

ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛЕЙ ЭКОНОМИКИ С СОЦИАЛЬНОЙ СТРАТИФИКАЦИЕЙ

Н.Н. Оленёв, А.И. Фетинина

Математические модели экономики страны и региона [1,2], построенные с учетом социальной стратификации обладают естественной параллельностью по стратам, что позволяет произвести предварительную оценку параметров этих моделей по отдельности для каждой из выделенных страт. Рассмотренная в [1,2] стратификация общества (расположение страт) представлена в виде пирамиды на плоскости, заданной осью абсцисс для уровня образования и осью ординат для уровня доходов. Идентификация параметров в моделях экономики России [1] и Кировской области [2] была произведена в этих работах индивидуально для каждой из рассмотренных страт. Если идентифицировать модель целиком, то число идентифицируемых параметров модели в целом оказывается слишком велико, чтобы их можно было достаточно быстро определить простым перебором даже на самых мощных суперкомпьютерах. Поэтому возникает необходимость использовать методы глобальной оптимизации. В настоящей работе используются методы глобальной оптимизации, разработанные в ВЦ РАН [3-4]. Предварительная идентификация моделей [1,2] полезна, поскольку она определяет исходное приближение для значений искомых параметров, сокращает интервалы варьирования параметров, позволяет часть параметров зафиксировать и дает возможность ограничить время расчета глобального оптимума.

Рассмотрим элементы описания используемых моделей экономики страны и региона, учтя здесь взаимодействие между стратами. За полным математическим описанием экономико-демографических процессов в отдельной страте отсылаем к [1,2]. Напомним, что страты в наших моделях отличаются не только уровнем дохода и образования, но также демографическими параметрами и производительностью труда. Для определенности мы выделяем [1,2] десять страт в модели экономики страны (Власть, Элита, Менеджмент, Глобалисты, Работники массовых профессий, Торговцы, Интеллигенция, Работники села, Безработные, Социальное дно) и шесть — в модели экономики региона (Властная элита, Работники массовых профессий, Торговцы, Интеллигенция, Бедные, Социальное дно). Демографические параметры зависят от экономических показателей страт, таких как среднедушевой доход. Экономика страны и региона описывается как взаимодействие экономических агентов, соответствующих выделенным в них стратам, поэтому напрямую связана с демографическими макропоказателями страт.

В каждой страте **динамика численности населения** описана схемой, представленной в [5] и [1,2]. Для каждой страты дана плотность распределения населения по полу и возрасту. Численность населения в момент времени t определенного пола в определенном возрасте a после рождения определяется ее значением в предыдущем возрасте за вычетом доли, равной силе смертности $\mu(t, a)$, а в некоторых возрастах определяется также притоком людей из других страт с соответствующим оттоком в них, что определяются имеющимися возможностями социального лифта. Силу смертности людей определенного возраста и пола в каждой страте мы задаем формулой Гомперца-Мейкема [6] с двумя слагаемыми, в которой первое слагаемое

$\alpha(t)$ описывает социальную составляющую смертности, зависящую от экономических показателей страты, а второе слагаемое $\beta \exp(\delta a)$ описывает биологически обусловленный уровень смертности с параметрами β , δ , зависящими от пола:

$$\mu(t, a) = \alpha(t) + \beta \exp(\delta a) .$$

Численность новорожденных в страте определяется распределением женщин детородного возраста по возрасту и их коэффициентами рождаемости, зависящими кроме возраста от экономических показателей страты. Доля мальчиков среди новорожденных в модели считается заданной величиной. Таким образом, зная плотность распределения населения по возрасту и полу в начальный год, а также вычисляя на каждом шаге значения коэффициентов смертности и рождаемости, можно дать прогноз эволюции этой плотности распределения.

В моделировании демографической динамики страт мы полагаем, что социальная составляющая смертности зависит от пола и уровня текущих доходов страты. Если уровень доходов превысит некий предельный уровень, то социальная составляющая смертности начинает снижаться [6]. Разница между биологическим и фактическим уровнем средней продолжительности жизни является индикатором несовершенства социальных, экономических и экологических условий жизни социальной страты. Для оценки коэффициентов, характеризующих биологическую составляющую смертности, были использованы статистические данные Швеции за 1980-90е гг. [5], где для простоты расчета социальную составляющую смертности положили равной нулю.

Социальную составляющую смертности в страте и ее коэффициенты рождаемости наряду с параметрами экономического блока модели определяем косвенным образом, сравнивая результаты расчета

временных рядов демографических и экономических макропоказателей по модели с их статистическими аналогами. При этом найденные выше биологические параметры смертности используем как заданные. Именно косвенная оценка параметров модели является наиболее вычислительноемкой процедурой идентификации модели и для ее ускорения выгодно использовать параллельные вычисления и параллельные методы поиска глобального экстремума.

Считаем, что социальная составляющая смертности $\alpha(t)$ до определенного уровня дохода d_0 является постоянной большой величиной α_0 , а затем снижается с темпом λ обратно пропорционально некоторой степени дохода $d(t)$:

$$\alpha(t) = \alpha_0 \exp(-\lambda(d(t)/d_0 - 1)) .$$

Численность занятых в экономике представителей страты считаем пропорциональной численности населения трудоспособных возрастов, причем пределы трудоспособности зависят от страт: более образованные страты позже приступают к работе из-за получения образования, но зато позднее переходят в разряд неработающих пенсионеров.

Мобильность населения между стратами определяется по заданным нормативам и осуществляется в возрасте получения соответствующего уровня образования.

Выпуск продукции каждой стратой (добавленная ею стоимость) определяется численностью занятых людей трудоспособного возраста в данной страте. Считаем, что в каждый момент времени t производительность труда каждой страты i задана нормой выпуска (добавленной стоимости) на единицу живого труда $\theta_i(t)$, который определяет выпуск созданный стратой:

$$y_i(t) = \theta_i(t) L_i(t) ,$$

где $L_i(t)$ - число занятых мужчин и женщин в данной страте. Гендерные отличия в производительности труда в данной работе мы пока для простоты не учитываем. Производительность труда в i -й страте $\theta_i(t)$ зависит от среднего оборотного капитала в ней $k_i(t)$, а также среднего уровня образования $o_i(t)$, которые в свою очередь определяются средним уровнем доходов в этой страте $s_i(t) = d_i(t)/L_i(t)$:

$$\theta(t) = \min(k_i(t), o_i(t)), \quad k_i(t) = \kappa_i s_i(t),$$

$$o_i(t) = \rho_i (s_i(t) + s_i(t-1) + \dots + s_i(t-A_i)),$$

где κ_i, ρ_i, A_i - положительные параметры модели, которые мы собираемся определить, а последний параметр имеет смысл среднего возраста обучения в i -й страте.

Сумма выпуска по всем стратам определяет валовой национальный продукт (ВНП), поскольку мы учитываем выпуск продукта гражданами России, отнесенными в ту или иную страту, независимо от их текущего места проживания. В модели для простоты описания считаем, что инфляция описывается единственным индексом цен: - дефлятором валового внутреннего продукта $p(t)$, а все макропоказатели экономики с помощью этого индекса приведены в цены базового года.

Для описания взаимоотношения страт при бюджетных и прочих перераспределениях дохода вводим следующие параметры: доля теневого дохода в i -й страте q_i , уровень налогообложения в этой страте (налогообложение доходов разных страт отличается в силу принятой в России регрессионной шкалы) n_i , уровень собираемости штрафов за уклонение от налогов m_i . Налоговые отчисления и штрафные санкции поступают в консолидированный бюджет страны, образуя доходы бюджета, которыми распоряжается власть - страта 1. Власть осуществляет расходы бюджета, осуществляя трансферты во все другие страты.

Для замыкания модели формирования доходов страт считаем, что доходы первой страты (включая коррупционные) $C_1(t)$ пропорциональны числу членов этой страты трудоспособного возраста $L_1(t)$, а расходы других страт ограничены их теневыми доходами:

$$C_1(t) = c_1 L_1(t) + \min(c_2 L_2(t), (1-m_2) q_2 y_2(t)) + \dots + \min(c_N L_N(t), (1-m_N) q_N y_N(t)),$$

где N - номер последней страты в рассматриваемой модели ($N = 10$ для модели экономики страны и $N = 6$ для модели экономики региона), c_i - норма ренты первой страты с одного занятого в i -й страте.

Теперь можно определить реальные располагаемые доходы страт $d_i(t)$ после налогообложения, штрафных санкций и бюджетных трансфертов:

$$d_1(t) = C_1(t) - c_1 L_1(t) + r_1 D(t) + (1 - n_1 + (n_1 - m_1) q_1) y_1(t),$$

$$d_i(t) = r_i D(t) + (1 - n_i + (n_i - m_i) q_i) y_i(t), \quad (i = 2, \dots, N),$$

где $D(t)$ – расходы бюджета, формируемого через налогообложение и штрафные санкции, r_i – доля расходов бюджета, поступающих в i -ю страту.

По имеющимся материальным и соответствующим им финансовым потокам определяем валовой национальный продукт (ВНП) $Y(t)$ как сумму первоначальных доходов отдельных ее отраслей-страт:

$$Y(t) = y_1(t) + y_2(t) + \dots + y_N(t).$$

Оценку валового внутреннего продукта (ВВП) для страны в целом можно получить, вычтя из ВНП страны первоначальные доходы четвертой страты (глобалистов). Доходами глобалистов на региональном уровне мы пренебрегаем, поэтому последнее соотношение дает для региона оценку валового регионального продукта (ВРП). Подобным образом на основе показателей исходной модели мы можем вычислить макропоказатели, соответствующими макропоказателям экономики, представленным по стране и регионам федеральным агентством по статистике.

Параллельные вычисления в идентификации параметров модели экономики страны и модели региональной экономики реализованы с использованием технологии MPI на языке C++, так как это описано в [7,8]. В [7,8] представлен критерий оптимизации, основанный на свертке критериев Тейла и коэффициентов корреляции сравниваемых временных рядов. Предварительные значения параметров каждой страты идентифицированы в [1,2] параллельно по одинаковому набору параметров. Перетоки населения между стратами задавались как внешние функции времени.

Некоторые демографические данные модели были определены непосредственно по статистике рождаемости и смертности. Для определения естественно-биологических параметров смертности предполагаемых общими для всех выделенных страт, воспользуемся известными данными Швеции [5] общей смертности людей в возрасте от 60 до 84 лет. В результате расчетов были получены такие оценки [1]:

$\beta_f = 0,001276$ (ошибка 0,000038), $\delta_f = 0,1053$ (ошибка 0,0028) для женщин; $\beta_m = 0,01791$ (ошибка 0,00012), $\delta_m = 0,083$ (ошибка 0,0015) для мужчин (1/год). Число мальчиков среди новорожденных считаем не зависимым от страты и года $\chi = 0,512$. Социальная составляющая коэффициентов смертности предполагалась различной в разных стратах, зависимой от среднего уровня дохода в страте, а максимальный уровень предполагался зависим также от пола.

В данной работе расчет производился с целью оценки параметров, которые обеспечивают близость расчетных и статистических макропоказателей модели в целом, таких как ВВП для модели экономики России, ВРП для модели экономики Кировской области, для различных страт численность мужчин, женщин, трудовых ресурсов, женщин детородного возраста, валовой выпуск отраслей, связанных с определенной стратой. Число идентифицируемых параметров пропорционально числу рассматриваемых в модели страт (десять страт в модели экономики России и шесть — в модели экономики Кировской области). Для каждой страты требовалось определить десять ее параметров: демографических $\alpha_{0i}, \lambda_i, d_{0i}$, производственных κ_i, ρ_i, A_i и распределительных q_i, n_i, m_i, c_i .

Такое большое число параметров (100 для страны и 60 для региона) не позволяет определить их качественно напрямую с помощью простого перебора по равномерной сетке. Поэтому можно использовать глобальные методы оптимизации по неравномерной сетке [4]. Здесь используется разработанный в [3] на основе метода неравномерных покрытий метод параллельного поиска глобального экстремума функций с градиентом, удовлетворяющим условию Липшица.

Для **идентификации модели** (оценки ее параметров) использовались статистические данные, представленные на сайте Федерального агентства по статистике <http://www.gks.ru> и данные областного отделения Федерального агентства по статистике. Статистическая информация по стратам России отсутствует, поэтому использовалась информация по регионам и прикидочные расчеты для оценки этих параметров. В результате полученных оценок параметров по статистическим данным 2000-2009 гг. были идентифицированы модель экономики России и модель экономики Кировской области, построенные на основе рассмотрения социальной стратификации. Эти модели предполагается использовать в прогнозных расчетах, связанных с оценкой различных программ модернизации российской и региональной экономик. Учет социальной стратификации позволит ответить на вопрос, кто и как отреагирует на те или иные преобразования, кто будет

осуществлять преобразования и к каким последствиям для различных слоев населения преобразования могут привести.

Высокопроизводительные расчеты для оценки неизвестных параметров модели (их идентификации) проводились на кластерных суперкомпьютерах МСЦ РАН и ВятГУ (НР НРС Enigma X000).

Работа выполнена **при поддержке** РФФИ (проекты №№ 08-01-00377, 09-01-90201-Монг_а), РГНФ (проект №№ 08-02-61201-а/Г), ПФИ Президиума РАН № 14, ПФИ ОМН РАН № 3.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Н.Н. Оленёв Параллельные вычисления в моделировании российской экономики с учетом социальной стратификации // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ 2010): Тр. межд. научной конференции (Уфа, 29 марта — 3 апреля 2010 г.) - Челябинск: Изд. центр ЮурГУ, 2010. с.276-286.
2. А.И. Фетинина Высокопроизводительные вычисления при моделировании стратификации в региональной экономике // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ 2010): Тр. межд. научной конференции (Уфа, 29 марта — 3 апреля 2010 г.) - Челябинск: Изд. центр ЮурГУ, 2010. с.629-639.
3. Ю.Г. Евтушенко, В.У. Малкова, А.А. Станевичус. "Параллельный поиск глобального экстремума функций многих переменных" // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2009, Т. 49, № 2, с. 255-269.
4. Ю.Г. Евтушенко "Численный метод поиска глобального экстремума функций (перебор на неравномерной сетке)" // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1971, Т. 11, № 6, с. 1390-1403.
5. Е.Ю. Можжерина, Н.Н. Оленев "К построению экономико-демографической модели с производственными фондами, дифференцированными по моментам создания" // Математическое моделирование развивающейся экономики и экологии. ЭКОМОД-2009. Сб. трудов. - Киров: ВятГУ, 2009. - С.229-241.
6. Б.Т. Величковский Жизнеспособность нации. Роль социального стресса и генетических особенностей популяции в развитии демографического кризиса и изменении состояния здоровья населения России. М.: РАМН, 2009. 176 с.
7. А.В. Кошечев , Н.Н. Оленев "Модель взаимодействия региональных экономических систем. Учебное пособие". Киров: Изд-во ВятГУ, 2009. —40 с.
8. Н.Н. Оленев, А.И. Фетинина "Моделирование экономики Кировской области с применением технологий параллельного программирования" // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. Январь-февраль 2010. № 1(65). С. 108-113.