспелов И.Г., Поспелова И.И., Хохлов М.А., Шипулина Г.Е. Новые принципы и методы разработки макромоделей экономики и модель современной экономики России. М.: ВЦ РАН, 2005, 237 с.

УДК 519.865.3

М.Ю.Андреев¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)

ПОДХОД К ПРОБЛЕМЕ НЕПОЛНЫХ РЫНКОВ БЕЗ ВВЕДЕНИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

С 2002 года в Вычислительном центре им. А.А. Дородницына стали разрабатываться и использоваться модели экономической динамики, в основе которых лежит предположение о рациональном поведении экономических агентов [1, 2]. Для того, чтобы в этих моделях придать некоторым постоянным во времени показателям естественную подвижность и ввести понятие риска, которое фактически отсутствует в детерминированных моделях с полным предвидением, было решено рассмотреть стохастический аналог задачи.

Описание задачи агентов. Была рассмотрена упрощенная модель, описывающая идеализированную двухпериодную замкнутую экономику с одним продуктом. Экономика состоит из экономических агентов двух типов: потребителей и производителей. Производители в оба момента времени производит набор продуктов, а потребители, имеющие право на часть дохода производителей, закупают и потребляют продукт.

В первый момент времени выпуск детерминирован, но во второй момент времени выпуск зависит от реализации случайной величины, распределение которой известно всем агентам. В результате потребители и производители сталкиваются со столькими ограничениями, сколько исходов у случайной величины, что отличает модель от [3, 4]. Интересы производителя описываются как стремление максимизировать доходность капиталовложений собственников в капитал фирмы, а потребители максимизируют ожидаемую полезность от потребления.

Цены на продукты определяются из равновесия спроса и предложения продукта.

Некоторые результаты моделирования. В данной и аналогичных конструкциях находятся все цены, кроме цены на один из продуктов в конечный момент времени. Эта цена является параметром задачи, каждому значению которого соответствует свое (как правило, единственное) равновесие. Таким образом, цена-параметр определяет некоторое множество в пространстве ожидаемых полезностей потребителей (рис.1).

Было обнаружено, что Парето оптимальная граница множества ожидаемых полезностей может состоять из равновесий, в которых цены на продукты в некоторых исходах нулевые, точнее, актуально бесконечно малые. Такие цены [5] требуют введения специального определения экономического равновесия и не совсем удобны для построения практических моделей.

Таким образом, при построении модели агентов возникли три вопроса:

- 1) Какое из множества равновесий выбрать?
- 2) Если выбрать решение из Парето оптимальной границы, то как добиться того, чтобы решение не было представлено актуально бесконечно малыми ценами?
- 3) Численное решение системы стохастических уравнений, состоящей из достаточных условий оптимальности задач более одного агента, крайне затруднительно.

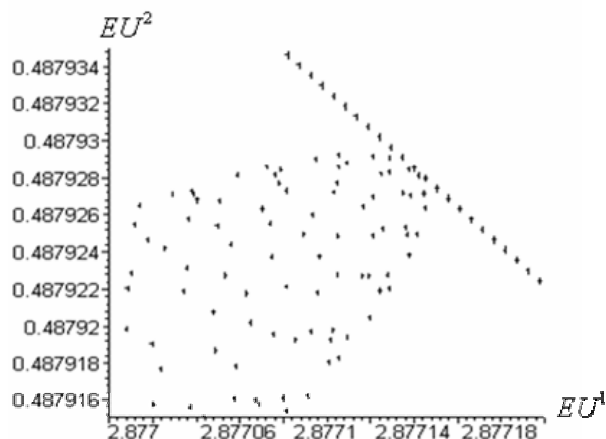


Рис. 1. Множество равновесий стохастической задачи чистого обмена в пространстве ожидаемых полезностей и эффективная кривая.

В связи с этим было решено добиться того, чтобы любое решение задачи было эффективным, т.е. рынок из неполного превратился в полный. Тогда в качестве цен берутся цены задачи глобального планирования, которые всегда положительны. Оставшаяся часть решения задачи агентов была найдена с помощью декомпозиции задачи глобального планирования.

Способ, которым удалось достичь полноты рынков, несколько отличается от способов, представленных в классических моделях экономики с полными рынками [3, 4, 6]. В них полнота достигается благодаря разнообразным финансовым страховкам, торговле активами или торговле условными поставками (contingent commodity). В рассматриваемой модели условием, обеспечивающим полноту, может являться наличие определенного разнообразия фирм-производителей.

Работа поддержана грантом РГНФ № 05-02-02113а.

Литература

1. *Поспелов И.Г.* Модели экономической динамики, основанные на равновесии прогнозов экономических агентов // М., Изд. ВЦ РАН, 2003.
2. *Поспелов И.Г., Поспелова И.И., Хохлов М.А., Шипулина Г.Е.* Новые принципы и методы разработки макромоделей экономики и модель современной экономики России // М., Изд. ВЦ РАН, 2006.
3. *Debreu G.* Theory of Value // New York: Wiley, 1959.
4. *Radner R.* Handbook of Mathematical Economics, vol. II // Amsterdam: North-Holland, 1982.
5. *Данилов В.И., Сотсков А.И.* Чистый обмен при меновых стоимостях // М., Изд. ЦЭМИ АН СССР, 1985.
6. *Mas-Colell A., Whinston M.D., Green J.R.* Microeconomic Theory // New York, Oxford University Press, 1995.

УДК 519.862.4, 519.863

В.Н. Глушков, А.В. Шатров
Вятский государственный университет

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ РАЗВИВАЮЩЕЙСЯ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ НА ПРИМЕРЕ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ

Модель описывает экономику в разрезе одного продукта (ВРП). В основе описания региональной экономики лежит принцип декомпозиции замкнутой экономической системы и представление её как результата взаимодействия следующих типов экономических агентов:

1. Производители (нефинансовые коммерческие организации),
2. Банки (финансовые коммерческие организации),
3. Домашние хозяйства (физические лица как потребители и трудящиеся),
4. Собственники (физические и юридические лица, как управляющие движением капитала между секторами и за пределы области),
5. Область (некоммерческие организации),
6. Центральный банк,
7. Внешняя торговля.

Агенты 6,7 в модель были введены для технического замыкания системы балансов.

Каждый агент действует в рамках отведенных ему в системе функций в своих собственных интересах, ориентируясь на текущие и ожидаемые в будущем значения параметров экономической конъюнктуры (цен, процентов курсов и т.п., а также параметров государственной экономической политики). Условия согласования действий агентов в рамках системы материальных и финансовых балансов, а также условия согласования их ожиданий определяют изменение параметров конъюнктуры (модель равновесия рациональных ожиданий [1]).

Описание поведения совокупности агентов каждого типа (кроме области) формализуется как решение задачи оптимального управления материальными и финансовыми потоками. Формулировка этой задачи отражает специфику функций агента. Условия согласования поведения агентов формализуются как балансовые равенства и соотношения передачи информации. Для каждого рассматриваемого в модели материального актива или финансового инструмента балансовыми соотношениями описан весь круг его оборота.

Поведение области описывается сценариями областной экономической политики, выраженных через значения входных переменных и параметров модели. В данной модели в качестве входных переменных также используются численность занятых и внешнеторговый оборот.

Спецификой данной модели является учет теневого оборота. Для этого деятельность производителей описывается в двух масштабах: краткосрочном и долгосрочном.

В краткосрочном плане производитель действует при заданной занятости и основных производственных фондах и манипулирует выпуском и финансами. Производитель может скрывать часть выпуска, чтобы уменьшить выплаты налога на добавленную стоимость и скрывать часть фактической зарплаты, чтобы уменьшить платежи единого социального налога. При этом производитель рискует подпасть под санкции.

В долгосрочном плане производитель, получая легальный и нелегальный доход, делит их между резервом, необходимым для краткосрочных операций, инвестициями, налогами на прибыль и доходы и доходами собственника, в интересах которого он, в

конечном счете, и действует. Учитывается, что производитель может прибегать к банковским кредитам, и что нелегальные доходы, попавшие в руки собственников и домашних хозяйств, легализуются.

Строгое и полное описание кратко очерченной выше модели состоит из 92 нелинейных, разнородных равенств, неравенств и условий дополнительной нежесткости, связывающих 73 переменных и содержащих 34 постоянных параметра. Значительная и наиболее сложная часть из этих соотношений не писалась «вручную», а выводилась из условий оптимальности действий агентов. Для разработки исследования и использования столь сложных моделей готовых инструментов не существует.

В данном случае эффективная и надежная работа с моделью обеспечивается, во-первых, тем, что модель разрабатывается в среде системы аналитических преобразований Maple, и, во-вторых, тем, что на всех этапах разработка модели поддерживается оригинальной системой ЭКОМОД_М, реализованной в той же среде Maple [2-3].

Система ЭКОМОД_М позволяет собирать модель из сравнительно небольших блоков, описывающих поведение отдельных агентов, причем при сборке производится автоматический контроль балансов и правильности размерности соотношений. ЭКОМОД_М также позволяет автоматически упрощать системы уравнений и помнить происхождение конечных соотношений.

В результате некоторых упрощений и исключения промежуточных величин, исходная система приводится к системе из 17 конечных и дифференциальных уравнений, связывающих 20 функций времени t на отрезке от исходного момента t_0 до конца периода прогнозирования T . Три из функций:

- $R_s(t)$ - численность занятого в экономике области населения,
- $N_s(t)$ - сумма пособий населению из бюджета и фонда заработной платы бюджетных служащих в реальном выражении,
- $V_s(t)$ - сумма чистого экспорта и областного потребления

служат входными величинами и должны быть заданы перед расчетом на весь интервал прогнозирования, а остальные 17 должны быть определены из системы уравнений модели. Выходные переменные выражаются через 17 неизвестных функций в явном виде.

Рассмотрим в качестве примера один из сценариев. В первом сценарии были выбраны и идентифицированы следующие значения параметров:

- $\varepsilon = 100$ - коэффициент, описывающий частоту проверок и величину штрафов, взимаемых налоговой инспекцией. При $\varepsilon \rightarrow 0$ санкции налоговой инспекции ожесточаются. В нашем случае санкции нежесткие.
- $\iota_1 = 0,04$ - средний темп инфляции за весь рассматриваемый период.
- $\xi_n = 0,1$ - норма резервирования привлеченных средств от расчетных счетов производителей. Значение взято из нормативных документов Центрального банка.
- $\xi_s = 0,07$ - норма резервирования привлеченных средств от депозитов населения. Значение взято непосредственно из нормативных документов Центрального банка.
- $\tau_s = 1$ - параметр обращения денег, полученных от легальной зарплаты.
- $\beta_a = 0,7$ - норма амортизации (обратная величина износа основных средств). В нашем случае, основные средства амортизируются в среднем за четыре месяца.
- $\sigma = 0,2$ - доля кредитов в ВРП. Кредиты занимают 20% в общем объеме ВРП.

- $\mu = 0,5$ - коэффициент потребления купленного продукта. В нашем случае половина купленного продукта потребляется, а остальная половина переходит в запасы.
- $\beta_s = 1$ - норма привлечения депозитов (величина, обратная сроку привлечения депозитов). В нашем случае депозиты привлекаются на 1 квартал.
- $\delta = 0,6$ - мера риска собственника. Чем меньше δ , тем больше риск собственника не получить планируемый доход. В нашем случае риск ниже среднего уровня.
- $\beta_k = 0,06$ - норма выдачи кредитов производителю (величина, обратная сроку выдачи кредитов). В нашем случае в процессе идентификации модели срок выдачи кредитов оказался равным 4 года.
- $\tau_{bl} = 6,3$ - параметр обращения денег, полученных от теневой зарплаты. В результате идентификации модели получилось, что деньги, полученные от теневой зарплаты, обращаются в шесть раз быстрее, чем от легальной зарплаты.

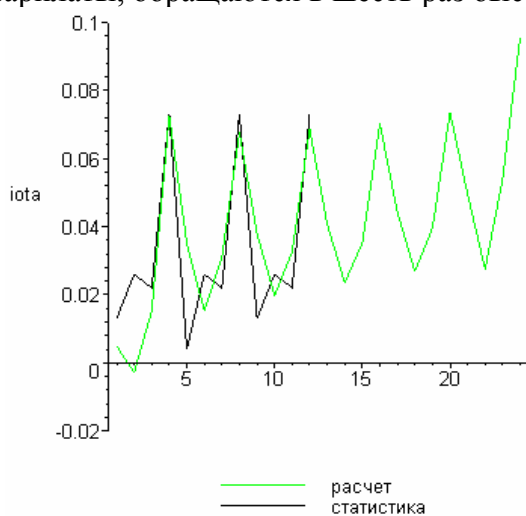


Рис. 1 Темп инфляции

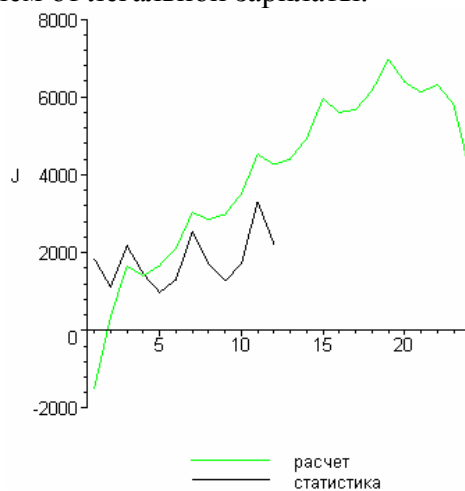


Рис. 2 Валовое накопление, млн. руб. в реальном выражении в ценах 2002 года

Результаты сопоставления расчетов со статистикой для 12 кварталов 2002-2004 гг. и прогноз на три года вперед (на 12 кварталов) приведены на рис. 1-3. Как видно из рис.1, инфляция воспроизводится моделью с весьма высокой точностью и отражает колебания инфляции в пределах года. Прогноз демонстрирует, что темп инфляции в 2005-2006 гг. останется на том же уровне, что и в 2002-2004 гг., а к концу 2007 года возрастет. Как можно видеть из рис.2, значения валового накопления, рассчитанные моделью, слегка завышены по сравнению со статистическими данными, но отражают характер колебаний данного показателя в пределах года. Из прогноза следует, что валовое накопление в 2005-2006 гг. будет возрастать высокими темпами, а в 2007 году произойдет резкий спад реальных инвестиций. Возможно, это связано с увеличением инфляции в 2007 году. На рис. 3 представлены доля теневого выпуска в общем выпуске и доля теневой зарплаты в общей зарплате, определенные в результате расчетов модели для 24 кварталов 2002-2007 гг.

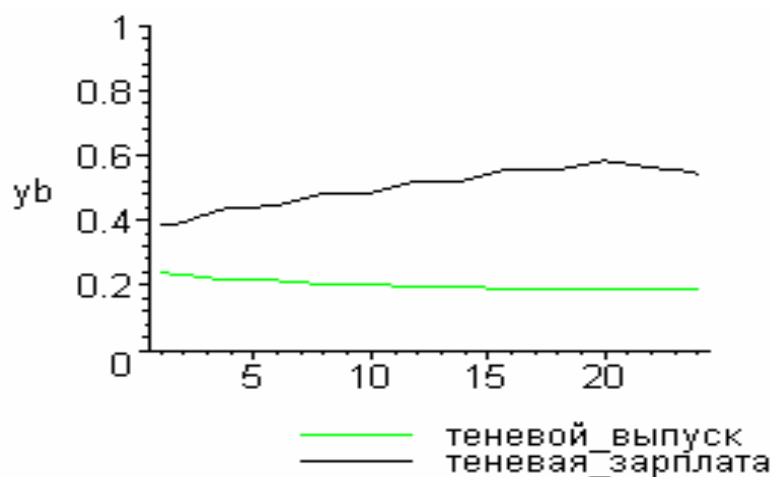


Рис. 3 Доля теневого выпуска в общем выпуске и доля теневой зарплаты в общей зарплате

Как видно из рис. 3, доля теневого выпуска составляет в среднем 21% в общем выпуске продуктов и услуг. Причем эта доля с течением времени незначительно уменьшается. Доля теневой зарплаты в общей зарплате составляет 40% в начале 2002 года и вырастает до 60% к началу 2007 года, а затем к концу 2007 года снижается до уровня 53%. Работа выполнена при поддержке Федерального агентства по науке и инновациям. Проект ГК 02.449.11.7026

Литература

1. Поспелов, И.Г. Моделирование экономических структур. Математическое моделирование. Вып. 6.- М.: Фазис-ВЦ РАН, 2003.
2. Поспелов, И.Г. Модели экономической динамики, основанные на равновесии прогнозов экономических агентов. - М.: Фазис-ВЦ РАН, 2003.
3. Завриев Н.К., Поспелов И.Г., Поспелова Л.Я. Уроки эксплуатации системы ЭКОМОД и новые перспективы.-М.: ФАЗИС – ВЦ РАН, 2004

УДК 577.3

В.Н.Глушков¹

¹ Вятский государственный университет,

ПОСТАНОВКА ОБРАТНОЙ ИМИТАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ В МОДЕЛИ "РАСТИТЕЛЬНОСТЬ-ЛЕММИНГИ-ПЕСЦЫ"

Имитационные технологии все активнее используются широким классом «пользователей». Существует потребность в развитии способов их применения. Одним из факторов сдерживающих развитие этого метода является не разработанность способов анализа свойств детальной имитационной модели. Такая модель не может быть самодостаточной, для ее эффективного использования она должна быть компонентом набора взаимосвязанных моделей, состоящих из детальных имитационных моделей и сопряженных с ними упрощенных моделей, которые имеют небольшое количество переменных и позволяют провести подробное портретное исследование. Упрощенные модели могут быть построены в результате анализа вычислительных экспериментов в форме моделей, с помощью которых удастся воспроизвести (аппроксимировать) моделируемую динамику изменения фазовых переменных. Возникает вопрос о связи параметров так построенной модели с исходной (детальной) имитационной моделью. Чтобы эффективно найти вид такой связи решается «обратная имитационная задача». Суть задачи в том, что ищется такая модификация постулатов исходной имитационной модели, из которых следует точно, а не приближенно полученная ранее упрощенная модель. При этом модифицированная модель должна не противоречить данным и представлениям об объекте, опираться на результаты вычислительных экспериментов.

Предложенный подход использовался при исследовании механизмов формирования колебаний численности животных в рамках моделей тундровых популяций и сообществ. Одной из таких моделей была имитационная модель сообщества "растительность – лемминги - песцы" (РЛП) в виде системы трех обыкновенных дифференциальных уравнений с нелинейными членами и с сезонными изменениями параметров. Модель РЛП (точнее - динамика численности леммингов - "водителя ритма" сообщества) хорошо аппроксимировалась дискретной моделью в виде функций последования, связывающей численности леммингов в двух соседних годах. Для поиска более тесной связи между этими двумя моделями была поставлена и решена *обратная имитационная задача*: в результате модификации исходных постулатов модели РЛП построить такую редуцированную модель, из которой точно следовала, полученная в результате аппроксимации упрощенная модель. Процесс модификации был основан на детальном анализе вычислительных экспериментов. Этот анализ показал, что в каждом конкретном временном интервале – в рассматриваемом конкретном сезоне, в конкретной фазе изменения численностей используемые (экспертно оцененные) функциональные зависимости изменяются либо мало, либо близки к линейным. Благодаря тому, что переход от исходной имитационной модели к ее упрощенной версии строго формализован - исключено уравнение, описывающее динамику песцов, кусочно линейаризованы некоторые функциональные зависимости - функция последования обладает следующими свойствами. Она хорошо аппроксимирует динамику численности, реализуемую в модели РЛП; все параметры образующей его функции являются явными функциями параметров исходной имитационной модели РЛП, т.е. найдены аналитические выражения, связывающие параметры функции последования с параметрами исходной модели РЛП. После решения «обратной имитационной задачи» можно проводить настройку исходной

модели РЛП следующим образом: сначала по функции последования определяем, какими должны быть ее параметры для получения необходимой динамики. Затем, используя формулы перехода, выясняем, какими параметрами исходной модели можно оперировать для изменения нужного параметра или параметров функции последования. Поскольку почти все они зависят от нескольких исходных параметров, то есть возможность выбора различных вариантов и внесения наиболее биологически осмысленных изменений.

Проведенные исследования при решении обратной имитационной задачи позволили реализовать программу комплексных исследований экологического объекта. Эта программа включает в себя всю последовательность операций от переработки исходной (биологической) информации, обоснования и построения детальной имитационной математической модели до обоснования упрощенных моделей, для которых возможны аналитические исследования и использование полученного набора моделей для формулирования гипотез о ведущих механизмах исследуемого объекта. Такая методика исследования делает имитационное моделирование полноценным инструментом изучения механизмов экологического явления, устраняет представления о возможности использовать имитационные модели только для «инженерных расчетов». Возможность постановки и решения обратной имитационной задачи связана с «узостью фазового портрета» экологических моделей. Узость диапазона изменения параметров модели связана еще и с тем, что рассмотрение проводится отдельно для разных сезонов, что и позволяет линеаризовать соответствующие функции. Этот процесс в чем-то схож с процессом линеаризации в окрестности найденного решения. Но существенное отличие состоит в том, что происходит модификация – линеаризация исходных нелинейных зависимостей, которые и формируют упрощенную модель. Такая процедура позволяет связать (макро)показатели временного ряда с постулатами – функциями исходной модели.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ, код проекта 04-01-00309.

УДК 519.86

З.С. Гаева¹

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Российской академии наук

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ МИКРОСТРУКТУРОЙ ГРАДОВОГО ОБЛАКА.

Одной из актуальных практических задач в общей проблеме модификации погоды является предотвращение града. Важнейшим вопросом воздействия на градовые процессы является выбор места и времени внесения реагента, так как это определяет механизм взаимодействия реагента и облака. Эта проблема формализована в виде математической задачи управления микроструктурой градового облака, эволюция которого описывается кинетическими уравнениями Смолуховского для функций распределения капель и кристаллов по массе или размеру (радиусу, объему). Разработке и решению этой задачи посвящен ряд работ [1-3]. Управление осуществляется с целью предотвращения образования крупных градин в облаке, которые могут достигнуть поверхности земли и нанести ущерб. Поэтому минимизируется функционал, определяющий количество градин в облаке, больших определенного размера. Численное решение задачи управления является более сложной проблемой, чем расчет параметров облака для определения которых решаются уравнения коагуляции. Исследованию уравнений коагуляции было посвящено много работ, среди последних следует отметить работы [4,5,6]. Тем не менее актуальным вопросом является разработка экономичных методов решения этих уравнений, обладающих необходимой точностью. С помощью метода Галеркина можно сократить объем вычислений. Для решения кинетических уравнений методом Галеркина в качестве ортонормированной системы функций используется система функций Лежандра. Однако при этом возникают проблемы контроля точности вычисления, связанные с тем, что интегральные характеристики, описывающие эволюцию облака, не могут быть вычислены точно по конечному числу коэффициентов Галеркина. На основе теории проблемы моментов Чебышева - Маркова - Крейна [7] был использован алгоритм для вычисления точных верхней и нижней границ, в которых может лежать интегральная характеристика функции распределения. На использовании этого алгоритма был основан новый подход к решению задач управления микрофизическими процессами в градовых облаках, а именно: задачу управления микроструктурой градового облака заменить оценочной задачей. По коэффициентам Галеркина строится точная верхняя граница функционала. Функционал, определяющий количество градин, больших определенного размера, заменяется точной верхней границей. Новый функционал и, следовательно, его производные не задаются явными формулами. В то же время, условия трансверсальности в задаче управления определяются производными функционала. Для этого был разработан в работах [8]

алгоритм вычисления производных точных оценок по каждому из моментов, который позволил адаптировать известный метод последовательных приближений Крылова – Черноулько для решения задачи управления микрофизическими процессами в облаке.

Метод опробован для решения задачи управления микрофизическими процессами в пространственно-однородном облаке.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 06-01-00752а), по программе государственной поддержки ведущих научных школ (код проекта НШ-5379.2006.1)

Литература

1. *Ашабоков Б.А, Гаева З.С. , Калажоков Х.Х.* Численная модель управления формированием микроструктуры градовых облаков // Труды 11 Всесоюзного симпоз. по математ. моделир. атмосферной конвекции и искусственному воздействию на конвективные облака. Г. Долгопрудный. 26-29 мая 1986г. – М.: Гидрометеиздат. 1989. С.66-72.
2. *Ашабоков Б.А, Шаповалов А.В.* Численная модель управления формированием микроструктуры градовых облаков.// Известия АН, Физика атмосферы и океана. 1996. Т.32. N3. С.364-369.
3. *Ашабоков Б.А, Шаповалов А.В., Федченко Л.М.* Численная модель управления формированием микроструктуры градовых облаков //Материалы симпозиума «Математичес. моделир. и компьютер. технологии». Кисловодск. 1997.
4. *Веденяпин В.В.* Кинетические уравнения Больцмана и Власова // М: Физматлит. 2001. С.111.
5. *Галкин В. А.* Уравнение Смолуховского // М.: Физматлит. 2001. С.336.
6. *Дубовский П.Б.* Математическая теория кинетики коагуляции и дроблении// автореферат диссертации на соискание уч. степ. д-ра физико-математических наук. – М.: ИВМ РАН. 2000. С.36.
7. *Крейн М.Г., Нудельман А.А.* Проблема моментов Маркова и экстремальные задачи. – М.: Наука. 1973. С.551 .
8. *Гаева З.С., ШананинА.А.* Численный метод решения задачи управления микроструктурой градового облака // Матем. моделирование. 2004.N 16.N 12. С. 69-84.

УДК 519.86

В.А. Гребенников¹, А.А. Шананин^{2,1}

¹ Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова

² Московский физико-технический институт (государственный университет)

ОБОБЩЕННЫЙ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПОТРЕБИТЕЛЬСКОГО СПРОСА

Постановка задачи.

Рассматривается торговая статистика некоторой группы из m видов товаров

$\{(\mathbf{P}^t, \mathbf{X}^t)\}_{t=0}^T$, где $\mathbf{X}^t = (X_1^t, X_2^t, \dots, X_m^t)$ – вектор объемов потребления товаров,

$\mathbf{P}^t = (P_1^t, P_2^t, \dots, P_m^t)$ – вектор цен на эти товары.

Говорят [1], что обратные функции спроса $\mathbf{P}(\mathbf{X})$ удовлетворяют гипотезе о рациональности поведения, если существует такая непрерывная, вогнутая, положительно однородная первой степени и положительная на множестве $\text{int } \mathbb{R}_+^m$

функция полезности $F(\mathbf{X})$, что $\mathbf{X} \in \text{Argmax}\{F(\mathbf{Y}) | \langle \mathbf{P}(\mathbf{X}), \mathbf{Y} \rangle \leq \langle \mathbf{P}(\mathbf{X}), \mathbf{X} \rangle, \mathbf{Y} = (Y_1, \dots, Y_m) \geq 0\}$.

Однородная положительная функция полезности, если она существует, может быть использована как естественный скалярный соизмеритель объемов товаров данной группы – индекс потребления. Сопряженная по Янгу функция

$$Q(\mathbf{P}) = \inf_{\mathbf{X} > 0, F(\mathbf{X}) > 0} \left\{ \frac{\langle \mathbf{P}, \mathbf{X} \rangle}{F(\mathbf{X})} \right\}$$

оказывается индексом цен этой группы, поскольку $Q(\mathbf{P}(\mathbf{X}))F(\mathbf{X}) = \langle \mathbf{P}(\mathbf{X}), \mathbf{X} \rangle$.

Будем говорить, что обратные функции спроса удовлетворяют Закону Спроса, если существует монотонно убывающая агрегированная функция спроса $H(\cdot)$, такая что $Q(\mathbf{P}(\mathbf{X})) = H(F(\mathbf{X}))$.

В основе непараметрического метода анализа структуры потребительского спроса лежит следующая фундаментальная теорема [2, 3].

Теорема (Африата – Верияна). Утверждения эквивалентны:

- существует функция полезности вида $F(\mathbf{X}) = \min_t \lambda_t \langle \mathbf{P}^t, \mathbf{X} \rangle$, рационализирующая торговую статистику $\{(\mathbf{P}^t, \mathbf{X}^t)\}_{t=0}^T$, т.е.

$$\mathbf{X}^t \in \text{Argmax}\{F(\mathbf{Y}) | \langle \mathbf{P}^t, \mathbf{Y} \rangle \leq \langle \mathbf{P}^t, \mathbf{X}^t \rangle, \mathbf{Y} \geq 0\} \quad t = \overline{0, T};$$

- существует решение $(\lambda_0, \dots, \lambda_T) > 0$ системы линейных неравенств:

$$\lambda_\tau \langle \mathbf{P}^\tau, \mathbf{X}^t \rangle \geq \lambda_t \langle \mathbf{P}^t, \mathbf{X}^t \rangle, \quad \tau, t = \overline{0, T} \quad (1)$$

По положительному решению системы (1) строятся временные ряды индексов цен $\{1/\lambda_t\}_{t=0}^T$ и индексов потребления $\{\lambda_t \langle \mathbf{P}^t, \mathbf{X}^t \rangle\}_{t=0}^T$. Решение этой задачи осуществляется с помощью эффективного вычислительного алгоритма Варшалла – Флойда, имеющего полиномиальную сложность [3].

Если система (1) неразрешима, то это означает, что гипотеза о рациональном поведении потребителей не выполняется. В таком случае можно использовать обобщение непараметрического метода, а именно: вместо системы (1) рассматривать систему

$$\omega \lambda_{\tau} \langle \mathbf{P}^{\tau}, \mathbf{X}^t \rangle \geq \lambda_t \langle \mathbf{P}^t, \mathbf{X}^t \rangle, \quad \tau, t = \overline{0, T} \quad (2)$$

при некотором $\omega \geq 1$, где ω – количественный показатель «нерациональности» статистики [4, 5].

Будем говорить, что торговая статистика $\{(\mathbf{P}^t, \mathbf{X}^t)\}_{t=0}^T$ удовлетворяет Закону Спроса, если существует положительное решение системы линейных неравенств (1) (или (2)), которое удовлетворяет соотношениям

$$(\lambda_t - \lambda_{\tau})(\lambda_t \langle \mathbf{P}^t, \mathbf{X}^t \rangle - \lambda_{\tau} \langle \mathbf{P}^{\tau}, \mathbf{X}^{\tau} \rangle) \geq 0, \quad \tau, t = \overline{0, T}. \quad (3)$$

В работе изучается два основных вопроса:

- сформулировать необходимое и достаточное условия, при которых торговая статистика удовлетворяет Закону Спроса и гипотезе о рациональном потреблении с параметром нерациональности ω ;
- при условии выполнения Закона Спроса и гипотезы о рациональном потреблении с параметром нерациональности ω построить по торговой статистике множество прогнозов цен для заданного вектора потребления товаров.

Основные результаты

Удалось сформулировать отдельно необходимое и достаточное условия выполнимости системы, образованной пересечением условий (2) и (3)

$$\begin{cases} \omega \lambda_{\tau} \langle \mathbf{P}^{\tau}, \mathbf{X}^t \rangle \geq \lambda_t \langle \mathbf{P}^t, \mathbf{X}^t \rangle \\ (\lambda_t - \lambda_{\tau})(\lambda_t \langle \mathbf{P}^t, \mathbf{X}^t \rangle - \lambda_{\tau} \langle \mathbf{P}^{\tau}, \mathbf{X}^{\tau} \rangle) \geq 0, \end{cases} \quad \tau, t = \overline{0, T}.$$

Пусть $\Theta(x)$ -функция Хевисайда.

Предложение 1. Для того чтобы торговая статистика удовлетворяла Закону спроса и гипотезе о рациональном потреблении с параметром нерациональности ω , необходимо, чтобы система линейных неравенств $\lambda_t D_{\tau t} \leq \lambda_{\tau}$ имела решение, где

$$D_{\tau t} = \max \left\{ \frac{\langle \mathbf{P}^t, \mathbf{X}^t \rangle}{\omega \langle \mathbf{P}^{\tau}, \mathbf{X}^t \rangle}, \Theta \left(\frac{\langle \mathbf{P}^{\tau}, \mathbf{X}^{\tau} \rangle}{\langle \mathbf{P}^{\tau}, \mathbf{X}^t \rangle} - \omega \right) \right\}, \quad \tau, t = \overline{0, T}.$$

Предложение 2. Для того чтобы торговая статистика удовлетворяла Закону спроса и гипотезе о рациональном потреблении с параметром нерациональности ω , достаточно, чтобы система линейных неравенств $\lambda_t D_{\tau t}^* \leq \lambda_{\tau}$ имела решение, где

$$D_{\tau t}^* = \max \left\{ \frac{\langle \mathbf{P}^t, \mathbf{X}^t \rangle}{\omega \langle \mathbf{P}^{\tau}, \mathbf{X}^t \rangle}, \Theta \left(\omega - \frac{\langle \mathbf{P}^t, \mathbf{X}^t \rangle}{\langle \mathbf{P}^t, \mathbf{X}^{\tau} \rangle} \right) \right\}, \quad \tau, t = \overline{0, T}.$$

С помощью алгоритма Варшалла – Флойда вычислим коэффициенты

$$\Delta_{\tau t} = \max_{\{t_1, \dots, t_k\} \subseteq \{0, T\}} \left\{ D_{\tau t_1} D_{t_k t} \prod_{i=2}^k D_{t_{i-1} t_i} \right\}.$$

Предположим, что торговая статистика $\{\mathbf{P}^t, \mathbf{X}^t\}_{t=0}^T$ удовлетворяет Закону Спроса и гипотезе о рациональном потреблении с параметром нерациональности ω . Определим множество $G(\mathbf{X}^\theta)$ прогнозов цен при векторе потребления $\mathbf{X}^\theta$ как множество таких векторов цен $\mathbf{P}^\theta$, при которых расширенная торговая статистика $(\mathbf{P}^\theta, \mathbf{X}^\theta) \cup \{(\mathbf{P}^t, \mathbf{X}^t)\}_{t=0}^T$ удовлетворяет Закону Спроса и гипотезе о рациональном потреблении с параметром нерациональности ω .

Предложение 3*. Справедлива оценка

$$G(\mathbf{X}^\theta) = \left\{ \mathbf{P}^\theta > 0 \mid \max \left[\frac{\langle \mathbf{P}^\theta, \mathbf{X}^\theta \rangle}{\omega \langle \mathbf{P}^\tau, \mathbf{X}^\theta \rangle}, \Theta \left(\frac{\langle \mathbf{P}^\tau, \mathbf{X}^\tau \rangle}{\langle \mathbf{P}^\tau, \mathbf{X}^\theta \rangle} - \omega \right) \right] \times \right. \\ \left. \max \left[\frac{\langle \mathbf{P}^t, \mathbf{X}^t \rangle}{\omega \langle \mathbf{P}^\theta, \mathbf{X}^t \rangle}, \Theta \left(\frac{\langle \mathbf{P}^\theta, \mathbf{X}^\theta \rangle}{\langle \mathbf{P}^\theta, \mathbf{X}^t \rangle} - \omega \right) \right] \leq \Delta_{\tau t}, \quad t, \tau = \overline{0, T} \right\}.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 06-07-89210а).

Литература

1. *Afriat S.N.* The construction of utility functions from expenditure data // International economic review, 1967, № 7, p. 67-77.
2. *Varian H.* Non-parametric tests of consumer behavior // The review of economic studies, 1983, v.L(1), № 160 (1), p.99-100.
3. *Шананин А.А.* Непараметрические методы анализа структуры потребительского спроса. // Мат. моделирование, № 9, 1993, с.3-16.
4. *Houtman M.* Nonparametric consumer and producer analysis // Dissertation № 95-32, 1995, University of Limburg, Maastricht, the Netherlands.
5. *Поспелова Л.Я., Шананин А.А.* Показатели нерациональности потребительского поведения и обобщенный непараметрический метод // Мат. моделирование, № 4, 1998, с.105-116.

УДК 519.862

Е.В. Бурнаев

Московский физико-технический институт (государственный университет)

РАЗЛОЖЕНИЕ ВРЕМЕННОГО РЯДА НА СОСТАВЛЯЮЩИЕ С ПОМОЩЬЮ ДИСКРЕТНОГО ВЕЙВЛЕТ ПРЕБРАЗОВАНИЯ

Разложение временного ряда на составляющие – тренд, циклические компоненты, шум – необходимо для анализа и прогнозирования временных рядов. В качестве тренда обычно используют полином определенной степени, неизвестные коэффициенты которого оценивают методом наименьших квадратов. Циклические компоненты выделяют на основе спектра временного ряда, который оценивают с помощью преобразования Фурье (ПФ) (перед этим из временного ряда надо вычесть тренд). Однако, циклические компоненты, выделенные на основе спектра, зачастую недостоверны, поскольку:

- Понятие спектра временного ряда предполагает стационарность ряда. На практике большинство временных рядов остаются нестационарными даже после вычитания тренда (например, дисперсия может изменяться со временем). Понятно, что “частотное наполнение” таких временных рядов будет зависеть от времени.
- Для оценки спектра необходима оценка корреляционной функции временного ряда для всех допустимых значений лага. На практике такая оценка невозможна.

Значит, нужен подход, не имеющий вышеперечисленных недостатков. В данной работе для разложения временного ряда на составляющие предлагается вместо обычного спектра использовать дискретный вейвлет спектр (ДВС). Такой подход позволяет анализировать нестационарные временные ряды и не требует оценки корреляционной функции.

Пусть $y = \{y_n, n = 0, 1, \dots, L-1\}$ – временной ряд с расстоянием между отсчетами, равным t_s , т.е. частота дискретизации составляет $f_s = 1/t_s$ [Гц]. Будем считать, что $L = 2^J$, $J \in \mathbb{N}$. Пусть $w = [\beta_{0,0} \alpha_{0,0} \alpha_{1,0} \alpha_{1,1} \alpha_{2,0} \dots \alpha_{2,3} \dots \alpha_{J-1,0} \dots \alpha_{J-1,2^{J-1}-1}]$ – вектор коэффициентов, подсчитанных с помощью прямого дискретного вейвлет преобразования (ДВП) по ряду y [1]. Подсчитывая обратное ДВП по коэффициентам w , можно восстановить ряд y . Для удобства прямое ДВП будем обозначать как $w = W(y)$, а обратное ДВП – как $y = W^{-1}(w)$. Квадрат вейвлет коэффициента $\alpha_{j,n}$ характеризует, сколько энергии временного ряда приходится на отрезок частот $\Delta f_j = [f_s/2^{J-j+1}; f_s/2^{J-j}]$ (частоты выражены в [Гц]) в момент времени $t \approx 2^{J-j} \cdot n \cdot t_s$. Масштабный коэффициент $\beta_{0,0}$ равен $1/L \cdot \sum_{n=0}^{L-1} y_n$ – выборочному среднему временного ряда. Пусть $P_j = \sum_{n=0}^{2^{j-1}-1} \alpha_{j,n}^2$. Определим ДВС как вектор размерности $J+1$, равный $P = (\beta_{0,0}^2, P_0, P_1, \dots, P_{J-1})$.

Заметим, что определение спектра детерминированного сигнала отличается от определения спектра временного ряда [2]. В этом смысле вышеприведенное определение ДВС не совсем корректно, поскольку не учитывает стохастичность временного ряда. С другой стороны, в приложениях спектры и детерминированного и стохастического сигналов подсчитываются, по сути, по одним и тем же формулам, поэтому предложенного “инженерного” определения ДВС достаточно для приложений.

Опишем методологию разложения временного ряда на составляющие на модельном примере. Пусть сигналы $g_1(t) = 2 \cdot \sin(t)$ и $g_2(t) = |\arcsin(\sin(16 \cdot t/\pi))|$, $t \in [0; 8\pi]$, а дискретный сигнал y равен $y_n = g_1(8\pi n/4096)$ при $n = 1, 2, \dots, 4096$ и $y_n = g_2(8\pi(n-4096)/4096)$ при $n = 4097, 4098, \dots, 8192$, т.е. сигнал y состоит из двух

гармоник, “включенных” в разные моменты времени. Этот сигнал вместе со своим спектром изображен на рис. 1.

На рис. 1 также изображен ДВС, который подсчитывался с использованием фильтров Добеши с $N=10$ нулевыми моментами. ДВС имеет пик при $j=4$, что свидетельствует о наличии низкочастотных колебаний, и при $j=7$, что свидетельствует о наличии высокочастотных колебаний. Таким образом, сигнал содержит две гармоники, которые необходимо выделить. Для этого определим элементы двух векторов коэффициентов $w^{(1)}$ и $w^{(2)}$ по формулам $\alpha_{j,k}^{(1)} = \begin{cases} \alpha_{j,k}, j=0,1,\dots,5, \\ 0, j=6,7,\dots,12, \end{cases}$ $\alpha_{j,k}^{(2)} = \begin{cases} 0, j=0,1,\dots,5, \\ \alpha_{j,k}, j=6,7,\dots,12, \end{cases}$ $\beta_{0,0}^{(1)} = \beta_{0,0}$, $\beta_{0,0}^{(2)} = 0$,

где $\beta_{0,0}$, $\alpha_{j,n}$ ($n=0,1,\dots,2^j-1$, $j=0,1,\dots,12$) – элементы вектора $w=W(y)$. Используя вектора коэффициентов $w^{(1)}$ и $w^{(2)}$, подсчитываем обратное ДВП и получаем сигналы $x=W^{-1}(w^{(1)})$ и $z=W^{-1}(w^{(2)})$, которые изображены на рис. 2. За исключением небольших искажений на концах, циклические компоненты выделены с хорошей точностью. Так как вейвлет коэффициенты $\alpha_{j,n}$ содержат информацию не только о частотах циклических компонент, присутствующих в сигнале, но и о том, в какие моменты времени эти компоненты были “включены”, то ДВС позволяет эффективно разделять временной ряд на составляющие с учетом того, что характеристики этих составляющих могут зависеть от времени.

Необходимо отметить еще одну особенность ДВС. Выборочная дисперсия временного ряда равна $\sigma^2 = 1/L \cdot \sum_{n=0}^{L-1} y_n^2 - \left(1/L \cdot \sum_{n=0}^{L-1} y_n\right)^2 = 1/L^2 \cdot \sum_{k=1}^{L-1} |\hat{y}_k|^2$, где дискретное ПФ $\hat{y}_k = \sum_{n=0}^{L-1} y_n \exp(-i2\pi kn/L)$, $k=1,2,\dots,L-1$. Это равенство показывает, какой вклад вносит каждая из гармоник с частотой $k/L \cdot f_s$ [Гц] в изменчивость временного ряда, мерой которой является выборочная дисперсия. Коэффициенты $|\hat{y}_k|^2$ как раз и составляют оценку значений спектра временного ряда. Аналогично, в случае ДВС, $\sigma^2 = \sum_{j=0}^{J-1} P_j$, где каждое слагаемое P_j

характеризует вклад в изменчивость ряда, который вносят гармоники с частотами из отрезка Δf_j . Поскольку в реальных рядах редко когда присутствуют “чистые” гармоники, такая неточность (выражающаяся в отрезке частот, а не в какой-то конкретной частоте, как в обычном спектре) гораздо предпочтительнее. Действительно, пусть во временном ряду присутствует гармоника S с частотой f_n , зависящей от времени, причем $f_n \in \Delta f_j$ при некотором j для всех $n=0,1,\dots,L-1$. В спектре гармонике S будет соответствовать размытый пик с основанием из отрезка частот Δf_j , что осложняет выделение этой гармоники. В то же время описанная выше методология позволяет “автоматически” выделить гармонику S из временного ряда.

Практическое применение предложенной методологии иллюстрируется на примерах различных экономических временных рядов, в которых присутствуют значительные циклические компоненты.

Более подробное описание методологии, алгоритмов расчета и примеров применения приводится в [1].

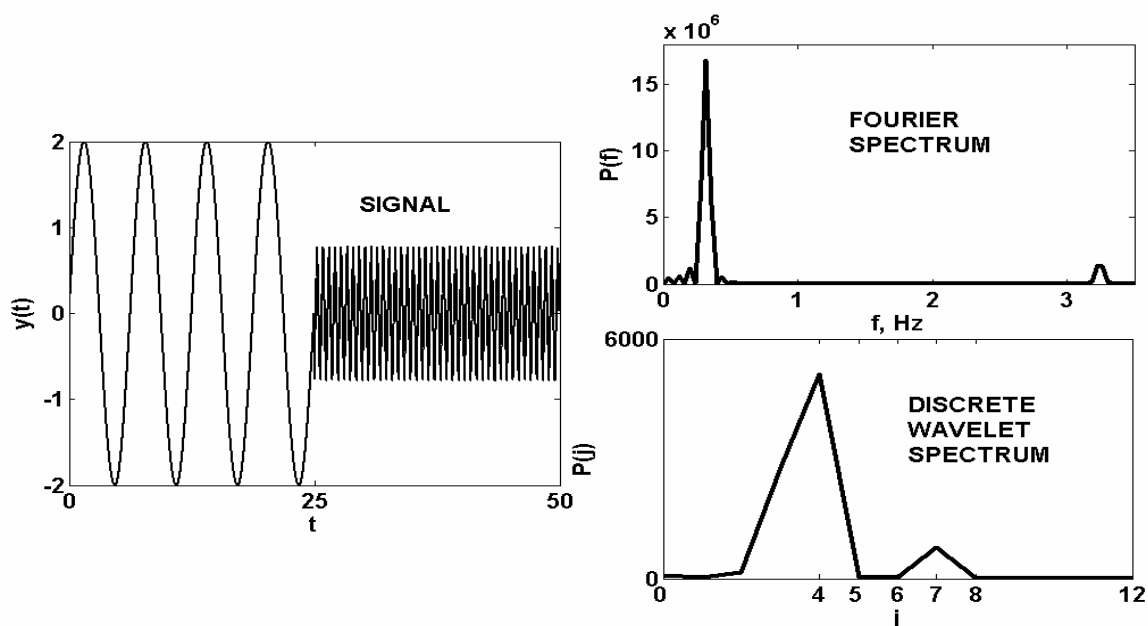


Рис. 1. Сигнал y , спектр, ДВС (элемент $\beta_{0,0}^2$ вектора ДВС не изображен).

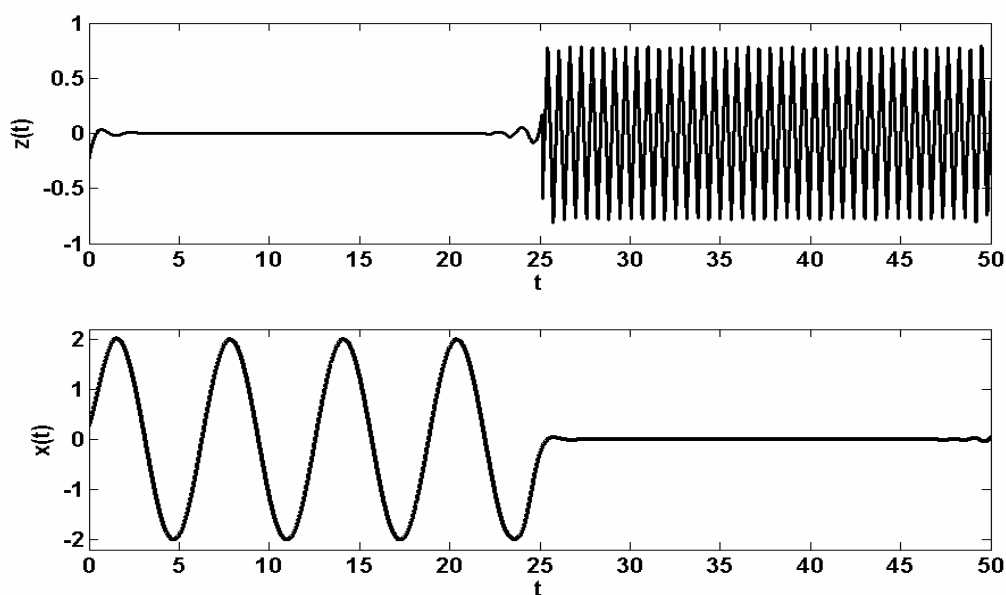


Рис. 2. Компоненты модельного сигнала y , восстановленные по ДВС

Работа частично поддержана грантом РФФИ №04-07-90346, грантом РГНФ 06-02-91821 а/Г, грантом Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (код проекта НШ-5379.2006.1).

Литература

1. Бурнаев Е.В. Применение вейвлет преобразования для анализа экономических временных рядов / Математическое моделирование развивающихся экономических систем // В сб. научн. трудов летней школы по экономико-математическому моделированию ЭКОМОД-2006. Киров: изд-во ВятГУ, 2006. С.95-170.
2. Дженкинс Г., Ватс Д. Спектральный анализ и его приложения. М: Мир, 1971.

УДК 519.872.6

В.О. Качмар

Московский физико-технический институт (государственный университет)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЧТОВОЙ СЕТИ РОССИИ, АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАЗЛИЧНЫХ ВАРИАНТОВ РЕСТРУКТУРИЗАЦИИ СЕТИ

В настоящее время перед почтовой системой стоит ряд серьезных задач, связанных с обработкой все возрастающего потока почтовой корреспонденции при соблюдении высоких требований к качеству услуг, предоставляемых почтовой системой.

Необходимо оценить эффективность работы существующей сети согласно следующему критерию: доставка по любому из маршрутов сети должна осуществляться в пределах заданного временного норматива при минимизации затрат на содержание сети.

Почтовая сеть представлена как сеть из узлов - сортировочных центров, и ребер - маршрутов с условием связности: из любого узла можно доставлять почту в любой узел.

Для каждого из вариантов локальных изменений структуры сети можно провести сравнительный анализ с точки зрения оценки локальной выгоды и выбрать оптимальный вариант реструктуризации сети. Однако в силу принадлежности участка, на котором возможно соответствующее локальное изменение структуры сети, различным маршрутам, функционирующим в сети, введение данного изменения может вызвать различный эффект на других участках сети [1,3]. Оценить суммарные изменения в работе всей сети в результате введения локального изменения можно посредством анализа интегральных характеристик работы сети. Для каждого из вариантов локальных изменений структуры сети можно провести сравнительный анализ с точки зрения оценки интегрального эффекта работы всей сети и выбрать оптимальный вариант реструктуризации сети.

Были рассмотрены два предельных частных случая графов с минимальным количеством ребер: из каждой вершины выходит не более двух ребер, «цепочка»; существует вершина, из которой выходит $n-1$ ребер, «звездочка».

Эксперименты были проведены для графов с различным числом вершин и ребер. Рассматривались связные графы с 5, 6, 7 вершинами, а количество ребер изменялось от максимального возможного до минимального.

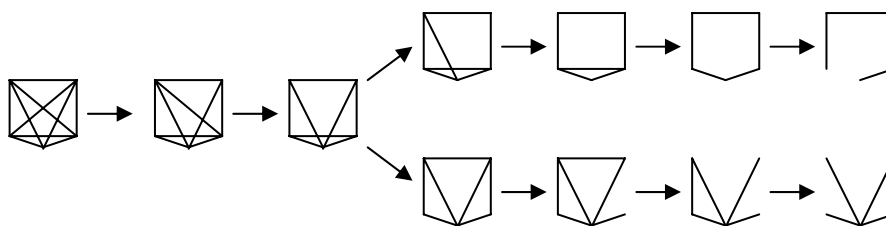


Рис. 1. Структура графа. «Звездочка» и «цепочка»

В рамках динамического моделирования проводились серии экспериментов по реструктуризации сети почтовых сортировочных центров путем изменения типа транспортировки почтовой корреспонденции и по реструктуризации сети почтовых сортировочных центров путем их автоматизации.

Входными параметрами для экспериментов являются численные характеристики: суточный объем входного/выходного потоков почтовой корреспонденции; скорость и стоимость обработки единицы потока почтовой корреспонденции в сортировочном центре; объем почтовой корреспонденции, накапливаемый в сортировочном центре для отправки в одном направлении; сроки и стоимость хранения почтовой корреспонденции в сортировочном центре; скорость и стоимость транспортировки почтовой корреспонденции между

сортировочными центрами; нормативные сроки доставки почтовой корреспонденции к месту назначения.

В процессе эксперимента имитируется работа почтовой сети на заданной сетке узлов и соединяющих их маршрутов. Эксперименты, проводимые в рамках динамического моделирования, позволяют доказать или опровергнуть гипотезы, выдвинутые на основе аналитических исследований и провести сравнительный анализ нескольких альтернативных вариантов реструктуризации сети.

В текущей динамической модели возможны простые изменения: топологии сети сортировочных центров; состава и значений количественных характеристик модели; состава основных наблюдаемых параметров; состава интегральных характеристик графа; способов сообщения между сортировочными центрами. Также существует возможность добавления новых принципов работы сортировочных центров.

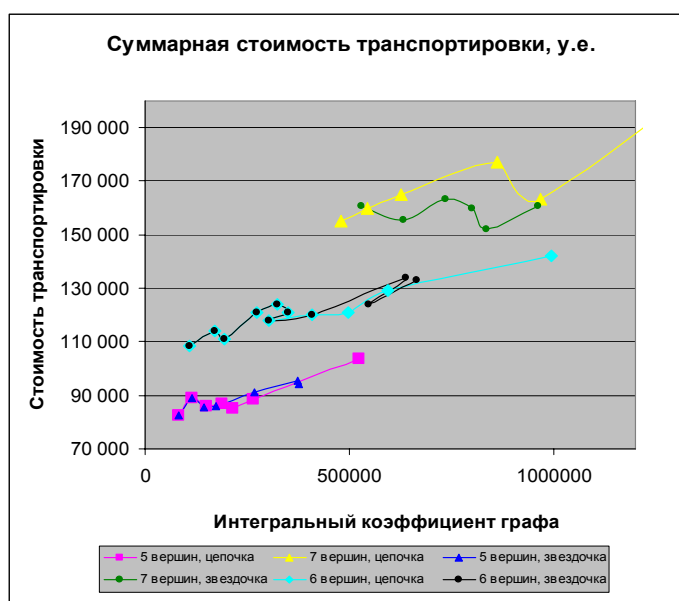


Рис. 2. Зависимость стоимости транспортировки от интегрального коэффициента графа

Меняя допущения, можно постепенно приблизить задачу к реальной, и, пользуясь предложенным инструментом, получить более точные оценки эффективности капиталовложений в различные виды реструктуризации сети почтовых сортировочных центров.

Литература

1. *Авен О.И., Ловецкий С.Е., Моисеенко Г.Е.* Оптимизация транспортных потоков. М.: Наука. 1985
2. *Ahuja, Magnanti & Orlin (1993).* Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc.
3. *Стенбринк П.* Оптимизация транспортных сетей. М. «Транспорт».
4. *Cremer M., Ludwig J.* A fast simulation model for traffic flow on the basis of Boolean operations. Math. Comp Simul. 1986
5. *Брайловский Н.О., Грановский Б.И.* Моделирование транспортных систем. М.: Транспорт, 1983

УДК 519.865

И.С. Меньшиков^{1,2}, О.Р. Меньшикова¹, А.Н. Чабан¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)

² Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Российской академии наук

ВЛИЯНИЕ ПСИХОФИЗИОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НА ПОВЕДЕНИЕ УЧАСТНИКОВ ЛАБОРАТОРНЫХ РЫНКОВ

В последнее время все активнее находят подтверждения тому, что гипотеза классической математической экономики о рациональном поведении экономического агента, стремящегося к достижению наилучшего финансового результата, не находит подтверждения в многочисленных эмпирических и лабораторных исследованиях. На экономическое поведение человека влияют также его чувства как социального характера, так и связанные с его психологическим типом. Исследования влияния «человеческого фактора» на принятия экономических решений объединяются под названием Behavioral Economics (поведенческая экономика).

Основным методом исследования в данном направлении служит экспериментальная экономика (ЭЭ): попытка создать в контролируемых условиях лаборатории нужную экономическую ситуацию для добровольных участников. Мотивация поведения участников эксперимента является либо финансовой, либо может быть реализована в виде учебных зачетных очков для студентов.

Как правило, современные исследования в данном направлении носят междисциплинарный характер с привлечением методов психологического тестирования и с использованием медицинских измерительных приборов. Так в США проводятся исследования с использованием функциональной диагностики мозга участников эксперимента с помощью ЯМР [1], что является весьма дорогостоящим методом и вряд ли может применяться в рамках регулярных занятий со студентами.

Вместо этого предлагается использовать компьютерную стабิโลграфию [2], которая является неинвазивным методом, комфортным и полностью безопасным для участников экспериментов. Есть два варианта стабิโลграфов: платформа для оценки качества функции равновесия и кресло для измерения динамики изменения позы. Платформа позволяет получить интегральные психофизиологические характеристики участника до и после проведения эксперимента. Стабิโลграфическое кресло позволяет проводить измерения в реальном времени во время эксперимента, поскольку для участника оно практически неотличимо от обычного кресла, которым он пользуется, сидя за компьютером во время эксперимента.

С помощью платформы было проведено обследование по трем методикам 70 студентов ФУПМ МФТИ в рамках лабораторных работ по ЭЭ. Опишем кратко одну из методик. Испытуемый становится на стабิโลграфическую платформу, соединенную с компьютером. Ему предлагается покачаться во все стороны, чтобы увидеть на

мониторе как маркер, соответствующий центру его давления на платформу, следует за изменениями позы. Затем предлагается удерживать маркер в центре мишени. Через несколько секунд мишень сдвигается, и испытуемый старается изменением позы переместить маркер в центр новой мишени. Еще через несколько секунд мишень возвращается в исходное положение. Так повторяется четыре раза.

На рис. 1 видны характерные фазы переходного процесса при движении за целью.



Рис. 1. Латентный период, размах, бросок, выравнивание, удержание

По виду этих фаз можно определить, как испытуемый решает задачу по достижению цели. Особенно важна форма броска к цели, а также общее время реакции. Бросок выполняется на подсознательном уровне, а выравнивание человек проводит под управлением сознания.

Для проведения системного анализа проблемы предлагается оснастить лабораторию ЭЭ МФТИ психофизиологическим комплексом, состоящим из пяти стабилографических кресел с сетевым управлением с единого компьютера. Это позволит накапливать поведенческие и психофизиологические данные для построения модели поведения участника лабораторного рынка. Дальнейшая цель состоит в изучении агрегированного поведения рынка на основе данной модели индивидуального поведения.

Работа поддержана грантами РФФИ № 04-01-00562а, 05-07-90053-э_б, 06-01-08063-офи и выполнена по программе государственной поддержки ведущих научных школ (код проекта НШ-1843.2003.1).

Литература

1. McCabe K., Houser D., Ryan L., Smith V., Trouard T. A Functional Imaging Study of Cooperation in Two-Person Reciprocal Exchange // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, Vol. 98, No. 20 (Sep. 25, 2001), pp. 11832-11835
2. Усачев В.И., Слива С.С. Диагностические возможности компьютерного стабилоанализатора ОКБ «РИТМ» // доклад на III Международном конгрессе «Восстановительная медицина и реабилитация 2006», Москва, 2006.

УДК 519.865, 330.16

А.В. Кедрова¹, О.Р. Меньшикова²

¹ Компания «Acronis»

² Московский физико-технический институт (государственный университет)

ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ ТИПЫ И СТЕРЕОТИПЫ ПОВЕДЕНИЯ УЧАСТНИКОВ ЛАБОРАТОРНЫХ РЫНКОВ

В 2003 году в МФТИ была создана Лаборатория экспериментальной экономики, на базе которой происходит обучение студентов 5-6 курса ФУПМ по курсу «Экспериментальная экономика», а также проводятся научные исследования.

Для проведения экспериментов используется локальная сеть из 25 компьютеров. В качестве программной поддержки рынка применяются торговые системы FTS (Financial Trading System), Z-tree (Zurich Toolbox for Readymade Economic Experiments). Они позволяют генерировать десятки различных рыночных ситуаций и анализировать поведение мотивированных участников.

Анализируя действия участников, мы часто наблюдали поведение, отличное от оптимальной стратегии (например, равновесия Нэша). Особенно это касается начального периода экспериментов, где влияние психологических факторов наиболее сильно. Одни участники ведут себя активно и решительно в новой ситуации, пробуют разные виды стратегий, другие ведут себя осторожно, действий совершают мало, присматриваются к более активным участникам. Интегрированные показатели рынка, например, его эффективность, сильно зависят от расклада сил в играющей команде. В конкурентной среде эффективность существенно меньше, чем в доброжелательной, где участники ведут себя более кооперативно.

Для изучения влияния психологических характеристик участников на их поведение на лабораторных рынках использовался сайт www.excellence.ru, разработанный и поддерживаемый сотрудниками Лаборатории. Тесты этого сайта разбиты на 4 модуля. На данном этапе исследования были выбраны два теста из первого модуля: тест Майерс-Бриггс (МВТИ) и Эннеаграмма. Первый тест весьма популярен в нашей стране и за рубежом, он основан на типологии, которую разработал Карл Густав Юнг [1], второй тест в России практически не известен [2]. Эти тесты были выбраны нами в результате длительного отбора как наиболее информативные, позволяющие за короткое время (не более 30 минут) получить достаточно полную информацию о психологическом типе участника. Удобство работы с указанными тестами состоит еще и в том, что количество выходных шкал в них невелико: в тесте МВТИ 8 шкал (Е – экстраверсия, I – интроверсия, S – сенсорика, N – интуиция, Т – мышление, F – чувство, J – рациональность, P – иррациональность), в тесте Эннеаграмма 9 выходных шкал (1 – Перфекционист, 2 – Помощник, 3 – Мотиватор, 4 – Романтик, 5 – Мыслитель, 6 – Лоялист, 7 – Энтузиаст, 8 – Лидер, 9 – Миротворец).

Цель настоящей работы состоит в:

1. анализе психологических данных, накопленных в Лаборатории;
2. исследовании взаимосвязи между тестами МВТИ и Эннеаграмма;
3. разработке метода разбиения участников лабораторных рынков на однородные группы по психологическим данным с выяснением характерных поведенческих особенностей, присущим участникам каждой группы, на примере двойного аукциона с закрытыми ставками по единой цене, реализованного на базе Z-tree.

Наглядное представление о связи между шкалами двух тестов дает типологический куб (рис.1), вершинами в котором являются шкалы Эннеаграммы. Чем больше корреляция двух шкал, тем ближе расположены соответствующие им вершины. В парах - антагонистах (2-5, 1-7, 4-8) элементы максимально удалены друг от друга.

Грани соответствуют шкалам MBTI: верхняя (F), нижняя (T), правая (I), левая (E), передняя (N), задняя (S).

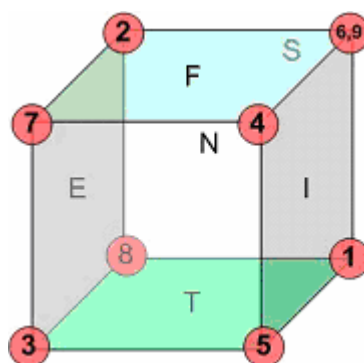


Рисунок 1. Типологический куб

К обоим тестам применялся метод главных компонент и кластерный анализ. В анализируемую выборку вошли результаты тестирования 3322 человек. Была показана устойчивость главных компонент относительно размеров выборки для обоих тестов.

Для теста MBTI наибольшая доля суммарной дисперсии приходится на первую компоненту – 44%, в которой наибольший вес имеют Р (иррациональные), а наименьший – J (рациональные). На вторую компоненту приходится 22,4% суммарной дисперсии, в ней наибольший вес имеют Е (экстраверты), а наименьший – I (интроверты). Таким образом, две главные компоненты объясняют 66,4% общей дисперсии. Эти компоненты отвечают за темперамент человека. Различают 4 темперамента: линейно-напористый (Е..J), гибко-разворотливый (Е..Р), уравновешанно-стабильный (I..J), восприимчиво-адаптивный (I..Р) [3].

Для получения ясной интерпретации главных компонент теста Эннеаграмма был применен метод вращения факторов. Целью этого метода является получение понятной (интерпретируемой) матрицы нагрузок, то есть факторов, которые отмечены высокими нагрузками для некоторых переменных и низкими – для других. Первый фактор отмечен высокими нагрузками на переменные 4, 6, 9 (соответствующие психологические типы интерпретируются как отстраненные) и с минусом на 3, 8 (напористые). Второй фактор отмечен высокими нагрузками на переменные 1, 5 (компетентные) и с минусом на 2, 7 (с положительным мировосприятием). Интерпретация факторов, приведенная в скобках, взята из [2]. Если вспомнить типологический куб, то можно заметить, что главные компоненты представляют 2 пары противоположащих ребер.

Работа поддержана грантами РФФИ № 04-01-00562а, 06-01-08063-офи и выполнена по программе государственной поддержки ведущих научных школ (НШ-1843.2003.01).

Литература

1. Юнг К.Г. Психологические типы // М., Алфавит, 1992.
2. Riso D., Hudson R. The Wisdom of the Enneagram // Bantam Books New York, 1999.
3. Гуленко В.В., Тыщенко В.П. Юнг в школе // Новосибирск, изд-во НГУ, 1997.

УДК 519.86, 519.83

А. А. Голубцов

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Российской академии наук

АГРЕГИРОВАННОЕ РАВНОВЕСИЕ ДЛЯ ЛАБОРАТОРНЫХ СЕТЕВЫХ РЫНКОВ СО СЛОЖНОЙ СТРУКТУРОЙ

В данной работе изучаются сетевые лабораторные рынки. В отличие от сосредоточенного рынка, на сетевом рынке продавцы и покупатели не имеют возможности взаимодействовать непосредственно из-за территориального распределения производителей и потребителей и заданной сети передачи товара. Поэтому наряду с продавцами и покупателями возникает также третий тип агентов – транспортировщики.

В работе [1] рассматривается рынок STB, когда в сделке участвует тройка агентов: продавец, транспортировщик и покупатель. Выясняется, что в общем случае существует либо бесконечно много теоретико-игровых равновесий, либо их нахождение связано с решением сложных и вычислительно трудных задач. В связи с этим вводится новое понятие – агрегированное равновесие, и рассматриваются достаточные условия его образования на основе моделей индивидуального поведения. Цель данной работы – расширить понятие агрегированного равновесия на более широкий класс сетевых рынков, выявить, какого типа равновесия возникают в лабораторных экспериментах для таких рынков, и объяснить, при каких условиях и каким образом достигаются эти равновесные состояния.

Торговый механизм для сетевых рынков был предложен Верноном Смитом [4]. Объемы и цены сделок в этом торговом механизме находятся на основе заявок участников путем решения задачи линейного программирования, где максимизируется общий выигрыш. Для рынков с более сложной структурой решение задачи линейного программирования не всегда можно выписать в явном виде. Поэтому непосредственно использовать результаты [1] невозможно. Более того, во многих случаях существует не единственное решение задачи нахождения цен. В данной работе предлагается использовать дополнительные условия на цены, например минимальная дисперсия долей общего выигрыша, которые получает каждый из участников. Это приводит к решению дополнительной задачи нелинейной оптимизации.

Лабораторные эксперименты проводятся следующим образом: эксперимент состоит из нескольких периодов, в каждом из которых группа участников формируется случайным образом.

Определение агрегированного равновесия вводится сначала для сетевых рынков: сравниваются оптимальная стратегия, максимизирующая математическое ожидание выигрыша и средняя стратегия, усредненная по участникам и по периодам. Если они совпадают, то набор стратегий участников называется агрегированным равновесием.

Поскольку стратегии участников нам точно не известны, данное определение модифицируется для сетевых лабораторных рынков применительно к траектории рынка: рассматриваются оценка математического ожидания и оценка средней стратегии.

Для того чтобы изучить необходимые и достаточные условия образования равновесия такого типа, были рассмотрены две гипотезы об индивидуальном поведении участников, на основе которых в дальнейшем были построены автоматические стратегии. В первом случае предполагается, что участники придерживаются локально-рационального поведения: в каждом периоде делают заявку, максимизирующую выигрыш в предположении, что заявки других участников не изменятся. Во втором случае предполагается, что участники продолжают увеличивать/уменьшать свою заявку на некую (возможно случайную) величину до тех пор, пока их выигрыш увеличивается, если же выигрыш уменьшился, то заявка уменьшается/увеличивается.

Была проведена серия экспериментов имитационного моделирования, на основе которых было установлено, для каких начальных значений и каких автоматических стратегий достигается агрегированное равновесие.

Автором было разработано программное обеспечение, необходимое для проведения лабораторных экспериментов для сетевых рынков с различной структурой. Были проведены пилотные лабораторные эксперименты, результаты которых сопоставлены с теоретическими данными.

Работа выполнена по программе государственной поддержки ведущих научных школ (код проектов НШ-1843.2003.1).

Работа поддержана грантами РФФИ №04-01-00562а, 06-01-08057-офи.

Литература

1. Голубцов А. А., Агрегированные равновесия и механизмы их образования в лабораторных сетевых рынках // Труды XVIII конференции МФТИ, 2005.
2. Журавель Ю. Ю., Меньшиков И.С. Двойной аукцион для сетевых рынков // М., ВЦ РАН, 2004.
3. Журавель Ю.Ю., Меньшиков И.С. Поведение двойного аукциона с учетом потерь при транспортировке // М., ВЦ РАН, 2005.
4. K. McCabe, S. Rassenti, V. Smith "Designing 'Smart' Computer-Assisted Markets (an Experimental Auction for Gas Networks)" // Journal of Political Economy, 259-283 (North-Holland), 1989.
5. Myerson R. Game Theory: Analysis of Conflict // 1991.
6. Gibbons R. Game theory for Applied Economist // 1992.

УДК 519.86

И.С. Меньшиков^{1, 2}, В.В. Платонов¹, А.Н. Чабан²

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Российской академии наук

² Московский физико-технический институт (государственный университет)

ЛАБОРАТОРНЫЙ АНАЛИЗ СЕТЕВЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ РЫНКОВ

Общедоступной информации с реальных рынков может быть недостаточно для верификации многих теоретических моделей, вследствие чего возникает необходимость применения методов экспериментальной экономики [1, 2] – сравнительно новой науки, интенсивно развивающейся с начала 1980-х годов. В основе экспериментальной экономики лежит идея создания лабораторных рынков, которые, как правило, представляют собой сеть компьютеров с программным обеспечением, позволяющим конструировать различные рынки, например, финансовые, сетевые рынки, а также экономические теоретико-игровые ситуации.

Принципиальное отличие сетевых (распределенных) рынков [3, 4] от обыкновенных (сосредоточенных) состоит в том, что продавцы и покупатели не могут взаимодействовать друг с другом непосредственно, а транспортировка товара от продавца к покупателю сопряжена с затратами. Примерами могут служить энергетические рынки – например, рынки газа и электроэнергии – характеризующиеся тем, что добывающие (генерирующие) компании физически находятся на удалении от потребителей и соединены с ними посредством системы газопроводов (электросетей).

Основой математического представления сетевого аукциона служит граф, в вершинах которого локализованы покупатели и продавцы, а ребра соответствуют транспортировщикам. Помимо заданной транспортной сети и наличия затрат на транспортировку товара, существенными особенностями сетевых аукционов также являются ограничения на мощности потоков в сети и потери при транспортировке товара.

В рамках данной работы проводятся исследования моделей сетевого аукциона на основе ориентированного графа с использованием механизма централизованного сбора заявок участников диспетчером, обладающим некоторым заданным функционалом выигрыша аукциона, и находится равновесие из решения задачи максимизации выигрыша в терминах цен и потоков товаров в транспортной сети. Основопологающим исследованием такого «умного» («smart») аукционного механизма является работа американских ученых во главе с Верноном Смитом [3].

В работе проводилось экспериментальное исследование сети, состоящей из двух поставщиков, двух потребителей и трех транспортировщиков. При этом семь экономических объектов были поделены между четверыми собственниками (рис.1). Все участники аукциона обладают ограничениями по мощности на добычу, транспортировку, либо потребление однородного товара, который в целях удобства измеряется в целых единицах. Помимо этого, поставщики и транспортировщики имеют фиксированные затраты на единицу произведенной и доставленной продукции, а

покупатели – фиксированную выкупную стоимость единицы продукции, по которой они реализуют товар конечным потребителям.

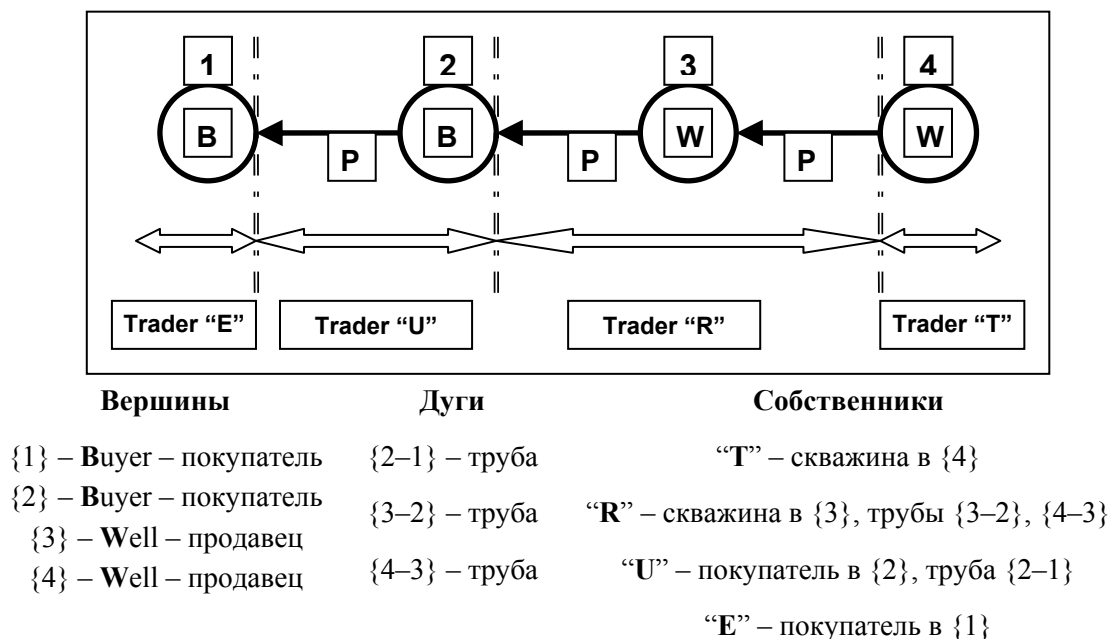


Рис.1. Сетевой газовый аукцион "TRUE"

Анализ экспериментов показал, что, несмотря на отдельные недостатки, механизм сетевого аукциона с заданным функционалом выигрыша и централизованной системой обработки заявок достаточно эффективен. Также в работе приводятся различные модификации функционала выигрыша, позволяющие усовершенствовать аукционный механизм.

Работа выполнена по программе государственной поддержки ведущих научных школ (код проекта НШ-1843.2003.1) и поддержана грантами РФФИ № 04-01-00562а, 06-01-08057-офи.

Литература

1. *Меньшиков И.С.* Финансовый анализ ценных бумаг // Курс лекций. – М.: «Финансы и статистика», 1998.
2. *О’Брайен Дж., Шривастава С.* Финансовый анализ и торговля ценными бумагами // Пер. с англ. – М.: «Дело ЛТД», 1995.
3. *McCabe K., Houser D, Ryan L., Smith V., Trouard T.* A Functional Imaging Study of Cooperation in Two-Person Reciprocal Exchange // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, Vol. 98, No. 20 (Sep. 25, 2001), pp. 11832-11835
4. *Журавель Ю.Ю., Меньшиков И.С.* Двойной аукцион для сетевых рынков // – М.: Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, 2003.

Д.А. Ковалев¹¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Российской академии наук**СЕКЬЮРИЗАЦИЯ ТОРГОВОГО МЕХАНИЗМА СЕТЕВОГО АУКЦИОНА.**

Данная работа относится к актуальной и динамично развивающейся области экономики – экспериментальной экономике. Вкратце экспериментальную экономику можно охарактеризовать как проверку положений экономической теории на действиях реальных людей в контролируемых ситуациях. В лабораториях экспериментальной экономики ФУПМ МФТИ и ВЦ РАН созданы все условия для проведения соответствующих исследований: создана компьютерная сеть и установлено программное обеспечение, позволяющее моделировать всевозможные рынки.

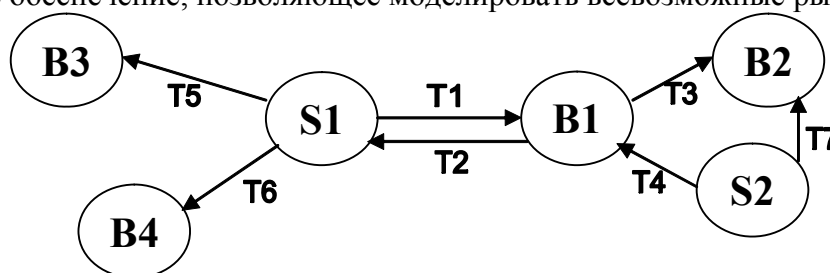


Рис. 1. Пример сетевого рынка

Одной из разновидностей рынков являются сетевые (распределенные) рынки [1, 2], принципиальное отличие которых от обыкновенных (сосредоточенных) состоит в том, что продавцы и покупатели не могут взаимодействовать друг с другом непосредственно, а транспортировка товара от продавца к покупателю сопряжена с затратами. Примерами могут служить энергетические рынки – например, рынки газа и электроэнергии – характеризующиеся тем, что добывающие (генерирующие) компании физически находятся на удалении от потребителей и соединены с ними посредством системы газопроводов (электросетей).

Основой математического представления сетевого рынка служит граф, в вершинах которого локализованы покупатели и продавцы, а ребра соответствуют транспортировщикам (см. рис.1). Помимо заданной транспортной сети и наличия затрат на транспортировку товара, существенными особенностями сетевых аукционов также являются ограничения на мощности потоков в сети.

Одним из механизмов проведения сетевого аукциона является механизм централизованного сбора тайных заявок участников диспетчером, обладающим некоторым заданным функционалом выигрыша аукциона, и находящим равновесие из решения задачи максимизации выигрыша в терминах цен и потоков товаров в транспортной сети. основополагающим исследованием такого «умного» аукционного механизма является работа американских ученых во главе с Верноном Смитом [1].

Данная работа представляет собой попытку создать новый торговый механизм для сетевого аукциона. Идея заключается в том, чтобы заменить аукцион с тайным выставлением заявок и диспетчером, определяющим на основании этих заявок параметры заключенных контрактов, открытой торговлей заявками, т.е. свести сетевой рынок к финансовому. По мнению автора, это позволит сделать более прозрачным механизм определения цен на ресурсы и приведет к более справедливому распределению прибыли между участниками.

Для реализации предложенного механизма представим ресурсы, имеющиеся у участников аукциона, в виде ценных бумаг. Эти бумаги можно рассматривать как

контракты на покупку (S), транспортировку (T) и продажу (B) единицы товара. Каждая бумага имеет свою себестоимость, отражающую затраты на реализацию соответствующего контракта. Для бумаги S себестоимость – это затраты на добычу единицы товара, для бумаги T – затраты на транспортировку единицы товара, для бумаги B – затраты на реализацию единицы товара конечному потребителю.

Каждый из участников получает количество бумаг, соответствующее объему имеющихся у него ресурсов. Так, каждый участник в начальный момент времени имеет количество бумаг S, соответствующее имеющимся у него запасам товара, количество бумаг T, соответствующее пропускной способности труб, находящихся в его собственности, и количество бумаг B, соответствующее количеству имеющихся у него контрактов на продажу товара потребителю.

Торговля бумагами осуществляется по правилам двойного аукциона (double auction). Каждый из участников имеет возможность покупать и продавать любые бумаги.

Заключение контрактов на поставку товара происходит посредством покупки участником определенного портфеля бумаг. Чтобы состоялась сделка с поставкой от производителя к потребителю, необходимо, чтобы у игрока имелись: контракт на покупку товара у продавца, набор контрактов на транспортировку товара от продавца до покупателя и контракт на продажу товара покупателю.

При заключении контракта на поставку единицы товара участник получает сумму, соответствующую контракту на продажу (B), входящему в портфель. Затраты на реализацию соответствующих этапов контракта – добычи, транспортировки, продажи несет собственник соответствующих ресурсов. Чистая прибыль участника получается уменьшением общей суммы контракта на величину себестоимостей бумаг, соответствующих ресурсам, принадлежащим участнику. Также и при продаже участником бумаги, соответствующей принадлежащему ему ресурсу, он получает за нее сумму, уменьшенную на величину себестоимости этой бумаги.

Если у участника сформировался такой портфель бумаг, что возможно заключение нескольких различных сделок, то сначала заключаются сделки, приносящие участнику наибольшую чистую прибыль.

Поставленные на базе лаборатории экспериментальной экономики ФУПМ МФТИ и ВЦ РАН эксперименты показали достаточно высокую эффективность предложенного механизма, однако выявили также и некоторые его недостатки, в частности, определенное усложнение процесса торговли по сравнению с «умным» сетевым аукционом. Так, количество рынков в предлагаемой финансовой реализации сетевого аукциона равно числу вершин плюс число дуг графа. Для того, чтобы реализовалась реальная поставка от производителя к покупателю, кто-то должен взять на себя составление портфеля контрактов по всему маршруту поставки. Это приводит к расслоению участников на тех, кто хочет просто выгодно продать свои начальные контракты, и тех, кто стремиться собирать портфели контрактов для замыкания поставки от производителя к потребителю. Работа поддержана грантами РФФИ № 04-01-00562а, 06-01-08063-офи.

Литература

1. McCabe K., Houser D, Ryan L., Smith V., Trouard T. A Functional Imaging Study of Cooperation in Two-Person Reciprocal Exchange // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, Vol. 98, No. 20 (Sep. 25, 2001), pp. 11832-11835.
2. Журавель Ю.Ю., Меньшиков И.С. Двойной аукцион для сетевых рынков // М.: Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, 2003.

УДК 519.86

А. С. Крупцов¹, И.С. Меньшиков^{1,2}

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)

² Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Российской академии наук

ЛАБОРАТОРНЫЙ АНАЛИЗ ИНФОРМАЦИОННОЙ РОЛИ ФЬЮЧЕРСНЫХ КОНТРАКТОВ

Под лабораторным анализом экономической ситуации подразумевается исследование особенностей созданной ситуации в контролируемых условиях лаборатории. В лаборатории экспериментальной экономики МФТИ и ВЦ РАН имеются компьютерные классы, оснащенные программной оболочкой Financial Trading System (FTS), разработанной в университете Carnegie Mellon (США) [1,2], для моделирования условий функционирования финансовых рынков.

В рассматриваемых экспериментах исследовалось поведение участников на лабораторном финансовом рынке, на котором имеется два независимых рисковых актива и фьючерсный контракт на один из них. Кроме того, в части эксперимента участники обладали приватной информацией о реализуемых в будущем ценах рисковых активов.

Одной из наиболее важных характеристик реальных финансовых рынков является их информационная эффективность [2-4], а именно то, что рынок является не только системой торгов, но также информационной системой по сбору, агрегированию и выявлению распределенной между экономическими агентами информации. Под выявлением понимается преобразование информации из приватной в общедоступную. Такое выявление происходит благодаря влиянию всей доступной информации на цены, которые являются общедоступными, и влиянию сложившихся цен на мнения о будущем экономических агентов на рынке.

Однако, в рамках проведенного ранее исследования [5] информационной эффективности реального финансового рынка – российского рынка фьючерсных контрактов были получены результаты косвенным образом свидетельствующие о невыполнении для него гипотезы информационной эффективности, а именно получен класс торговых стратегий, реализованный на основе исторической информации о ходе торгов, дающий стабильный и существенный по величине выигрыш.

Цель проведенных экспериментов – попытка смоделировать в лабораторных условиях рынок сопоставимый по характеристикам с реальным и детально исследовать вопросы его информационной эффективности и процессы выявления информации.

В работе представлен анализ процессов выявления информации на лабораторном рынке в случае, когда участники обладали приватной информацией. Исследована роль фьючерсных контрактов в процессах выявления информации. В проведенных экспериментах было получено подтверждение того, что сформировавшиеся на рынке цены фьючерсных контрактов не всегда являются безарбитражными.

По-видимому, этот феномен объясняется двоякой ролью фьючерса. С одной стороны, он воспринимается участниками рынка, как прогноз будущей цены актива, а с другой стороны пара контрактов на спот-рынке и рынке фьючерсов эквивалентна синтетическому кредиту или депозиту. Планируется серия последовательно усложняющихся экспериментов для уточнения возникновения арбитражей.

Эксперименты подтвердили положительную роль фьючерсов при выявлении информации. Следует, правда, отметить, что для осознанного использования фьючерсов участники экспериментов должны пройти соответствующую подготовку. Это усложняет проведение экспериментов по финансовым рынкам с производными ценными бумагами и сужает круг потенциальных участников. Фактически для участников эксперимента нужно провести предварительное занятие по фьючерсам.

Работа поддержана грантами РФФИ № 04-01-00562а, 05-07-90053-э_б, 06-01-08063-офи и выполнена по программе государственной поддержки ведущих научных школ (код проекта НШ-1843.2003.1).

Литература

1. *Меньшиков И. С.* «Финансовый анализ ценных бумаг. Курс лекций» // М., «Финансы и статистика», 1998.
2. *О'Брайен Дж., Шривастава С.* «Финансовый анализ и торговля ценными бумагами (FAST)» // М., «Дело ЛТД», 1995.
3. *Hussman J.* Market Efficiency and Inefficiency in Rational Expectations Equilibria, *Journal of Economic Dynamics and Control* // 1992, 16.
4. *John Muth*, "Rational Expectations and the Theory of Price Movements" // *Econometrica* 29, July 1961, 315–335.
5. *Крупцов А.С.* Исследование информационной эффективности российского рынка фьючерсных контрактов // Труды 48-ой конференции МФТИ, 2005.

УДК 519.86

С.В. Костюк

Вычислительный Центр им. А.А. Дородницына Российской академии наук

ОБОБЩЕННАЯ ЗАДАЧА ПРОВЕРКИ СЛОЖНЫХ ГИПОТЕЗ

Задача проверки гипотез возникает во многих финансовых задачах, например, при решении задачи квантильного хеджирования [1],[5], которая математически сводится к задаче проверки сложной гипотезы против простой альтернативы. Задача проверки сложной гипотезы против сложной альтернативы может возникнуть в финансовой математике в случае, когда не известно, какой случайный процесс точнее описывает динамику изменения цены финансового инструмента, поэтому предполагается выбор наилучшего из нескольких предполагаемых распределений.

Формализуем задачу [2]: предполагаем, что на $(\Omega, \mathcal{F})$ -измеримом пространстве задано два семейства мер $\mathcal{Q}$ -сложная гипотеза и $\mathcal{P}$ -сложная альтернатива, при этом считаем, что семейства не пересекаются. Считаем также, что существует некая мера m , такая, что m доминирует оба семейства мер $\mathcal{P}$ и $\mathcal{Q}$. Пусть на пространстве определена некоторая фиксированная случайная величина Y , принимающая неотрицательные значения (финансовое обязательство), для которой известно, что ее супремум по всем мерам q из $\mathcal{Q}$ на множестве, где производная Родона-Никодима $dP/dm > 0$, не превосходит некоторой константы $\gamma < \infty$. Определим уровень значимости $\alpha > 0$ теста (т.е. измеримого отображения из Ω в $[0,1]$), и для него введем множество допустимых тестов X_α , т.е. таких тестов, что математическое ожидание случайной величины $X^* Y$ (для некоторого теста X^*) по любой мере q из $\mathcal{Q}$ не будет превосходить уровня α . Задача состоит в доказательстве существования и описании структуры теста, на котором функция, ставящая в соответствие каждому тесту из множества допустимых тестов задачи наименьшее значение математического ожидания теста по множеству всех мер p из семейства $\mathcal{P}$, достигает своего максимума.

Нам необходимо построить тест, являющийся решением задачи $\inf_{p \in \mathcal{P}} (E_p X) \rightarrow \max$ и являющийся представителем семейства X_α .

Для решения данной задачи введем вспомогательную величину $Y^* = X^* Y$, где X^* -тест максимальной мощности, равной 1. Далее разобьем задачу на 2 случая: $\alpha < \gamma$ и $\alpha \geq \gamma$. Во первом случае очевидно, что X^* будет являться оптимальным тестом. Во втором случае для решения задачи необходимо ввести множество случайных величин H , удовлетворяющее следующим условиям: $h \geq 0, h \in H$; $Y^* H$

выпукло; Y^* Н замкнуто относительно сходимости m-п.н.; Н содержит все плотности $h_q, q \in Q$, и, наконец, $E_m(hYX) \leq \alpha, \forall X \in X_\alpha$

Теорема.

Для любого уровня значимости $\alpha > 0$ найдется рандомизированный тест $\hat{X} \in X_\alpha$, являющийся решением задачи максимизации $\inf_{p \in P}(E_p X) \rightarrow \max$ среди всех допустимых тестов задачи, имеющий вид:

- 1). $\alpha \geq \gamma$: $\hat{X} = X^* = \{I_{\{\frac{dp^*}{dm} > 0\}}\}$, где p^* - мера из P, относительно которой все остальные меры семейства непрерывны (существование следует из леммы Халмоша-Сэвиджа)
- 2). $\alpha < \gamma$: $\hat{X} = I_{\{Z^*h^* < g^*\}} + B \cdot I_{\{Z^*h^* = g^*\}}, m - \text{п.н.}$, для некоторых Z^* из $(0, \infty)$, h^* из H, g^* из $G = \{\frac{dp}{dm}, p \text{ из } P\}$, B-случайная величина $\Omega \rightarrow [0, 1]$

Доказательство данной теоремы базируется на свойствах выпуклого анализа [3], также при доказательстве теоремы используются некоторые понятия теории игр, вводятся ценовые функции и рассматривается стохастическая игра, у которой ищется седловая точка.

Данный результат является обобщением леммы Неймана-Пирсона, используемой для задач проверки простой гипотезы против простой альтернативы. Задача, решенная Цвитаничем и Карадзасом [6], также является частным случаем данной задачи.

Работа поддержана грантами РФФИ № 04-01-00562а, , 06-01-08063-офи.

Литература

1. Мельников А.В., Волков С.Н., Нечаев М.Л. Математика финансовых обязательств // М., ГУ ВШЭ, 2001.
2. Гуцин А.А., Костюк С.В. Обобщенная задача проверки сложных гипотез (в печати)
3. Обен Ж., Экланд И. Прикладной нелинейный анализ // М., изд-во "Мир", 1988.
4. Ширяев А.Н. Вероятность // М., Наука, 1980.
5. Folmer H., Leukert P. Quantile hedging. Finance and Stochastics // 1999, 3, 251-273.
6. Cvitanic J., Karatzas I. Generalized Neyman-Pearson lemma via convex duality // Bernoulli, 2001, 7(1), 79-97.

УДК 519.86, 519.83

Р.И. Яминов¹¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)**ЛАБОРАТОРНЫЕ СЕТЕВЫЕ РЫНКИ: ОТ ПРОСТОГО К СЛОЖНОМУ**

Характерной особенностью сетевого рынка [1] является отсутствие возможности у продавца и покупателя взаимодействовать друг с другом непосредственно, а только через транспортную сеть. Транспортная сеть представляет ориентированный граф, в вершинах которого расположены продавцы и покупатели, ребра соответствуют третьему типу агентов – транспортировщикам, а направление показывает, в какую сторону может передаваться продукт.

1. Покупатель (**Buyer**) хочет приобрести N единиц продукта на рынке для конечного использования, N – может быть различным для разных покупателей на одном рынке. Он обладает некоторыми выкупными стоимостями товара $v_1, \dots, v_N$, и

выигрыш его в случае приобретения $k > 0$ единиц товара равняется $\Pi^B = \sum_{i=1}^k (v_i - p_i^B)$,

где p_i^B – это цена, по которой была куплена i -я единица товара. Если покупатель не приобрел продукт, то его выигрыш равен нулю. Выкупные стоимости товара могут являться случайной величиной, которая реализуется в момент начала аукциона до выставления участниками своих ставок. При этом только покупатель знает реализации выкупных стоимостей. Остальным участникам аукциона известно только лишь распределение.

2. Продавец (**Seller**) обладает N единицами неделимого продукта и готов продать их на рынке (число единиц продукта, которые готов продать продавец, не связано с числом единиц продукта, которые готов купить покупатель). Издержки продавца:

$C_1^S, \dots, C_N^S$. Прибыль в случае продажи $k > 0$ единиц, равна $\Pi^S = \sum_{i=1}^k (p_i^S - C_i^S)$, где p_i^S

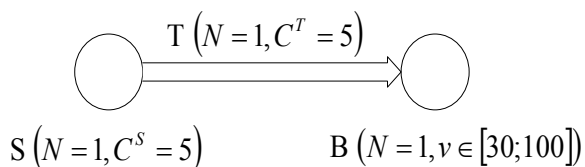
– цена, за которую продавец продал за i -ю единицу товара. В случае, если продавец ничего не продал, его выигрыш равен 0.

3. Транспортировщик (**Transporter**) может доставить N единиц товара из одной вершины в другую. Издержки за транспортировку: $C_1^T, \dots, C_N^T$. Прибыль при

транспортировке k единиц равна $\Pi^T = \sum_{i=1}^k (p_i^T - C_i^T)$, где p_i^T – цена, за которую

транспортировщик продал свои услуги по транспортировке i -ой единицы товара из одной вершины в другую. В случае, если транспортировщик ничего не перевозит, выигрыш его равен 0.

Опишем механизм заключения сделки. Все участники независимо друг от друга выставляют заявки: продавец на каждую единицу товара выставляет величину, за которую он готов ее продать, транспортировщик на каждую единицу товара, которую он может перевезти, выставляет величину, за которую он готов это сделать, покупатель на каждую единицу, которую он может купить, выставляет максимальную цену, за которую он еще готов купить. После чего по правилам аукциона выбираются те заявки, которые будут удовлетворены. Заявки выбираются таким способом, чтобы максимизировать общую прибыль, если считать, что заявки были выставлены честно.

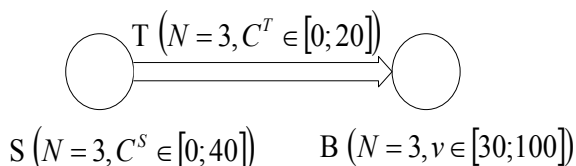


Базовый эксперимент. Сделка происходит, если заявка покупателя больше суммы заявок перевозчика и продавца. Цена определяется следующим образом:

$$p_b = Q_b - \frac{1}{3}\Delta, \quad p_s = Q_s + \frac{1}{3}\Delta, \quad p_t = Q_t + \frac{1}{3}\Delta,$$

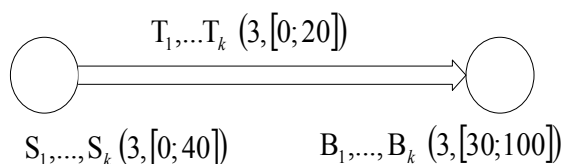
где $\Delta = Q_b - Q_s - Q_t$,

а Q_s, Q_t, Q_b - заявки игроков.

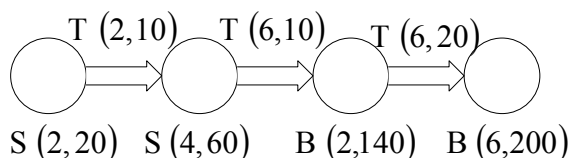


Введены отрезки затрат для перевозчика и продавца. Теперь не все сделки могут заключиться.

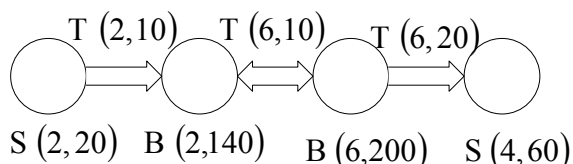
У каждого игрока теперь по 3 заявки.



Единый рынок. Все участники торгуют на одном рынке.



Более сложный граф. Теперь для нахождения тех заявок, которые должны быть удовлетворены, нужно решать задачу линейного программирования и двойственную к ней для нахождения цен. У одного игрока может быть не одна роль, а несколько.



Еще одно усложнение графа. Но проще в том смысле, что у каждого игрока одна роль.

Во всех этих играх есть бесконечно много равновесий Байеса-Нэша [2]. В связи с этим есть смысл выделить из них какое-то одно. В работе произведен анализ экспериментов и найдено выделенное равновесие для некоторых видов сетевых аукционов.

На базе системы Z-tree, «Zurich Toolbox for Readymade Economic Experiments» были написаны программы, реализующие данные игры. С их помощью было проведено несколько серий лабораторных экспериментов в лаборатории экспериментальной экономики МФТИ и ВЦ РАН, а также компьютерных классах МГИМО и Центра переподготовки персонала ЦБ РФ.

Работа поддержана грантами РФФИ № 04-01-00562а, 06-01-08063-офи.

Литература

1. Журавель Ю. Ю., Меньшиков И. С. Двойной аукцион для сетевых рынков // М.: ВЦ РАН, 2004.
2. Myerson R. Game Theory: Analysis of Conflict // 1991.

T R R U U E
R R U U

УДК 519.86

О.О. Якубов¹, А.Е. Докорин²

¹ Институт Автоматизации Проектирования (ИАП) РАН

² Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова, факультет ВМиК

ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ ДЕФОРМАЦИЙ КРИВОЙ ДОХОДНОСТИ РОССИЙСКОГО РЫНКА ОБЛИГАЦИЙ

Активное развитие российского фондового рынка в последние годы и появление на российских биржах широкого спектра производных финансовых инструментов привели к появлению новых возможностей как для хеджирования портфелей финансовых активов так и для извлечения арбитражной прибыли. Успешная реализация этих возможностей требует использования математического аппарата для выявления специфики взаимосвязей между ценообразованием различных финансовых активов. В данной работе при помощи факторного анализа изучается динамика кривой доходности российского долгового рынка, которая является ключом к пониманию взаимосвязи между ценообразованием облигаций с различными сроками до погашения.

Использование факторного анализа хорошо себя зарекомендовало при исследовании кривой доходности для американского рынка [1, 2]. Выяснилось, что деформации кривой доходности за достаточно длительный период времени успешно описываются трехфакторной линейной моделью с независимыми факторами – построенная линейная модель объясняет более 95% суммарной дисперсии компонент кривой доходности [2, 3].

Поскольку анализируемые компоненты кривой доходности представляют собой доходности к погашению бескупонных облигаций, которые реально не торгуются на рынке, авторами отдельно была решена задача построения бескупонной кривой доходности на основе рыночных данных по купонным облигациям. Для этой цели была использована форма Нельсона-Сигеля [4], хорошо зарекомендовавшая себя при построении кривой доходности целого ряда рынков [5], и решена оптимизационная задача поиска параметров приближающего функционала.

В качестве исходных данных для получения бескупонной кривой доходности использовались еженедельные цены на рублевые облигации г. Москвы (общепризнанный ориентир процентных ставок российского долгового рынка) за период с 02.06.2003 по 30.09.2006. Сроки анализируемых компонент кривой доходности были выбраны следующие: 6 месяцев, 1 год, 2 года, 3 года и 5 лет.

В результате проведенного факторного анализа деформаций бескупонной кривой доходности были получены значения факторов, направления, в которых факторы изменяют кривую доходностей, а также доли суммарной дисперсии компонент кривой доходности, объясненные однофакторной, двухфакторной и трехфакторной моделью.

Поскольку российский долговой рынок еще достаточно молод (в частности, в начале периода исследования практически не обращалось долгосрочных рублевых облигаций, а многие фактические цены сделок по разным причинам не отражают реальной рыночной ситуации [6]), накопленной статистики не хватает для того, чтобы делать обоснованные выводы. Тем не менее, уже по результатам исследованного периода можно заключить, что «однофакторные» методики хеджирования, самая распространенная из которых - иммунизация портфеля путем приравнивания дюрации Маколи портфеля к нулю, устраняют около 80% дисперсии компонент кривой доходности. В качестве инструмента хеджирования в таких моделях удобно использовать обращающийся в настоящее время на срочном рынке РТС фьючерс на корзину трехлетних или десятилетних облигаций г. Москвы. В случае если указанная точность не удовлетворительна, необходимо прибегать к более сложным техникам хеджирования, например, приравнивая к нулю дюрации портфеля по нескольким направлениям [7]. Однако это потребует включения в портфель большего количества инструментов.

Работа поддержана грантом РФФИ 04-01-00562а.

Литература

1. *Dai Q. and Singleton K.* "Specification Analysis of Affine Term Structure Models", *Journal of Finance*, 2000, 55, pp.1943-78.
2. *Litterman R. and Scheinkman J.* "Common Factors Affecting Bond Returns" // *Journal of Fixed Income*, 1991, 1, pp.54-61.
3. *Bliss R. R.* "Testing term structure estimation methods" // *Federal Reserve Bank of Atlanta, Working Paper #96*, 1996
4. *Nelson C.R., Siegel A.F.* Parsimonious Modeling of Yield Curves" // *Journal of Business*, 1987, vol.60, pp.474-489.
5. *Geyer A., Mader R.* Estimation of Term Structure of Interest Rates: A Parametric Approach. // *Oesterreichische Nationalbank, Working Paper*, 1999.
6. *Гамбаров Г., Шевчук И., Балабушкин А.* (2004) "Оценка срочной структуры процентных ставок" // *Рынок ценных бумаг*, №11 (266).
7. *Меньшиков И. С.* (2003) "Устойчивость портфеля облигаций к трансформациям кривой доходности" // *М., Изд-во ВЦ РАН.*

УДК 519.25

А.В. Гасников¹¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)**МЕТОД НАИБОЛЬШЕГО ПРАВДОПОДОБИЯ В СЛУЧАЕ НЕПРОСТОЙ ВЫБОРКИ**

Пусть проводится $n \gg 1$ независимых опытов. Задано множество возможных значений параметров $\Theta \subset R^m$. Заданы семейства вероятностных пространств $\Xi^i = (X^i, \Sigma^i, \{P_\theta^i\}_{\theta \in \Theta})$, $i = 1, \dots, n$, где $\theta \in \Theta$ не зависит от i . В i -ом опыте измеряется значение случайной величины x^i , заданной на Ξ^i и имеющей плотность вероятности $f_\theta^i(x^i) = dP_\theta^i / d\mu_i$ относительно известной меры μ_i при истинном значении параметров θ . Введем обозначения: $\mu = \prod_{i=1}^n \mu_i$, $\Xi = \prod_{i=1}^n \Xi^i$, $P_\theta = \prod_{i=1}^n P_\theta^i$, $l^i(x^i, \theta) = \ln f_\theta^i(x^i)$, $l(\vec{x}, \theta) = \sum_{i=1}^n l^i(x^i, \theta)$, $f_\theta(\vec{x}) = \prod_{i=1}^n f_\theta^i(x^i)$ - функция правдоподобия.

Будем оценивать неизвестные параметры из принципа максимума функции $f_\theta(\vec{x})$:

$$\tilde{\theta}(\vec{x}) = \arg \max_{\theta \in \Theta} f_\theta(\vec{x}) = \arg \max_{\theta \in \Theta} l(\vec{x}, \theta). \quad (1)$$

Определим условия, при которых МНП оценка с большой вероятностью существует, является асимптотически несмещенной, сильно состоятельной (состоятельной в смысле сходимости μ - п.н.), асимптотически нормальной и асимптотически эффективной в некотором классе $\tilde{K}_{a_n}$, $a_n \uparrow +\infty$, где $\tilde{K}_{a_n}$ - класс оценок, смещения которых $b(\theta, n)$ удовлетворяют условиям:

$$b(\theta, n)^T b(\theta, n) = \frac{o(1)}{a_n}, \quad b_{ij} = \frac{\partial b_i(\theta)}{\partial \theta_j} = o(1), \quad i, j = 1, \dots, m.$$

(A_0) - условие взаимнооднозначного соответствия между параметрическим множеством Θ и семейством распределений $P = \{P_\theta\}_{\theta \in \Theta}$ ($P_{\theta_1} \neq P_{\theta_2}$, если $\theta_1 \neq \theta_2$).

(A_c) - условие, состоящее в том, что параметрическое множество Θ открыто, его замыкание $\bar{\Theta}$ компактно. Истинное значение параметра θ - внутренняя точка $\bar{\Theta}$.

(A_μ) - условие существования мер μ_i , $i = 1, \dots, n$.

(R) - условие регулярности параметрического семейства, в силу которого функция $\sqrt{f_\theta(\vec{x})}$ непрерывно дифференцируема по θ , а информационная матрица Фишера представима в виде

$$I(\theta, n) = \|I_{ij}(\theta, n)\| = \left\| M_\theta \frac{\partial}{\partial \theta_i} l(\vec{x}, \theta) \frac{\partial}{\partial \theta_j} l(\vec{x}, \theta) \right\| = I_n \|I_{ij}(\theta) + o(1)\|,$$

где $I_n \geq 0$ - неограниченно возрастающая последовательность, $\|I_{ij}(\theta)\|$ - положительно определенная матрица при $\theta \in \Theta$.

(RR) – условие непрерывной дифференцируемости второго порядка по θ внутри Θ функции $l(\bar{x}, \theta)$ для μ - почти всех значений $\bar{x}$. При этом предполагается, что

производные $l''_{ij}(\bar{x}, t) = \frac{\partial^2 l(\bar{x}, t)}{\partial t_i \partial t_j}$ допускают мажоранту $l(\bar{x})$, не зависящую от t :

$|l''_{ij}(\bar{x}, \theta)| \leq l(\bar{x}) \sqrt{I_n} = l(\bar{x}, n)$, для которой интегралы $M_t l(\bar{x}) = \int l(\bar{x}) f_\theta(\bar{x}) \mu(d\bar{x})$ и $M_t (l(\bar{x}))^2 = \int (l(\bar{x}))^2 f_\theta(\bar{x}) d\bar{x}$ сходится равномерно по $t \in \Theta$.

(K) $\forall g, h \in 1, \dots, m \rightarrow \sum_{i=1}^{\infty} \frac{D_\theta [\partial^2 l^i(x^i, \theta) / \partial \theta_g \partial \theta_h]}{I_i^2} < +\infty$ - равномерно по θ .

(RRR) – условие заключающееся в одновременном выполнении условий (A_0) , (A_c) , (A_μ) , (R) , (RR) и (K) .

(L) $\exists \delta > 0: \forall j \in 1, \dots, m \rightarrow \frac{1}{I_n^{2+\delta}} \sum_{i=1}^n M_\theta \left[\frac{\partial l^i(x^i, \theta)}{\partial \theta_j} \right]^{2+\delta} \rightarrow 0, n \rightarrow +\infty$ - равномерно по θ .

Теорема (МНП). Пусть выполняется условие (RRR). Тогда $\forall 0 < \delta \leq 1 \exists n_\delta$: при $n \geq n_\delta$ система m уравнений правдоподобия

$$\frac{\partial l(\bar{x}, \theta)}{\partial \theta_j} = 0, j = 1, \dots, m$$

с вероятностью не меньшей чем $1 - \delta$ имеет решение $\tilde{\theta}(\bar{x})$, которое является асимптотически несмещенной, сильно состоятельной оценкой вектора неизвестных параметров θ .

Если дополнительно выполняется (L) – условие, то

$$(\tilde{\theta}(\bar{x}) - \theta) \sqrt{I_n} \xrightarrow{d} \Phi_{0, \|I_{ij}(\theta)\|^{-1}}$$

и $\tilde{\theta}(\bar{x})$ - является асимптотически эффективной оценкой в классе $\tilde{K}_{I_n}$.

Полученная теорема, обобщающая результаты [1], использовалась на практике, при определении параметров закона Гомпертца по разнородным стат. данным.

Автор выражает благодарность д.т.н. профессору А.А. Натану и д.ф.м.н. профессору А.А. Шананину за ряд ценных замечаний.

Работа выполнена по гранту РФФИ (код проекта 05-01-00942) и гранту Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (код проекта НШ-5379.2006.1).

Литература

1. Боровков А.А. Математическая статистика. Оценка параметров. Проверка гипотез. -Москва: Наука, 1984.

УДК 519.6

А.Б. Дюбуа, Е.М. Хасина

Московский государственный университет экономики, статистики и информатики

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОРРУПЦИИ В НАЛОГОВЫХ ОРГАНАХ

Уклонение от уплаты налогов и подкуп налоговых инспекторов по статистике широко распространено в мире, и, особенно в России. Поэтому исследуемая проблема является актуальной, и, начиная с пионерской работы [1] до настоящего времени [2-3] вызывает неослабевающий интерес. В настоящей работе развито решение модельной задачи взаимоотношений «налогоплательщик – налоговый инспектор – вышестоящий налоговый орган» в рамках теории многошаговых игр. Показано, что функциональную связь между размером штрафа налагаваемого на недобросовестного инспектора и размера предполагаемой взятки удобно представить в виде экспоненциального закона

$$\Psi(\tilde{F}) = 1 - \exp\left(-\frac{\tilde{F}}{\left[\tilde{F}\right]}\right) \quad (1)$$

где $\left[\tilde{F}\right]$ - математическое ожидание размера штрафа, которое равно

$\left[\tilde{F}\right] = FV/(F - V)$, где F - штраф, налагаемый на налогоплательщика, V - размер

подкупа налогового инспектора, $\tilde{F}$ - штраф, налагаемый на налогового инспектора. В работе рассмотрено две модели организации налоговой инспекции: с коррупцией и без таковой. Оказалось, что для адекватного описания целесообразно выделить три интервала штрафов при фиксированной вероятности проверок налогоплательщиков и налоговых инспекторов. Полученные результаты представлены в виде дерева решений, позволяющего не только определить оптимальную стратегию вышестоящего налогового органа, но и корректировать его поведение в процессе принятия решения.

Литература

1. Дж. фон Нейман, О. Моргенштерн, Теория игр и экономическое поведение.// – М.: Наука, 1970.
2. А.П. Михайлов, Модель коррумпированных властных иерархий //Математическое моделирование, 1999, т. 11, №1, с.3.
3. А.А. Васин, В.В. Морозов, Введение в теорию игр с приложениями в экономике// - М.: Экзамен, 2003.

УДК 519.868

А.Н. Коковин

Вятский государственный университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЫНОЧНОЙ ВЛАСТИ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Реструктуризация электроэнергетики в России может привести к радикальному изменению цен на электроэнергию. Существующие ограничения на перетоки по сетям в России приведут к формированию нескольких практически независимых энергозон. В течение всего процесса реструктуризации правительству следует уделить внимание на возможность проявления рыночной власти в различных энергозонах, а не только в России в целом [1]. Поскольку некоторые энергокомпании будут пытаться эксплуатировать существующие физические ограничения на передачу энергии, их рыночная власть на данных региональных субрынках будет существенно больше, чем в стране в целом. В краткосрочном периоде это может привести к существенному росту цен [2], хотя в долгосрочном периоде ситуация остается неопределенной. Высокий уровень цен может повлечь за собой приход в отрасль новых участников и в долгосрочной перспективе падение цен. В работе используется модель равновесия функции предложения Supply Function Equilibrium (SFE-модель) [2], адаптированная на случай конкурентного рынка электроэнергии и рассмотрена динамика поведения рыночных субъектов.

Показано, что слияние генерирующих компаний приводит к росту стоимости электроэнергии в регионе из-за наличия сетевых ограничений и использование рыночной власти. Регулирующим органам необходимо учитывать степень рыночной власти вновь образованных структур, чтобы предотвратить появление игроков, способных полностью манипулировать ценами на электроэнергию. В то же время возможный вход новых крупных игроков приводит к снижению цен, и если регулирующие органы заинтересованы в снижении цен в долгосрочном периоде, то они могут не препятствовать повышению концентрации генерирующих мощностей в регионе. Первоначальный рост цен создаст дополнительную мотивацию для входа новых игроков в отрасль, что в долгосрочном периоде приведет к снижению цен ниже первоначального уровня.

Соотношение эффективных оптовых цен на электроэнергию для промышленных потребителей и домохозяйств значительно зависит от отраслевой структуры потребления, которая формирует общесистемный пик. В итоге возможна ситуация, когда оптовые цены для промышленности окажутся выше оптовых цен для населения. Однако с учетом издержек на дистрибуцию стоимость энергии для населения оказывается выше.

Литература

1. *Тукенов А.* Рынок электроэнергии: от монополии к конкуренции. – М.: Энергоатомиздат, 2005.
2. *Klemperer, P. and M. Mayer, "Supply Function Equilibria in Oligopoly Under Uncertainty,"* *Econometrica*, 1989, vol. 57 (6)., *pjm.com, nemmco.com.au, .energotrader.ru*

УДК 577.3

*И.В.Юферева*¹, *В.Н.Глушков*¹, *Д.А.Саранча*²

¹ Вятский государственный университет,

² Вычислительный центр им. А.А.Дородницына РАН

ВЛИЯНИЕ СЕЗОННОСТИ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ В МОДЕЛИ ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРРА

При количественном описании взаимодействия реальных видов существенным является учет сезонности [1]. Для модельного изучения этого фактора, как и в работе [2], рассмотрена следующая модель: летом взаимодействие описывается уравнениями Лотки–Вольтерра “хищник–жертва”, а зимой происходит экспоненциальное вымирание особей обоих видов.

$$\dot{X} = aX - bXY - \varepsilon X^2, \quad \dot{Y} = -dY + cXY \quad \text{— в летний период;}$$

$$\dot{X} = -a_1 X, \quad \dot{Y} = -d_1 Y \quad \text{— в зимний.}$$

Здесь X и Y - биомассы жертв и хищников, a и d - скорости роста популяции жертв и смертности хищников, b - коэффициент выедания жертв, c - коэффициент перехода биомассы жертв в биомассу хищников, ε - коэффициент «самолимитирования» жертв.

В продолжении исследований, начатых в [2] была поставлена задача численно исследовать влияние увеличения длины «лета» (относительно «зимы») на период колебаний динамики численности видов. Как отмечено в этой работе, трудности с численным расчетом предложенной модели связаны с тем, что система «хищник–жертва» негруба, и кроме того имеют место разрывы первой производной решения, связанные с наличием в модели сезонности. Возможность численного исследования предложенной модели показано в [2]. В данном исследовании проведено численное исследование предложенной модели на базе программного пакета MATLAB методом Рунге-Кутты четвертого порядка без проверки погрешности метода.

Была выполнена серия вычислительных экспериментов с различными соотношениями длительностей «лета» и «зимы». Было показано, что период колебания численности укорачивается с увеличением длительности лета. Расчеты выполнялись с начальными условиями $X(0) = Y(0) = 1$, при значениях параметров $s = 0.25$, $a = s$, $b = s$, $c = 0.01b$, $d = 0.01s$, $a_1 = 0.1$, $d_1 = 0.01$, $\varepsilon = 0$, где величина s характеризует скорость восстановления растительности. На рисунках 1 и 2 представлены примеры результатов расчетов. Лето составляет $\frac{2}{3}$ года, в первом случае и $\frac{3}{4}$ года – во втором. На рис 1а и 2а представлена динамика модели на фазовой плоскости (биомассы жертв - биомассы хищников), а на рис. 1б, 2б и 1в, 2в представлены временные ряды, соответственно, жертв и хищников.

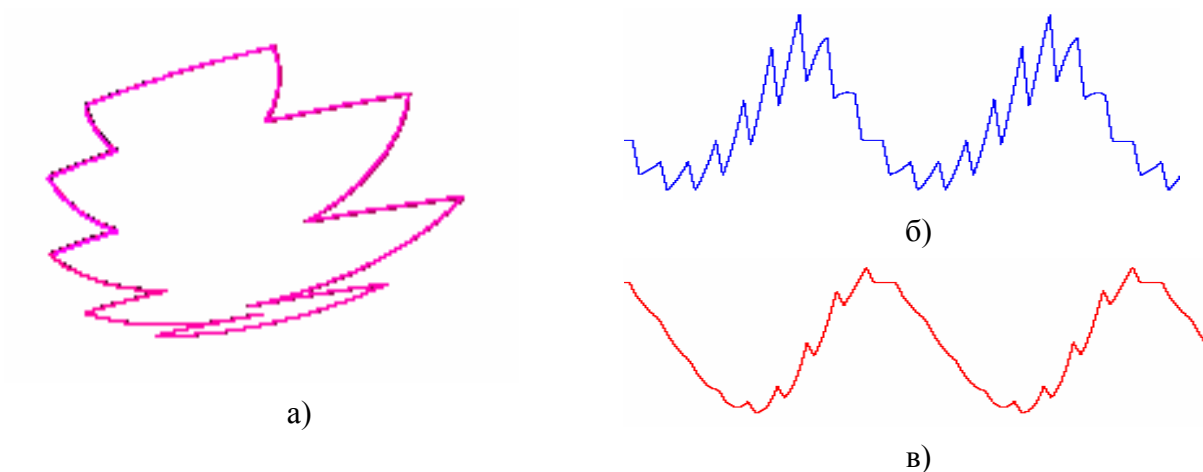


Рис 1



Рис 2

Полученные результаты могут оказаться полезными при оценке последствий «потепления климата».

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ, код проекта 04-01-00309.

Литература

1. Саранча Д.А. Количественные методы в экологии. Биофизические аспекты и математическое моделирование. М., МФТИ, 1997. 283 с.
- Лобанов А.И., Саранча Д.А.; Старожилова Т.К. Учет сезонности в модели Лотки–Вольтерра//Биофизика. 2002, т.47, в. 2., с. 325-330.

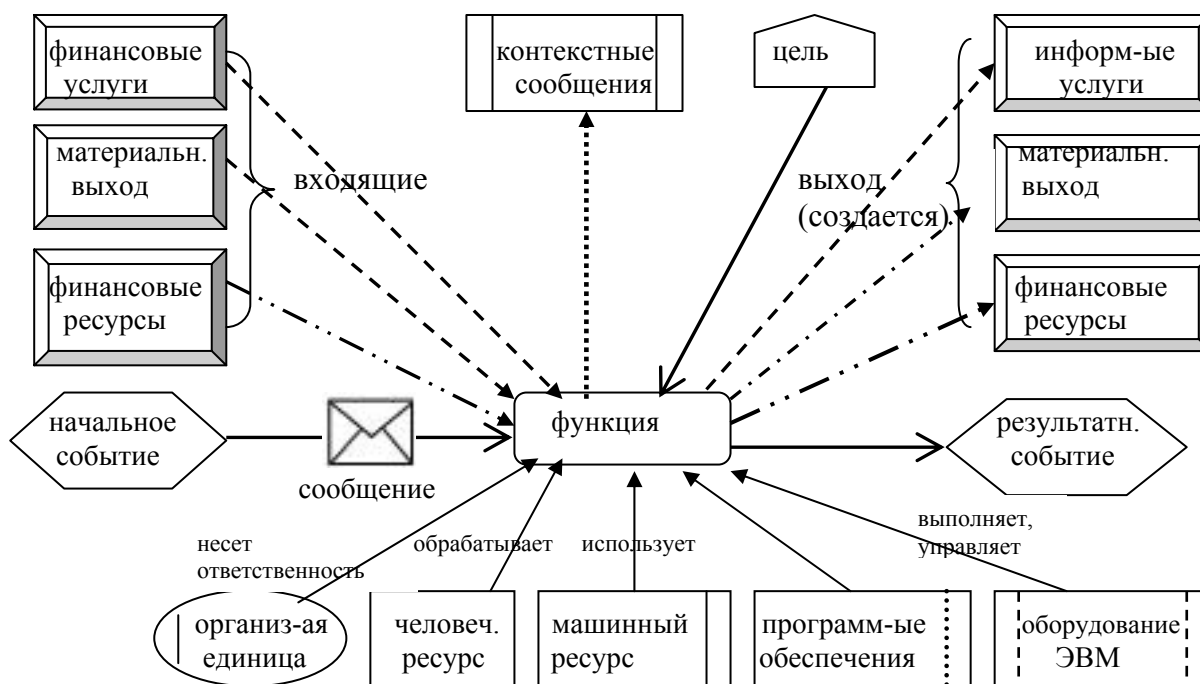
А.А.Мальцева

Московский физико-технический институт (государственный университет)

ВОПРОС ОПТИМИЗАЦИИ БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ «СТРОИТЕЛЬСТВО АВТОЗАПРАВОЧНОЙ СТАНЦИИ»

Ранее нами рассматривалась оптимизация проектов бизнес-процесса (БП) «Строительство автозаправочной станции (АЗС)» методом динамического программирования. Рассмотрим общую модель оптимизации этих БП, используя «Архитектуру интегрированных информационных систем» ARIS, позволяющую описать их типы, функциональные свойства, взаимодействия между информационными системами.

На рис. 1 представлена общая модель БП в архитектуре ARIS БП, объединяющая следующие классы: контекстные данные, описывающую инфраструктуру процесса, исходные и результирующие события, сообщения, функции, человеческий ресурс, технические ресурсы и компьютерные средства, прикладное программное обеспечение, материальный выход, выход в виде услуг и информационные услуги, финансовые ресурсы, организационные единицы, корпоративные цели. Т.о. функция отвечает на вопрос - что делать? БП – реализация функции во времени, отвечающий на вопрос – как делать? БП – набор операций, преобразующий входы в выходы, потребляет ресурсы и производит продукты.



Условные обозначения

- - организационный поток / поток ресурсов
- - управляющий поток
- - информационный поток
- - поток информационных услуг
- - поток материального выхода
- - поток финансовых ресурсов / услуг

Рис. 1 Общая ARIS – модель БП. Здесь каждый поток и ячейка имеют свою структуру.

На рис. 2 представлена модель БП «Строительства АЗС». Приведены следующие сокращения: ОССР – основные средства, ОиМТ – оборудование и материалы, МиОК – материалы и ограждающие конструкции, ОСР – Общественные работы, МТС – монтаж технологических систем, ПНР – пуско-наладочные работы, ГОО – гарантийное обслуживание оборудования, СОО – сервисное обслуживание оборудования, АОО – абонентское обслуживание оборудования, ЭДП – эскизный дизайн-проект.

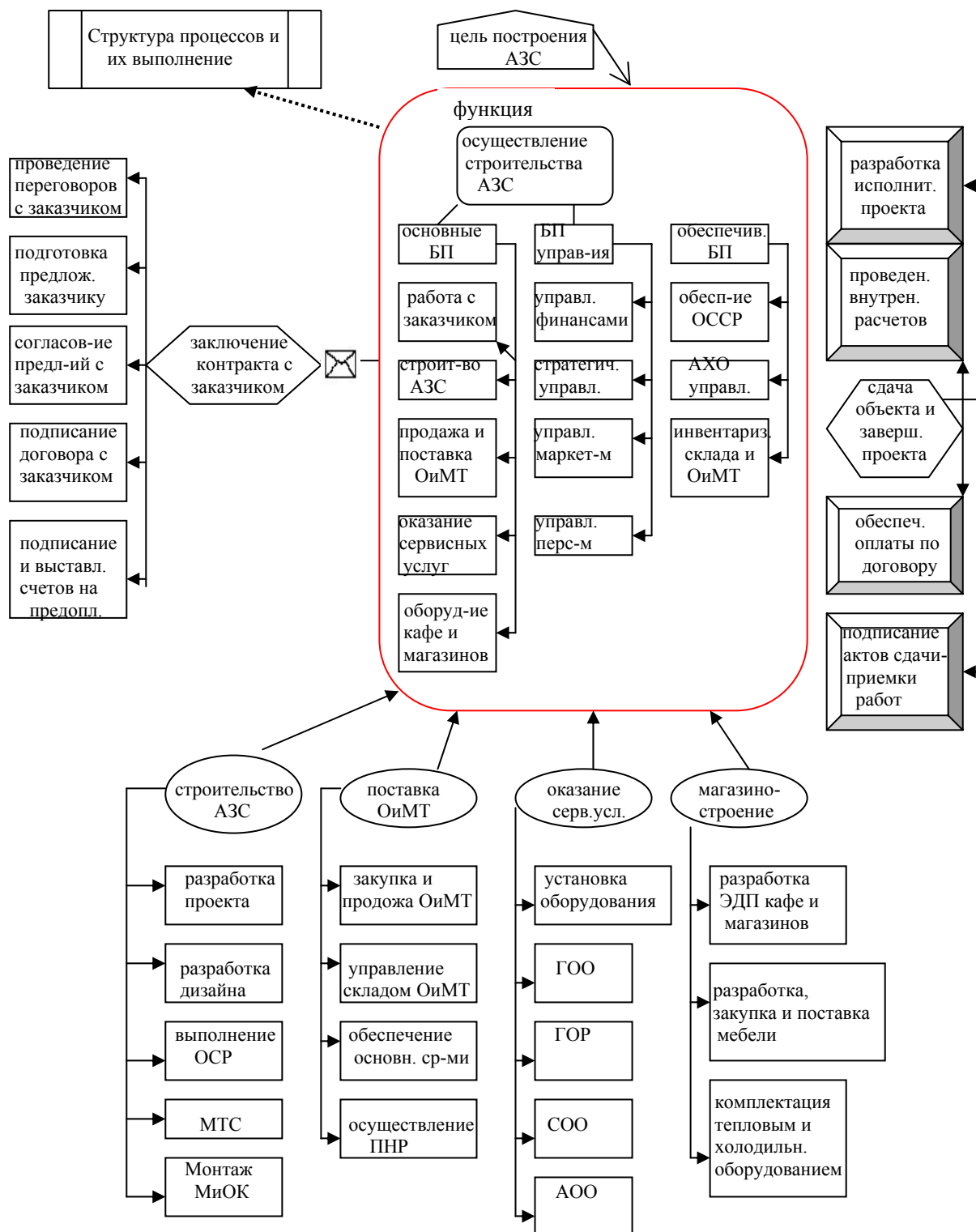


Рис. 2 Модель БП «Строительство АЗС»

Задача рационального ведения хозяйства заключается в определении количества продукции и в расчете необходимых для ее выпуска затрат с учетом технологической связи между ними и заданными ценами на затраты и на продукцию [1]. Пусть фирма производит один вид продукции, используя несколько видов затрат. Она должна выбрать точку в пространстве затрат, обозначим через X_j количество j -го вида затрат, используемой фирмы $j = 1, 2 \dots n$, вследствие чего вектор затрат представляет собой вектор – столбец:

$$\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Пространство затрат является неотрицательным ортантом n -мерного евклидова пространства, каждой точке которого соответствует единственный максимальный выпуск. Технологическая связь между выпуском продукции и затратами называется производственной функцией [2]. Обозначив через q размер выпуска, производственная функция записывается в виде $q = F(\vec{x}) = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ и соответствует отображению вектора в единственное неотрицательное число – максимальном выпуске. Цель фирмы – получение максимальной прибыли путем выбора видов затрат при заданной производственной функции и данных ценах выпуска p и ценах затрат

$\vec{W} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$. Прибыль Π равна годовому доходу R за вычетом издержек производства C :

$$\Pi = R - C = pq = pF(\vec{x})$$

$$C = \sum_{i=1}^n w_i x_i = \vec{W} \vec{X}$$

В нашем случае имеет место ограничение на выбор затрат. Оптимизация БП «Строительство АЗС» относится именно к такой задаче (период строительства 3-4 месяца), поэтому фирма должна выбирать вектор затрат из заданного множества пространства, где m – неравенств выражает ограничения на затраты.

1. Т.о. целевая функция имеет вид:

$$\max \vec{I}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n p_i q_i - \sum_{i=1}^n w_i x_i, \text{ где}$$

p_i – цена единицы продукции i -ого вида;

q_i – количество i -ого вида продукции;

w_i – цена затрат i -ого вида

x_i – величина i -ого вида

2. Условие неотрицательности

$$X_i \geq 0$$

3. Ограничение по ресурсам:

$$y_j(x_1, x_2, \dots, x_m) \leq b_j \quad j = 1, 2, \dots, m$$

Задача оптимизации решается методом нелинейного программирования.

Литература

1. Samuelson P.A. Foundation of Economic Analysis, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1947.
2. Walters A.A. Production and Cost Foundations: An Econometric Survey, Econometrics, 31 (1963) 1-66

В.Н. Бурков,¹ А.А. Мальцева²

¹Институт проблем управления РАН

²Московский физико-технический институт (государственный университет)

ОПТИМИЗАЦИЯ БИЗНЕС-ПРОЦЕССА «СТРОИТЕЛЬСТВО АВТОЗАПРАВочНОЙ СТАНЦИИ» НА ОСНОВЕ ПОЭТАПНОЙ СТРУКТУРЕ ЗАТРАТ ПО ПРОЕКТАМ

Рассмотрим максимизацию доходов от реализации проектов бизнес-процессов (БП) «Строительство автозаправочной станции (АЗС)» на основе различий в структуре затрат в зависимости от этапа строительства, приведенной в таблице 1. Полная смета расчетных затрат и доходов от реализации проектов разбита на три этапа. Стартовый этап $j=0$ с объемом финансирования $\Delta X_0 = 0$, затратами $C_{11}=0$ и доходами $R_{11}=0$ включен для удобства, что позволяет учесть возможность отказа в получении дохода. Величина оптимального дохода получается из рекуррентного соотношения

$$f_j(X_j(n)) = \max_{\substack{\text{по} \\ \text{допустимым} \\ \text{дугам}}} \left\{ R_i(X_j(n)) + f_{j-1}[X_j(n) - C_{ij}(k_{ij})] \right\},$$

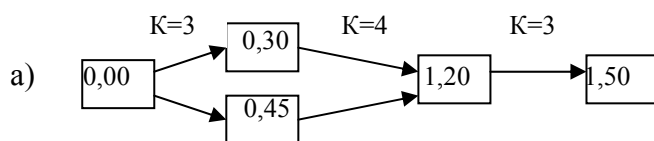
$$C_{ij}(k_i) \leq X_j(n)$$

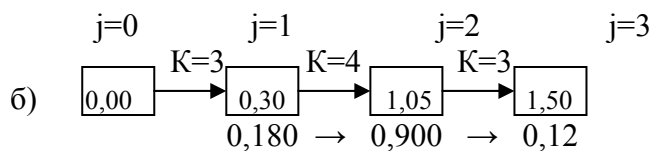
где $f_j(X_j(n))$ - величина максимального дохода (самого длинного пути) до узла $X_j(n)$, $R_{ij}(X_j(n))$ - доход, соответствующий дуге $\Delta X_j(n) = X_j(n) - X_{j-1}(n)$ при допустимых расходах $C_{ij}(k_j) \leq X_j(n)$ по проекту k_j , $f_{j-1}[X_j(n) - C_{ij}(k_j)]$ - величина максимального дохода до узла $X_{j-1}(n)$, j - номер этапа, $C_j(k_j)$ - величина затрат проекта, n - номер подэтапов финансирования.

Таблица 1 Структура затрат и доходов этапов строительства АЗС

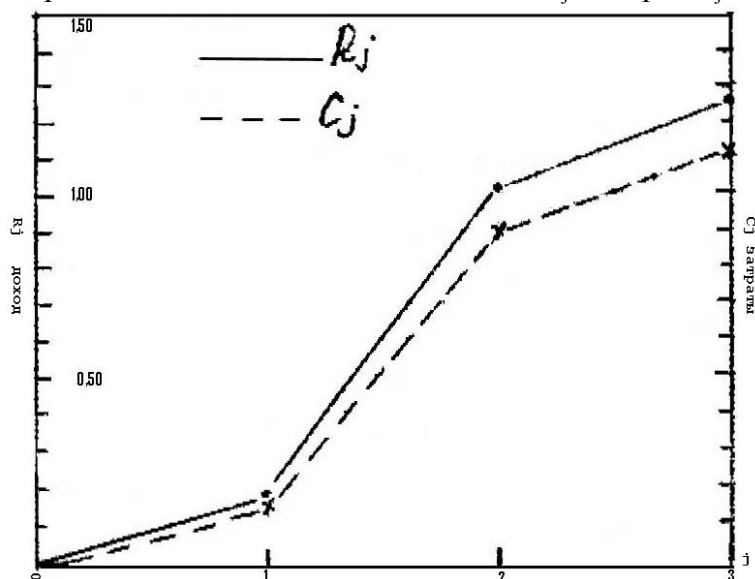
Номер проекта	Группа А		Группа Б		Приложение
	Затраты C_{ij}	Доходы R_{ij}	Затраты C_{ij}	Доходы R_{ij}	
1	0	0	0	0	Затраты С и доход R равны в миллионах Евро (строительство зарубежом), K_i - номер проекта, C_{ij} - величина затрат, i - номер проекта, j - номер этапа, R_{ij} - величина дохода, i - номер проекта, j - номер этапа
2	0,60	0,90	0,90	0,120	
	$C_{2,1}=0,175$	$R_{2,1}=0,262$	$C_{1,2}=0,190$	$R_{2,1}=0,228$	
	$C_{2,2}=0,310$	$R_{2,2}=0,465$	$C_{2,2}=0,510$	$R_{2,2}=0,720$	
3	$C_{2,3}=0,115$	$R_{2,3}=0,173$	$C_{2,3}=0,200$	$R_{2,3}=0,252$	
	0,75	1,10	1,00	1,30	
	$C_{3,1}=0,180$	$R_{3,1}=0,262$	$C_{3,1}=0,180$	$R_{3,1}=0,198$	
4	$C_{3,2}=0,350$	$R_{3,2}=0,465$	$C_{3,2}=0,660$	$R_{3,2}=0,820$	
	$C_{3,3}=0,220$	$R_{3,3}=0,173$	$C_{3,3}=0,160$	$R_{3,3}=0,282$	
			1,10	1,60	
			$C_{4,1}=0,195$	$R_{3,1}=0,466$	
			$C_{4,2}=0,720$	$R_{3,2}=0,827$	
			$C_{4,3}=0,185$	$R_{3,3}=0,307$	

На основе таблицы 1 и сетевой модели поэтапного финансирования следует, что возможны два маршрута, следуя которым можно получать доход в 1,267 миллиона Евро при контракте 1,5 миллиона Евро:

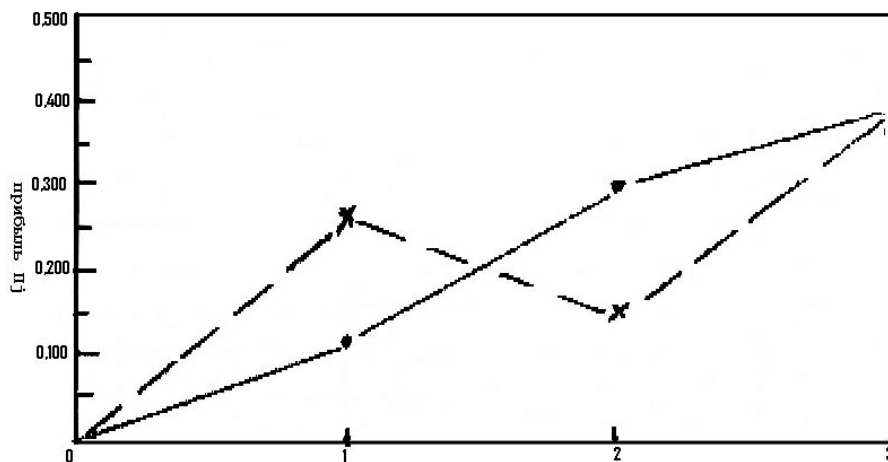




На рис. 1 показана зависимость дохода R_j и затрат C_j от этапов строительства.



На рис. 2 показана зависимость прибыли Π_j от этапов строительства.



Таким образом, учет структуры затрат от этапов дает возможность детализировать оптимальную прибыль и затраты методом динамического программирования.

Литература

1. Х.Таха «Введение в исследование операций», Москва, Мир, 1985.