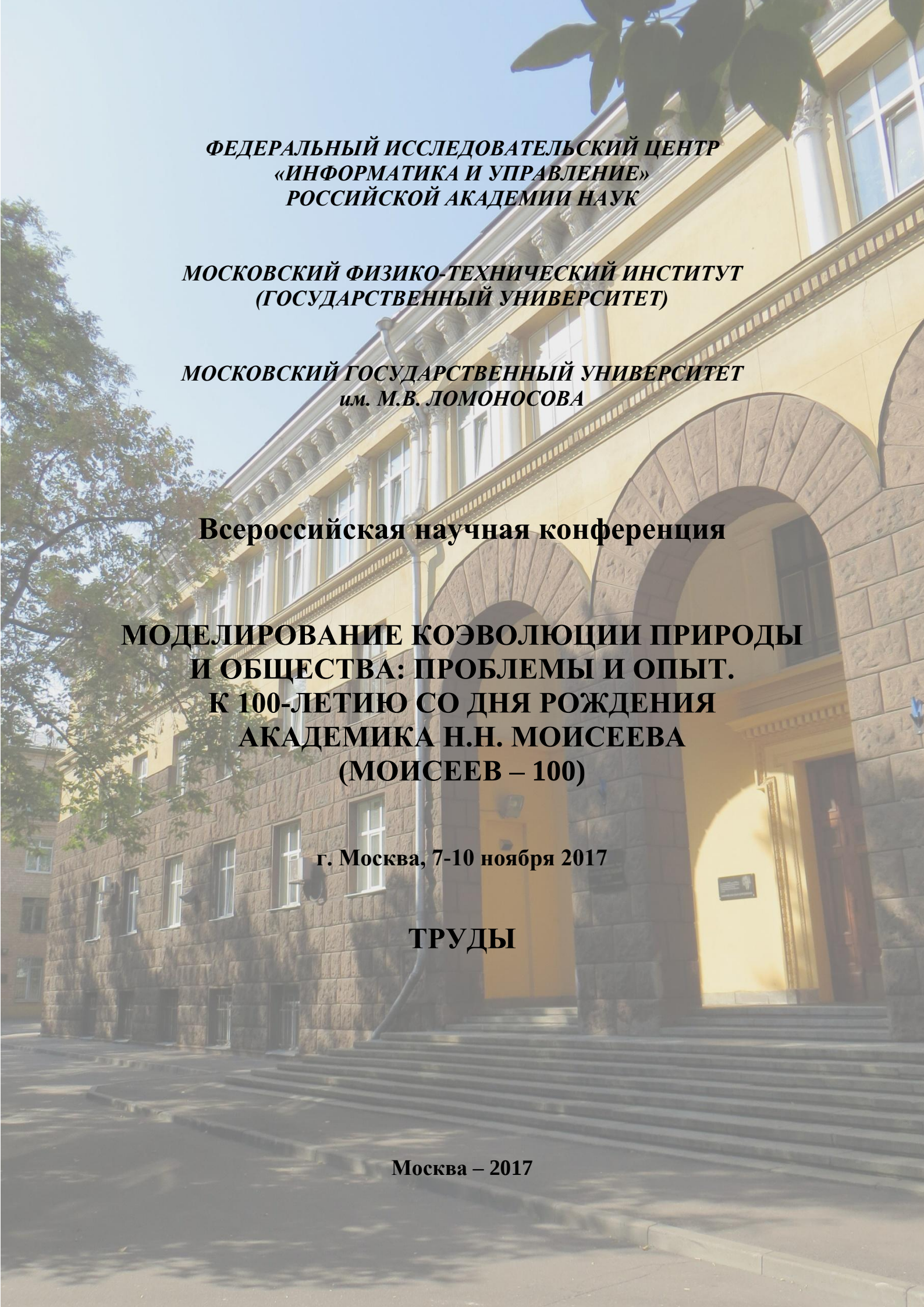


ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
«ИНФОРМАТИКА И УПРАВЛЕНИЕ»
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. М.В. ЛОМОНОСОВА

Всероссийская научная конференция

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЭВОЛЮЦИИ ПРИРОДЫ И ОБЩЕСТВА: ПРОБЛЕМЫ И ОПЫТ. К 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ АКАДЕМИКА Н.Н. МОИСЕЕВА (МОИСЕЕВ – 100)

г. Москва, 7-10 ноября 2017

ТРУДЫ

Москва – 2017

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
«ИНФОРМАТИКА И УПРАВЛЕНИЕ»
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. М.В. ЛОМОНОСОВА

Всероссийская научная конференция

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЭВОЛЮЦИИ ПРИРОДЫ И ОБЩЕСТВА: ПРОБЛЕМЫ И ОПЫТ. К 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ АКАДЕМИКА Н.Н. МОИСЕЕВА (МОИСЕЕВ – 100)

г. Москва, 7-10 ноября 2017

ТРУДЫ

Москва – 2017

УДК 519.8; 504.03; 330.4
ББК 22.18

Моделирование коэволюции природы и общества: проблемы и опыт. К 100-летию со дня рождения академика Н.Н. Моисеева (МОИСЕЕВ-100). Москва, 7-10 ноября 2017. Труды Всероссийской научной конференции / Отв. редактор И.Г. Поспелов. М.: ФИЦ ИУ РАН, 2017. 448 с.

Настоящий сборник включает доклады, представленные на Всероссийской научной конференции с международным участием «Моделирование коэволюции природы и общества: проблемы и опыт. К 100-летию со дня рождения академика Н.Н. Моисеева» и отобранные Программным комитетом конференции. Доклады отражают последние достижения в области моделирования эколого-экономических систем, управления и оптимизации, механики, теории принятия решений, автоматизации проектирования. Конференция проводится Вычислительным центром им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН при участии МГУ им. М.В. Ломоносова и МФТИ (ГУ). К работе конференции привлечены ведущие ученые в соответствующих областях.

Издание осуществлено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 17-07-20553 и Федерального агентства научных организаций.

Ответственный редактор: член-корр. РАН И.Г. Поспелов.

Научные редакторы и составители: А.В. Шатров, Н.Н. Оленёв.

Редактор Н.П. Петрова.

Технические редакторы Ф.В. Костюк, Т.В. Сидорова.

Co-Evolution of Nature and Society Modelling, Problems & Experience. Devoted to Academician Nikita Moiseev centenary (Moiseev-100). Moscow, 7-10 November 2017. Proceedings of All-Russia scientific conference / Ed. Igor Pospelov. Moscow, FRC CSC RAS, 2017. 448 p.

Conference is organized by Dorodnicyn Computing Centre of Federal Research Centre “Computer Science and Control” of Russian Academy of Sciences (FRC CSC RAS), Lomonosov Moscow State University (MSU) and Moscow Institute of Physics and Technology (MIPT) and devoted to memory of academician Nikita Moiseev. The conference brings together leading scientists to discuss modeling of ecology-economics systems, control, optimization, mechanics, decision making and machine-aided design. Reports selected by Conference Program Committee are included into this volume.

Supported by Russian Foundation for Basic Research (project №17-07-20553) and by Federal Agency of Scientific Organizations.

Editor-in-Chief Corresponding member of RAS Igor Pospelov.

Originator and Scientific Editors: Anatoly Shatrov, Nikolay Olenev.

Editor: Nataly Petrova.

Technical Editors: Felix Kostyuk, Tatiana Sidorova.

ISBN 978-5-91993-073-0

Научное издание

© Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, 2017

Программный комитет

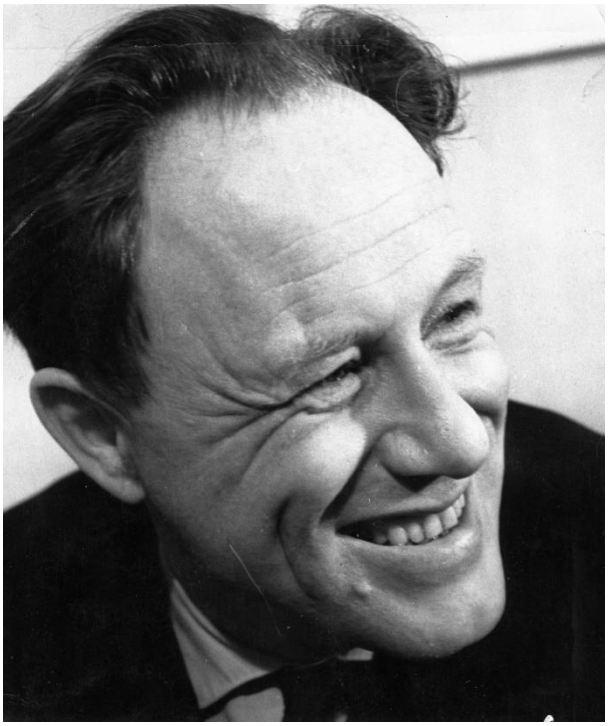
И.А. Соколов, академик РАН, директор ФИЦ ИУ РАН – председатель,
Ю.Г. Евтушенко, академик РАН, директор ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН – зам. председателя,
Ю.И. Журавлев, академик РАН, зам. дир. ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН – зам. председателя,
К.В. Рудаков, академик РАН, зам. директора ФИЦ ИУ РАН - зам. председателя,
И.Г. Поспелов, член-корр. РАН, зав. отд. ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН - зам. председателя,
А.А. Белолипецкий, гл. научн. сотр., доктор физ.- матем. наук, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
А.А. Васин, проф., и.о. зав. каф. ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова,
В.И. Ёлкин, зав. отд., доктор физ.- матем. наук, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
Ф.И. Ерешко, зав. отд., доктор техн. наук, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
Н.С. Кукушкин, вед. научн. сотр., доктор физ.- матем. наук, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
А.В. Лотов, гл. научн. сотр., доктор физ.- матем. наук, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
И.Н. Моисеева, ст. научн. сотр., канд. физ.- матем. наук, НИИ Мех МГУ,
Ю.Н. Павловский, член-корр. РАН, главн. научн. сотр., ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
В.П. Пархоменко, зав. сект., канд. физ.- матем. наук, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
М.А. Посыпкин, зав. отд., доктор физ.- матем. наук, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
С.Я. Степанов, зав. отд., доктор физ.- матем. наук, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
Р.Г. Стронгин, президент НГУ им. Н.И. Лобачевского,
А.М. Тер-Крикоров, проф. МФТИ (ГУ),
Ю.А. Флёров, член-корр. РАН, зам. директора ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
В.Р. Хачатуров, зав. отд., доктор физ.- матем. наук, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
В.И. Цурков, зав. отд., доктор физ.- матем. наук, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
Ф.Л. Черноусько, академик РАН, главн. научн. сотр., ИПМех РАН,
А.А. Шананин, член-корр. РАН, декан ФУПМ МФТИ (ГУ),
А.В. Шатров, проф., зав. каф. Вятского государственного университета.

Организационный комитет

И.Г. Поспелов, член-корр. РАН, зав. отд. ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН – сопредседатель,
Ю.Г. Евтушенко, академик РАН, директор ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН – сопредседатель,
Н.К. Бурова, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН - зам. председателя,
С.В. Владимирова, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
Ф.И. Ерешко, зав. отд., доктор техн. наук, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
В.Н. Захаров, ученый секретарь, доктор техн. наук, ФИЦ ИУ РАН,
И.А. Зонн, гл. специалист, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
Ф.В. Костюк, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
В.У. Малкова, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
И.Н. Моисеева, ст. научн. сотр., канд. физ.- матем. наук, НИИ Мех МГУ,
Н.Н. Оленёв, ст. научн. сотр., канд. физ.- матем. наук, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
М.А. Посыпкин, зав. отд., доктор физ.- матем. наук, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
А.Л. Самсонов, гл. редактор журнала "Экология и жизнь",
Т.В. Сидорова, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
С.Я. Степанов, зав. отд., доктор физ.- матем. наук, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
Р.Г. Стронгин, президент НГУ им. Н.И. Лобачевского,
Ю.О. Трусова, ученый секретарь, канд. техн. наук, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН,
А.А. Шананин, член-корр. РАН, декан ФУПМ МФТИ (ГУ),
А.В. Шатров, проф., зав. каф. Вятского государственного университета.

Организаторы

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, Московский физико-технический институт (ГУ), Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова.



Ученый и Учитель Н.Н. Моисеев (1917-2000)

Академик АН СССР, боевой офицер, орденоносец, Лауреат Государственной премии, глубоко порядочный, искренний, открытый человек, блестящий ученый, яркий организатор науки, великий Учитель, человек, возможно, спасший мир от ядерного Армагеддона – это всё Никита Николаевич Моисеев.

Никита Моисеев родился в Москве 23 августа 1917 года. Отец Николай Сергеевич окончил Московский университет. Мать Елена Николаевна была приемной дочерью Николая Карловича фон Мекк, сына Надежды фон Мекк, доброго ангела величайшего русского композитора П.И. Чайковского.

На состоявшейся весной 1935 года первой Всесоюзной математической олимпиаде Н. Моисеев стал лауреатом. Он поступил на мехмат МГУ и учился на кафедре теории функций и функционального анализа у профессора Д.Е. Меньшова. Никита Моисеев любил заниматься альпинизмом и лыжами, став чемпионом СССР среди юниоров по лыжным гонкам. В 1941 году Н. Н. Моисеев окончил механико-математический факультет МГУ по специальности «функциональный анализ», но началась война, и Никита Николаевич встал на защиту Отечества.

После окончания в 1942 году специальных курсов Военно-воздушной инженерной академии им. Н. Е. Жуковского был направлен в действующую армию. Был награжден боевыми орденами Красной Звезды (1944), Отечественной войны II степени (1945).
В 1946 году он был откомандирован в Военно-воздушную академию. Затем работал в НИИ-2 Минавиапрома, преподавал на кафедре реактивной техники факультета авиационного вооружения МВТУ им. Баумана. Здесь он прочел первый в СССР курс лекций «Теория движения управляемых ракет». В 1953 году был принят в докторантуру Математического института им. В.А. Стеклова АН СССР. Вел исследовательскую работу под руководством Л. И. Седова, и в 1955 году защитил докторскую диссертацию. В 1956 году он стал профессором кафедры математики МФТИ. В 1969 году организовывал факультет управления и прикладной математики и стал его первым деканом. С 1965 года по 1989 год организовывал всесоюзные летние школы по методам оптимизации, ставшие уникальным явлением мировой науки.

С 1956 года жизнь Н.Н. Моисеева стала неразрывно связана с Вычислительным центром АН СССР, где он прошел путь от старшего научного отрудника до заместителя директора, проявил свою удивительные качества организатора и провидца. Он активно расширил тематику исследований ВЦ, привлекая ученых с самыми разными научными интересами: Г.С. Поспелова, Ю.И. Журавлева, Ю.Б. Гермейера, В.В. Румянцева. В это время начинает развиваться моделирование экономики, сельского хозяйства, водных ресурсов, атмосферы и океана, сетей связи и управления, автоматическое проектирование сложных систем. Резко увеличивается штат ВЦ.

В обширном научном наследии Н.Н. Моисеева легко увидеть сочетание строгого математического анализа с наглядной физической и технической интерпретацией полученных результатов. Он занимался теорией движения неуправляемых ракет. Используя аппарат асимптотических решений обыкновенных дифференциальных уравнений, он получил простые схемы расчета устойчивости. Введенное определение вероятностной устойчивости и использование аппарата случайных функций были впервые применены в баллистике. Результаты составили основу кандидатской диссертации.

Второй направление работ связано с движением тела, полости которого содержат жидкость со свободной поверхностью. Он построил законченную математическую теорию, сведя задачу устойчивости такого тела к устойчивости другого твердого тела без жидкости. Эти результаты стали основой его докторской диссертации, а в 1980 году за цикл работ по динамике тела с полостями, содержащими жидкость, Н.Н. Моисеев вместе со своими учениками получил Государственную премию.

Третьим направлением стали нелинейные волны. Н.Н. Моисеев показал, что классическая задача А.И. Некрасова специальным выбором переменных сводится к уравнению Ляпунова, откуда вытекают разрешимость и методы эффективного выбора параметров.

Четвертым направлением стала асимптотика узких полос. Он обобщил результаты М.А.Лаврентьева на широкий класс эллиптических операторов, позволив развить асимптотические методы в динамике жидкости со свободными границами.

Пятым направлением стали работы по оптимальному управлению. Н.Н. Моисеев предложил новый численный метод решения задачи оптимального управления при наличии ограничений на фазовые координаты и управляющие функции. Фактически, независимо от Р.Беллмана он создал метод динамического программирования, применив его в теории к задачам оптимального планирования.

В конце 60-х годов он занялся задачами оптимизации и исследования операций. Он добился создания кафедры исследования операций ВМиК МГУ и сектора в ВЦ. Были достигнуты значительные результаты в теории неантагонистических игр, численных методов оптимизации, теории иерархических систем. Фактически была создана московская школа исследования операций.

Для исследования процессов и систем, сложность которых исключает их строгую формализацию, в начале 1970-х годов Н.Н. Моисеев предложил метод имитационного моделирования. Были начаты работы по математическому моделированию экономики. Была предложена π-модель расширения и перестройки производства, позволившая свести задачу перспективного планирования к задаче оптимального управления с фазовыми ограничениями, была решена задача о мобилизации производства.

По инициативе Н.Н. Моисеева была создана одна из первых интеллектуальных САПР, обеспечивавшая многовариантное проектирование конструкций летательных аппаратов. Благодаря этой САПР КБ П.О. Сухого смогло в кратчайшие сроки построить знаменитый СУ-27. За эти работы коллектив ученых во главе с Н.Н. Моисеевым получил в 1981 году премию Совета Министров СССР.

Постепенно проблемы эволюции биосферы, экологии, жизни на Земле и, как следствие, проблемы выживания человечества стали главными в деятельности ученого. Были разработаны модели биосферных процессов, а в 1983 году удалось сделать первые численные расчеты последствий ядерной войны, получившие широкую известность под названием «Ядерная зима». Модели позволили спрогнозировать последствия ядерных ударов на год вперед. Доклад, сделанный в Вашингтоне в октябре 1983 года, произвел эффект разорвавшейся бомбы. Эти результаты во многом способствовали осознанию мировой элитой тупиковости гонки вооружений, ускорив процесс политической разрядки и разоружения в конце восьмидесятых.

Для решения проблем управления водными ресурсами Н.Н. Моисеев предложил применить мощный математический аппарат системного анализа, исследования операций, теории игр и иерархических систем. Была разработана модель водобалансовых расчетов водной системы Тигр-Евфрат для Ирака, дельты Меконга - для Вьетнама и Камбоджи, Дуная и его притока Тисы, управления Волго-Камским каскадом водохранилищ. Успех водного проекта привел к возникновению аграрного проекта для Волго-Камского бассейна, Ставропольского проекта. За эти работы в 1985 году Н.Н. Моисеев был избран членом Сельскохозяйственной академии (ВАСХНИЛ). Несколько раньше, в декабре 1984 года, он избирается членом Академии наук СССР.

Исследования антропогенных воздействий на процессы в биосфере привели Н.Н. Моисеева к развитию идей В.И. Вернадского, Н. Бора и А. Пуанкаре и созданию оригинальной концепции универсального эволюционизма, к новому пониманию принципов взаимодействия человека и природы. Развив идеи ноосферы В. И. Вернадского, он сделал выводы о коэволюции человека и биосферы как необходимого условия выживания человечества как вида. За эти работы в 1995 году он был удостоен Золотой медали имени академика П. Л. Капицы и международной премии ООН Glob-500, был избран президентом Российского национального комитета содействия Программе ООН по охране окружающей среды UNEP.

Н.Н. Моисеев - президент Российского отделения «Зеленого креста», один из основателей и президент Международного независимого эколого-политологического университета (МНЭПУ) (1993—2000), основатель и главный редактор журнала «Экология и жизнь» (1995—2000), инициатор создания Российского общества экологической экономики (РОЭЭ), член редколлегий многих академических журналов. Н.Н. Моисеев – автор более 300 научных и научно-популярных статей, 20 монографий. Воспитал сотни учеников, полдюжины из которых были избраны в Академию наук СССР и России, упомянем лишь некоторых: В.В. Александров, Ю.Г. Евтушенко, Ф.И. Ерешко, Ю.П. Иванилов, А.Ф. Кононенко, П.С. Краснощёков, Ю.Е. Малашенко, Ю.Н. Павловский, В.П. Пархоменко, А.А Петров, И.Г. Поспелов, Н.К. Бурова, В.Н. Разжевайкин, Ю.М. Свирежев, И.Х.Сигал, А.М. Тарко, А.М. Тер-Крикоров, Ф.Л.Черноусько.

29 февраля 2000 года перестало биться сердце Никиты Николаевича Моисеева, сердце блестящего ученого, истинного патриота, настоящего гражданина, верного сына России. Он был великий Учитель, и дело, начатое им, продолжается в трудах его талантливых благодарных учеников. Моисеевская школа живет и процветает, а память о нем навсегда сохранится в наших сердцах.

И нынешняя конференция – яркое тому подтверждение.

чл.-корр. РАН И.Г. Поспелов, Ф.В. Костюк

Оглавление

Пленарные доклады 12
Секция 1. Механика 84
Секция 2. Управление и оптимизация 103
Секция 3. Теория принятия решений 150
Секция 4. Математическое моделирование эколого-экономических систем. Подсекция Экономика 182
Секция 4. Математическое моделирование эколого-экономических систем. Подсекция Экология 311
Секция 5. Автоматизация проектирования 420
Алфавитный указатель 448

Содержание

Ерешко Ф.И., Меденников В.И., Огнивцев С.Б. АКАДЕМИК Н.Н. МОИСЕЕВ И ИНФОРМАТИЗАЦИЯ АПК 12
Павловский Ю.Н. О ВООРУЖЕННОЙ БОРЬБЕ ВО ВРЕМЯ ВЕЛИКОЙ ОТЕЧЕСТВЕННОЙ ВОЙНЫ 34
Пархоменко В.П. РАЗВИТИЕ ИДЕЙ Н.Н. МОИСЕЕВА В МОДЕЛИРОВАНИИ КЛИМАТА И БИОСФЕРЫ 39
Самсонов А.Л. ИДЕИ МОИСЕЕВА – СЕГОДНЯ 49
Хачатуров В.Р. ПРИРОДА, ОБЩЕСТВО, ГЕОПОЛИТИКА (ОСВОЕНИЕ КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА КАК ВСЕМИРНЫЙ ПРОЕКТ ФОРМИРОВАНИЯ ЕДИНОЙ ЦИВИЛИЗАЦИИ ЗЕМЛЯН) 60
Шатров А.В. СИСТЕМА МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ ВОЗДЕЙСТВИЯ ВЫБРОСОВ АЭРОЗОЛЬНЫХ ПРИМЕСЕЙ НА ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ 70
Абраров Д.Л. ГЛОБАЛЬНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ ПО ЛИУВИЛЛЮ УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА-ПУАССОНА 84
Хачатуров Р.В. ДИНАМИКА ИЗМЕНЕНИЯ РАЗМЕРА ВСЕЛЕННОЙ И ПРИРОДА ГРАВИТАЦИИ В СООТВЕТСТВИИ С МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛЬЮ И ТЕОРИЕЙ ГИПЕРВСЕЛЕННОЙ 93
*Апраушева Н. Н., Дикусар В. В., *Сорокин С. В.* ВЫЧИСЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ ТОЧЕК ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ ГАУССОВОЙ СМЕСИ ПО ГРАДИЕНТНО-СТАТИСТИЧЕСКОМУ АЛГОРИТМУ 103
Воронкова П.С., Флёрова А.Ю. МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ ЭКСПЛУАТАЦИИ НЕФТЯНОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ 108
Дикусар В.В., Нуждин Д.О. НЕРЕГУЛЯРНЫЙ ПРИНЦИП МАКСИМУМА 113
Журавлев Н.Б., Соколова А.Н. ТОЧНОСТЬ АППРОКСИМАЦИИ МУЛЬТИПЛИКАТОРОВ ФЛОКЕ 120
Костюк Ф.В. УСТОЙЧИВОСТЬ МЕТОДА ТЯЖЕЛОГО ШАРИКА С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ В ЗАДАЧАХ БЕЗУСЛОВНОЙ КОНЕЧНОМЕРНОЙ МИНИМИЗАЦИИ 129
Михайлов И.Е., В.И. Цурков, Е.К. Егорова, А.С. Есенков ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА 136
Фуругян М.Г. НЕКОТОРЫЕ АЛГОРИТМЫ ПЛАНИРОВАНИЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ В МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМАХ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ 143
*Багаев И.В., Канищев И.С.*О ПОДХОДЕ К БАЙЕСОВСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН 150
Березкин В.Е., Лотов А.В., Лотова Е.А., Рябиков А.И. АППРОКСИМАЦИЯ ОБОЛОЧКИ ЭДЖВОРТА-ПАРЕТО В СЛОЖНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧАХ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ 155
*Бродский Ю.И.*О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КУЛЬТУР 163
Мохонько Е.З. СИТУАЦИЯ РАВНОВЕСИЯ В НЕАНТАГОНИСТИЧЕСКОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЕ С ОГРАНИЧЕННЫМ ЗАПАСОМ ВРЕМЕНИ НАБЛЮДЕНИЯ 168
Станкевич Т.С. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМЫ ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКОЙ ПОДДЕРЖКИ УПРАВЛЕНИЕМ ТУШЕНИЕМ ПОЖАРОВ НА

ОСОБО ОПАСНЫХ И ТЕХНИЧЕСКИ СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТАХ (МОРСКИХ ПОРТАХ) 176
Ахуньянова С.А., Симонов П.М. О Р-АДИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ ДИНАМИКИ ИНДЕКСА РТС 182
Багров Н.С., Денисов Д.В., Голембиовский Д.Ю. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАКАЗОВ НА ПАССАЖИРСКИЕ ПЕРЕВОЗКИ 191
*Бродский Ю.И.*О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ СИСТЕМ С ПОВЕДЕНИЕМ 202
Гудков И.Р., Оленёв Н.Н. ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ВНЕШНИМ ДОЛГОМ С ПЕРЕМЕННЫМ НАСЕЛЕНИЕМ В ДВУХСЕКТОРНОЙ МОДЕЛИ .. 210
Каменев Г.К., Каменев И.Г. МЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МНОГОМЕРНЫХ СОЦИОЛОГИЧЕСКИХ ВЫБОРОК 215
Каменев И.Г. ПРОБЛЕМЫ И ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЧЕЛОВЕЧЕСКОГО КАПИТАЛА 227
Киселев В.Г. РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТИ НЕРАЗОРЕНИЯ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ ПРИ СТРАХОВАНИИ УРОЖАЯ 238
Кононов Д.А., Пономарев Р.О. МЕТОДОЛОГИЯ СЦЕНАРНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ КАК РАЗВИТИЕ КЛАССИЧЕСКИХ СХЕМ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ 245
Малахов Д.И., Хайдаров Д.Т. ПРЕДСКАЗУЕМОСТЬ ДОХОДНОСТЕЙ ВЫСОКОЛИКВИДНЫХ АКТИВОВ: ЗНАКИ И АБСОЛЮТНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ 252
Остапов В.А. МОДЕЛЬ IPO ФИРМ ВЕНЧУРНОГО СЕКТОРА ЭКОНОМИКИ 263
Павловский Ю.Н. О ЯДЕРНОМ СДЕРЖИВАНИИ 275
Пильник Н.П., Ужегов А.А. МОДЕЛЬ ВНЕШНЕЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ЭКОНОМИКИ РОССИИ 280
Станкевич И.П. ИССЛЕДОВАНИЕ ВОПРОСА О НЕОБХОДИМОСТИ СЕЗОННОЙ КОРРЕКТИРОВКИ ДАННЫХ В ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ 291
Станкевич И.П., Ужегов А.А. МОДЕЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ АГРЕГИРОВАННОГО ДОМОХОЗЯЙСТВА В ЭКОНОМИКЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ 300
Апраушева Н. Н., Сорокин С. В. О МАТЕМАТИЧЕСКОМ ПРОГНОЗИРОВАНИИ СВОЙСТВ ПОЧВЫ В ПОЛУПУСТЫНЕ СЕВЕРНОГО ПРИКАСПИЯ 319
Белотелов Н.В. ПРОБЛЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЭКОЛОГИИ 311
Громыко В.И., Васильев Н.С., Казарян В.П., Симакин А.Г., Аносов С.С. ЭКОЛОГИЯ РАЗУМА (РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ В СИСТЕМНО-ИНФОРМАЦИОННОЙ КУЛЬТУРЕ) 326
Каменев Г.К. БИФУРКАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ПОВЕДЕНИЯ ПОПУЛЯЦИИ В УСЛОВИЯХ БОЛЬШИХ БИОСФЕРНЫХ ЦИКЛОВ 332
Каменев Г.К., Саранча Д.А., Поляновский В.О. ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ИЗМЕНЕНИЙ КЛИМАТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НА ПОПУЛЯЦИИ ЛЕММИНГОВ 344
Рычков С.Л., Шатров А.В. СИСТЕМА МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ ВОЗДЕЙСТВИЯ ВЫБРОСОВ ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ВЕЩЕСТВ НА ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ 353
Савенко В.С. БАЗОВЫЕ ПРИНЦИПЫ КОНЦЕПЦИИ КОЭВОЛЮЦИОННОГО УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ 363
Савенко В.С., Самсонов А.Л. НОВЫЙ МЕХАНИЗМ ПОГЛОЩЕНИЯ УГЛЕРОДА. ОТЫСКАНИЕ MISSING SINK 370
Сушкевич Т.А. РАДИАЦИОННЫЙ ФОРСИНГ НА КЛИМАТ И ЭКОЛОГИЮ (посвящается 100-летию академика Н.Н.Моисеева и 60-летию запуска первого спутника) 382

Шварц К.Г., Шварц Ю.А., Шкляев В.А., Баландина С.Ю., Семериков В.В. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕЗОМАСШТАБНЫХ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА ЖИВЫХ БИОАЭРОЗОЛЕЙ В НИЖНЕМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ 393
Шевченко В.В. О НЕКОТОРЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОГО АНАЛИЗА ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ 402
Шпитонков М.И. МОДЕЛИ И ПРИЛОЖЕНИЯ МЕТОДИКИ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ АДАПТОМЕТРИИ К ЭКОЛОГИЧЕСКИМ И БИОМЕДИЦИНСКИМ СИСТЕМАМ 409
Бушенков В.А., Маркеш С. ДВУХУРОВНЕВАЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ЛЕСНЫМИ ЭКОСИСТЕМАМИ В ПОРТУГАЛИИ 415
Божко А.Н. ГИПЕРГРАФОВЫЕ И РЕШЕТЧАТЫЕ МОДЕЛИ В АВТОМАТИЗИРОВАННОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ ПРОЦЕССОВ СБОРКИ СЛОЖНЫХ ИЗДЕЛИЙ 420
Вышинский Л.Л., Флёров Ю.А., Широков Н.И. СТРУКТУРНО - ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ САМОЛЕТА В АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЕ ВЕСОВОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ 429
Бочков А.П. ФОРМИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ СВОЙСТВ ОБРАЗЦА ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ 439

Пленарные доклады

АКАДЕМИК Н.Н. МОИСЕЕВ И ИНФОРМАТИЗАЦИЯ АПК

Ф.И. Ерешко[1], * В.И. Меденников, С.Б. Огнивцев[2]

[1]Вычислительный центр им. А.А.Дородницына ФИЦ ИУ РАН,
Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, 40.
Тел.: (499) 135-21-09, факс: (499) 135-13-98, e-mail: fereshko@yandex.ru
[2]ФГБНУ «ВИАПИ им. А.А. Никонова», Россия, 107078,
Бол. Харитоньевский пер., д. 21, стр. 1. Тел.: (495) 608-20-09,
факс: (495) 608-20-09, e-mail: dommed@mail.ru, ognivtsev@gmail.com

Аннотация. В работе продемонстрирована выдающаяся роль Н.Н. Моисеева в становлении системного подхода и информатизации АПК, в результате чего по развитию этих направлений АПК превзошел многие отрасли промышленности в конце существования СССР. Фактически в АПК произошел качественный скачок от оригинального, позадачного подхода к индустриальному проектированию, разработке и внедрению информационных систем. Разработанные модели и методы системного анализа управления в АПК на различных уровнях долгие годы еще не будут превзойдены в нашей стране. Показано, что разработки тех лет, основанные на идеях Н.Н. Моисеева, востребованы и актуальны в настоящее время, когда страна вырабатывает стратегию цифровой трансформации своей экономики.

Ключевые слова: системный анализ, экономико-математические модели, информационные системы, единое информационное интернет-пространство, типовые сайты.

Введение

Аграрный проект вырос из Водного проекта Международного Института прикладного системного анализа (IIASA). В IIASA был проявлен интерес в основном к экологическим проблемам, кислотным дождям в Европе, к загрязнению Дуная. Н.Н. Моисеев подошел к водной проблематике в стране с системных позиций. И когда в проектных организациях начались технико-экономические обоснования переброски части стока северных и сибирских рек, Н.Н. Моисеев поддержал инициативу Ф.И. Ерешко по развитию системных, комплексных разработок по использованию водных ресурсов страны. В ВЦ АН СССР бы создан сектор системного анализа водных проблем под руководством Ф.И. Ерешко, решались задачи рационального использования водных ресурсов в народном хозяйстве, проектирования водохозяйственных систем и управления ими. Водохозяйственная система – технико-экономическая система, а не техническая, и здесь принципиален человеческий фактор и природные неопределенности [1]. Для исследования последствий переброски части стока северных рек была создана уникальная для того времени система математических моделей, описывающая взаимосвязи окружающей среды, основных водопользователей и потребителей водных ресурсов в Волжско-Камском бассейне: гидроэнергетики, коммунального хозяйства, сельского хозяйства, рыбного хозяйства, лесного хозяйства

и промышленности. Н.Н. Моисеев живо интересовался ходом работ, участвовал в планировании компьютерных исследований и в анализе сотен сложных имитационных экспериментов с системой моделей. Их результатом стали выводы о принципиальной возможности практического использования предлагаемого инструментария в целях оценки эффективности и уровня неопределенности в экологических рисках переброски северных рек европейской части страны в Волгу. В это же время была показана высокая эффективность и достаточная экологическая безопасность переброски части стока сибирских рек. Последние выводы были сделаны группами исследователей из других академических и проектных институтов водной специализации (речь в обоих случаях шла о нескольких процентах объема переброски от среднегодового стока).

Накопленный в ходе этих работ методологический инструментарий, опыт построения моделей и организации автоматизированных компьютерных экспериментов с меняющейся в широких пределах системой моделей сельскохозяйственного производства позволил в короткие сроки провести работы по моделированию развития водного и сельского хозяйства в нескольких крупных регионах СССР, междуречья Тигра и Евфрата (Ирак) и дельты реки Меконг (Лаос, Камбоджа, Вьетнам) [2].

Сельскохозяйственный проект явился результатом тесных контактов Н.Н. Моисеева с М.С. Горбачёвым, встреч и бесед по широкому кругу проблем системного анализа, о принципах принятия рациональных решений, вообще о той культурной среде, которая должна породить необходимый стандарт мышления управляющего. По инициативе Н.Н. Моисеева и А.А. Никонова, ставшего Президентом ВАСХНИЛ, в секторе Ф.И. Ерешко был реализован Ставропольский проект: разрабатывались модели роста растений, модели динамики поголовья и продуктивности стада, модели жизненного цикла машинного парка [3, 4]. На их основе строились модели рационального управления сельским хозяйством края – общая модель размещения ресурсов, теоретико-игровая модель рационального поведения центрального управляющего органа в агрохолдингах, многоуровневая модель регулирования агропроизводства в децентрализованных экономических системах. Опыт оперативного принятия решений руководством края с использованием персонального компьютера привлек внимание Президента Академии наук А.П. Александрова; Ф.И. Ерешко с Н.Н. Моисеевым продемонстрировали ему работу на персоналке в его кабинете. По его докладу на Политбюро ЦК КПСС работа ВЦ по сельскому хозяйству была отмечена как одна из двух лучших работ Академии, было упомянуто имя руководителя работ Н.Н. Моисеева. Ф.И. Ерешко был назначен директором Института кибернетики ВАСХНИЛ, руководителем Программы электронизации агропромышленных комплексов стран-членов СЭВ, коллектив формировался из выпускников физтеха, Н.Н. Моисеев, как научный руководитель, был избран академиком ВАСХНИЛ.

ПРЕДПОСЫЛКИ К СОЗДАНИЮ АГРАРНОГО СИСТЕМНОГО ПРОЕКТА

Кстати, из модельных результатов потепления климата родился по-моисеевски грандиозный и сейчас очень актуальный проект круглогодичного освоения Северного морского пути. Заметим, что Н.Н. Моисеев описал его тридцать лет назад в деталях, с указанием мест строительства новых портов на Северном Урале и с расчетами экономических и политических выгод от освоения северного побережья и шельфа арктической зоны России.

Другим, не менее грандиозным проектом, как уже упоминалось, стала переброска части стока впадающих в Северный Ледовитый океан рек европейской части нашей страны и Сибири. Собственно, именно этот проект приблизил Н.Н. Моисеева к сельскохозяйственной проблематике.

Чтобы понять всю революционность вхождения Н.Н. Моисеева в эту область, нужно хотя бы в общих чертах представить себе состояние российского сельского хозяйства и сельскохозяйственной науки в середине далеких 1970-х годов.

Это был период мощного экономического роста страны и политической уверенности. Это было, наверное, самое благодатное время в жизни измученных репрессиями, войнами и лишениями советских людей. Ничто пока не предвещало будущих бед и потрясений. У руководства страны была, пожалуй, только одна, зато наболевшая и почти вечная беда – сельское хозяйство.

Колхозно-совхозный строй не мог обеспечить население продуктами питания, несмотря на огромные финансовые вливания. Селекционеры ВАСХНИЛ, не так давно успешно расправившиеся с генетиками и кибернетиками, окончательно завели сельское хозяйство в тупик со своими низко продуктивными породами яйце-мясных кур, мясо-сальных свиней, молочно-мясных коров и мясо-шерстных овец. Растущее и низко продуктивное животноводство требовало все больше и больше практически не окупаемых продукцией кормов, и страна стала завозить ежегодно около 25 млн. т зерна. Все искали выход – новую целину, чудо-сорты, всеобщее орошение на базе переброски части стока северных рек.

Не знакомые с основами системного анализа сельскохозяйственные и водохозяйственные ученые, как всегда, надеялись найти ту единственную ниточку, потянув за которую они размотают весь клубок проблем сельского хозяйства. От системного анализа для них была только плохая новость – такой ниточки нет и быть не может.

Поведение сложной системы состоит из множества факторов с положительными и отрицательными обратными связями, и управление такой системой возможно только на основе адекватной ей по сложности системе математических моделей, учитывающей все факторы и связи. Именно с этой новой методологией исследований пришел в сельскохозяйственную науку Н.Н. Моисеев.

Исследования, проводимые в секторе системного анализа водных проблем ВЦ АН СССР под руководством Ф.И. Ерешко, и полученные реальные результаты позволили Н.Н. Моисееву продвинуть идеи системного анализа в аграрный сектор страны.

В начале 1980-х годов экономическая ситуация в стране стала меняться к худшему. Именно в эти годы проявились черты застоя, который всегда приходит на смену стабильности. Одновременно начали выдвигаться на передний план политические деятели и ученые, считающие, что нужно менять подходы к экономической политике страны и к методологии научных исследований, в частности в сельском хозяйстве. Лидером системного анализа и других новых направлений в сельскохозяйственной науке и практике стал выдающийся ученый, будущий президент ВАСХНИЛ А.А. Никонов. Он стал надежным соратником Н.Н. Моисеева в тяжелейшем деле внедрения методов системного анализа в сельском хозяйстве. Они были ровесниками, фронтовиками, близкими, хотя и очень разными по характеру, происхождению и образованию, людьми. Тандем этих двух мощных личностей и блистательных ученых определил недолгий период расцвета системного анализа в АПК.

В 1982 году под руководством Н.Н. Моисеева и А.А. Никонова у нас в стране совместно с Международным институтом прикладного системного анализа (IIASA) начался Ставропольский проект. В рамках этого проекта отечественные и зарубежные специалисты создали систему региональных моделей, в основе которой лежали модели роста растений и экономические модели сочетания отраслей. Это был крупный успех, оказавший большое влияние на дальнейшее развитие моделирования АПК.

В 1984 году при поддержке А.А. Никонова был осуществлен крупномасштабный десант специалистов моисеевской школы в ВАСХНИЛ. Директором созданного ВНИИКибернетики ВАСХНИЛ стал ученик Н.Н. Моисеева Ф.И. Ерешко, сумевший привлечь к работе в институте ученых, в основном принадлежащих к школе моделирования ВЦ Академии наук и имевших хорошую системно - аналитическую подготовку.

В 1985 году силами ВНИИК и ВЦ АН СССР был осуществлен крупный проект по внедрению первых персональных компьютеров непосредственно в практику управления АПК Ставропольского края. Непосредственно в кабинете первого секретаря Ставропольского крайкома КПСС и в сельхозуправлении края были установлены компьютеры, на которые в форме карт и с использованием других средств визуализации выводилась оперативная информация о ходе уборочных работ и других сельскохозяйственных операций. При этом относительно простые модели рассчитывали, например, потери от несвоевременного проведения операций. Одновременно с легкостью, в наглядной форме были видны фальсификации в представляемой районами информации. Возникающие на компьютере карты районов края с меняющейся в зависимости от успешности проведения работ раскраской районов производили в то время впечатление разорвавшейся бомбы. Среди партийной элиты ходили слухи о полной осведомленности компьютеров обо всех их махинациях. Были робкие попытки подкупа разработчиков и взлома непосредственно компьютеров. Работа имела такой успех, что о ней докладывали высшему руководству страны.

В 1985 году Н.Н. Моисеев был избран действительным членом ВАСХНИЛ (после 1992 года РАСХН).

С 1986 года началась программа “Электронизация сельского хозяйства”, являвшаяся составной частью комплексной программы научно-технического прогресса стран-членов СЭВ (КП НТП). Программа электронизации в целом была попыткой освоения успешного опыта Японии и Франции, которым, благодаря осуществлению своих программ, удалось в короткие сроки выйти на ведущие позиции в мире.

В рамках этой программы были заключены контракты с Болгарией и Венгрией на поставку технических средств и совместные работы на эталонных объектах, которыми были выбраны Шпаковский район Ставропольского края и Агрокомбинат “Кубань” Краснодарского края [5 - 7].

Разработка системы электронизации управления в Шпаковском районе велась на протяжении 5 лет. В 14 хозяйствах района была смонтирована сеть из 150 ЭВМ, создана распределенная база данных. Обучено свыше 300 специалистов хозяйств. В составе программного комплекса функционировало несколько прикладных моделей, на которых решались задачи оперативного, календарного и годового планирования [8, 9].

Работы в агрокомбинате “Кубань” отличались тем, что охватывали также предприятия перерабатывающей промышленности, торговли, обслуживающие предприятия (19 типов предприятий). В этих работах основной упор был сделан на межхозяйственные отношения и интеграцию внутри агрокомбината [10]. Большой популярностью пользовалось программное обеспечение по управлению финансово-расчетного Центра.

За период 1986-1990 гг. отдельные программные комплексы, разработанные на эталонных объектах, были внедрены, примерно, в тысяче хозяйств различных регионов страны. Эта в целом успешная работа была прервана из-за революционных изменений геополитической и макроэкономической ситуации. СЭВ распался, и КП НТП была прервана.

В 90-е годы основное внимание в работах ВНИИК вновь было перенесено на экономико-математические модели, хотя проблемы информатизации (теперь стали

называть электронизации) также не оставались без внимания. В 1992 году была разработана принципиальная схема системы моделей на всех уровнях иерархий. В рамках этого общего плана было реализовано несколько успешных проектов: на наднациональном уровне СНГ была разработана система моделей общего аграрного рынка и отдельных продуктовых подкомплексов; на федеральном уровне была создана оригинальная система моделей функционирования АПК, отличительной методологической особенностью которой являлся учет поведенческих характеристик каждого субъекта рынка; на региональном уровне была разработана базовая система моделей для разработки реализации систем ведения агропромышленного производства; на уровне предприятий разрабатывались модели внутрихозяйственных отношений и экспертные системы продукционных процессов.

В 90-е годы Н.Н. Моисеев внимательно следил за развитием этого направления. Он принял участие в нескольких конференциях и симпозиумах по вопросам системного анализа АПК. Он с горечью наблюдал, как вместе со всей наукой и даже быстрее нее, как шагреневая кожа, скукоживаются подразделения, занимающиеся системным анализом, моделированием и информатизацией АПК. Лучшие специалисты уходили в банки, в бизнес, уезжали за рубеж.

Вспоминается последнее заседание РАСХН, в котором участвовал Н.Н. Моисеев. Он сидел рядом с нами и внимательно смотрел на лица заполнивших зал академиков. По повестке дня он должен был выступить с планами дальнейшего развития системного анализа, но в последний момент отказался от выступления. «Я понял, – сказал он нам, – что говорить перед этими людьми о системном анализе, о моделях и математике совершенно бессмысленно». Тогда это был, по нашему мнению, сиюминутный и очень эмоциональный вывод. Однако будущее показало, что он, как практически всегда в своих предвидениях, оказался прав. К несчастью.

Тем не менее результаты активности созданных коллективов и широко распространенные публикации в ведущих изданиях страны и за рубежом позволили в современных условиях развивать далее информатизацию АПК на основе новых технических и технологических платформах.

СТАВРОПОЛЬСКИЙ ПРОЕКТ

Перечислим набор наиболее распространенных групп агромоделей, которые составляют основу Банка Агромоделей для принятия решений [11, 12]:

- модель оптимизации структуры Агропромышленного комплекса, которую можно рассматривать как расширение предыдущей модели путем добавления отраслей хранения и переработки;
- модели и диалоговые системы для выбора рационов кормления крупного рогатого скота, молочных коров, свиней, овец, лошадей, кроликов и птицы;
- модель и диалоговая система для планирования воспроизводства стада;
- модели баланса азота, фосфора, калия и гумуса в почве;
- модель “Зеленый конвейер” и диалоговая система определения структуры кормопроизводства в летний и пастбищный период;
- модель “Оптимальный план использования сельскохозяйственной техники”;
- модель “Оптимизация машинно-тракторного парка хозяйства”;
- модель определения рациональной системы севооборотов.

Для выработки перспективных адаптивных технологий возделывания основных культур используются Агроэкспертные модели продукционных и технологических процессов, которые являются естественным обобщением и развитием моделей роста растений и программирования урожая (варианты РСР-модели).

Основными целями разработки перспективной системы животноводства являются:

- модели переработки сельскохозяйственной продукции;
- оценка перспектив развития стада, его возможной продуктивности и потребляемых ресурсов;
- сравнение различных стратегий развития;
- нахождение и сравнение перспективных технологий эксплуатации стад различных видов животных.

Модели, используемые в этих функциональных блоках, давно и с успехом используются в сельском хозяйстве.

Модели и диалоговые системы для выбора рационов кормления крупного рогатого скота, молочных коров, свиней, овец, лошадей, кроликов и птицы обеспечивают выбор оптимального рациона кормления, получение сводных данных об избытке-недостатке питательных веществ в имеющихся кормах для всего стада, подсчет питательной ценности кормов для рационов, заданных пользователем, анализ возможностей сбалансировать корма по компонентам, указанным пользователем для каждой половозрастной группы животных, получение оптимальных рационов кормления животных (критерий оптимальности выбирается пользователем), получение сводных данных о потребности в кормах для всего стада, работу с графическим материалом для анализа рационов.

Модель и диалоговая система для планирования воспроизводства стада и выхода продукции скотоводства молочного направления обеспечивают автоматизированное составление плана осеменения и отелов крупного рогатого скота, автоматизированное составление помесячного оборота крупного рогатого скота, автоматизированное составление плана по откорму и нагулу крупного рогатого скота, автоматизированное составление расчета живой массы скота, предназначенного для продажи, автоматизированное составление годового оборота стада крупного рогатого скота, автоматизированный расчет помесячных надоев молока.

Модель “Зеленый конвейер” и диалоговая система для определения структуры кормопроизводства в летний и пастбищный период обеспечивают автоматизированное составление рационов по периодам зеленого конвейера, автоматизированное вычисление продуктивности животных по периодам зеленого конвейера, автоматизированное составление плана скашивания и скармливания зеленой массы, автоматизированное составление расчета выхода всех видов животноводческой продукции.

Далее опишем модели и экспертные системы, используемые на каждом иерархическом уровне принятия решений.

Выделены: глобальный уровень, региональный (уровни регионов, республика, область) и хозяйственный (ферма, агрофирма, предприятие).

На **глобальном уровне** решаются задачи разработки адаптивных реакций на потепление климата, выявление условий равновесия межгосударственного аграрного рынка и т.п.

Региональный (областной) уровень представлен следующей системой моделей:

* в экономическом блоке:

- агрегированная динамическая модель развития АПК региона;
- модель для выработки стратегий взаимодействия АПК с другими народнохозяйственными комплексами;
- теоретико-игровая модель финансово-экономического взаимодействия предприятий АПК региона;

* в экологическом блоке:

- динамическая модель изменений экологических ресурсов региона;

- модель экологической реконструкции АПК региона;

- теоретико-игровая модель для выработки механизма экологически рационального поведения субъектов хозяйственной деятельности АПК региона.

На **хозяйственном уровне** система моделей, предназначенная для принятия решений, также состоит из двух основных блоков:

* экономический блок:

- модели разработки и реализации системы ведения хозяйства предприятий АПК;

- модели финансового менеджмента предприятий АПК;

- экспертные системы для выработки и реализации оптимальных технологий производства агропромышленной продукции;

* экологический блок:

- модели альтернативных методов ведения хозяйства;

- модели оценки экологического ущерба хозяйственной деятельности;

- экспертные системы для производства биологически полноценных и безопасных для здоровья продуктов питания.

Целью моделирования является эколого- и экономическая реконструкция существующих и проектирование новых хозяйств.

В целом комплекс моделей и экспертных систем ориентирован на рациональное принятие решений на всех уровнях в различных условиях хозяйствования.

СХЕМА СОГЛАСОВАНИЯ МОДЕЛЕЙ РОСТА РАСТЕНИЙ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

В состав математического обеспечения Ставропольского проекта (осуществленного в результате совместной деятельности Международного института прикладного системного анализа (IIASA), Ставропольского научно-исследовательского института сельского хозяйства и Вычислительного центра АН СССР [3, 4, 13]) вошли две диалоговые вычислительные системы: агрофизических процессов (роста растений и трансформации почв) и экономического анализа. Для проведения вычислительных экспериментов была применена схема декомпозиции, имеющая иерархический характер: на моделях роста растений и трансформации почв формируются коэффициенты технологических процессов, которые затем используются в модели экономического анализа.

Очевидно, что перспективы развития с/х производства в регионе существенно зависят от потенциальных биологических возможностей почв региона, других природных ресурсов и условий, а также от политики использования ресурсов, которая вырабатывается с учетом разнообразных экономических требований и экономических последствий от принимаемых решений.

На языке блок-схем это означает, что для численного анализа перспектив развития с/х производства, обязательно должны быть разработаны блоки: биологический, экологический, экономический, - и связующий их блок принятия решений.

С формально математической точки зрения для постановки задачи управления (принятия решений) мы должны иметь систему математических моделей, описывающих динамику формирования урожая и экономику с/х производства в регионе, трансформации почв с учетом природных факторов и содержащие управляющие переменные.

Такая система моделей, учитывающая множество законов и факторов, имеет большую размерность и может анализироваться только в имитационном режиме с привлечением экспертов. Эти эксперты формулируют показатели (критерии),

оценивающие принятие решения по использованию ресурсов, разрабатывают сценарии, т.е. способы конкретизации управляющих переменных, анализируют значение критериев в процессе интерактивного общения с ЭВМ и могут менять в процессе анализа параметры и даже формульные зависимости в моделях. Разработанное математическое обеспечение облегчает проведение такого анализа на ЭВМ путем автоматизации расчетов на системе моделей с учетом того, что схемы декомпозиции и состыковки отдельных блоков в существенной степени зависят от постановки задачи по принятию решений.

Агрофизическая модель (РСР-Модель) описывает рост растений с временным шагом в декаду и трансформацию почв с временным шагом в один год. Для наших целей, а именно для постановки задач управлений, достаточно рассмотреть динамику процесса с шагом в один год, поскольку именно с этим шагом осуществляются основные экономические решения. Опишем здесь фазовые переменные, управляющие переменные и параметры РСР-Модели. Символ t означает номер года и относится к его концу. Рассмотрим некоторый участок территории региона с однородными характеристиками, смысл которых описывается ниже.

Составляющими вектора *фазовых переменных* z^t для этого участка являются векторы

Ph^t – вектор переменных физических характеристик, компонентами которого являются: толщины трех горизонтов почвы, пористость горизонтов почв, плотность горизонтов почв;

Ch^t – вектор переменных химических характеристик, компонентами которых служат для каждого из трех горизонтов почвы: содержание органического вещества в почве, содержание азота, кислотность, концентрация доступного неорганического фосфора, концентрация доступного калия, качество почвы (отношение углерода к азоту);

Or^t – вектор переменных характеристик структуры органического вещества почвы, компонентами которого служат (для шести фракций органического вещества и трех горизонтов почвы): доля фракции в общем количестве органики, качество (отношение углерода к азоту), доля углерода, емкость катионного обмена;

Ws^t – вектор переменных, характеризующих влажность почвы для трех горизонтов почв.

Итак, получаем $z^t = (Ph^t, Ch^t, Or^t, Ws^t)$.

К *управляющим факторам модели* u^t относятся

(N^t,P^t,K^t) – вектор объемов вносимых за год азотных, фосфорных, калийных удобрений,

O^t – вектор, характеризующий использование органических удобрений, компонентами которого являются: количество вносимых органических удобрений, декада внесения удобрения, структура удобрений (доли шести фракций и качество);

W^t – вектор переменных, характеризующих водопотребление для ирригационных систем трех типов (из бассейна, по бороздам, разбрызгиванием), компонентами которого являются: общий объем воды, доступный к потреблению, максимальная пропускная способность ирригационной системы. В РСР-Модели для каждой декады рассчитывается потребный объем воды для растения и по заданному правилу осуществляется удовлетворение потребности с учетом максимальной пропускной способности ирригационных систем и объема наличных водных ресурсов;

C^t – номер культуры, возделываемой на данном участке;

A^t – вектор агротехнических мероприятий, компоненты которого определяются номером культуры C^t, видом вспашки и ее характеристиками. Одна из компонент вектора равняется 1, если остатки культур убираются, и 0 – в противном случае.

Итак, *управления* $u^t = (N^t, P^t, K^t, O^t, W^t, C^t, A^t)$.

Вектор *неконтролируемых факторов* ξ^t определяется погодными условиями и состоит из рядов средне-декадных величин в течение года: температур воздуха, относительных влажностей воздуха, скоростей ветра, числа часов солнечного сияния, объема осадков.

Параметрами модели p являются: процентное содержание глины, ила, песка и гравия, размеры гранул почв, проницаемость почвенного горизонта, емкость катионного обмена для минеральной составляющей почвы для каждого горизонта почв, а также географические координаты рассматриваемого участка.

Динамика фазовых состояний в РСР-Модели для заданного участка территории региона определяется в виде управляемой динамической системы с неопределенными параметрами

$z^t = F(z^{t-1}, u^t, \xi^t, p)$,

при этом для рассматриваемого участка подсчитывается вектор выпуска продукции y^t, компонентами которого является выход основной продукции и побочной,

$y^t = \Psi(z^{t-1}, N^t, P^t, K^t, O^t, W^t, C^t, \xi^t, p)$.

В модели подсчитывается также водная эрозия e^t, уровень которой определяется фазовым состоянием, номером культуры, агротехническими мероприятиями и т.д., так что в общем случае можно записать

$e^t = \Phi(z^{t-1}, u^t, \xi^t, p)$.

Экономическая модель

Как было отмечено выше, выход продукции, фазовое состояние и эрозия почв, полученные в РСР-модели, являются входами в экономический блок и блок принятия решения.

Для описания экономической модели разобьем территорию всего региона на множество L однородных участков, нумеруя их индексом l, так что $\sum_l s_l = S$, где s_l – площадь участка номера l, S – общая площадь региона. Однородность участка означает, что в его пределах физические, химические и иные характеристики, фигурирующие в РСР-модели и экономической модели, являются одними и теми же.

Кроме того, будем считать, что на данном участке применяется только одна технология h для культуры c. Заметим, что при таком условии множество однородных участков L остается неизменным во все моменты времени t, в то время как без этого условия число однородных участков может меняться от t до t+1. Множество номеров участников, занятых технологией h культуры c в момент времени t обозначим L^t_{ch}, тогда множество номеров участников, занятых культурой c, $L^t_c = \bigcup_h L^t_{ch}$, и $L = \bigcup_c L^t_c$.

Число элементов в множестве L определяется, с одной стороны, однородностью почв по физическим и химическим характеристикам (это минимальный размер: для Ставрополья выделено 15 классов почв, однородных по указанным характеристикам) и, с другой стороны, экономическими соображениями, поскольку необходима достаточная представительность технологий и культур для обеспечения, например, заданного выпуска продукции. Поэтому размерность множества L может быть весьма значительной.

Общая агрофизическая модель для всего региона в этом случае будет иметь вид

$z^t_l = F(z^{t-1}_l, u^t_l, \xi^t_l, p_l)$,

$y^t_l = \Psi(z^{t-1}_l, N^t_l, P^t_l, K^t_l, {}^t_l O^t_l, W^t_l, C^t_l, \xi^t_l, p_l)$,

где y_l^t – выпуск продукции с единицы площади участка номера l,

$e_l^t = \Phi(z_l^{t-1}, u_l^t, \xi_l^t, p_l)$.

Общие экономические соотношения

$\sum_l s_l y_l^t = y^t$ – вектор выпуска продукции;

$y^{t,j}, j \in J_1$ – выпуск основной продукции;

$y^{t,j}, j \in J_2$ – выпуск побочной продукции.

Обозначим через $d^{t,j}$ часть основной продукции, которая идет на корма. Побочная продукция полностью идет на корма. Тогда выпуск кормов номера ν определяется

$$\sum_{j \in J_1} \beta_j^\nu d^{t,j} + \sum_{j \in J_2} \gamma_j^\nu y^{t,j} = d^{t,\nu},$$

где коэффициенты $\beta_j^\nu, \gamma_j^\nu$ определяют выход продукта $\boldsymbol{j}$ в корм номера ν.

$\sum_{ch} \sum_{l \in L_{ch}^t} r_{ch}^k s_l = r^{t,k}$ – запрос в k-м ресурсе, $k \in K$, r_{ch}^k – потребление k-го ресурса технологией h культуры $\boldsymbol{c}$ при возделывании на единице площади, K – множество индексов для ресурсов, удельные показатели для которых подготовлены экспертным путем: электроэнергия, топливо, ядохимикаты, тракторы, транспортные средства, зерновые комбайны, кукурузоуборочные комбайны, свеклоуборочные комбайны.

$\sum_i k_i^\nu g_i^t$ – запрос в кормах ν-го типа, k_i^ν – удельное потребление ν-го корма i-м типом животных, g_i^t – количество структурных единиц животных i-го типа (крупный рогатый скот, свиньи, овцы, птица) в регионе,

$\sum_i \alpha_{im} g_i = a^m$ –выпуск животноводческой продукции типа m, и α_{im} – удельный выход m-й продукции со структурной единицы животных i-го типа.

Соотношения экономической модели и РСР-модели в совокупности составляют описание общей имитационной модели, которую будем обозначать GM.

Имитационные эксперименты

Управлениями в данной модели являются множества L_{ch}^t и векторы

$N_l^t, P_l^t, K_l^t, O_l^t, W_l^t, A_l^t, g_i^t$.

Задавая различные сценарии выбора данных управлений и интегрируя систему агрофизических соотношений, мы получим ряды значений для величин

$y^t, r^{t,k}, b^t, a^t, e^t$,

на которых мы можем вычислять значения показателей, интересующих экспертов.

Остановимся здесь на следующих количественных показателях:

– выпуск продукции потребления в заданной пропорции (или валовый выпуск продукции потребления),

– эрозия почв,

– дисбаланс запроса и выпуска кормов.

Как правило, возможные объемы удобрений и воды ограничены и поэтому экспертам необходимо выбирать управления при условии, что

$$\sum_l N_l^t \le F^{1,t}, \ \sum_l P_l^t \le F^{2,t}, \ \sum_l K_l^t \le F^{3,t}, \ \sum_l O_l^t \le F^{4,t}, \ \sum_l W_l^t \le W^t.$$

где величины $F^{1,t}, F^{2,t}, F^{3,t}, F^{4,t}, W^t$ так же, как и L, задаются в начале проведения экспериментов.

Если полученные решения не удовлетворяют экспертов, можно повторить

процедуру, возвращаясь на любой из предыдущих этапов.

Ставить задачи оптимизационного или многокритериального характера в этих условиях весьма затруднительно вследствие большой размерности модели и дискретного характера управлений, поскольку одна из компонент управления является набором множеств L_{ch}^{t}.

Вариант севооборотной модели

Для облегчения разработки сценариев в GM вводилось следующее упрощающее условие. Примем, что для каждого участка территории под номером *l* существует такое начальное состояние почвы z_l^0, такой интервал времени *T*, такая последовательность управлений u_l^t, что при некоторых стационарных погодных условиях ξ_l^* (при всех $t \in T$) конечное состояние почв совпадает с начальным, т.е.

$$z_l^T = \widetilde{F}(z_l^{T-1}, z_l^{T-2}, \ldots, z_l^0, u_l^T, \ldots, u_l^1, \xi_l^*, \ldots, \xi_l^*, p_l) = z_l^o .$$

Используем это свойство периодичности следующим образом. Разобьем данный участок l на T одинаковых частей и на каждой из них реализуем заданную последовательность управлений. Пусть $C = (c^1, c^2, \ldots, c^T)$ – соответствующая последовательность культур. Начальное состояние для каждой части возьмем так, что в момент времени $t = 1$ начальное фазовое состояние части номера i, $i = 1,2,\ldots T$ есть z_l^{i-1} и на ней располагается культура $c_i \in C$. Тогда фазовое состояние участка l в момент времени $t = 1$ будет ($z_l^o, z_l^1, \ldots, z_l^{T-1}$), хотя фазовое состояние и меняется со временем.

Оптимизационные модели

Был принят следующий способ использования оптимизационных моделей для отбраковки нерациональных вариантов и построения сценариев для общей модели. При формулировке оптимизационной задачи будем исходить из тех же показателей, которые используются при имитационном анализе на общей модели GM.

Будем рассматривать задачу об увеличении выпуска продукции потребления в заданной пропорции (или увеличения валового выпуска) при заданном уровне эрозии почв и дисбаланса в кормах.

Построим дискретный набор технологий на РСР-модели и перейдем к экономическому блоку с этими технологиями. Оценку заданных критериев будем получать, решая вспомогательную задачу линейного программирования. Таким образом, мы произведем приближенную декомпозицию севооборотной задачи.

Набор технологий получим, разрешая систему агрофизических соотношений при дискретном наборе возможных объемов удобрений N, P, K, O и воды W для различных севооборотов c_n при заданных последовательностях $\xi^1, \ldots, \xi^{T_n}$, отражающих представление экспертов о неопределенности погодных условий.

Отсюда мы получим величины потребления удобрений и воды:

$$f_n^1 = \frac{1}{T_n}\sum_t N^t,\ f_n^2 = \frac{1}{T_n}\sum_t P^t,\ f_n^3 = \frac{1}{T_n}\sum_t K^t,\ f_n^4 = \frac{1}{T_n}\sum_t O^t,\ v_n = \frac{1}{T_n}W^t,$$

эрозию почв $e_n = \frac{1}{T_n}\sum_t e^t$ и урожайность $y_n = \frac{1}{T_n}\sum_t y^t$, которые войдут как удельные показатели в технологические процессы экономического блока.

Замечание. Объемы воды можно не задавать, а получать из расчетов как объемы запроса растений в воде.

Дополним теперь соотношение экономической модели запросами по удобрениям:

$$\sum_l (\sum_{n\in N_l^1} f_n^{1,k} x_n^{1,l} + \sum_{n\in N_l^2} f_n^{2,k} x_n^{2,l}) = f^k,\ k = 1,2,3,4,$$

где $f_n^{1,k}, f_n^{2,k}$ – удельные показатели потребления азота $k=1$, фосфора $k=2$, калия $k=3$, органических удобрений $k=4$ для орошаемых и неорошаемых севооборотов, полученные, как описано выше, и по воде:

$$\sum_{n\in N_l^1} v_n x_n^{1,l} \le W^l.$$

Определим полную эрозию почв в регионе:

$$l = \sum_{l,n} (e_n^1 x_n^{1,l} + e_n^2 x_n^{2,l}).$$

Теперь сформулируем вспомогательную оптимизационную задачу:

$$\max \min\left[\min_{j\in J_1} \frac{y^j - d^j}{Y^j}, \min_{m\in M} \frac{a_m}{A_m}, \frac{E-e}{E} \right],$$

где Y^j – заданный уровень выпуска растениеводческой продукции, A_m – заданный уровень животноводческой продукции, E – заданный уровень эрозии при ограничениях на земли.

Заключение. Разработанная схема послужила основанием для масштабных вычислительных экспериментов в Ставропольском проекте.

ИНФОРМАТИЗАЦИЯ АПК

Н.Н. Моисеев в начале 80-х годов договорился с М.С. Горбачевым, отвечающим тогда за сельское хозяйство, о создании института системного анализа АПК. В результате был сформирован, как уже упоминалось, НИИ кибернетики АПК (ВНИИК), возглавил который ученик Н.Н. Моисеева Ф.И. Ерешко. В данном НИИ была, наверное, самая большая концентрация физтехов (около 50 человек). Это было время появления персональных компьютеров (ПК). Это, отчасти, поставило в более или менее равные условия разработчиков информационных систем Запада и СССР. На Западе предстояло проделать большую работу по переводу на ПК большого количества программных средств, нам же – практически с нуля разработать на современных (для того времени) принципах проектирования и разработки информационные системы. Именно в этот период, исходя из открывающихся возможностей ПК, появился термин «функционально-полные информационно-управляющие системы», включающие все режимы обработки информации и создание соответствующих инструментальных средств проектирования, разработки и их сопровождения. Позднее на Западе этот термин стали именовать MRP (Material Requirements Planning – Планирование потребности в материалах), MRP-II, ERP (Enterprise Resource Planing – Управление ресурсами предприятия). Терминология эволюционировала по мере включения в средства проектирования и разработки новых режимов обработки информации и полноты выполняемых функций.

Исходя из идей Н.Н. Моисеева о системном подходе к решению многих проблем, появления большого количества ПК в хозяйствах, пришло понимание необходимости комплексного, системного подхода к проблеме создания и внедрения информационных систем в АПК, необходимости промышленной технологии их автоматизированного проектирования [14]. Данный подход пригодился при выполнении задания «Электронизация сельского хозяйства» Комплексной программы НТП стран-членов СЭВ, головной организацией которого стал ВНИИК.

Выполнение данного задания осуществлялось на упомянутых уже эталонных объектах. Информатизация эталонных объектов показала, что внедрение экономико-математических моделей неэффективно без создания интегрированных,

функционально-полных информационных систем (ИС), поскольку проектное пространство ИС имеет три измерения: информационную составляющую, ось приложений (задач) и инструментальную составляющую, отражающую различные режимы обработки информации. Интеграция как информационных ресурсов (ИР), так и ИС достигалась путем формирования стандартов на представление ИР, функции управления, подобно международным стандартам управления MRPII, ERP, CSRP. Данные требования (стандарты) послужили основой для формирования перечня задач и их классификации, логических структур БД, общих для всех типов сельскохозяйственных предприятий России. Были разработаны для них комплексные системы управления на основе интеграции и типизации подсистем. Отдельные подсистемы были внедрены в более чем 1000 предприятий страны.

На рис. 1 приведена структурная схема разработки информационных систем эталонных объектов.

Из мирового опыта известно [15], что затраты на разработку программного продукта, который тиражируем и интегрирован с другими программными продуктами в некоторую ИС, примерно на порядок больше стоимости разработки при оригинальном проектировании. Следовательно, вложив средства в разработку комплексных информационных систем, при внедрении их, начиная со второго десятка предприятий, будет достигнут уровень самоокупаемости разработки. Подобный эффект (эффект масштаба) наблюдается также при внедрении, обучении и сопровождении информационных систем.

С началом массового внедрения ПК в АПК, повлекшего поставки пропорционального количества программных средств, особенности механизма хозяйствования, масштабы используемых ресурсов, огромное количество (несколько десятков тысяч) агропромышленных предприятий, функционирующих в различных агроклиматических, организационно-экономических и социальных условиях, отличающихся номенклатурой производимой продукции, разной обеспеченностью ресурсами и техническими средствами, технологией производства и экологическими ограничениями, обуславливают необходимость в комплексном, системном подходе к проблеме создания и внедрения информационных систем (ИС) АПК, т.е. необходимость в промышленной технологии их автоматизированного проектирования (ПТАП).

Переход на ПТАП информационных систем позволит сократить затраты на их разработку в десятки-сотни раз, создаст условия для перехода на индустриальные методы разработки, внедрения и сопровождения ИС. Следуя таким путем, информатизация агропромышленного производства подобно механизации, химизации и т.д. должна была стать неотъемлемой частью систем ведения сельскохозяйственного производства и подобно другим отраслям должна иметь свое научное обеспечение, техническую базу, организационную инфраструктуру и кадры. Для этого необходима государственная поддержка данного направления, как это делается в развитых странах.

С началом перестройки процесс информатизации АПК перешел в экстенсивную, неуправляемую фазу. Сильные предприятия создавали собственные информационные службы, остальные вынуждены были приобретать отдельные подсистемы. Как правило, они не связаны между собой функционально, информационно и эргономически. В этих условиях, исходя из разработанной нами математической модели информатизации сельскохозяйственных предприятий РФ [16], следовало, что уровень информатизации (количество предприятий, способных начать информатизацию) при этом выглядит для разных групп функциональных пакетов прикладных программ (ППП) следующим образом. Бухгалтерский и финансовый учет – 32,4%, управление предприятием – 24%, организационное управление – 17,7%,

управление технологиями – 9,3%, общий уровень – 12,8%. Остальные предприятия оказывались исключенными из процесса информатизации.

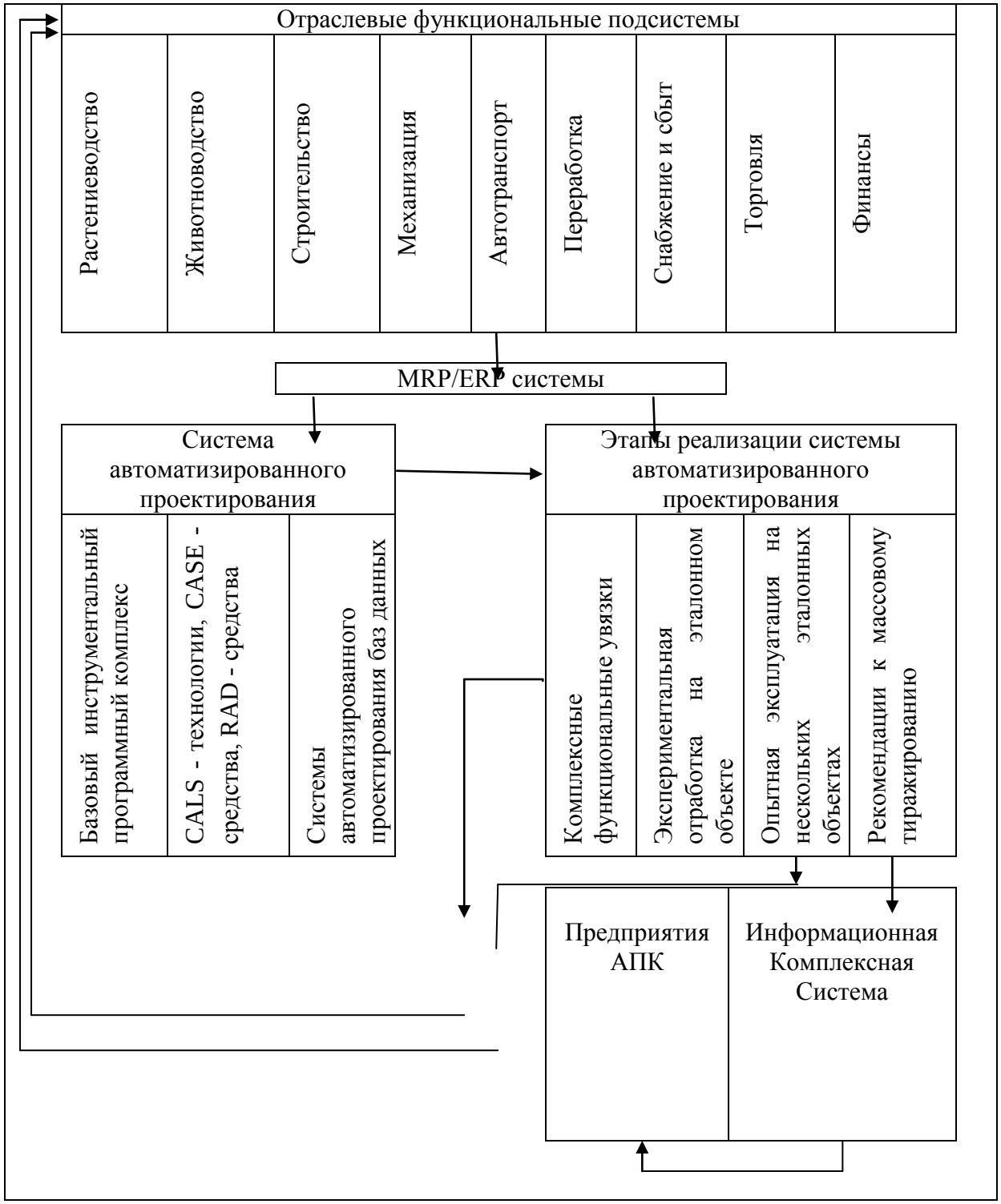


Рис. 1. Структурная схема разработки информационных систем эталонных объектов

В этих условиях государство в лице Министерства сельского хозяйства Российской федерации должно было взять на себя роль катализатора происходящих перемен в сфере информатизации, координатора действий различных субъектов общества, сформировать такую правовую и нормативную базу, которая направит их в русло, благоприятное для развития АПК. Однако оно отказалось от какой бы то ни было поддержки информатизации производства. Данный подход Минсельхоз проповедует и сейчас. Как твердил "рынок все сделает", так и твердит. Как следствие, ВНИИК как координирующий, методологический орган оказался не нужен. В 1996 году он был объединен с Аграрным институтом, и началось планомерное уничтожение этого направления. Достаточно привести такой пример - несколько грузовиков технорабочих проектов в части информатизации всех основных типов агропромышленных предприятий был вывезен на свалку.

Оценивая современное состояние информатизации в АПК России, следует отметить, что глубокие преобразования последних лет не стимулировали внедрения в сельскохозяйственное производство новейших достижений в области ИТ. Отсутствие необходимых финансовых средств тормозит налаживание оперативного информационного сервиса для аграрных производителей, хотя информационный аспект способен внести необходимую положительную динамику в процессы производства и управления АПК РФ.

Проблемы такого состояния.

1. Отсутствие интеграционного подхода в технологиях проектирования и разработки ИС в нашей стране, в результате чего появилась сборная солянка из десятков, а затем сотен и тысяч изолированных и функционально несовместимых локальных систем управления практически на всех предприятиях страны, в том числе АПК. Справедливости ради стоит отметить, что если еще совсем недавно небольшое количество специалистов било тревогу по поводу отсутствия интеграции ИС, соответственно БД, то в последнее время все чаще бьют в набат чиновники высокого ранга. Так, член Коллегии ЕЭК, отвечающий за информатизацию, К.А. Минасян сказала: "Мы до сих делали ИС фрагментарно, если и дальше так делать, то опять потом придется все ломать и строить вновь, как часто бывает. Будем считать, что мы за эти годы насыщали страны техникой, обучали будущих пользователей, теперь пора браться всерьез". 02.02.2017 г. на совещании по формированию основных направлений и ключевых мероприятий программы «Цифровая экономика» заместитель руководителя аналитического центра при Правительстве РФ В.М. Пушкин заявил: «Мы не знаем, что делать с 5000 ИС на федеральном уровне, с 50 000 ИС на региональном уровне, которые не связаны между собой. Другой пример: выступающие на научной конференции «Система распределенных ситуационных центров – 2014» в Воронеже 16–17 октября 2014 г. предлагали федеральным органам исполнительной власти «заморозить» текущую ситуацию, запретив на всех уровнях вводить новые несвязанные и дублирующие одна другую (ИС), которые требуют огромных средств на их поддержку.
2. Негативную роль сыграл провал национального сетевого проекта, основанного на типизации и интеграции ИС, предложенного академиком В.М. Глушковым по созданию ОГАС [17].
3. Высокая стоимость разработки комплексных, типовых ИС.
4. Отсутствие социального заказа, примитивность экономики.
5. Невозможность соблюдения технологической дисциплины при проектировании и разработке комплексных ИС, обусловленная развалом всей системы управления страной.
6. Безграмотность многих руководителей в области информатизации.

Таким образом, настоящему этапу развития сельского хозяйства РФ характерна по-прежнему стихийная самоорганизация процесса информатизации. Прошедшая 5-6 апреля 2017 г. конференция «Информационные технологии на службе агропромышленного комплекса России» показала, что в АПК продолжается «островная информатизация» отдельных предприятий; в частности, у дилеров и разработчиков программного обеспечения точного земледелия, космического мониторинга земель, базы данных растениеводства гетерогенны, неполны, несовместимы.

В то же время еще на эталонном объекте – агрокомбинате «Кубань» при реализации подсистемы растениеводства силами творческого коллектива из различных отраслевых растениеводческих НИУ (почвенники, агрохимики, технологи, защита растений и др.) и ВНИИК на единой методической основе была осуществлена интеграция знаний различных агропромышленных технологий в растениеводстве.

Требование интегрированности решения задач по информации, по режимам ее обработки, а также требование функциональной их полноты послужило основой для формирования перечня задач и их классификации (выделено для автоматизации 340 задач), а также для проектирования логической структуры базы данных (151 вид записей), общих для всех растениеводческих предприятий России. На рис. 2 приведена укрупненная концептуальная модель растениеводства (в скобках указано количество атрибутов в соответствующем информационном блоке).

В современных условиях идеи Н.Н. Моисеева, а также опыт разработки ИС эталонных объектов послужили основой для разработки проекта единого итернет-пространства АПК (ЕИП АПК), представляющего собой интеграцию единого интернет-пространства аграрных знаний с типовыми сайтами сельскохозяйственных предприятий, НИИ и ВУЗов; типовыми ИУС и системами первичного учета, реализованных с помощью интернет-технологий.

Так, анализ показал, что внедряемые сейчас ИС в области растениеводства имеют логические структуры БД, укладывающиеся в приведенную схему на рис. 2. Тогда при реализации типового сайта сельскохозяйственного предприятия данная логическая структура БД явится интегратором всех систем точного земледелия, космического мониторинга земель и других ИУС с единых позиций. Это позволит реализовать типовые решения, практически бесплатные для товаропроизводителя. Данная логическая структура и классификация указанных задач для автоматизации может стать основой для стандартизации цифровой платформы для отрасли растениеводства. Подобный подход для других отраслей, в том числе животноводства, при размещении соответствующей БД в некотором “облаке", например у провайдера, имеющего мощную систему управления базами данных (СУБД), расширит цифровую платформу на все отрасли сельского хозяйства. Очевидно, что эти БД будут интегрированы друг с другом. ЕИП АПК составляет основу цифровой платформы, готовую к интеграции с различными цифровыми устройствами и приборами в дальнейшем, например, логические структуры БД типового сайта сельскохозяйственного предприятия будут интеграторами всех систем точного земледелия, космического мониторинга земель и прочих задач в области растениеводства с единых позиций. Это позволит реализовать типовые решения, практически бесплатные для товаропроизводителя.

В рамках ЕИП АПК [18] были разработаны типовые сайты сельскохозяйственного предприятия, НИУ, ВУЗа, информационно-консультационных центров, размещенные также в “облаке” у одного провайдера. В рамках этих типовых сайтов были разработаны ИС “Электронная торговая площадка”, “Электронная биржа труда”, “Система первичного учета”, призванные существенно облегчить сбор статистической

информации, ведение бухгалтерского учета, поиск торгового партнера с учетом стоимостных и логистических издержек, поиск работников и работы.

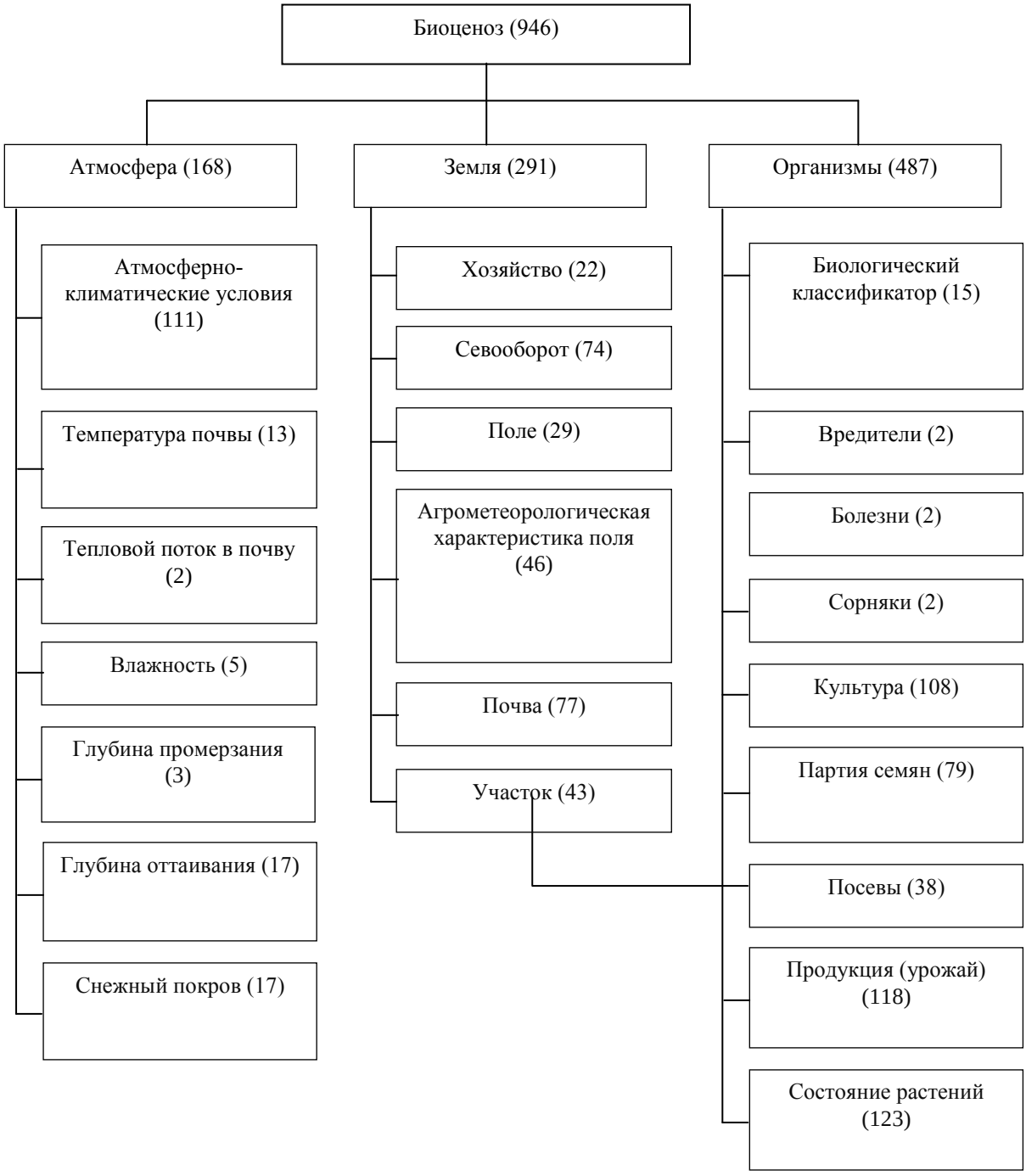


Рис. 2. Укрупненная концептуальная информационная модель растениеводства

Поскольку в настоящее время у провайдеров нет соответствующего инструментария для разработки ИУС интернет-технологиями в полном объеме (у большинства провайдеров нет ни оптимизационных, ни статистических пакетов, есть только СУБД), представляется целесообразным отображение на сайтах необходимой информации из ИУС по схеме, представленной на рис. 3, когда ИУС вынуждены работать в offline режиме.

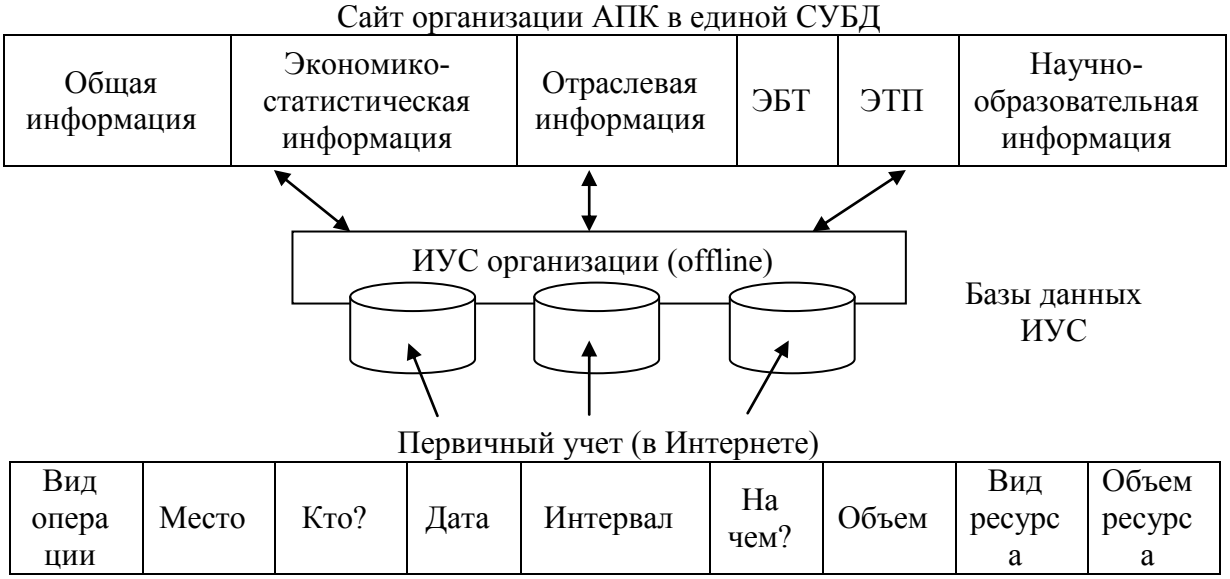


Рис. 3. Схема взаимодействия ИУС и сайта сельскохозяйственной организации

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЕДИНОГО ИНФОРМАЦИОННОГО ИНТЕРНЕТ-ПРОСТРАНСТВА СТРАНЫ

В процессе разработки проекта единого интернет-пространства АПК пришло понимание, что ЕИИП АПК должно быть интегрировано в единое информационное интернет-пространство страны (ЕИИП РФ). При этом переход к цифровой экономике и инновационному развитию требует разрешения разнообразных проблем создания ЕИИП РФ. В общем случае информационные ресурсы формируются в результате деятельности, органов государственной власти, различных предприятий, научных, учебных и общественных организаций. Поскольку в настоящее время все компоненты информационных ресурсов смещаются в интернет-пространство, то актуальной проблемой становится проектирование архитектуры ЕИИП РФ. Для этого данный проект должен быть подвержен научной экспертизе на предмет принципиальной возможности реализации ЕИИП РФ путем экономико-математического моделирования [19], как этому учил Н.Н. Моисеев. Предлагается описание распределительной модели передачи информации, исходя из запросов потребителей, возможности необходимой генерации в источниках информации и наличия узлов (провайдеров) в сети для организации приема, передачи и хранения соответствующих потоков.

1. Постановка задачи моделирования

Качество обслуживания провайдером пользователей при этом обычно измеряется несколькими параметрами: надежностью сети, временными задержками при передаче информации, статистическими характеристиками задержек, пропускной способностью. Поскольку мы хотим выяснить глобальные характеристики сети при переносе информации большим количеством владельцев ее к одному провайдеру, не обладая конкретными объемами этой информации (на сайтах выложена лишь незначительная часть ее в плохо структурированном виде), то моделирование процессов осуществляется на достаточно большом интервале времени (например, месяце). На данном промежутке актуальность имеет лишь пропускная способность сети.

В предлагаемой модели отражаются потоки информации при различных содержательных ограничениях. В качестве критериев рассмотрены: максимизация объемов переноса информации к Битрикс-провайдерам и минимизация затрат на сопровождение у Битрикс - провайдеров. Битрикс – наиболее популярная система управления контентом сайта, интегрированная с мощной СУБД. Поэтому в модели будем опираться на характеристики этой системы. Проведены вычислительные эксперименты.

2. Описание модели

Под «единицей времени» всюду ниже понимается месяц.

Под нагрузкой провайдера будем понимать его суммарный трафик.

i - индекс вида информации (тексты, изображения, видео и др.), $i \in I$;

j - индекс группы организаций-носителей информации (вузы, НИУ и др.), $j \in J$;

m - индекс провайдера, использующего Битрикс, $m \in M$;

n - индекс вида представления данных, $n \in N$;

k - индекс конкретной организации-источника информации; $k \in K_j$;

l - индекс формы хранения информации, $l \in L$;

d_{im} - существующая нагрузка m-го провайдера на i-й вид информации (в Мбайтах);

V_{ijkl} - объем i-го вида информации для l-й формы хранения информации k-й организации j-й группы организаций (в Мбайтах);

D_{im} - пропускная способность m-го провайдера i-го вида информации (в Мбайтах);

α_{in} - доля i-го вида информации в n-м виде представления информационных ресурсов;

z^1_{ijmkl} - удельные затраты по переносу к провайдеру, работающему на Битрикс, единицы i-го вида информации для l-й формы хранения информации j-й группы m-го провайдера k-й организации (в рублях/Мбайт);

z^2_m - общие затраты на сопровождение сайта у m-го провайдера (в рублях);

z^3_{jk} - общие затраты на сопровождение сайтов j-й группы организаций при хранении информации у своего провайдера k-й организации (в рублях);

P^1_i - количество обращений (количество посетителей) к i-му виду информации в единицу времени;

P^2_{il} - число просмотров страниц i-го вида информации для l-й формы хранения информации;

P^2_{ijkl} - число просмотров страниц j-й группы организаций i-го вида информации для l-ой формы хранения информации k-й организации;

$P^2_{il} = \sum_{j,k} P^2_{ijkl}$;

P^3_m - средний размер страницы сайта у m-го провайдера (в Мбайтах);

C^0 - средства, выделенные в единицу времени на перенос информации к одному из провайдеров m (в рублях);

В дальнейшем будем считать, что у любого провайдера, использующего Битрикс, вся информация будет храниться в унифицированных формах хранения информации.

Тогда введем еще группу параметров:

b_{il} - средний размер в единицу времени передаваемого файла i-го вида информации l-й формы хранения информации (в Мбайтах);

g_{il} - количество обращений для i-го вида информации l-й формы хранения информации у любого провайдера, использующего Битрикс;

r_{jknl} - количество видов представления данных n-го вида представления информации для j-й группы l-й формы хранения информации k-й организации у своего провайдера;

a_{iknl} - количество обращений (количество посетителей) n-го вида представления информации для i-го вида информации l-й формы хранения информации у своего провайдера;

v_{inl} - индекс, отражающий наличие i-го вида информации l-й формы хранения информации у n-го вида представления данных;

$v_{inl} = 1$, если имеется i-й вид информации l-й формы у n-го вида представления данных;

$v_{inl} = 0$ - иначе.

Тогда

$$g_{il} = \sum_{n,k} v_{inl} \cdot a_{iknl};\ V_{ijkl} = b_{il} \cdot \sum_{n} r_{jknl};\ P_i^1 = \sum_{l} g_{il}.$$

Переменные

x_{ijmkl} - увеличение нагрузки на m-го провайдера за счет размещения у него i-го вида информации для l-й формы хранения информации j-й группы k-й организации (в Мбайтах);

$y_{ijmkl} = 1$, если для k-й организации j-я группа хранит i-й вид информации в l-й форме хранения информации у m-го провайдера, $y_{ijmkl} = 0$ - иначе;

Уравнения модели

(1) $$d_{im} + \sum_{l,j,k} x_{ijmkl} \le D_{im}$$

- ограничения на пропускные способности m-го провайдера для i-го вида информации;

(2) $$x_{ijmkl} = \left(P_i^1 \cdot P_{il}^2 \cdot P_m^3 + g_{il} \cdot b_{il}\right) \cdot y_{ijmkl}$$

- балансовое равенство для добавочной нагрузки;

(3) $\sum_{m} y_{ijmkl} \le 1$ - ограничения на то, что вся информация может храниться только у одного из m провайдеров для увеличения скорости обработки запросов;

Наконец, для затрат по переносу информации к провайдеру, работающему на Битрикс,

$$C^1 = \sum_{i,j,m,l,k} z_{ijmkl}^1 \cdot V_{ijkl} \cdot y_{ijmkl}$$

имеем неравенство:

$C^1 \le C^0$ - ограничения по затратам на перенос.

Оптимизационные критерии

Таковых в модели возможны два:

(5) $w = \sum_{i,j,m,l,k} V_{ijkl} \cdot y_{ijmkl} \to \max$, максимизация объемов переноса информации к Битрикс-провайдерам.

Или

(6) $C^2 \to \min$, минимизация затрат на сопровождение у Битрикс-провайдеров,

где $C^2 = T \cdot \left(\frac{1}{I \cdot J \cdot L} \sum_{i,j,m,l,k} z_m^2 \cdot y_{ijmkl} + \frac{1}{I \cdot M \cdot L} \sum_{i,j,m,l,k} z_{jk}^3 \cdot \left(1 - y_{ijmkl}\right) \right)$.

T - заданный период эксплуатации системы (в месяцах, в силу нашего первоначального выбора месяца в качестве единицы времени).

3. Вычислительные эксперименты

С данной моделью были проведены вычислительные эксперименты по формированию единого информационного интернет-пространства аграрных знаний [19]. Результаты показали, что технические и программные возможности провайдеров, работающих на Битрикс, в настоящее время позволяют перенести, по крайней мере, всю информацию, все аграрные знания, накопленные за последние 5 лет, к одному из них в рамках выделенной пропускной способности провайдера.

Литература

1. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. М.: Наука, 1981. 488 с.
2. Александров А.П., Булатов В.П., Ерешко Ф.И., Огнивцев С.Б. Решение одного класса задач стохастического программирования, связанного с распределением водных ресурсов.// Тезисы Международной конференции по стохастическому программированию. Киев, 1984. С. 89-94.
3. Ерешко Ф.И. Системный анализ в Ставропольском проекте ведения сельского хозяйства// Вестник с.-х. науки,. 1984. №1. С. 40-49.
4. Ereshko F.I., Lebedev V., Parikh K.S. 1983. Decision-making and simulation strategies for the system of models for agricultural planning of the Stavropol region: mathematical description. IIASA. WP-83-93. Pp.1-21.
5. Ерешко Ф.И., Огнивцев С.Б. О концепции создания систем электронизации сельского хозяйства// Математическое моделирование в проблемах регионального природопользования. Ростов-на-Дону, 1987. С. 12-21.
6. Кулик Г.В., Ломач М.М. Агропромышленный комбинат "Кубань". М.: Агропромиздат, 1986. 69 с.
7. Меденников В.И. Новая технология обработки информации на базе персональных ЭВМ для АПК.// Техника в сельском хозяйстве, 1988. №4. С. 37-41.
8. Ерешко Ф.И., Огнивцев С.Б., Тарасов А.А. Исследование системы зернового хозяйства страны с использованием ПОК "Зерно-Союз". Труды ВНИПТИК. М., 1986. С. 33-39.
9. Ерешко Ф.И., Каменский А.С. Системный анализ и компьютеризация в сельском хозяйстве. /Предисловие к книге: Франс Дж., Торнли Дж. Х. Математические модели в сельском хозяйстве, М.: Агропромиздат. 1987. 400 с.
10. Меденников В.И. Методические рекомендации по проектированию систем информационно-вычислительного обслуживания организаций на основе распределенных баз данных на базе сетей персональных ЭВМ. М.: ВНИИК АПК, 1988. 76 с.
11. Ерешко Ф.И., Огнивцев С.Б., Новиков В.П. Моделирование материальных потоков в АПК Московской области.// Сб. тезисов XVII школы-семинара. Ростов-на-Дону,

1990. С. 67-75.
12. Огнивцев С.Б. Разработки и экономические обоснования систем ведения агропромышленного производства для сельскохозяйственных предприятий с использованием экономико-математических моделей и экспертных систем. М.: ВНИИК АПК. 1994. 290 с.
13. Чан Чонг Хуэ. Многокритериальные модели прогнозирования сельскохозяйственного производства (на примере регионов Вьетнама). М.: ВЦ РАН. 1992. 42 с.
14. Меденников В.И. Научные основы, методы, модели и системы автоматизированного проектирования информационно-управляющих систем АПК. Диссертация доктора технических наук. М.: ВИМ, 1996. 155 с.
15. Брукс Ф. Мифический человеко-месяц или как создаются программные системы. СПб.: Символ-Плюс, 2001.
16. Меденников В.И., Муратова Л.Г., Сальников С.Г. и др. Отчет о НИР «Разработать проект отраслевой программы развития информатизации сельского хозяйства». М.,ВИАПИ РАСХН. 2004.
17. Глушков В.М. Макроэкономические модели и принципы построения ОГАС. М.: Статистика, 1975.
18. Ерешко Ф.И., Меденников В.И., Сальников С.Г. Интернет-технологии в экономике знаний. //Материалы Девятой международной конференции "Управление развитием крупномасштабных систем". MLSD’2016. Доклады. ИПУ РАН. 2016. Т.1 С. 178-182.
19. Ерешко Ф.И., Меденников В.И., Сальников С.Г. Проектирование единого информационного Интернет-пространства страны. Бизнес в законе.// Экономико-юридический журнал. 2016. №6. С. 184-187.

О ВООРУЖЕННОЙ БОРЬБЕ ВО ВРЕМЯ ВЕЛИКОЙ ОТЕЧЕСТВЕННОЙ ВОЙНЫ

Ю.Н. Павловский

Федеральный исследовательский центр
«Информатика и управление» Российской академии наук,
Россия, 119333, Москва, Вавилова ул. 44; к.2.
Тел.:(499)135-62-04, e-mail: jpvlsk1@rambler.ru

Аннотация. В настоящей статье высказывается предположение, что в Великой Отечественной войне было два периода, разделенные промежутком времени от нескольких месяцев до полугода: до приказа И.В Сталина №227 от 28 июля 1942 года (его принято называть «Ни шагу назад») и после этого приказа. Автор считает, что за время от июля 1942 года до сталинградской битвы в конце 1942 г. начале 1943 г. под влиянием этого приказа изменилось отношение тех, кто служил в советской армии и всего советского народа к нашествию немцев и поддерживающих их государств. Советские военнослужащие и советский народ почувствовали угрозу их сложившемуся образу жизни и поняли, что отступать без приказа вышестоящих военачальников нельзя, что нужно сохранить свой образ жизни, который сложился в СССР. Задача сохранения сложившейся за годы советской власти структуры жизни, стала самой важной среди всех остальных задач.

Ключевые слова: вооруженная борьба, простые модели взаимного уничтожения, психологические факторы в вооруженной борьбе, фактор Л.Н. Толстого, сложные процессы, технология МГ (математическое – гуманитарное), Великая Отечественная война.

Введение

Во всех публикациях автора, посвященных вооруженной борьбе, она (вооруженная борьба) трактовалась как сложный процесс, являющийся совокупностью разнородных по своей природе, но одновременно протекающих и существенно взаимосвязанных подпроцессов: взаимного уничтожения разнородных сил и средств войск конфликтующих противников, перемещения их по театру военных действий, информационного процесса, процессов снабжения и инженерного обеспечения войск, процесса управления войсками. В настоящей статье высказывается предположение, что в Великой Отечественной войне было два периода, разделенные промежутком времени от нескольких месяцев до полугода: до приказа И.В Сталина №227 от 28 июля 1942 г. (его принято называть «Ни шагу назад») и после этого приказа. Автор предполагает, что за время от июля 1942 г. до сталинградской битвы в конце 1942 г. - начале 1943 г. под влиянием этого приказа изменилось отношение тех, кто служил в Красной армии, и всего советского народа к нашествию немцев и поддерживающих их государств. И советские военнослужащие, и советский народ почувствовали угрозу их сложившемуся образу жизни и поняли, что отступать без приказа вышестоящих военачальников нельзя, что нужно сохранить свой образ жизни, который сложился в СССР. Задача сохранения сложившейся за годы советской власти структуры жизни стала самой важной среди всех остальных задач. Эта задача возникает всегда, когда какой-либо

народ подвергается агрессии, причем не важно, хорош или плох сложившийся образ жизни (как правило, в народе существуют разные точки зрения на этот вопрос). Но когда происходит агрессия, угрожающая сложившемуся образу жизни, эти различия становятся несущественными – главным становится сохранение того, что уже сложилось. Разберемся и сделаем выводы, хорош или плох сложившейся образ жизни, потом в спокойной обстановке (иногда, чтобы разобраться в этом, нужно время большее, чем время человеческой жизни).

Приведем текст приказа И.В Сталина.

«Враг бросает на фронт все новые силы и, не считаясь с большими для него потерями, лезет вперед, рвется вглубь Советского Союза, захватывает новые районы, опустошает и разоряет наши города и села, насилует, грабит и убивает советское население. Бои идут в районе Воронежа, на Дону, на юге у ворот Северного Кавказа. Немецкие оккупанты рвутся к Сталинграду, к Волге и хотят любой ценой захватить Кубань, Северный Кавказ с их нефтяными и хлебными богатствами. Враг уже захватил Ворошиловград, Старобельск, Россошь, Купянск, Валуйки, Новочеркасск, Ростов-на-Дону, половину Воронежа. Часть войск Южного фронта, идя за паникерами, оставила Ростов и Новочеркасск без серьезного сопротивления и без приказа Москвы, покрыв свои знамена позором.

Население нашей страны, с любовью и уважением относящееся к Красной Армии, начинает разочаровываться в ней, теряет веру в Красную Армию, а многие из них проклинают Красную Армию за то, что она отдает наш народ под ярмо немецких угнетателей, а сама утекает на восток.

Некоторые неумные люди на фронте утешают себя разговорами о том, что мы можем и дальше отступать на восток, так как у нас много территории, много земли, много населения, и что хлеба у нас всегда будет в избытке. Этим они хотят оправдать свое позорное поведение на фронтах. Но такие разговоры являются насквозь фальшивыми и лживыми, выгодными лишь нашим врагам.

Каждый командир, красноармеец и политработник должен понять, что наши средства небезграничны. Территория Советского государства — это не пустыня, а люди — рабочие, крестьяне, интеллигенция – наши отцы, матери, жены, братья, дети. Территория СССР, которую захватил и стремится захватить враг, – это хлеб и другие продукты для армии и тыла, металл и топливо для промышленности, фабрики, заводы, снабжающие армию вооружением и боеприпасами, железные дороги. После потери Украины, Белоруссии, Прибалтики, Донбасса и других областей у нас стало намного меньше территории, стало быть, стало намного меньше людей, хлеба, металла, заводов, фабрик. Мы потеряли более 70 миллионов населения, более 800 миллионов пудов хлеба в год и более 10 миллионов тонн металла в год. У нас нет уже теперь преобладания над немцами ни в людских резервах, ни в запасах хлеба. Отступать дальше – значит загубить себя и загубить вместе с тем нашу Родину. Каждый новый клочок оставленной нами территории будет всемерно усиливать врага и всемерно ослаблять нашу оборону, нашу Родину.

Поэтому надо в корне пресекать разговоры о том, что мы имеем возможность без конца отступать, что у нас много территории, страна наша велика и богата, населения много, хлеба всегда будет в избытке. Такие разговоры являются лживыми и вредными, они ослабляют нас и усиливают врага, ибо, если не прекратим отступления, останемся без хлеба, без топлива, без металла, без сырья, без фабрик и заводов, без железных дорог.

Из этого следует, что пора кончить отступление.

Ни шагу назад! Таким теперь должен быть наш главный призыв.

Надо упорно, до последней капли крови защищать каждую позицию, каждый метр советской территории, цепляться за каждый клочок советской земли и отстаивать его до последней возможности.

Наша Родина переживает тяжелые дни. Мы должны остановить, а затем отбросить и разгромить врага, чего бы это нам ни стоило. Немцы не так сильны, как это кажется паникерам. Они напрягают последние силы. Выдержать их удар сейчас, в ближайшие несколько месяцев – это значит обеспечить за нами победу.

Можем ли выдержать удар, а потом и отбросить врага на запад? Да, можем, ибо наши фабрики и заводы в тылу работают теперь прекрасно и наш фронт получает все больше и больше самолетов, танков, артиллерии, минометов. Чего же у нас не хватает?

Не хватает порядка и дисциплины в ротах, батальонах, полках, дивизиях, в танковых частях, в авиаэскадрильях. В этом теперь наш главный недостаток. Мы должны установить в нашей армии строжайший порядок и железную дисциплину, если мы хотим спасти положение и отстоять Родину...

Отныне железным законом дисциплины для каждого командира, красноармейца, политработника должно являться требование – ни шагу назад без приказа высшего командования.

Командиры роты, батальона, полка, дивизии, соответствующие комиссары и политработники, отступающие с боевой позиции без приказа свыше, являются предателями Родины. С такими командирами и политработниками поступать надо, как с предателями Родины.

Таков призыв нашей Родины.

Выполнять этот призыв – значит отстоять нашу землю, спасти Родину, истребить и победить ненавистного врага...

Верховное Главнокомандование Красной Армии приказывает:

1. Военным советам фронтов и прежде всего командующим фронтами:

а) безусловно ликвидировать отступательные настроения в войсках и железной рукой пресекать пропаганду; о том, что мы можем и должны якобы отступать и дальше на восток, что от такого отступления не будет якобы вреда;

б) безусловно снимать с поста и направлять в Ставке для привлечения к военному суду командующих армиями, допустивших самовольный отход войск с занимаемых позиций, без приказа командования фронта;

в) сформировать в пределах фронта от одного до трех (смотря по обстановке) штрафных батальонов (по 800 человек), куда направлять средних и старших командиров и соответствующих политработников всех родов войск, провинившихся в нарушении дисциплины по трусости или неустойчивости, и поставить их на более трудные участки фронта, чтобы дать им возможность искупить кровью свои преступления против Родины.

2. Военным советам армий и прежде всего командующим армиями:

а) безусловно снимать с постов командиров и комиссаров корпусов и дивизий, допустивших самовольный отход войск с занимаемых позиций без приказа командования армии, и направлять их в военный совет фронт, для предания военному суду;

б) сформировать в пределах армии 3-5 хорошо вооруженных заградительных отрядов (до 200 человек в каждом), поставить их в непосредственном тылу неустойчивых дивизий и обязать их в случае паники и беспорядочного отхода частей дивизии расстреливать на месте паникеров и трусов и тем помочь честным бойцам дивизий выполнить свой долг перед Родиной;

в) сформировать в пределах армии от пяти до десяти (смотря по обстановке) штрафных рот (от 150 до 200 человек в каждой), куда направлять рядовых бойцов и младших офицеров, провинившихся в нарушении дисциплины по трусости или неустойчивости, и поставить их на трудные участки армии, чтобы дать им возможность искупить кровью свои преступления перед Родиной.

3. Командирам и комиссарам корпусов и дивизий:

а) безусловно снимать с постов командиров и комиссаров полков и батальонов, допустивших самовольный отход частей без приказа командира корпуса или дивизии, отбирать у них ордена и медали и направлять их в военные советы фронта для предания военному суду;

б) оказывать всяческую помощь и поддержку заградительным отрядам армии в деле укрепления порядка и дисциплины в частях.

Приказ прочесть во всех ротах, эскадронах, батареях, эскадрильях, командах, штабах.

И.В Сталин.»

Представления Л.Н. Толстого о вооруженной борьбе

В качестве математической формализации используем представления Л.Н. Толстого о вооруженной борьбе, содержащиеся в [1]. В соответствии с этими представлениями «сила» (термин Л.Н. Толстого) вооруженной группировки тем больше, чем больше тех, кто ведет вооруженную борьбу (Л.Н. Толстой называет это *массой* войска), тем больше, чем больше эффективность войска (т.е. чем больше выводит из строя боевых единиц противника одна боевая единица *своего войска*), а также чем больше *своих* потерь может *вынести войско*, прежде чем потеряет *боеспособность.*

Потеря *боеспособности* – хорошо известный военачальникам процесс, означающий неспособность *войска* вести боевые действия вследствие *своих* потерь. Процент *своих* потерь, при которой теряется их *боеспособность* будем называть фактором Л.Н. Толстого. У Л.Н. Толстого чем больше может *вынести войско своих* потерь, тем больше его *дух.* Таким образом, *сила* вооруженной группировки в смысле Л.Н. Толстого равна произведению. массы *войска* на его эффективность на его *дух.*

Проведем теперь следующие рассуждения, являющиеся основой выполняемого здесь анализа. Предположим, что у вооруженных группировок с номерами 1 и 2 одно и то же количество боевых единиц и одна и та же эффективность, но противник 1 может *вынести* большие потери. Тогда *победит* в смысле Л.Н. Толстого в этом взаимодействии противник 1, поскольку противник 2 раньше потеряет *боеспособность.*

Предположим также, что взаимодействие между противниками кончается потерей *боеспособности* одного из них (в описываемой ситуации второго) и «отходом» (выходом из борьбы) того противника, который потерял *боеспособность*. (Мы игнорируем ситуацию, когда вооруженная группировка более слабого противника сдается в плен.) Тогда всегда будет побеждать противник 1. Предположим, что после описанного взаимодействия конфликтующие противники пополнили свои вооруженные силы до первоначальной численности и следующее взаимодействие начинается с тех же численностей, как и предыдущее. Тогда все время будет побеждать противник с номером 1.

При этом противник 1 потеряет больше *людей*. Если оба противника имеют возможность после окончания взаимодействия и «отхода» одного из них имеют возможность пополнить свои вооруженные группировки до первоначальной численности, то всегда будет побеждать противник 1, тратя при этом больше *людей*, чем противник 2. Если описанные столкновения продолжаются много раз, то

предполагая, что у противника 1 бесконечное количество боевых единиц, а у противника 2 их конечное количество, в конце концов, победит в смысле Л.Н. Толстого противник 1: противник 2 истратит все свои боевые единицы, в то время как у противника 1 они останутся.

Переходя от строгих математических рассуждений к гуманитарному анализу, мы можем сказать, что в описанной ситуации в войне между противниками 1 и 2, в конце концов, побеждает противник, который может, не теряя *боеспособности*, *вынести* большие потери и который имеет больше *людей* в вооруженных силах.

Мы считаем, что описанная ситуация в какой-то мере моделирует то, что происходило в войне 1941-1945 гг. До приказа И.В. Сталина № 227 советские войска за редким исключением отступали. Через некоторое время после этого приказа до окончания войны советские войска (в основном) наступали. Необходимо заметить, что за время с июля 1942 г. до самого окончания войны производство основных видов вооружений в СССР (артиллерии, танков, самолетов) практически сравнялось с тем, что имелось в Германии.

Выводы

Автор считает, что приказ № 227 сыграл важную роль в Великой Отечественной войне. Этот приказ резко увеличивал те потери советских войск, при которых они теряли *боеспособность*, что в свою очередь резко увеличивало их *силу* в смысле Л.Н. Толстого. Это увеличение *силы* вооруженных группировок, достигнутое за счет увеличения их потерь, было «*политически*» *принято* советскими военнослужащими и, вообще, советским народом.

В этой модели Великой Отечественной войны 1941 – 1945 гг. мы игнорировали небоевые потери у обеих сторон (связанные, например, с окружением и последующем пленением войск), которые имели место с обеих сторон. Достаточно вспомнить катастрофу советских войск в районе Киева в 1941 г., когда была окружена и перестала существовать 600-тысячная группировка советских войск или сталинградскую операцию, когда была окружена и перестала существовать 300-тысячная группировка немецких войск. Однако автор считает, что небоевые потери, в конце концов, были в пользу советской стороны, потому что СССР по сравнению с Германией (даже с учетом поддерживающих их государств) обладали гораздо большими людскими ресурсами.

Нужно также учесть, что советские войска защищали свою землю, а немецкие войска и войска поддерживающих их государств были агрессорами и основным мотивом их поведения был грабеж.

Литература

1. Толстой Л.Н. Война и мир. М.: Художественная литература. 1987. Кн. 2. С. 427-428.
2. Моисеев Н.Н. Идеи естествознания в гуманитарной науке: о единстве естественнонаучного и гуманитарного знания. // Человек. 1992. Вып.2. С. 5-16.
3. Павловский Ю.Н. О факторе Л.Н. Толстого в вооруженной борьбе. // Математическое моделирование, 1993. Т.5, № 1. С. 3-10.

РАЗВИТИЕ ИДЕЙ Н.Н. МОИСЕЕВА В МОДЕЛИРОВАНИИ КЛИМАТА И БИОСФЕРЫ

В.П. Пархоменко

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН
Россия, 119333, Москва, Вавилова ул. 40
Тел.: (495)930-51-46, e-mail: parhom@ccas.ru

Аннотация. Представлен обзор и состояние исследований и разработок в области моделирования климатических и биосферных процессов в ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, инициированных Н.Н. Моисеевым. Представлен и обсуждается комплекс моделей глобального климата, в том числе модели общей циркуляции атмосферы, океана, морского льда. Комплекс моделей ВЦ РАН активно используется для расчетов климатических процессов на Земле. Проведены расчеты по воспроизведению современного климата, многочисленные эксперименты по оценке антропогенных и естественных изменений климата (последствия ядерной войны, увеличение концентрации углекислого газа, крупных вулканических извержений, изменений подстилающей поверхности и др.). Разработана также система математических моделей биосферных процессов, включающая пространственные модели глобальных и региональных биогеохимических циклов углерода и азота в системе «атмосфера – растения - почва» и в системе «океан - атмосфера». Работа выполнена при поддержке проектов РФФИ № 17-01-00693, №16-01-0466.

Ключевые слова: моделирование климата, моделирование биосферных процессов, геоинженерия, прогнозы, численные эксперименты.

Н.Н. Моисеев заинтересовался проблемами биосферы и взаимоотношения природы и общества в середине 70-х годов [1]. По его инициативе и под его руководством в Вычислительном центре АН СССР было сформировано два научных подразделения, одно занималось моделированием экологических процессов, другое - климатических. Эта работа продолжается по сей день. Основными задачами являются математическое моделирование глобального климата и выявление связи происходящих изменений климата с экономической деятельностью, а также задачи прогнозирования глобальных экологических процессов на фоне экономической деятельности и определение их связи с факторами климата.

Основой гидродинамических моделей глобального климата являются модели общей циркуляции атмосферы (ОЦА). Они основаны на трехмерных уравнениях гидротермодинамики (так называемых примитивных уравнениях), описывающих крупномасштабные течения во влажной атмосфере на вращающейся Земле с реальной топографией. Важным элементом является описание процессов вертикального переноса солнечной и тепловой радиации в атмосфере и гидрологического цикла (конвекция, облачность, осадки), процессов на подстилающей поверхности. ВЦ РАН был в числе первых коллективов, реализовавших в начале восьмидесятых годов эффективно работающую модель ОЦА, модель морского льда и модель деятельного (верхнего) слоя океана, составляющих глобальную климатическую модель (модель ВЦ РАН), позволяющую вести климатические расчеты на десятки лет.

В процессе работ пройдены этапы от расчетов на очень грубой сетке и среднегодового и среднесуточного режимов до современных значений размеров расчетной сетки, учета суточного хода, увеличения числа вертикальных слоев, использования параллельных суперкомпьютеров. Созданы и реализованы современные модели общей циркуляции океана в изопикнических координатах, растительности на подстилающей поверхности, разработана модель эволюции морского льда.

Комплекс моделей климата ВЦ РАН активно используется для расчетов климатических процессов на Земле. Проведены расчеты по воспроизведению современного климата, многочисленные эксперименты по оценке антропогенных и естественных изменений климата (последствия ядерной войны, увеличение концентрации углекислого газа, крупных вулканических извержений, изменений подстилающей поверхности и др.).

На основе модели климата в первой половине 80-х годов были сделаны ставшие всемирно известными расчеты климатических последствий крупномасштабной ядерной войны – «ядерной зимы» [1, 2]. В результате крупномасштабной ядерной войны в больших городах в результате бомбежки начнутся гигантские пожары, в атмосферу будет выделено большое количество аэрозоля, который быстро закроет Землю и почти полностью перекроет солнечный свет, начнется сильное похолодание.

Первые расчеты климатических последствий ядерной войны, проведенные В.В. Александровым и его коллегами, работавшими под руководством Н.Н. Моисеева в ВЦ РАН, дают географическое распределение всех метеорологических характеристик в зависимости от времени, прошедшего с момента ядерного конфликта. Сходные результаты по согласованному сценарию развития ядерной войны были одновременно получены американскими учеными. Главным климатическим эффектом ядерной войны, независимо от ее сценария, будет резкое, исключительно сильное и длительное охлаждение воздуха над континентами - "ядерная зима". Температура за короткий срок понижается приблизительно на 15^{o}-40^{o} С в разных регионах. Особенно тяжелые последствия следует ожидать в летний период, когда на обширных территориях северного полушария температура упадет ниже точки замерзания воды. Иными словами, все то живое, что не сгорит во время ядерных пожаров, вымерзнет. "Ядерная зима" повлечет за собой лавину губительных эффектов. Возникнут существенные температурные контрасты между сушей и Мировым океаном, поскольку океан обладает огромной термической инерцией, и воздух над ним практически не будет охлаждаться. С другой стороны, изменения в атмосфере подавят конвективные процессы, и над погруженными в ночь скованными холодом континентами разразятся жестокие засухи.

После ядерной зимы биосфера не погибнет и будет в «подавленном» состоянии. Исследования ученых, в частности коллектива, который организовал Н.Н. Моисеев в ВЦ РАН для моделирования экологических процессов, показали, что человек может погибнуть в «послеядерной» биосфере. Таким образом, возможно существование биосферы в таком состоянии, когда человеку как виду в ней не будет места. Эти работы имеют не только научный интерес, но и получили широкий общественный и политический отклик и повлияли на изменение военных доктрин.

Разработана и адаптирована для применения в климатической модели модель эволюции морского льда в Арктическом регионе. Проведены совместные (атмосфера - океан - лед) численные эксперименты по моделированию климата и ледового режима Арктических морей России для различных условий. Проведен анализ многолетней естественной изменчивости модельного ледового покрова, а также анализ его чувствительности к основным характеристикам модели.

К настоящему времени в ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН разработана система математических моделей биосферных процессов, включающая: пространственные модели глобальных и региональных биогеохимических циклов углерода и азота в системе «атмосфера – растения - почва» и в системе «океан - атмосфера». Развиты также модели продукционного процесса растительности в лесных и травяных экосистемах, модели смены растительных сообществ и движения их границ, модели действия атмосферных загрязнений на экосистемы в регионе. Эти модели призваны давать прогнозы изменения как глобальных, так региональных и локальных процессов в биосфере под влиянием хозяйственной деятельности человека. Также они позволяют установить способность экосистем обеспечивать стабильность биосферы как единого целого при воздействиях на нее [3].

В плане глобальных и региональных экологических исследований была разработана система математических моделей для прогнозирования воздействия хозяйственной деятельности на биосферу, ее природные системы и климат. Система моделей биосферных процессов содержит точечные и пространственные модели биогеохимических циклов углерода и азота в системе "атмосфера - растения суши - почва" и "атмосфера - океан". Пространственное разрешение моделей составляет 0.5x0.5 и 4x5 град. географической сетки. Связь с климатом реализуется через механизм парникового эффекта двуокиси углерода. Получены долгосрочные прогнозы изменения количества двуокиси углерода в атмосфере и климата, а также экологических процессов в результате различных сценариев экономической деятельности: выброса двуокиси углерода в атмосферу при сжигании органических топлив (нефть, газ, каменный уголь), вырубки лесов, эрозии почв. Сделаны расчеты последствий ограничения выбросов CO_2 в атмосферу - выполнения Киотского протокола к Рамочной конвенции ООН об изменении климата, а также его частичного выполнения. Разработана математическая трактовка выполнения принципа Ле-Шателье в биосфере и определена способность экосистем суши и океана компенсировать антропогенные воздействия на биосферу. В пространственной модели системы атмосфера-океан рассчитана способность различных океанов и их частей поглощать выбросы CO_2, а также оценена роль биоты океана поглощении выбросов нее [3].

Были проведены совместные вычислительные эксперименты по определению связи климатических и экологических процессов. Так, были установлены сильные обратные связи климата и параметров альбедо растительного покрова, а также климата и водного режима растительного покрова. Показано что при увеличении концентрации CO_2 в атмосфере изменение альбедо и влажности, соответствующие смещению природных зон в результате парникового эффекта играют заметную роль, но действуют в противоположных направлениях.

Пожары, взрывы, аварии на промышленных и военных объектах сопровождаются в той или иной степени выбросами в атмосферу продуктов горения и взрывов. Применение модели ОЦА в расчетах дальнего переноса, эволюции и оседания продуктов горения и взрывов позволяют рассчитать эти процессы и дать прогнозы дальности распространения, областей оседания и степени загрязнения или заражения поверхности и влияния этих факторов на экосистемы. Применение созданных моделей и методов позволяет оценивать экологические перспективы при различных вариантах техногенных и антропогенных воздействий, а также эффективность природоохранных мероприятий и обеспечение безопасности населения и промышленных объектов с учетом риска и оценки последствий техногенных и естественно-природных катастроф.

Н.Н.Моисеев сформулировал идею «Русского полярного пути», которая трансформировалась в проект "Математические модели и методы для исследования проблемы глобального потепления в применении к проблемам Арктики и Субарктики".

Такое название проекта условное, ибо в нем должна идти речь не только об использовании транспортной инфраструктуры Севера Евразии, соединяющей два самых быстро развивающихся региона планеты - Атлантический и Тихоокеанский, что само по себе очень важно, - но и о цивилизационном, промышленном и экологическом развитии всего евразийского Севера.

Проект направлен на решение фундаментальной проблемы прогнозирования глобальных и региональных последствий изменения климата, оценки устойчивости экологической ситуации и выработки предложений по мерам адаптации к этим последствиям. Это необходимо для формирования национальной политики в этой области. Решение проблемы связано с проведением комплексных теоретических исследований в области математического моделирования и компьютерных исследований глобальных биосферных процессов и, особенно, Арктического и Субарктического регионов.

Адекватное описание процессов, происходящих в Арктическом регионе, является необходимым условием адекватного описания всей климатической системы Земли. По-видимому, Арктический регион в целом наиболее чувствителен к климатическим изменениям. Расчеты по имеющимся сейчас вариантам климатических моделей показывают, что при глобальном потеплении температура атмосферы особенно значительно повысится в высоких и средних широтах. Процессы в атмосфере, океане, процессы взаимодействия атмосферы и океана имеют в высоких широтах существенные особенности. Природа высоких широт особенно подвержена действию загрязнений и крайне медленно восстанавливается.

С целью исследования влияния увеличения концентрации CO_2 и потепления на климат, экосистемы и сельское хозяйство, были осуществлены численные расчеты на климатической модели.

Реализованы варианты параллельного алгоритма климатической модели для различных способов разбиения расчетной области с модифицированными коммуникационными процедурами для обменов информацией между процессорами в параллельном варианте модели общей циркуляции атмосферы. Осуществлена реализация параллельной программы для различных способов разбиения расчетной области по процессорам в климатической модели.

Проведен анализ некоторых факторов, влияющих на выполнение параллельной реализации модели на многопроцессорной ЭВМ кластерного типа. Обсуждаются несколько модификаций первоначального параллельного кода модели, направленных на улучшение его вычислительной эффективности, баланса загрузки процессоров.

Предложен модифицированный метод распараллеливания с одновременным расчётом вклада физики и динамики соответственно на двух группах процессоров с одних и тех же входных данных. Реализация метода требует изменения численной схемы по времени. По модифицированному и исходному вариантам программы были проведены модельные расчеты, подтвердившие корректность этого метода. Исследована эффективность модифицированной схемы, при этом повышение точности расчета вклада физики не сопровождается увеличением времени счета нее [4].

На основе описанной модели климата проведены численные эксперименты по прогнозированию изменения климата при увеличении концентрации углекислого газа в атмосфере, вызванного антропогенными факторами. Для сценария роста концентрации CO_2, предложенного в SRES IPCC [5] рост глобальной температуры атмосферы к 2100 году составил 2.7 ^{O}C, увеличение влажности –11.5 %, уменьшение толщины морского льда - 25%. Увеличение приземной температуры атмосферы значительнее над материками и в средних широтах, достигая величины 5.2 ^{O}C в

северных областях Евразии (рис. 1). В южном полушарии потепление не превышает 2 ^{O}C.

Существенно изменяется структура меридионального потока воды в Атлантическом океане при реализации рассматриваемого сценария роста концентрации CO_2. На рис. 2 представлена вертикальная структура среднего меридионального потока в Атлантическом океане для современных условий (верхний рисунок) и прогноз для 2100 года при реализации сценария роста CO_2. (нижний рисунок). Наблюдается существенное уменьшение потока максимально на 27% , что означает уменьшение потока теплых масс воды из экваториальной зоны в северные области Атлантики.

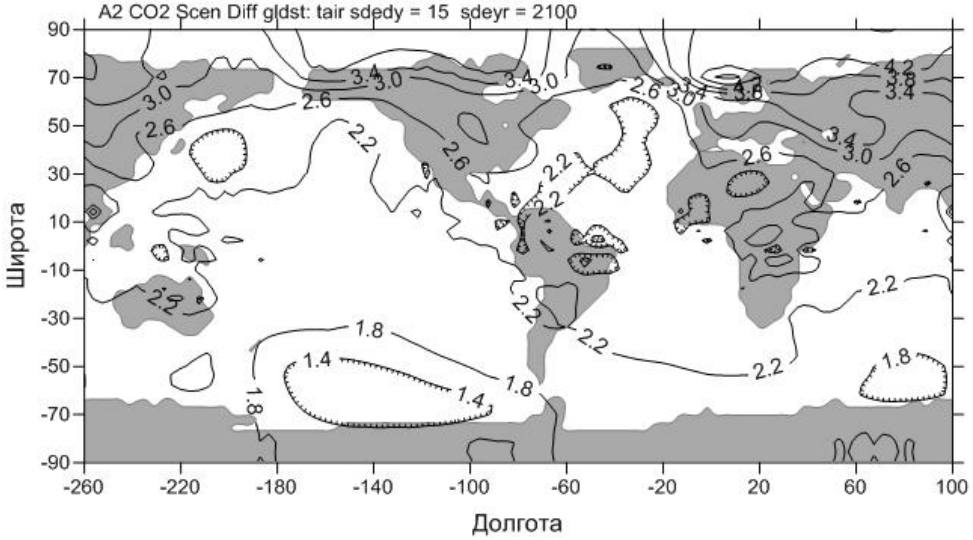


Рис.1. Изменения температуры воздуха, сценарий A2 CO_2. Январь

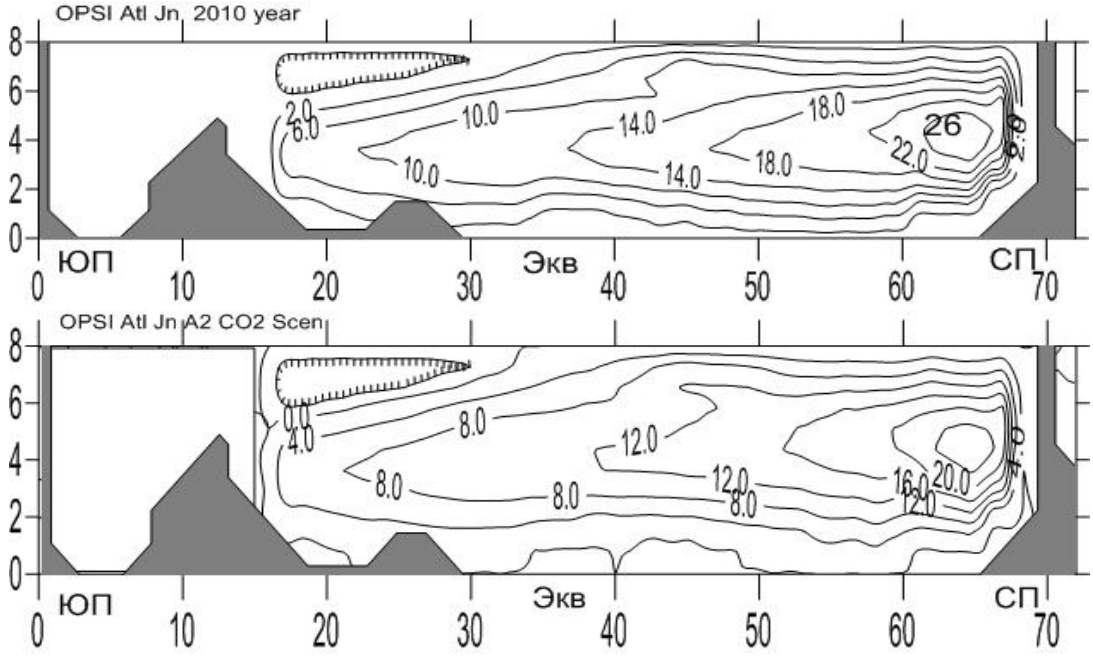


Рис. 2. Средний меридиональный поток воды в Атлантическом океане

Модели, описывающие динамику экосистем, и экспертные оценки позволили определить смещение границ лесов при соответствующем изменении климата. Это ведет к изменению альбедо и влажности подстилающей поверхности, что, в свою очередь, повлияет на глобальный климат. Конечно, смещение растительных зон произойдет только через 100 - 200 лет, однако указанный эффект может проявляться

как тенденция изменения климата. Основные изменения состоят в смещении зоны лесов на север. Естественно, что это скажется максимально на климате полярных и приполярных областей.

По результатам проведенных расчетов можно сделать вывод о том, что в результате парникового эффекта произойдут значительные изменения климата и биотических процессов Арктического региона, а также перестройка общей циркуляции СЛО. Эти изменения будут иметь самые разнообразные экономические и экологические последствия и должны вызвать адекватную реакцию человечества. Это тем более важно в свете возрастающей роли Русского Севера как сырьевой базы (нефть, природный газ, цветные металлы, древесина), так и важнейшей транспортной магистрали Запад - Восток. Уменьшение льдистости СЛО благоприятно скажется на возможностях океана как круглогодичной транспортной артерии, однако увеличение влажности, а следовательно, и усиление туманов и штормов потребует больших вложений в сферу обеспечения безопасности морского и воздушного транспорта. Затопление устьев рек окажет свое воздействие на планы размещения промышленных и жилых зон, а также транспортных терминалов. Изменение продукционного процесса и видового состава тундровых и таежных экосистем скажется на живом мире этого региона, поэтому необходимо развернуть работы по сохранению уникальной природы бассейна СЛО. Для анализа возможной ситуации и определения необходимых превентивных мер, способных предотвратить, а если надо, то и использовать последствия парникового эффекта в данном регионе, необходимо дальнейшее развитие и совершенствование математических моделей и методов, насыщение их новыми натурными данными.

Изменения климата, выражающиеся в его глобальном потеплении, в основном связывают с антропогенным увеличением количества парниковых газов в атмосфере (главный из них – CO_2). Изменение климата привлекает все более серьезное внимание [6] к роли геоинженерии как потенциального средства для предотвращения «чрезвычайных климатических ситуаций», таких как быстрое таяние ледового покрова Гренландии и Антарктики, или в качестве временной меры, чтобы выиграть время для эффективного выбора методов по смягчению последствий потепления. Общей целью подходов в геоинженерии климата является вмешательство в климатическую систему путем сознательного изменения энергетического баланса Земли [7] для сокращения потенциального повышения температуры. Наиболее широко обсуждаемым вариантом геоинженерии климата является повышение планетарного альбедо с помощью выбросов стратосферных сульфатных аэрозолей. В основе этого подхода было предложение М.И. Будыко в 1974 г. [8].

В работе изучается проблема и возможность стабилизации климата на современном уровне этими методами. Исследование ведется на основе глобальной совместной трехмерной гидродинамической модели климата.

По этой модели на первом этапе проведены расчеты прогнозирования климата до 2100 года с использованием сценариев роста CO_2 под названием РТК8.5 (концентрация 860 ppm в 2100 г.) и РТК4.5 (концентрация 560 ppm в 2100 г.), предложенных IPCC (Межправительственная группа экспертов по изменению климата) [5] и отличающихся прогнозами развития мировой энергетики. Они дают увеличение среднегодовой глобальной поверхностной температуры атмосферы на 2.2 ^{o}C для РТК8.5 и 1.3 ^{o}C для РТК4.5 [9]. Далее для этих сценариев проведены серии расчетов для оценки возможности стабилизации климата на уровне 2010 года путем управления выбросами в стратосферу аэрозоля, отражающего часть приходящего солнечного излучения.

Предполагается, что оптическая толщина рассеяния стратосферных аэрозолей в модели линейно зависит от их коэффициента экстинции и массы аэрозоля на единицу

площади. В свою очередь, мгновенное радиационное воздействие в верхней части атмосферы пропорционально оптической толщине с коэффициентом, основанном на измерениях, выполненных после извержения вулкана Пинатубо (1991 г.) [10].

В численных геоинженерных экспериментах глобальная масса стратосферных аэрозолей моделируется через баланс выбросов серы в стратосферу и выпадения за год. Время пребывания в стратосфере сульфатов варьируется от 2 до 3 лет [9]. Основываясь на быстром перемешивании облаков вулканического аэрозоля в зональном направлении, зональное распределение стратосферных сульфатов предполагается однородным. Концентрация аэрозоля от 2010 до 2100 года рассчитывается как управляющий параметр для стабилизации среднегодовой температуры воздуха у поверхности земли.

Вычислены изменения концентрации аэрозоля во времени с 2010 до 2100 года, позволяющие стабилизировать средне годовую температуру приповерхностного слоя атмосферы. Показано, что таким путем невозможно добиться равномерной близости климата к существующему, хотя можно значительно ослабить эффект парникового потепления климата. При условии однородного по пространству распределения аэрозоля в стратосфере можно стабилизировать среднюю глобальную температуру атмосферы, но при этом в низких и средних широтах климат будет холоднее на 0.1 – 0.2 ^{o}C, а в высоких широтах – теплее на 0.2 – 1.2 ^{o}C (рис.3) [10].

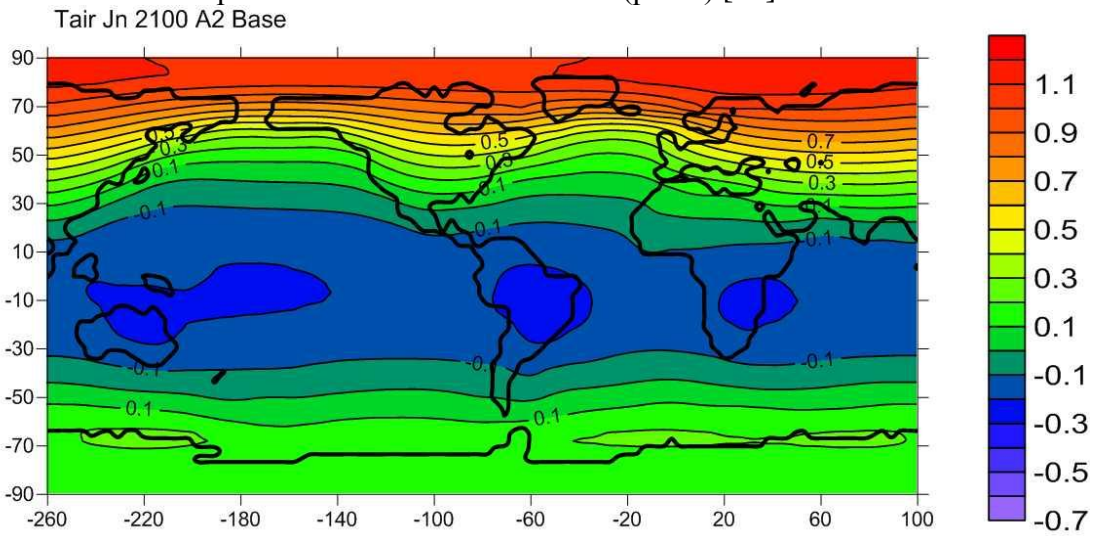


Рис 3. Отклонение январской температуры 2100 года от соответствующих современных значений при общем оптимальном по Парето значении выбросов (сценарий РТК8.5)

Кроме того, эти отличия имеют сильно выраженный сезонный ход – в зимний период они увеличиваются. Ситуацию несколько улучшает постановка задачи, при которой допускается широтная зависимость концентрации аэрозоля. По сравнению с первым случаем, концентрация уменьшается в низких и средних широтах и увеличивается в высоких. Однако увеличение концентрации аэрозоля в полярных областях дает слабый эффект, так как влияние солнечной радиации там мало, тогда как парниковый эффект присутствует.

Для целей оптимизации исследуется зависимость среднеквадратичного отклонения (СКО) атмосферной температуры отдельно для зимнего и летнего сезонов и обоих сценариев. Было проведено осреднение результатов отдельно в Северном полушарии, в Южном полушарии и во всем мире за июль и январь с различными значениями выбросов аэрозолей. На основе расчетов предполагается, что выбросы серы

от 2010 года до 2100 года изменяются линейно для сценария РТК8.5 и квадратично - для сценария РТК4.5.

Граница Парето [11], определяющая диапазон оптимальных масс аэрозоля в стратосфере, исследована и визуализирована для двух параметров – СКО атмосферной температуры для зимнего и летнего сезонов. Из анализа следует [12], что Парето оптимальное количество выбросов серы должно быть между 19.2 и 21.9 Тг серы в год (сценарий РТК8.5) для Северного полушария в 2100 году. Аналогичные расчеты для Южного полушария дали следующий лучший диапазон значений: 19.2 -19.9 Тг серы в год и, соответственно, для всего земного шара: 19.9 – 20.9 Тг серы в год.

Таким образом, согласованное оптимальное количество серы в стратосфере в 2100 году будет около 19.9 Тг для РТК8.5 и 10.01 Тг для РТК4.5. При этом средняя влажность уменьшится на 8.2%, толщина морского льда - на 4.1% , выбросы серы составят 9.97 TrS/год для РТК8.5. Упомянутые величины для РТК4.5: 4.5%, 2.0% и 4.98 TrS/год, соответственно. Если геоинженерные выбросы аэрозоля останавливаются после нескольких десятилетий их осуществления, то их климатический эффект исчезает в течение нескольких десятилетий. В этот период приземная температура воздуха может расти со скоростью несколько градусов за десятилетие.

Одним из важнейших достижений Н.Н. Моисеева является разработка мировоззрения, которое он назвал «современный рационализм» [13]. Главным постулатом современного рационализма Н.Н. Моисеева является следующий: вселенная представляет собой некую единую систему (Универсум), все ее элементы связаны между собой различными связями. Еще одно важное обстоятельство — в математическом отношении система может обладать большим количеством положений равновесия (вплоть до бесконечного количества), при этом существуют такие состояния системы, когда мы не знаем, к какому из этих положений равновесия система будет двигаться. Поведение системы сразу после достаточно сильного воздействия на нее может стать непредсказуемым. Что ждет биосферу? Если сложная система теряет стабильность, то начинается необратимый процесс перехода в новое квазистабильное состояние.

По отношению к климатической системе это утверждения подтверждают результаты численных экспериментов по определению возможного гистерезиса блокировки Атлантической термохалинной циркуляции, при котором поток пресной воды в Атлантику, в регионе 50-70^{O}с.ш. постепенно увеличивается, а затем снижается с одинаковой медленной скоростью 0,05 Св за 1000 лет. Поток пресной воды из Атлантики в Тихий океан установлен на уровне 75% его значения по умолчанию. Это соответствует как раз бистабильному режиму циркуляции, но вблизи состояния моностабильного режима развитой термохалинной циркуляции. На рис. 4 две верхние кривые показывают гистерезис максимума среднего меридионального потока в Атлантическом океане (характеристика термохалинной циркуляции).

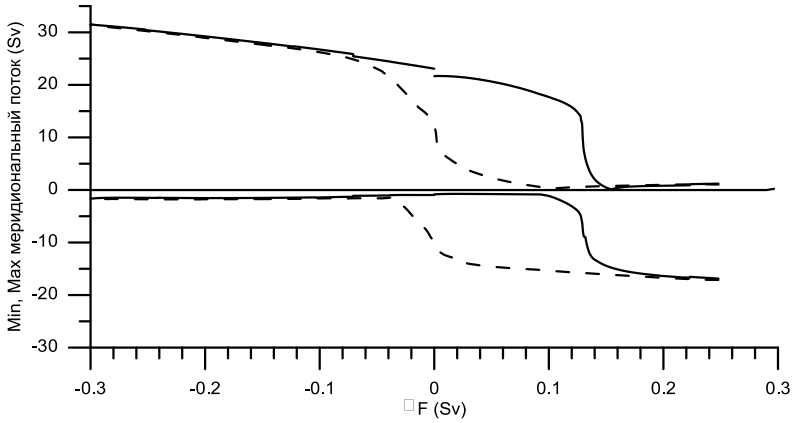


Рис. 4. Зависимость среднего меридионального потока в Атлантическом океане от потока пресной воды

Две нижние – то же самое для минимума потока. Сплошные ветви кривых соответствуют увеличению потока пресной воды (ось абсцисс), а пунктирные – его уменьшению. Результаты моделирования показывают наличие гистерезиса этой циркуляции, подтверждая также существование точки бифуркации. Полный коллапс термохалинной циркуляции наступает, когда поток пресной воды достигает примерно 0.12 Св и далее сохраняется. При обратном уменьшении потока, термохалинная циркуляция не включается, пока он не достигнет значения примерно -0.02 Св. Общее время счета составляет около 24 тыс. лет. Таким образом, в диапазоне двух пороговых значений потока пресной воды наблюдается возможность существования двух различных состояний климатической системы – с развитой термохалинной циркуляцией и подавленной, что влияет и на температурный режим атмосферы. Установив наличие бистабильности термохалинной циркуляции и соответствующих порогов для рассматриваемой модели, возникает вопрос, может ли (и в какой момент будущем) антропогенное воздействие привести к пересечению порога блокировки термохалинной циркуляции? Отчеты МГЭИК [5], которые определяют вероятность блокировки термохалинной циркуляции в этом веке как мало вероятную (вероятность меньше, чем 10%) основаны, по крайней мере частично, на расчетах по полным моделям общей циркуляции атмосферы и океана. При этом обычно не учитывается потенциально опасный источник пресной воды от таяния ледникового покрова Гренландии. Хотя ни один из расчетов по полным моделям общей циркуляции атмосферы и океана не показывает коллапс термохалинной циркуляции [5], в этом веке, расчеты по более полной модели климатической системы Земля дают такой результат.

Литература

1. Моисеев Н.Н., Александров В.В., Тарко А.М. Человек и биосфера. Опыт системного анализа и эксперименты с моделями. М.: Наука, 1985. 272 с.
2. Пархоменко В.П., Тарко А.М. Ядерная зима. // Экология и жизнь, 2000 N 3. С. 44-47.
3. Тарко А.М. Антропогенные изменения глобальных биосферных процессов, М.:Физматлит, 2005. 232 с.
4. Пархоменко В.П. Алгоритм увеличения вычислительной производительности и баланса загрузки процессоров для моделирования общей циркуляции атмосферы.// Математическое моделирование и численные методы, 2016, № 3. С. 115–126.
5. Изменение климата, 2013 г.: Пятый доклад об оценке Межправительственной группы экспертов по изменению климата. МГЭИК, 2013. 222 с.
6. Burns W. C. //Tulsa Law Review, 2012. Vol. 46. No. 2. P. 283-304.

7. Елисеев А.В., Мохов И.И. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2009. Т.45. No.2. С.232–244.
8. Будыко М.И. //Метеорология и гидрология. 1974, № 2. С. 91–97.
9. Пархоменко В.П. Моделирование стабилизации глобального климата управляемыми выбросами стратосферного аэрозоля // Мат. моделир. и числ. методы, 2014. Вып. 2. С. 115–126.
10. Bluth G.J.S., Doiron S.D., Schnetzler C.C. et al. ‘Global tracking of the SO_2 clouds from the June 1991 Mount Pinatubo eruptions, //Geophys. Res. Lett. 1992. V. 19. 2. P. 151–154.
11. Лотов А.В., Поспелова И.И. Многокритериальные задачи принятия решений. М.: Изд-во МГУ им. М.В. Ломоносова, 2008. 197 с.
12. Пархоменко В.П. Анализ оптимальной по Парето эффективности предотвращения глобального потепления методами геоинженерии. // Компьютерные исследования и моделирование, 2015, Т. 7, № 5. С. 1097 – 1109.
13. Моисеев Н.Н. Современный рационализм. М.: Изд-во МГВП КОКС, 1995. 376 с.

ИДЕИ МОИСЕЕВА – СЕГОДНЯ

А.Л. Самсонов

Журнал "Экология и жизнь", Россия, 117648, Москва, а/я 28
Тел.: (495)319-92-33, e-mail: ecolife21@gmail.com

Аннотация. Идеи системного анализа, которые выработал в процессе своей научной деятельности Н.Н.Моисеев, показали плодотворность в свое время. Сегодня мало потенциала уже решенных в рамках системного анализа задач, необходимо искать для них новые формы их постановки. Для этого рассматриваются российские системы с кризисом управления – такие как система управления отходами и государственной недвижимостью (Росимущество). Общие принципы совместных изменений систем и подсистем лежат в основе понятия коэволюции, осуществляемой по типу сотрудничества и конфликта, причем второй тип – непрерывный конфликт, пронизывает не только все эволюционное учение, но и общественные, духовные и интеллектуальные процессы, что делает его крайне важным для моделирования. Коэволюция в интерпретации смыслопорождающей системы (по Луману) приводит к пониманию ограниченности представления об управлении и его цели, направленное развитие – это новая постановка задачи управления, в которой цели, как и смыслы, рождаются по мере развития цепочек внутреннего конфликта системы. Обсуждается понятие направляемого развития в применении к климату.

Ключевые слова: коэволюция конфликта, коэволюция сотрудничества, направленное развитие.

Abstract. Ideas of system analysis, which N.N. Moiseev developed during his scientific activity, showed fruitfulness in due time. Today, there is little capacity already solved in the system analysis of tasks, it is necessary to look for new forms of their formulation for them. For this, Russian systems with a management crisis, such as a waste management system and state real estate (Rosimushchestvo), are being considered. The general principles of joint changes in systems and subsystems underlie the concept of co-evolution, implemented by the type of cooperation and conflict, the second type is continuous conflict, permeates not only all evolutionary teaching, but also social, spiritual and intellectual processes, which makes it extremely important for modeling . Co-evolution in the interpretation of the meaning-generating system (according to Luhmann) leads to an understanding of the limited nature of the notion of governance and its goals, directed development is a new formulation of the management problem in which goals, as well as meanings, are born as the chains of the internal conflict of the system develop. The concept of directed development in application to climate is discussed.

Key words: Co-evolution of conflict, co-evolution of cooperation, continuous meaningfulness

ВВЕДЕНИЕ

Есть необходимость консолидации и современной интерпретации идей, доказавших свою плодотворность. При этом сам Моисеев, выдвигая идею, не всегда заботился о том, как ее применять. Некоторые из них имели большую общность, что позволяет значительно расширять тематику, но при этом оказались без продолжения, тогда как другие, которые были разработаны для практических применений, но не прошедшие через обобщения, оказались изолированным анклавом. Есть необходимость сращивания этих концов, консолидации идей. Очень важно для системного метода анализировать области, где идеи становятся самоприменимы, что часто приводит в позицию отрицания их исходного понимания. Например, разделить кризис управления и экологический кризис или, наоборот, объединить коэволюцию сотрудничества и коэволюция конфликтов. Попытка такой консолидации сделана в этой статье.

УПРАВЛЕНИЕ И ИДЕЯ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО КРИЗИСА

Понятие экологического кризиса и кризиса управления могут не только не совпадать, но более того – исключать друг друга. Но прогресс индустриальных методов, как правило, приводит к предотвращению экологического кризиса, в частности использование угля в 19 веке предотвратило тотальную вырубку лесов. При этом 18 век – это век бурного развития возобновляемых источников – водяных и ветряных мельниц, вовсе не исчерпал ресурса возобновляемой энергетики, и переход к новым технологиям промышленной революции не был обусловлен экологическим кризисом – возобновляемым источникам было куда развиваться. Однако существовал кризис управления ресурсами – не хватало земли для ветряков, берега рек были плотно уставлены водяными мельницами, законодательство не справлялось. Этот кризис управления был преодолен не совершенствованием законов, а промышленной революцией, которая сделала их ненужными.

Таким образом, важный вывод – можно не решать кризис управления «в лоб», его можно обойти с помощью технического прогресса. Эту развилку, важную при постановке задачи, обозначим как «выбор новой экономики» - это базовая развилка, которая должна сопровождать всякую процедуру начального анализа общественно-экономической системы.

В то же время экологический кризис можно характеризовать как кризис управления выбросами, отходами и деятельностью по управлению природными системами. Такой кризис в России действительно сейчас существует - имеют место споры и непонимание системы по управлению выбросами от сжигания топлива (это касается и Киотского протокола и Парижского соглашения), есть проблемы (в России) с переработкой отходов : 100% старого мусора хранится на полигонах и не сформирован «спрос» на его переработку, есть новые единичные, несистемные производства по переработке мусора, есть «посыл» от государства по созданию отрасли «мусоросжигания». В области природных ресурсов нет недостатка проблем управления: в российской практике отсутствует международное понятие управляемые леса [1], сельское хозяйство загрязняет водоемы удобрениями, очистка водоемов и их эксплуатация (ГЭС) находятся в разных руках.

Таким образом, понятие кризиса управления становится универсальным, что отчасти подразумевалось в работах Моисеева, но в явном виде не было сформулировано. Тем более не сформулирован алгоритм поиска и распознавания кризисов управления, необходимый для того, чтобы могла быть найдена система, анализ которой может иметь смысл и заказчика.

Поскольку вопрос относительно областей применения методов управления и более приземленно – вопрос заказов на исследования, является для школы Моисеева,

как и любой другой научной школы, ключевым – критерии выбора объектов управления необходимо подробно обсуждать. Скорее всего, необходимо разработать алгоритм, включавший возможности мониторинга объектов на предмет эффективности управления ими.

Приведем пример – объекты недвижимости, находящиеся в госсобственности. Вопросы управления такими объектами чрезвычайно важны для Правительства России, однако эффективность действий Росимущества вызывает справедливую критику и чрезвычайно закрыта. Попытка реформы управления частью госимущества, находящейся в собственности РАН, проведенная в 2013 г., вызвала много эмоциональных обсуждений, однако не сопровождалась системным анализом на некоторой абстрактной модели – ни со стороны Правительства, ни со стороны школы «анализа систем», поэтому эффективность реформы трудно оценить.

Столь же мало эффективны оказались усилия Правительства в области управления недвижимостью в сфере театрального искусства – робкая попытка государства предъявить «права на жилплощадь» была мгновенно переквалифицирована в критику известных или гениальных режиссеров и закончилась полным провалом. В этих условиях можно ожидать «второго тура» управленческих усилий, аналогичного реформе РАН.

В то же время прокатная деятельность в области кино создала действующую сегодня в стране модель эффективного управления коммерческой недвижимостью. Надо отметить, что действовавшая в РАН модель управления по сдаче недвижимости в аренду, была «квазикоммерческой», т.е. малоэффективной, и в то же время – мало-прозрачной, что в совокупности с другими факторами, породило реформу 2013 года.

Вопросы управления недвижимостью в стране - после развала СССР, бывшего единственным собственником и вплоть до сегодняшнего дня – актуальная проблема управления, содержащая явные признаки «кризиса управления» на протяжении последних 27 лет - начиная с многочисленных бандитских «разборок» 90-х годов, рейдерских захватов начала 2000-х и попыток современных аппаратных реформ.

Возьмем пример другого плана – инфраструктура. Известно, что были начаты работы с Москвой по поводу трафика и пробок на дорогах, проведены работы с РЖД по поводу обменного фонда вагонов. При всем желании нельзя сказать, что эти заказы покрыли даже малую часть существующих инфраструктурных проблем России. Однако процедура диагностирования этих проблем не запущена, поэтому появление заказчиков для их решения – процесс случайный, где время ожидания заказа всегда намного превосходит время его исполнения. При такой загрузке трудно ожидать создания потоковой системы анализа и разбора существующих «кризисов управления». И дело не только в отсутствии заказов – объективно их отсутствие означает перманентный «кризис управления» в множестве отраслей, что и приводит, в конечном итоге, к системе ручного управления. При этом Правительство РФ вынуждено принимать решения в условиях действующих «кризисов управления», что делает его работу малоэффективной.

Школа Моисеева может поставить поиск подобных управленческих проблем на поток и тем самым внести свой вклад в реальное решение какой-то части их части. При этом в рамках задач модернизации и диверсификации промышленности и инфраструктуры России требуется содержательный анализ реального количества «кризисов управления», которые могут быть решены путем «выхода» в новые области технологий. Оценка затрат позволит отыскивать стратегически верный «маршрут» модернизации, включающий как варианты создания новой экономики, так и прямого решения кризисов управления в сложившихся системах что может привести к

эффективным решениям с использованием существующих технологий или новых процедур их реализации.

В частности, по управлению недвижимостью следует проанализировать на оптимальность различные группы организации ее владением – во времени, в и в различных измерениях пространства – в частности в корпоративном и в социальном. По аналогии с появившимися тенденциями разделения времени владения для автомобилей – каршеринга, у недвижимости может быть и корпоративный владелец, и владелец «на час». В то же время речь не идет о прямом копировании, а, скорее, о групповом анализе возможностей, допускающем и обращение процедур. К примеру, процедура разделения собственности может быть применена в обратном направлении – т.е. не разделять время владения, а объединять – причем и время и людей, используя коллективные подряды. Например в области искусства, сложившаяся труппа артистов на конкурсных основаниях может взять объект недвижимости в управление на некоторый фиксированный срок, после которого процедура повторяется.

ИДЕЯ КОЭВОЛЮЦИИ

Интересно, что Моисеев понимал коэволюцию как идею взаимодействия, приводящего к некоторому согласию, притирке системы и подсистемы, снятию противоречий и сглаживанию конфликтов. Однако оказалось, что коэволюция возможна и путем целой череды конфликтов. В частности, в живой природе процесс коэволюции идет не только по пути взаимных уступок и приспособлений, но и путем наращивания конкуренции и активного противостояния сторон, т.е. оба пути возможны.

Это выяснилось не сразу и в биологии - с самого начала исследования пошли по пути именно «согласительной формы» коэволюции, которая была развита Дарвином в 1830-х гг., вскоре после окончания работы над «Происхождением видов». Согласно Дарвину в явлении коэволюции речь идет не о том, что вид адаптировался к внешним условиям, таким как сила тяжести или вязкость воды; в то время как гравитационная сила неизменна, виды могут изменяться с каждым новым поколением, и в результате два вида живых существ адаптировались друг к другу, а не к внешней среде!

Пример того, как этот механизм работает в природе: когда на орхидею, чтобы напиться нектара, прилетает насекомое, ему приходится садиться на особый чашевидный лепесток, горизонтально торчащий из цветка наружу. При этом чтобы добраться до нектара, нужно проползти по лепестку, задевая спиной за особую нависающую сверху «антенну». Антенна прикрепляется к гибкому побегу, и вся система вместе работает как спусковой крючок. Побег «выстреливает» и хлопает диском с пыльцой по спинке пчелы. Томаты и некоторые другие растения делятся с насекомыми пыльцой иначе: они держат пыльцу в особых контейнерах с отверстиями; насекомое, опустившись на цветок, начинает махать крылышками с частотой, которая заставляет контейнер резонировать и тем самым эффективно вытрясает из него пыльцу. Пыльца при этом не только становится главной пищей насекомого, но и обсыпает его с ног до головы.

Впоследствии оказалось, что коэволюция — гораздо более мощное и распространенное явление, чем мог предположить Дарвин. Даже среди растений, подсказавших ему саму концепцию коэволюции, оно встречается значительно чаще, чем представлялось ранее. В настоящий момент ученые признают, что громадному большинству цветковых растений — 290 000 видов — для распространения пыльцы необходимы животные (лишь у 20 000 видов пыльца может разноситься ветром или водой).

Предположение о том, что явление коэволюции лежит в самой основе развития жизни, первыми высказали в 1964 г. два эколога Пол Эрлих и Питер Рейвен, обратившие внимание на то, что, хотя опыляемые растения находятся с некоторыми насекомыми в дружеских отношениях, многим приходится вести с ними тотальную войну. Часто насекомые жуют листья, прогрызают ходы в древесине, пожирают плоды и, вообще, всячески губят растения и наносят им вред. Эрлих и Рейвен считают, что любая разновидность растений, которой удалось разработать какой-либо способ защиты от вредителей, получает возможность агрессивно размножаться и расширять ареал. Насекомым придется «придумать» способ обойти новую систему защиты растений, и то семейство насекомых, которому это удастся, сможет спокойно колонизировать этот новый ареал, причем в отсутствие конкуренции со стороны других насекомых! Вполне возможно, что именно такая коэволюция — новое средство защиты, нападение, снова защита… — объясняет появление уровней разнообразия среди растений и среди насекомых.

В свете этого понимания несколько по-другому начинает выглядеть и другая идея Моисеева - концепция универсального эволюционизма, поскольку отбор- естественный отбор- действует очень часто фактически по механизму коэволюции, – и именно через этот механизм вполне проясняется, насколько непрямым может стать действие отбора. Если в простейшем случае отбор происходит под действием неизменных факторов среды, то с течением геологического времени ситуация усложняется и самые, казалось бы, незыблемые факторы имеют свойство меняться. И вместо эволюции, адаптированной к среде обитания, мы видим процесс совместных изменений среды и наполняющих ее организмов – процесс коэволюции!

Необходимо отметить важную дискуссию о моделировании биологических систем, в которую вовлек Моисеева и множество его соратников Тимофеев-Ресовский. В трудах научного семинара [2], сразу появляются статьи Ю.М. Свирежева и А.А. Ляпунова, которые прямо противоположно трактуют применение оптимизации к экосистемам. Но если экосистемы работают не через оптимизацию (как представлялось Ю.М. Свирежеву) и не через максимум биоразнообразия, как полагает большинство биологов, то что должно служит ориентиром при моделировании биосистем? Дальше больше – коэволюция допускает согласование процессов, идущих в разных временах (можно сказать - эффект Моисеева!), что являются развитием его идей по поводу агентов как живых существ, для которых работает параметрическое время, как (субъектная) подстройка!

Это представление связывает идеи, выдвигаемые Моисеевым, с мыслями некоторых современников, которые «витали в воздухе» тех лет. Можно указать, например, на перекличку идеи «квазиживых» экономических агентов с мыслями Гумилева – когда этнос выступает как живая система, причем работает некий алгоритм или «часы», неумолимо отмеряющие время ее жизни. Другая перекличка - когда появляется большой (общественный) субъект, понятие о котором мы находим в трудах социолога советского периода Б.А. Грушина. Однако Моисеев вводит в рассмотрение не одного, сразу несколько больших «субъектов» - экономических агентов – причем действующих соревновательно в экономике. Сегодня поведение экономических агентов отчасти лианеризовано, т.е. их поведение более прогнозируемо. Но сегодня агенты рассматриваются как подсистемы, составляющие единую систему, поэтому конфликт агентов – как война условных «печени и почек» единого организма – разрушает систему, т.е. не вписывается в схему коэволюции.

И тем не менее понятия в соревновательной коэволюции ни тогда, ни теперь так и не появилось в явном виде, хотя оно действительно включает почти все формы конфликтов, которые образуют поле естественного отбора - и не только его!

Коэволюция по типу сотрудничества и по типу конфликта описывают настолько различные классы явлений, что их раньше полностью противопоставляли – так было, например, в известной работе еще одного современника Моисеева, генетика В.П. Эфроимсона «Родословная альтруизма» [3], противопоставившей альтруизм и агрессию как механизмы эволюции.

Появление человека в биологической эволюции расширяет смысловое значение обоих полей – как поля сотрудничества (которое, по сути, представляет собой работу коллективного интеллекта), так и поля конфликтов, добавляя массовые военные конфликты, почти полностью отсутствующие у животных. При этом вооруженные конфликты во имя веры становятся материальным проявлением нематериальных идей. В область новой конфликтологии, связанной с человеком, попадают и духовные конфликты, например, поле извечной борьбы добра и зла, происходящей в душе человека. Таким образом, тип коэволюции соревновательного типа охватывает огромный пласт – от души человеческой до схваток хищников за самку в джунглях.

Экологическая проблематика – это, по сути дела, извечный рукотворный конфликт человека с природой. Именно потому, что ведущим механизмом развития в биологии является конфликт (включающий естественный отбор), человек, вступая с природой в рукотворный конфликт, как правило, обречен на поражение, точнее, на бесконечное конфликтное коэволюционное продолжение, которое, по сути, и является основной формой вечного проявления экологической проблематики как проблематики конфликта. В этом отношении идиллические картинки развития на «зеленой лужайке» относятся именно к ветви сотрудничества, тогда как реальное поле коэволюции путем экологического конфликта иное – это мусорная свалка или нефтяной разлив в тундре.

Анализ конфликта – давнее поле деятельности школы Моисеева вкупе с учениками Ю.Б.Гермейера. Для случая коэволюции конфликта необходимо непрерывное продолжение соревновательных алгоритмов поиска взаимоприемлемых компромиссов. Это продолжение фактически должно менять условия одной из сторон компромисса, как только появляется информация о том, что другая сторона изобрела нечто, делающее этот компромисс для нее более выгодным – в плане занятия новых территорий, освоения ресурсов или сражении - и стремится сделать свои изобретения, чтобы либо использовать возможности своего поля компромисса для получения дополнительных выгод, либо расширить поле компромисса на новые территории.

Примером такой подстройки является работа по автоматизации использования результатов модельного боя истребителей, которая была использована Павлом Сергеевичем Краснощековым при создании АСУТП конструкторской документации – так родился истребитель СУ27. Сегодня эту разработку следует дополнить алгоритмом коэволюции – битвой со следующими поколениями истребителей, вышедших «на сцену» за последние 40 лет.

Важный элемент, который добавляет конфликтная коэволюция, привнесенная в исходно биологическую канву этого явления человеком, является битва с самим собой. Это прежде всего механизмы сражения с себе подобными – представителями того же вида, которые отсутствуют в природе из-за генетических-алгоритмических запретов. Однако моделирование – это именно практика реализации «спора с самим собой» на некой доказательно проверенной модели. В области моделирования даже у спора добра и зла в душе человеческой появляется мощное продолжение – переход от схоластических религиозных споров и догм к исследованию логики реального душевного конфликта – моделирование этого типа предложено Зигмундом Фрейдом и развито его практикующими по сей день психотерапевтами. Если же говорить о возможностях технической реализации, то битва нового самолета с самим собой – это

путь к электронной эволюции, причем на уровне конструкционных сборок, а не уровне элементарных автоматов.

Однако с более широкой точки зрения полем для работ в области перманентного конфликта или батальной коэволюции (нон-стоп эволюции конфликта) становится проблема управления. В таком понимании это подход может быть применен, скажем, к объектам общественной природы, например, монопольно развивающимся отраслям, реальное состояние которых можно описать непрерывным конфликтом управления с самим собой.

В применении к биосферным проблемам постановка задач управления непрерывным конфликтом сразу переводит нас на новый уровень понимания как экологических, так и климатических проблем.

Например, в современной проблематике конфликта человека и природы появился важный тренд ограничения выброса парниковых газов. С точки зрения развития теории коэволюции важно увидеть, что в этой проблематике есть две цепочки коэволюционных действий каждого участника конфликта, которые, однако, способны конфликтовать только с самим собой. Мировая экономика начинает (и закономерно проигрывает) конфликт с самой собой по поводу сокращения выбросов парниковых газов, а экосистемы океана и суши стремятся максимально использовать ресурсы, выбрасываемые человеком «на ветер», но проигрывает из-за того, что перемешивание на планете неидеально, а в результате пропускная способность неорганической трофической сети ограничена. Поэтому часть выбросов оказывается не усвоена и создает неожиданные эффекты изменения в среде обитания как для человеческой популяции, так и экосистем. Задача поиска возможностей удовлетворения по Парето обоих сторон конфликта до сих пор не рассмотрена, фактически по умолчанию «на кон» ставится переход на новый технологический тренд, в качестве отправной точки которого используется возврат к возобновляемым источникам, от которых экономика ушла в 18-19 веках. Как мы отмечали выше, это был именно конфликт управления, а не экологический конфликт, поэтому в нынешней ситуации необходимо разделить старые и новые тренды, как смыслы, формирующие эту задачу. Очевидно, это следует делать в рамках представления о цепях взаимообусловленных конфликтов, формирующих выделенные линии коэволюции. Возможно, выделение симметрий в этих цепях позволит проанализировать и выявить условия модельного подобия ситуаций, что даст толчок к поиску самоповторений, возвратов, перехлестов и другим формам топологического анализа технологического развития.

В этих условиях развитие возможностей постановок и решений коэволюционной задачи приобретает значение не только с точки зрения решения перманентных конфликтов в стагнирующих или монопольных отраслях внутри страны, но и в мировых системах – как экономических, так и климатических. При этом оценка реальной сложности задачи также требует принятия постановочных решений, чтобы не уйти в «расчеты для расчетов», как было с квантовой динамикой многоатомных молекул или релятивисткой теорией звездных скоплений.

Примером «подхода к снаряду» может служить синергетика, которая выбирает управляемый параметр нестабильности и «педалирует» его. В той же мере подлежит выбору управляющий параметр конфликта, однако в случае непрерывного обобщения мы должны искать либо его генетического/динамического преемника, либо статистический аналог. В этом ключе можно развивать как динамическое, так и статистическое моделирование конфликтов. При этом методы синергетики, возможно, могут быть с успехом применены на стадии идентификации конфликта (хотя для успешного применения синергетики ей придется, скорее всего, тоже сделать эволюционный апгрейд).

Еще раз вернемся к понятию непрерывности изменений, предполагаемых коэволюцией, обращаясь к такому сложному объекту, как человеческое общество. Разбиение общества на больших агентов – успешный модельный ход, и он активно используется в экономических моделях до сих пор, однако фактически это лишь прием описания, а не механизм, который позволяет описать сложное поведение агентов. На роль такого механизма коэволюция хорошо подходит, но алгоритмы непрерывно изменяющихся условий компромисса пока отсутствуют. В качестве меры продвижения, часто позволяющей стронуть с места сложную задачу, в современной науке охотно применяют «переброски» методов другого направления науки в рассматриваемую область. В качестве такой «переброски» для развития методов анализа коэволюции можно предложить методы теории коммуникации американца Николаса Лумана, предложенные им для построения теории общества. Согласно этой теории стабильность (и способность к самовоспроизводству общества) основывается в первую очередь на производстве объектов, наличие которых может предполагаться только в дальнейшей коммуникации. Эти объекты Луман называет новыми смыслами, однако ничто не мешает нам назвать их новыми условиями для компромиссов или консенсуса – тогда развитие общества как коэволюция консенсуса вполне укладывается в построения Лумана. Этот шаг имеет важное значение для всего массива идей Моисеева как переход в область информационной проблематики теории систем, причем проблематики разработанной без использования старых теорий связи Клода Шенона или Норберта Винера. Теория Лумана информационна и эволюционна одновременно – она утверждает, что для смысловых (смысло – производящих, смысло - порождающих) систем, мир не является гигантским механизмом (копировальным аппаратом, устройством саморепликации, самокопирования!) – он является потенциалом неожиданного, виртуальной информацией, позволяющей системам производить информацию. Для этого вводятся специальные операции различения (операции дифференциации), результат которых – основа для внутренней коммуникации систем. Луман утверждает, что система сама сталкивает себя со своим будущим – и будущее - это результат «отскока» от настоящего в результате этого столкновения. Собственно говоря, это и есть описание непрерывного конфликта коэволюции, но в другой терминологической «гамме».

В то же время смыслопорождение и целепологание – понятия очень близкие. Их использование понятийно подводит нас к тому, что само понятие управления и движения к заданной цели в смыслопорождающих процессах, по-видимому, становится неприменимо, поскольку выбор цели меняется в зависимости от смысла!

С точки зрения прикладной математики размерность задачи быстро растет, когда в нее включается дополненные смыслы, такие как сохранность природы, например. Задача от этого становится другой, полностью меняет постановку – при этом и выбор промежуточных целей тоже меняется - переосмысливается! Если до какого-то предела можно говорить о заданной наперед промежуточной цели, то в сложных задачах путь к цели становится непрогнозируемым, что в таком случае мало отличает его от чисто случайного – это оправдывает применение статистики.

Очевидно, в этих условиях требуется разработка представления о коэволюционном управлении, основанном на движении по цепочкам взаимообусловленных решений конфликтной задачи. При этом смыслы должны выполнять роль некоторых промежуточных параметризуемых инвариантов. Если этот параметр- собственное время- меняется быстро, то получим непрерывный калейдоскоп смыслов, характерный для политики, если медленно – ценовые ориентиры экономики, еще более консервативно – систему социально окрашенных смыслов, и наконец, если смыслы практически постоянны – это системы логически выстроенных смысловых

решеток, которыми изначально пользовались мировые религии, а сегодня «ответственность» за построение самых «проверенных» смысловых систем взяла на себя наука.

Перемена подхода к понятию управления достаточно много раз обсуждалась в трудах Моисеева, но нам требуется более содержательный ответ, чем «принцип кормчего» позаимствованный в китайской традиции или направляемое развитие. Возникает необходимость задать следующий вопрос: КАК НАПРАВЛЯТЬ РАЗВИТИЕ?

Собственно говоря, размышления Моисеева, по всей видимости, постоянно возвращались к вопросу, вынесенному в подзаголовок. Отсюда – его размышления о коллективном интеллекте общества, который способен «просчитывать» развитие, а также об информационном обществе как среде, в которой сняты барьеры и ограничения на обмен информации.

В то же время тема глобального состояния планеты через инструменты глобального моделирования, которыми Моисеев начал пользоваться одним из первых, давали хорошую пищу для размышлений об устойчивых каналах эволюционного развития. Фактически эти размышления Моисеева предвосхитили проблемы эпоху глобализации – когда домом человечества становится вся планета, а не какой-то выделенный ареал обитания.

Сегодня проблемой именно такого масштаба является ситуация с климатом на планете. Больше всего в этой проблеме важен антропогенный фактор - похоже на то, что человеку действительно удалось что-то сделать в глобальном масштабе – что стало неожиданностью для всех. Влияние это оказалось неожиданно и ненаправленно, присутствует в виде расплывчатой тенденции, которая то проявляется, то исчезает, т.е. ведет себя как неконтролируемый параметр, не имеющий органа управления – нет явного спускового крючка, который надо нажать. Однако погода постоянно хлопает по спине и обсыпает, причем не пыльцой, а дождем или снегом, почти так же, как это происходит в биологических механизмах коэволюции. Важное отличие – в том, что нам предоставляется право выбора на ответный ход, но мы не знаем, каким он должен быть. Поэтому задача системной школы сегодня – именно в поиске тех элементов постоянного экологического конфликта человека с природой, которые можно использовать для направления ситуации к желательному для всех компромиссу «хорошей погоды» в рамках «устойчивого» климата. Отсюда уже как производные возникают понятия устойчивого (по отношению к климату!) развития и ответственного (за климат) поведения экономики – в лице ее крупнейших игроков и агентов.

Заинтересованы в рациональном решении вопроса все, однако диапазон мнений слишком широк – от полного принятия идеи необходимости построения ответственной за климат экономики до полного отрицания самого факта глобального потепления и вывода, что экологического кризиса нет. Однако, как мы обсуждали ранее, перестройка экономики – это вопрос кризиса управления, а не экологии. Поэтому отрицание необходимости перемен в экономике эквивалентно отрицанию кризиса управления, что в российской экономике вряд ли выглядит реалистичным утверждением. Поэтому использование смыслов, связанных с изменением климата, лежит в том же тренде изменений, которого требует экономика России.

Однако климат – глобальная проблема, поэтому важны универсальные ориентиры, тогда как понятия «выгодно-невыгодно», по сути, формируют национальную стратегию коэволюции взаимодействия с глобальными тенденциями и порождение национальных смыслов устойчивого развития.

Одна из важнейших проблем для современной теории климата состоит в том, дискретен или непрерывен этот процесс. В 20 веке существуют три периода роста и

торможения роста температуры, поэтому для направляемых усилий важно понять, кто или что в недавнем прошлом уже эффективно влияло.

Приведем пример. Время с 1940 г. по 1975 г. – это период, в течение которого температура колебалась, но в целом не увеличивалась, причем для метана, который «открыли» для измерений лишь в 1947 г., в этом же периоде проявился тренд ускоренного роста в 1960-70-х гг. Эти явления можно связать с «зеленой революцией», начавшейся с активного использования «дуста» - ДДТ. Химикаты применялись для масштабного изменения равновесия биомассы наземных экосистем в пользу потребностей человека – и рост биомассы действительно почти удвоился, однако удвоилось и население планеты. Кроме того, как оказалось, это было и изменением в пользу вредителей, которые сумели приспособиться, несмотря на распыление ДДТ и удвоили долю съедаемого урожая. Причем ДДТ обнаружен даже в печени пингвинов – значит, воздушные потоки перенесли аэрозоль, содержащий ДДТ, за тысячи километров от районов его применения. Тем самым попадание «дуста» в стратосферу и отрицательный форсинг – охлаждающее воздействие на поверхность – вполне могли стать реальным фактом в течение нескольких десятков лет, пока шло его активное применение – вот и вполне возможная, глобальная причина «торможения» на кривой роста температуры.

Вывод из этого примера таков - человеческая цивилизация имеет реальные примеры воздействия как на потепление (в виде парниковых газов), так и на похолодание – в виде «дуста» и других аэрозолей (SO_2). Таким образом она уже вошла в полнейшие кэволюционные отношения с биосферой, причем сама того не подозревая.

В этих условиях вопрос выбора следующего хода становится предметом именно системного анализа и всестороннего моделирования. И здесь главнейшую роль играет сама постановка задач такого моделирования. Например, усилия по поглощению углерода – надо понять, как его необратимо фиксировать – ведь леса могут сгореть как в Индонезии, так и в Канаде (пожары 2016 года в провинции Альберта показывают, что иногда противопожарная служба бессильна). Усилия по внедрению аэрозолей в стратосферу в силу их неконтролируемости не могут быть признаны устойчивым решением – нельзя же повторно засыпать планету ДДТ! Нужны поиски системных мер воздействия. В качестве примера можно рассмотреть транспортные цепочки, питающие глобальные экосистемы суши и океана. Неустойчивость этих цепей может приводить к сильным локальным перегревам (опустынивание) или охлаждениям океана – например, Атлантика генерирует все больше циклонов, оказывающих разрушительное воздействие на побережье США. Мы должны выбирать самые консервативные методы направленного воздействия, чтобы не стать виновными не только во влиянии на выборы, но и на погоду в США. И механизмы для этого у нас есть – это выбросы парниковых газов, менеджмент которых Россия как держава, лидирующая в мире не только по нефтедобыче, но и по площади лесов и запасов пресной воды, способна сделать мощным инструментом управления. Для этого достаточно придать торговле этими выбросами национальный смысл – создать национальную биржу, а тем самым и национальную парниковую «валюту».

Сегодня погоня за цифровой криптовалютой делается новым смыслом существования экономики. Возможно, для появления новых смыслов «устойчивости» нам просто не хватает правильных, а именно нефальсифицируемых валют? Общественное благо – например, такое общее, как атмосфера планеты, еще слишком ничье, атмосфера общая – и не разбивается на объемы, чтобы ее «валютизировать». Другое дело – парциальное давление примесей – это величина как раз аддитивная! Возьмем другое общественное благо - работу коллективного интеллекта, который «считает» равновесие на рынках и коллективную безопасность, работу которого питает

вполне осязаемая «валюта» - интеллектуальная собственность. Особенность коллективного интеллекта – в том, что это именно общественное благо, которое в принципе неаддитивно, тогда как интеллектуальная собственность может работать как товар – как благо индивидуальное. Поэтому особенности интеллектуальной собственности, как типичного представителя «валюты» общественного блага, крайне важны для составления новых финансовых механизмов, которые органично включат в себя смыслопорожение важных для человечества задач, таких как устойчивый климат, также представляющий собой пример общественного блага.

Литература

1. Позиция Рослесхоза по управляемым лесам, Дайджест Ecolife 2016, Вып.№3-5, www.ecolife.ru/001/DidgestEcolife3-5.pdf
2. Математическое моделирование в биологии // Материалы Первой школы по математическому моделированию сложных биологических систем. М.: Наука, 1975.
3. В.П. Эфроимсон. Педагогическая генетика. Родословная альтруизма. М.: Тайдекс, 2004.

ПРИРОДА, ОБЩЕСТВО, ГЕОПОЛИТИКА
(Освоение космического пространства как всемирный проект формирования единой цивилизации землян)

В.Р.Хачатуров

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН,
Россия, 119333, г. Москва, ул. Вавилова, д. 40.
Тел.: (499)135-20-09,
e-mail: mprsccas@mail.ru; mprs@ccas.ru

Аннотация. В работе кратко излагаются теоретические и практические аспекты подходов к оценке геополитической ситуации, основанные на работах Н.Н. Моисеева, Л.И. Мечникова и В.Р. Хачатурова.

Ключевые слова: цивилизация, общество, природа, освоение космического пространства.

I. Основные проблемы землян

История развития человечества (человеческих цивилизаций) до сих пор является глубокой тайной. Кто мы? Откуда? К чему стремимся? В настоящее время эти вопросы вновь волнуют людей. В обозримом прошлом (несколько сотен лет и более тому назад) они не очень волновали людей, либо волновали отдельные личности, имена которых до нас не дошли. В те времена больше беспокоили проблемы выживаемости племен, стран, регионов, которые разрешались, в конечном итоге, путем драк и войн. На протяжении всей истории своего существования человечество занималось самоуничтожением. Проблемы выживаемости совокупности всех людей планеты не возникали.

В настоящее время в связи с развитием технологии средств уничтожения живого (оружие массового уничтожения – ОМУ) и средств их автоматической доставки в любую точку планеты задача уничтожения всего человечества стала реально осуществимой. Более того, имеются средства уничтожения всего живого без решения проблемы их доставки. Достаточно его использовать в необходимом количестве в любой точке планеты (даже в собственной стране) и смерть всего живого будет достигнута естественным способом без использования специальных средств доставки.

Можно ли выжить в таком мире? Кто мы такие? Почему мы не можем договориться? Что нам нужно? Смешно наблюдать, как одна и та же проблема мирного сосуществования человечества регулярно обсуждается главами правительств, в ООН, на специальных форумах специалистов из различных сфер жизни и деятельности людей, но с каждым годом она становится все более сложной и неразрешимой. В чем дело? Ведь человек разумный! А может быть, нет? Или, может быть, он решает не те проблемы, которые ведут к выживанию человечества?

Безусловно, надо считать, что человек разумный, так как мы существуем в пространстве возможностей его разума. Поэтому остается рассмотреть предположение, что он решает не те проблемы, которые ведут к выживанию. Так в чем же его заблуждения? Откуда они возникают? Что является источником этих заблуждений? Каковы основные заблуждения текущего момента существования человечества?

Основные заблуждения планетарного масштаба можно разбить на два типа. Первый тип заблуждений – это естественные заблуждения, основанные на современном уровне развития науки, последние достижения которой естественным образом влияют на выработку новых идей разумного сосуществования человечества. Но нужно знать и

помнить, что любое научно обоснованное, даже математически доказанное утверждение (теорема) лишь условная истина, справедливая при некоторой фиксированной системе постулатов (аксиом). Достаточно изменить систему аксиом (постулатов) и истина окажется иной. Сравните результаты геометрии Евклида и геометрии Лобачевского – это пример из математики. Или философский результат о том, что «коммунизм – есть высшая стадия развития общества» (стадии: рабовладельческая, феодальная, капиталистическая, коммунистическая). Таких примеров можно привести много, и их можно найти в любой отрасли научных знаний. Мне удалось математически обосновать утверждение о том, что «единица (квант) знаний» порождает двойную экспоненту незнаний. Из этого, в частности, следует, что только научными методами мир не может быть полностью познан. И далее следует, что, в конечном итоге, полное познание истины может прийти через некоторую «веру» в наличие истины, т.е. мы приходим к выводу, что с развитием науки эта «вера» (не буду говорить, в кого или во что) будет возрастать. «Веру» я здесь рассматриваю в самом общем виде, не только как веру в Бога, – это встречается во всех видах культуры (живопись, скульптура, музыка, литература и т.п.), во всех областях деятельности человека, где нет формального определения что «хорошо», что «плохо», что «лучше», а что «хуже».

Таким образом, находясь под влиянием одного естественного «научно обоснованного» заблуждения, человечество развивается до его упразднения и переходит к другому естественному «научно обоснованному» заблуждению и т.д., человечество бредет в потемках, переходя от одного заблуждения к другому. Плохо это или хорошо? Ничего плохого в этом нет. Это и есть естественно-научный путь развития человечества, это и есть, собственно, наша жизнь. В конечном итоге, человек разумный восклицает: «Я знаю, что ничего не знаю!». И, как говорит История, это впервые воскликнул Сократ. Не все до конца осознают великий смысл этих слов. Это высказывание является великим знанием, которое осенило Сократа: он понял, что он ничего не знает об устройстве мира, так как знания, которые завоевывает у Природы Человек, не дают познание абсолютного знания о Мире. Ничего в этом удивительного нет, и этого не может быть, так как выше упоминалось, что единица знания порождает двойную экспоненту незнания. Однако Сократ не обосновывал это знание математически, он своим гениальным умом это знание почувствовал, и оно ему «раскрылось». Он кратко сформулировал это знание в виде прекрасной краткой фразы: «Я знаю, что я ничего не знаю». Я считаю, что эту фразу можно принять в качестве основного закона человеческого разума. Поэтому каждый раз при прогнозировании сложных процессов на большом интервале времени нужно не забывать об этом законе.

И всякие прогнозы мудрецов, особенно в области социальных процессов, нужно оценивать критически и с большой долей скепсиса. В противном случае мы можем оказаться в плену всевозможных некачественных, неверных и часто преднамеренно ложных прогнозов, которые нелегко опровергнуть, так как они опираются на последние достижения науки, которые, как упоминалось выше, могут оказаться неверными. Среди этих неверных прогнозов в качестве второго типа заблуждений необходимо выделить преднамеренно ложные прогнозы, которые создаются и распространяются группой лиц, специальными организациями или странами с целью достижения каких-либо корыстных целей. В качестве особо крупных ложных прогнозов мирового масштаба, приведших к крупным заблуждениям странового и планетарного масштаба, можно привести следующие: победа коммунизма во всех странах, возможность построения коммунизма в одной отдельно взятой стране, СССР – империя зла, звездные войны, правомерность агрессии в Югославии, наличие ядерного оружия в Ираке, пропаганда

многополюсного мира, тенденции современного глобализма, современный экономический кризис.

Прессирование этих заблуждений привело к ухудшению экономического положения и развалу многих развивающихся стран, и, как итог, к улучшению экономического положения в некоторых развитых странах. Все отрицательные последствия таких заблуждений скрыть невозможно, и потому возникают новые идеи – заблуждения. В настоящее время муссируется идея глобализации основных экономических и социальных процессов на планете: глобализация преподносится как планетарный процесс, приводящий к улучшению жизни на Земле. Эта идея является притягательной для всех жителей планеты, особенно для развивающихся стран, которые, как правило, сохранили в своей стране достаточные объемы природных ресурсов и рассчитывают за счет глобальных процессов, способствующих распространению новых технологий и инноваций от развитых стран, повысить жизненный уровень населения в своих странах. Время показало, что основную выгоду опять получили развитые страны за счет более интенсивного использования в своих экономиках природных ресурсов менее развитых стран. Как это происходит, каков механизм, используемый развитыми странами, позволяющий зачастую даже мирным путем использовать различные ресурсы слаборазвитых стран для систематического повышения жизненного уровня людей в собственной стране?

Неожиданно быстрый распад могучей страны – СССР заставил глубоко задуматься о причинах этой катастрофы людей, ранее не занимавшихся профессионально проблемами, традиционно относящимися к политологии, истории, философии и другим гуманитарным наукам.

Задумался над этим и я – профессиональный математик. В область моих профессиональных интересов входили: методы оптимизации и имитации, задачи регуляризации, принятие решений при многих критериях в псевдометрических пространствах, компьютерные человеко-машинные системы для различных региональных технико-экономических систем. Эти вопросы разрабатывались с достаточно серьезными математическими обоснованиями. Объектами исследования были нефтяные и газовые месторождения и районы, а также другие отраслевые и многоотраслевые территориальные системы. Результаты региональных разработок были обобщены в монографии «Математические методы регионального программирования» (М.: Наука, 1989. 300 с.) и в брошюре «Развитие энергетики и пути устойчивого развития мира» (М.: Нефть и газ, 1997. 58 стр. Серия «Академические чтения», вып. 11).

С 1991 г. я стал изучать глобальные проблемы: особенности развития человеческих цивилизаций, вопросы межгосударственных взаимодействий, геополитические и геоэкономические аспекты взаимодействия стран и народов и их влияние на судьбы стран и цивилизаций. При этом естественным профессиональным желанием было обнаружить некоторые фундаментальные закономерности, которые, с одной стороны, позволили бы объяснять предысторию развития стран и цивилизаций и, с другой стороны, позволяли бы делать достаточно обоснованные прогнозы их дальнейшего развития.

Полученные результаты были опубликованы 20 лет назад в «Независимой газете» в большой статье «Россия и геополитическая стабильность мира», в которой делается вывод: «У нас есть все возможности, чтобы достойно выйти из кризиса и создать условия для устойчивого развития человечества» (Приложение к «Независимой газете» – НГ-сценарии, 11 сентября 1997 г.), а также в работе «Геополитический и геоэкономический анализ мира на основе энергетических факторов» (М.: ВЦ РАН, 2001. 98 с.).

II. **Научно-философский подход Н.Н. Моисеева**

Здесь я хочу привести один абзац из глубокой научно-философской работы Никиты Николаевича Моисеева, память которого мы сейчас отмечаем в связи со 100-летием со дня его рождения. Текст взят из его доклада «Идеи естествознания и общественные науки» 1991 г. на сессии общего собрания Академии наук СССР.

«Уместно ли обсуждение абстрактных общеметодологических вопросов сейчас, в период поисков конкретных решений, необходимых для выхода страны из кризиса? Я думаю, что они не только уместны, но даже необходимы. От философии ждут взгляда на будущее, указание на те пути, которые открываются в переломные моменты истории. Одна из причин неудач последних лет как раз и состоит в отсутствии четкой философской позиции, когда на смену старым неоправдавшим себя политическим и экономическим концепциям не пришли новые, основанные на современном видении реальности. Предлагаемый доклад – это попытка поиска такого ракурса рассмотрения методологических проблем, в котором все основные процессы, протекающие в мире (в том числе, и в нашей стране) можно было бы изучать с некоторой единой точки зрения как составляющие общего мирового процесса развития. Такая общая точка зрения позволяет говорить о логике выбора и наших возможностях его реализации.

…Несмотря на расширение спектра научных исследований и появление разнообразных пограничных дисциплин, многим казалось, что разделение гуманитарных и естественнонаучных знаний с течением времени становилось все более глубоким.

Разумеется, нельзя говорить о синтезе обществоведения и естествознания в таком же смысле, как это имеет место, например, в пограничных областях химии и биологии. Но "картины мира", формирующиеся в нашем сознании, при всей их неоднозначности, несут в себе, пусть и весьма опосредованно, те общие взгляды на природу и общество, которые сформировались под воздействием обеих сфер научной мысли и не без взаимного влияния.

Расширение круга научных изысканий неизбежно отдаляет различные направления друг от друга. Но одновременно растет и их взаимное влияние: известная гуманитаризация естествознания и техники, происходящая в последние годы, и расширение общих представлений о содержании культуры, идущее со стороны естествознания, кажется, подтверждают такую точку зрения. Я думаю, и внимательный анализ это покажет, что в XX веке связь естествознания, философии и обществоведения проявлялась достаточно отчетливо и ее исследование представляет интересное направление будущих исследований как в области истории наук, так и философии.

Другая линия связана с развитием русской общественно-научной мысли. Я думаю, что долгое время эта линия по-настоящему не была изучена и оценена, хотя именно ей мы обязаны появлением ряда основополагающих идей XX века…

Это было не философское учение и, тем более, не научная школа, а именно умонастроение, согласно которому Природа и Человек со всеми его мыслями суть взаимовлияющие части некоего единого целого.

…Подобные идеи единства разделялись людьми самых разных взглядов, убеждений, профессий. И я думаю, что феномен Вернадского мог возникнуть только в той атмосфере, которая создавалась этим умонастроением в кругах русской научной интеллигенции. И не только Вернадского. Глубокое внутреннее ощущение единства всей природы, включенность человека в Космос было одной из причин появления в русском естествознании и определенной ориентации мысли и характера исследовательской деятельности. Не случайно в нашем естествознании возникла ориентация на такие постановки научных проблем, которые мы сегодня назвали бы общесистемными».

Далее, говоря о возможности коэволюции человека и биосферы, Н.Н. Моисеев пишет: «Вопрос о возможности вступления человечества в эту эпоху остается открытым. Все зависит от того, насколько оно окажется способным найти необходимый компромисс между

тенденциями кооперативности, т.е. разумной согласованности разнообразных интересов различных общественных образований, без которой невозможно обеспечить прогресс и выживаемость вида homo sapiens, и индивидуализмом, национализмом, амбициями и невежеством».

Удивительно, что в своей работе Н.Н. Моисеев не упоминает выдающегося русского ученого Льва Ильича Мечникова (1838-1888), брата Ильи Ильича (1845-1916) – лауреата Нобелевской премии, одного из основоположников сравнительной патологии, эволюционной эмбриологии, создателя теории происхождения многоклеточных организмов.

III. Лев Ильич Мечников и его взгляд на формирование человеческой цивилизации

Лев Ильич Мечников почти неизвестен в нашей стране. Я познакомился с его книгой «Цивилизация и великие исторические реки», случайно купив ее в одном из магазинов Москвы. Я давно не получал такого удовольствия от чтения научной книги, посвященной исследованию сложнейшей проблемы формирования человеческих обществ, на основе которых образуются цивилизации. Поражает простота изложения сложнейшей проблемы формирования человеческих цивилизаций. Он владел восемью иностранными языками, на которых разговаривал, писал и читал лекции. Я считаю, что все, ознакомившиеся с этой книгой, получат большое удовольствие. Пересказать все невозможно. На меня большое впечатление произвел результат, который Мечников получил, исследуя процесс возникновения древнейших цивилизаций, которые образовались в долинах крупнейших исторических рек: Нил, Тигр и Евфрат, Инд и Ганг, Хуанхэ и Янцзы. Проведя кропотливые долголетние исследования как географ, историк и великий ученый, он пришел к простому выводу о причинах возникновения и гибели в их долинах крупнейших человеческих цивилизаций и теоретически обосновал его.

Вывод таков: различные племена людей древнейших времен селились на берегах крупных рек, так как в этих местах были условия для их проживания – вода, пища, хорошие земли вдоль течения рек. Постепенно в тех же местах селились другие племена людей. Началась совместная жизнь людей, отличающихся друг от друга языком, общей культурой, типом еды, обычаями. Вначале жизнь между ними проходила достаточно спокойно. Они взаимно обогащались знаниями, технологиями, культурой. Но с увеличением общей численности населения возникают трудности, связанные с ограниченной способностью региона их проживания. Разрешение возникающих конфликтов может произойти двумя способами:

1) враждующие племена договариваются о способах дальнейшего совместного проживания, формулируют правила их исполнения и строго их соблюдают. В этом случае совместное проживание продолжается и совершенствуется и в конечном итоге может привести к формированию соответствующего типа цивилизации;

2) люди не могут договориться. Тогда совместная цивилизация построена быть не может и наступает мучительный процесс самоуничтожения.

Напомню, что к этому выводу Лев Ильич пришел в результате многолетнего и кропотливого труда по изучению истории возникновения различных цивилизаций в долинах великих исторических рек.

В книге Мечникова содержится много других интереснейших результатов, но мне необходимо было отметить этот для изложения моих результатов, имеющих непосредственное отношение к геополитическим проблемам на нашей планете.

IV. Методы оценки геополитической ситуации В.Р. Хачатурова

Приведу основные теоретические и практические результаты, которые могут быть использованы при оценке современной геополитической ситуации на нашей планете.

Ниже я считаю наш мир связным, в котором любая страна достижима с территории другой страны одним из видов существующих коммуникаций (транспортным путем, военным путем или информационным и т.д.).

При этих условиях обоснованы следующие результаты.

1. В связном мире число геополитических полюсов не превышает двух. (В случае неиспользования оружия массового поражения.) То есть человечество может жить в трех состояниях: либо в бесполюсном мире, либо в однополюсном мире, либо в двухполюсном мире. Это положение может быть принято в качестве основного закона геополитики.

Все остальные состояния соответствуют периодам геополитической нестабильности, что соответствует нынешнему состоянию мира. Однополюсный мир является геополитически нестабильным. Геополитически стабильными являются двухполюсный мир и бесполюсный мир, причем бесполюсный мир может возникнуть в результате глобальных катастроф (экономических, природных и военных с использованием оружия массового уничтожения).

2. Многополюсные миры (более двух) могут возникнуть лишь в случае оснащения полюсов оружием массового уничтожения, поэтому пропаганда многополюсного мира равносильна пропаганде распространения оружия массового уничтожения (что и происходит в настоящее время). Будем называть такие миры (и соответствующие им полюса) политическими.

3. Объективным итогом геополитического процесса будет формирование геополитических полюсов, а политические полюса являются отражением сиюминутной договоренности субъектов, участвующих в реальном историческом процессе, которые «в случае надобности» могут нарушать любые дипломатические договоренности.

4. Период геополитической нестабильности сопровождается формированием новых (по составу стран) полюсов и переходом мира в новые состояния, соответствующие одному из вышеперечисленных вариантов развития.

5. Геополитическая стабильность мира является необходимым и потому обязательным условием устойчивого развития человечества. Следовательно, устойчивое развитие после стабилизации возможно либо в бесполюсном мире, либо в двухполюсном мире.

6. Современный мир стремится к двухполюсному варианту развития.

7. Географическое пространство, занимаемое Китаем и Индией, является геополитическим центром мира.

8. Глобальные геополитические процессы на планете объективно инициируются геополитическим центром мира.

9. В ходе формирования двухполюсного мира формируются два полюса: стабильный геополитический полюс, включающий в себя геополитический центр мира, и второй, нестабильный, геополитический полюс. (В настоящее время стабильный полюс может образоваться на основе стран ШОС, а нестабильный – на основе стран, входящих в НАТО.) С течением времени состав полюсов может меняться, причем нестабильный полюс меняется чаще, чем стабильный.

10. В двухполюсном мире возможно геополитическое образование, названное геополитической осью мира. Геополитической осью называется страна (или группа стран), входящая одновременно в стабильный и в нестабильный полюса.

По оценке ведущих специалистов (А.Дж. Тойнби, К. Ясперс и др.), за всю историю развития человечества существовала 21 цивилизация, сейчас осталось 5 видов: европейская, индийская, исламская, китайская, православная. Остальные цивилизации либо вымирающие, либо представляют собой некий симбиоз из перечисленных.

Дореволюционная Россия, затем СССР, современная Россия, страны СНГ, сохраняя дружественные отношения с другими цивилизациями стран Запада и Востока, играли и играют роль геополитической оси мира.

Как показала история, глобальное предназначение этой геополитической оси мира (группа стран, которую часто называют Евразией) заключалось в выполнении ею буферных и объединительных функции между цивилизациями.

11. История демонстрирует следующие закономерности:

- начиная с XVI века, Россия всегда входила в стабильный полюс;
- в те исторические периоды, когда Россия входила одновременно в блоки стран, образующих стабильные и нестабильные полюса, мир характеризовался глобальной геополитической стабильностью;
- попытки исключить Россию из нестабильного полюса приводили к глобальной геополитической нестабильности, отрицательные последствия которой в первую очередь ощущали на себе страны, пытавшиеся создать нестабильный полюс без России.

12. Итак, мы установили возможность существования в нашем мире двух геополитических полюсов (стабильного и нестабильного) и геополитической оси.

До недавнего времени основу стабильного полюса составляли Китай, Индия, СССР, а основными странами нестабильного полюса были Европа, США, СССР. Геополитической осью является геополитическое пространство, занимаемое странами бывшего СССР.

13. Мы установили также, что изменение полюсов ведет к глобальной геополитической нестабильности, приводящей к крупномасштабным войнам и революциям. Чтобы избежать этого, нельзя изменять блоки стран, сформировавших к настоящему моменту стабильный и нестабильный полюса. Новые цивилизации должны формироваться вокруг блоков стран, сформировавших эти полюса.

14. Страны с европейским типом культуры тяготеют к нестабильному полюсу.

Однако не все страны с восточным типом культуры тяготеют к стабильному полюсу, так как испытывают на себе большое влияние европейской цивилизации (например, некоторые страны, относящиеся к исламской цивилизации).

15. *Вокруг нестабильного полюса должна сформироваться новая цивилизация (назовем ее западной цивилизацией) путем взаимообогащения европейской, православной и исламской цивилизаций. Вокруг стабильного полюса должна сформироваться новая цивилизация (назовем ее восточной цивилизацией) путем симбиоза китайской, индийской и православной цивилизаций (возможно, и исламской).*

Реализация этого варианта дает устойчивую красивую картину мира. Приведем слова Николая Рериха: «И теперь перед нашими глазами стоят так называемый Запад и так называемый Восток. Они смотрят проницательно друг на друга. Они проверяют каждое движение друг друга. Они могут быть ближайшими друзьями и сотрудниками. Запад может легко понять основные принципиальные идеи Востока и хранить вечную мудрость, которая исходит из той части мира, откуда фактически произошли все религии и все вероучения. А Великий Восток следует открытиям Запада и ценит достижения этих творческих умов».

16. *Такое взаимопонимание западной и восточной цивилизаций дает не только гармоничную картину мира с более богатой духовной жизнью людей, но будет также способствовать развитию прагматических устремлений человечества.*

В случае образования двух цивилизаций (западной и восточной) восточная цивилизация не только обогатит европейскую цивилизацию глубоким внутренним духовным содержанием, но и даст навыки бережного и экономного расходования природных ресурсов и сохранения тысячелетних культурных традиций.

Так, Китай, имея на одного человека в три раза меньше территории, чем в среднем по планете, обеспечивает жизнь более чем миллиардному населению своей страны. Индия с миллиардным населением в этом смысле еще более показательна. На одного человека в этой стране приходится территория, которая меньше средней величины в шесть раз. Из этого следует, что если бы весь мир исходил из жизненных принципов, принятых в Китае или в Индии, то это было бы равносильно увеличению природных ресурсов нашей планеты в два или в четыре раза соответственно.

Вот где находятся резервы природных ресурсов планеты! Они скрыты в менталитете людей, в их духовном и культурном мире!

17. После распада СССР двухполюсный мир, который был в период так называемой «холодной войны» и обеспечивал достаточно высокую стабильность в отношениях между государствами, был разрушен. Наступил период геополитической нестабильности. Мир стал развиваться в сторону однополюсности. Инициатором этой идеи выступали США, считая, что этот полюс образуют государства НАТО во главе с ними. Это было очередное заблуждение США, которое по внешним признакам напоминало правду. В этот период мир ощутил опасность однополюсного мира: проявились его агрессивность и вседозволенность. Появилось уникальное историческое образование: государство-террорист. Стала происходить цепочка событий, приведших к разрушению суверенных государств (Югославия, Ирак, Египет, Ливия). Чувствуя безнаказанность, этот процесс стал расширяться. Сейчас он остановился на попытке разрушить Сирию и Иран.

18. Этот процесс в настоящее время стал затихать, поскольку мы сейчас являемся свидетелями усиления содружества государств ШОС (Китай, Россия, Казахстан, Киргизия, Узбекистан, Таджикистан; недавно в состав ШОС вошли Индия и Пакистан). Ряд других крупных государств изъявили свою готовность также войти в ШОС (в их числе Афганистан, Иран, Монголия, Туркмения и другие). В ближайшее время мир выйдет из периода геополитической нестабильности и войдет в двухполюсное состояние своего развития. Можно считать, что ШОС практически сформировался в качестве стабильного полюса в июне 2011 года, так как 14-15 июня 2011 года в Астане страны ШОС приняли Меморандум об обязательстве государств, заявивших о получении статуса государства – члена ШОС.

19. Освоение космического пространства – всемирный проект землян.

Основная задача землян: *необходимо найти и четко сформулировать проблемы, которые должен решать человек, чтобы избежать гибели своей цивилизации, и их решение сделать общей целью жизнедеятельности землян.*

Приведенные выше исследования достаточно ясно показывают, что глобальная стратегия всех ведущих стран мира должна заключаться в стремлении сохранить блоки стран, образующих геополитические полюса. *Особенно опасна всякая политическая, экономическая и пропагандистская деятельность, направленная на изменение геополитической оси.* Теперь нетрудно, пользуясь основным законом геополитики, предсказать глобальные катастрофы, которые за этим могут последовать.

В настоящее время на высоком профессиональном уровне на различных форумах и в средствах массовой информации обосновывается тезис, что широкое освоение космического пространства не под силу одной стране и что необходима кооперация стран. Этот тезис подтверждается опытом ведущих космических держав при организации работ по подготовке полетов на Марс. Полет на Марс является крупной задачей в общей проблеме освоения космического пространства. В связи с этим возникает вопрос, какие страны могут объединяться в блоки для совместного решения такой проблемы. От решения этого вопроса зависит геополитическая стабильность мира, безопасность жителей планеты, так как блоки стран, способные решать проблемы

освоения космического пространства, могут также обладать огромным военным потенциалом и представлять угрозу для человечества.

При решении вопроса о создании блоков стран, способных практически реализовывать процесс освоения космического пространства, естественно считать целесообразным создание двух блоков, один из которых должен находиться на стабильном, а другой на нестабильном полюсах, что сохранит баланс между двумя геополитическими полюсами. В противном случае количество блоков стран, имеющих оружие массового уничтожения, будет больше двух, а соответствующие им политические блоки стран будут находиться на высоком техническом уровне и иметь оружие массового уничтожения в космосе. Это приведет мир в состояние геополитической нестабильности, грозящее крупными войнами с использованием оружия массового уничтожения не только на планете, но и в космосе, что может, в конечном итоге, привести к гибели человеческой цивилизации.

Предложенная модель двухполюсного мира является наилучшей формой ближайшего этапа устойчивого развития человеческой цивилизации. После него может наступить следующий этап – переход к миру с единой цивилизацией землян. Однако это может произойти безболезненно лишь в том случае, если уровень развития цивилизации в двухполюсном мире будет настолько высок, что основными задачами землян станут задачи планетарного и внепланетарного значения. Например, следующие задачи: космическая энергетика, охрана окружающей среды, освоение Луны и ближайших планет, защита от внеземных объектов (метеориты, астероиды, кометы и др.) или существ (внеземные цивилизации и сосуществование с ними?), расселение и сохранение цивилизации землян при невозможности сохранения жизни на Земле. В этом случае рассматриваемое геополитическое пространство будет включать Землю и околоземное пространство. Поэтому, *следуя основному закону геополитики, мы опять будем иметь возможность жить в двухполюсном мире в этом расширенном геополитическом пространстве: один полюс - это цивилизация землян, другой полюс - обобщенная внеземная цивилизация (космос).*

Таким образом, путь устойчивого развития человечества проходит через двухполюсный мир (с западной и восточной цивилизациями) к двухполюсному миру в расширенном геополитическом пространстве с единой цивилизацией землян, объединенных общей целью решения вопросов освоения космического пространства и защиты цивилизации от возможной гибели.

Освоение космического пространства должно стать основной идеей развития человеческой цивилизации, позволяющей людям объединить все свои интеллектуальные усилия и ресурсы и создать единую цивилизацию землян. Вера в существование совершенства во всех сферах деятельности человека может привести к объединению всех религий. Страны мира должны объединить свои усилия для разработки и реализации комплексного проекта освоения космического пространства. Участие всех стран мира в реализации такого проекта снимет многие проблемы, кажущиеся непреодолимыми при попытке реализовать его какой-либо одной страной или небольшой группой стран. Эти проблемы связаны с обеспеченностью природными и трудовыми ресурсами, энергией, современными технологиями, инвестициями.

Создание двух блоков стран для решения проблем освоения космического пространства, один на стабильном, а другой на нестабильном геополитических полюсах в двухполюсном мире, будет способствовать геополитической и экономической стабильности мира. После возникновения единственной цивилизации землян эти два блока естественным образом преобразуются в единственный блок, представляющий единую цивилизацию землян, основной целью которой будет двуединая задача:

1) совершенствование жизни на Земле и улучшение жизни землян;

2) совершенствование лика Земли и освоение космического пространства.

У некоторых людей часто возникает вопрос: «Для чего нужно тратить огромные силы, средства, ресурсы на различные космические программы и проекты, когда у нас и на Земле так много нерешенных проблем?». На этот вопрос существует достаточно обоснованный ответ: для того, чтобы исключить возможность гибели человеческой цивилизации. Этому посвятили свои жизни К.Э. Циолковский, В.И. Вернадский, С.П. Королев, Ю.А. Гагарин и многие другие, пока еще менее известные, гении.

Решение задач, связанных с освоением космоса, сделает жизнь людей осмысленной и благородной, достойной жизни «homo sapiens». Всякий, кто знаком с историей возникновения и развития сохранившихся цивилизаций, может самостоятельно прийти к следующему выводу, что *совместное освоение космического пространства всем человечеством есть единственная надежда на построение мирной жизни на земле, где господствует справедливость и торжествует человеческий разум.*

20. Об устойчивости двухполюсного мира.

Возникает вопрос о долговечности двухполюсного мира. Почему этот вопрос возникает? Во время «холодной войны» двухполюсный мир позволил народам жить без крупных войн почти 50 лет. Однако это объясняется взаимным страхом из-за опасности использования сторонами оружия массового уничтожения, который возникал из-за абсолютного несовпадения целей существования. Если бы цели у двух сторон были совпадающими, то сложившийся в то время двухполюсный мир, возможно, не был бы разрушен.

Общая цель у двух полюсов должна быть найдена, так как ресурсы на Земле ограничены и, как показывают известные научные исследования, Земля прошла пик своего развития и жизнь на Земле приближается к гибели человеческой цивилизации, например путем использования оружия массового уничтожения, при приближении к ситуации критической дефицитности ресурсов.

Единственный выход, сохраняющий земную цивилизацию, – это объединение усилий всех землян на проблеме освоения космического пространства. Это и должно быть общей целью для двух полюсов.

Первейшей задачей в настоящее время является создание Всемирного комитета для разработки совместного проекта по научному поиску и обоснованию путей реализации вышеперечисленных задач. Поэтому можно предложить странам ШОС при формировании его состава провозгласить целью ШОС двуединую задачу:

1) совершенствование жизни па Земле и улучшение жизни землян;

2) совершенствование лика Земли и освоение космического пространства.

Примеру стран ШОС должны последовать страны НАТО. В этом случае благодаря общей непротиворечивой цели на Земле воцарится мир и порядок. Страны ШОС могут предложить странам БРИКС объединить усилия входящих в их союзы стран для решения двух вышеуказанных задач. Далее страны ШОС и БРИКС могут предложить странам НАТО присоединиться к решению проблем совершенствования жизни на Земле и освоения космического пространства как единственной непротиворечивой цели существования и развития земной цивилизации.

Общий вывод

Вся история развития человечества показывает, что человек создан для освоения территорий: земных, водных, воздушных и безвоздушных. Мозг человека способен понимать и ощущать самые разнообразные пространства: чувственные, многомерные – теоретические, эмоциональные и создавать новые. Человек должен научиться жить вне Земли, что позволит ему создавать новые, ныне непредставимые и кажущиеся фантастическими, технологии выживания.

СИСТЕМА МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ ВОЗДЕЙСТВИЯ ВЫБРОСОВ АЭРОЗОЛЬНЫХ ПРИМЕСЕЙ НА ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ[1]

А.В.Шатров

Вятский государственный университет,
факультет компьютерных и физико-математических наук,
кафедра математического моделирования,
Россия, 610000, г. Киров, ул. Московская 36.
Тел.: (8332)742-625, факс: (8332)647-913,
e-mail: avshatrov1@yandex.ru

Аннотация. Задачи охраны окружающей среды (ОС) требуют последовательного исследования процессов переноса, локальных концентраций видов загрязняющих веществ (ЗВ) и способов их утилизации в различных средах. Для этих целей важнейшим средством является создание моделей, позволяющих адекватно оценивать и прогнозировать процессы загрязнения ОС и масштабы возможных последствий. В данной работе предусматривается создание на основе разработанных математических моделей и комплексов программ системы анализа и мониторинга состояния атмосферных потоков в окрестностях захоронения и использования полигонов твердых бытовых отходов (ТБО), также крупных предприятий на территории Кировской области. На основе данных Министерства охраны окружающей среды (МинООС) планируется создание интерактивной карты полигонов ТБО и потенциально опасных источников промышленных загрязнений в геоинформационной системе (ГИС).

Ключевые слова: математическое моделирование, процессы переноса аэрозолей, приземный пограничный слой,

Введение. Исходная математическая модель процессов переноса ЗВ атмосферными потоками представляет собой систему дифференциальных уравнений в частных производных в приближении пограничного слоя вязкого газа с учетом эффективного турбулентного переноса. Уравнения составлены для описания движения атмосферного воздуха и процессов переноса загрязнений в виде концентрации аэрозольных частиц как естественного (пыль, частицы механического и растительного происхождения, биогаз – так называемый «свалочный газ») так и техногенного типа (выбросы промышленных предприятий, остатки горения площадных пожаров, микроорганизмы и микозы как результат жизнедеятельности городской агломерации).

Одними из наиболее распространенных источников ЗВ являются полигоны ТБО. Ежегодно в окрестностях города с миллионным населением образуется примерно 3,5 млн. тонн мусора. Полигон ТБО – это природоохранное сооружение, которое предназначено для складирования ТБО и которое обеспечивает защиту от загрязнения атмосферы, почв, подземных и поверхностных вод. Данные полигоны препятствуют распространению патогенных микроорганизмов за пределы площадки складирования и обеспечивают обеззараживание ТБО биологическим способом. Так как полигон ТБО концентрирует большие объемы загрязняющих веществ, он всегда представляет серьезную опасность, являясь объектом потенциального загрязнения.

[1] Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ 16-07-20394.

Постановка задачи переноса ЗВ предполагает использование последовательности математических моделей, построенных по принципу Н.Н. Моисеева [1] «от простого к сложному». Эта последовательность определяется выбором масштаба моделирования. Если мы определяем некоторую, достаточно малую окрестность области распространения ЗВ за конечный отрезок времени, то вполне обосновано применение упрощенных, в том числе стационарных моделей, допускающих точные решения. При этом можно принимать неизменными многие параметры внешней среды, например, считать поле скоростей известным, задавая его по результатам измерения в моделируемой области. В случае задач с протяженной геометрией, или с достаточно мощными источниками ЗВ, например, при оценке выбросов от крупных промышленных предприятий, необходимо учитывать сложную динамику поля скоростей и температур, неоднородность поверхности и граничных условий. В настоящее время существует достаточно большой научно-практический интерес к математическому моделированию процессов загрязнения ОС, в том числе к моделированию процессов переноса ЗВ. Одной из центральных работ по математическому моделированию в ОС является книга Г.И. Марчука, вышедшая в 1982 году – «Математическое моделирование в проблеме окружающей среды» [2]. В дальнейшем исследования по переносу ЗВ в атмосфере продолжены в научной школе Г.И. Марчука и В.П. Дымникова [3-6]. В работе [7] представлена система моделирования и мониторинга, позволяющая проводить сценарные оценки экологических перспектив для регионов и городов при одновременном воздействии естественных и антропогенных факторов на ОС. Следует отметить, что в указанных публикациях рассматриваются в основном макроскопические процессы динамики и переноса. В данной работе представлена система моделей по оценке воздействия аэрозольных примесей на ОС в микро- и мезомасштабах, что является актуальным при учете работы действующих полигонов ТБО. Ранее данный подход был реализован для расчета переноса ЗВ от крупных предприятий г. Кирова [8-10].

В Кировской области существует около 400 свалок и 21 полигон ТБО, их расположение показано на рис.2-3. Однако требованиям российского законодательства удовлетворяет лишь небольшое количество объектов - полигоны Костино, Лубягино в городе Кирове, а также в Слободском, Яранске, Омутнинске, поселке Восточном и Нижне-Ивкино (Куменский район). Ввод в строй большинства данных объектов состоялся в период между 2012 г. и 2013 г. Остальные места, используемые для хранения отходов, являются свалками.

Полигоны возводились в 90-е гг. XX в. за счет активов внебюджетного экологического фонда. В частности, полигоны в гг. Яранске, Омутнинске, в городе Кирове (Лубягино) были построены именно в этот период. Однако часть объектов оказалась завершена не полностью. В 2013 г. ситуация в данной области начала меняться – определились несколько объектов, финансирование которых стало приоритетной задачей. Этими объектами являются полигоны в гг. Слободском, Вятских Полянах, поселке Нижне-Ивкино.

Постановка упрощенных стационарных задач. Процесс переноса и диффузии ЗВ удобнее рассмотреть сначала на простейших примерах одномерных задач, постепенно усложняя их математическую постановку. Если предположить, что нас интересует распределение ЗВ в некоторой окрестности источника загрязнений за относительно небольшой промежуток времени, то вполне можно использовать одномерное стационарное приближение с учетом диффузии и адвективного переноса. Данный подход рассматривается в [2]. Уравнение переноса концентрации примеси φ имеет вид

$$u\frac{d\varphi}{dx}+\sigma\varphi=\mu\Delta\varphi+Q\delta(x-x_0), \tag{1}$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} &x\to-\infty: \quad \varphi=0\\ &x\to\infty: \quad \varphi=0 \end{aligned}, \tag{2}$$

где u -скорость ветра в направлении оси Ox считается заданной и постоянной, σ - коэффициент взаимодействия примеси с воздухом, показывает, какая часть примеси остается в потоке, μ - коэффициент диффузии, Q - мощность точечного источника загрязнений, x_0 - координата расположения источника, $\delta(x-x_0)$ - дельта-функция. Уравнение (1) с условиями (20) имеет точное решение, которое можно с учетом принятых допущений считать оценкой «сверху» для распределения примеси в окрестности локального источника. С учетом сингулярности в точке x_0 решение имеет вид

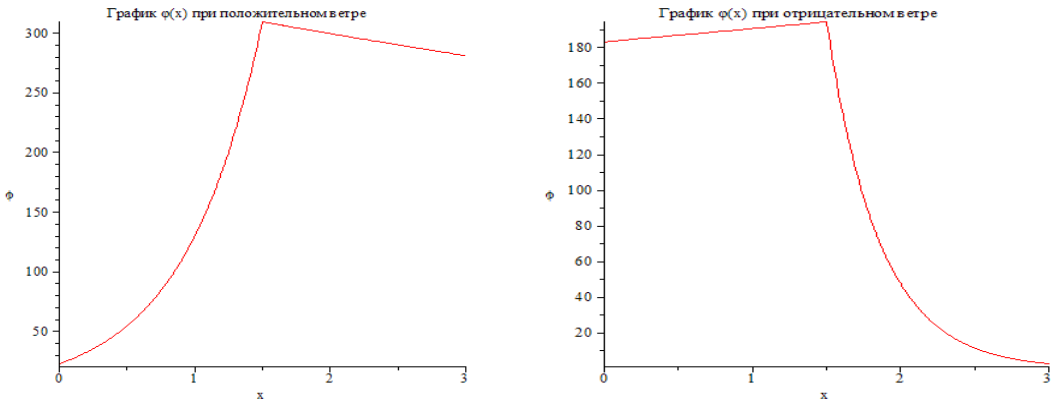
$$\varphi(x)=\begin{cases} \dfrac{Q}{\sqrt{4\mu\sigma+u^2}}\exp\left[-\left(\sqrt{\dfrac{\sigma}{\mu}+\dfrac{u^2}{4\mu^2}}+\dfrac{u}{2\mu}\right)(x_0-x)\right], & x\le x_0\\ \dfrac{Q}{\sqrt{4\mu\sigma+u^2}}\exp\left[-\left(\sqrt{\dfrac{\sigma}{\mu}+\dfrac{u^2}{4\mu^2}}-\dfrac{u}{2\mu}\right)(x-x_0)\right], & x\ge x_0 \end{cases} \tag{3}$$

Решение (3) описывает частный случай переноса примеси с постоянными входными данными. Однако набор таких частных решений можно использовать при более сложных реальных ситуациях, которые возникают в различных периодах времени, характерные масштабы которых известны. Пусть после каждого такого периода происходит перестройка движения и образуется новое стационарное состояние. При этом время перестройки много меньше характерных периодов существования стационарных состояний. Тогда в каждый из этих периодов можно рассматривать независимые задачи (1), (2) и получать соответствующие решению (3) распределения. Допустим, что сначала скорость ветра была равна $u_1>0$, затем ветер переменился, и его скорость стала равна $u_2<0$. В этом случае для каждого из периодов получим свои решения:

$$\varphi_1=\begin{cases} \dfrac{Q}{\sqrt{4\mu\sigma+u_1^2}}\exp\left[-\left(\sqrt{\dfrac{\sigma}{\mu}+\dfrac{u_1^2}{4\mu^2}}-\dfrac{|u_1|}{2\mu}\right)(x_0-x)\right], & x\ge x_0\\ \dfrac{Q}{\sqrt{4\mu\sigma+u_1^2}}\exp\left[-\left(\sqrt{\dfrac{\sigma}{\mu}+\dfrac{u_1^2}{4\mu^2}}+\dfrac{|u_1|}{2\mu}\right)(x-x_0)\right], & x\le x_0 \end{cases}, \tag{4}$$

$$\varphi_2=\begin{cases} \dfrac{Q}{\sqrt{4\mu\sigma+u_2^2}}\exp\left[-\left(\sqrt{\dfrac{\sigma}{\mu}+\dfrac{u_2^2}{4\mu^2}}+\dfrac{|u_2|}{2\mu}\right)(x_0-x)\right], & x\ge x_0\\ \dfrac{Q}{\sqrt{4\mu\sigma+u_2^2}}\exp\left[-\left(\sqrt{\dfrac{\sigma}{\mu}+\dfrac{u_2^2}{4\mu^2}}-\dfrac{|u_2|}{2\mu}\right)(x-x_0)\right], & x\le x_0 \end{cases}.$$

Графики этих распределений при заданных параметрах $Q=1000\ г/м\cdot сек$, $u_1=5\ м/сек$, $u_2=-3\ м/сек$ приведены на рис. 1.



a) b)

Рис. 1. Графики распределений примеси: a)- $u_1>0$, b) $u_2<0$

Рассмотрим постановку двумерной задачи. Область распространения субстанции, переносимой в результате диффузии принимаем двумерной на пространстве Oxy. Тогда процесс переноса концентрации $\varphi(x)$ описывается дифференциальным уравнением в частных производных

$$u\frac{\partial\varphi}{\partial x}+v\frac{\partial\varphi}{\partial y}-\mu\Delta\varphi=Q\delta(\vec{r}-\vec{r}_0). \qquad (5)$$

С граничными условиями

$$\begin{aligned} x\to\pm\infty:&\quad \varphi=0\\ y\to\pm\infty:&\quad \varphi=0\end{aligned}, \qquad (6)$$

где u,v - заданные скорости (для простоты будем считать их постоянными), $\vec{r}-\vec{r}_0=(x-x_0,y-y_0)$ - радиус-вектор окрестности источника выброса ЗВ. Уравнение (5) также имеет точное решение для бесконечной области:

$$\varphi(x,y)=\frac{Q}{2\pi\mu}\exp\left[\frac{u(x-x_0)+v(y-y_0)}{2\mu}\right]K_0\left(\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{2\mu}\left|\vec{r}-\vec{r}_0\right|\right), \qquad (7)$$

где $K_0(x)$ - специальная функция Макдональда 0-го порядка.

Точные решения (3) и (7) могут быть использованы как оценки распределений концентраций ЗВ от локальных источников. При необходимости уточнения этих оценок можно использовать численные модели полных уравнений переноса.

Мезомасштабная квазидвумерная модель переноса ЗВ в приземном слое. Модели мезомасштабных атмосферных процессов широко используются для изучения локальных явлений погоды, наблюдающихся в течение суток, конвективных процессов, переноса примеси в нижнем слое атмосферы. Для этих целей создано большое количество моделей различных типов [2-5]. Классическая система уравнений мезомасштабных процессов, предложенная И. А. Кибелем [11], включает уравнения движения, неразрывности, теплопроводности, переноса влаги. Туда входят замыкающие уравнения для определения коэффициентов турбулентного обмена. При моделировании пограничного слоя атмосферы система дополняется граничными условиями, учитывающие воздействие подстилающей поверхности на приземный слой атмосферы. При исследовании нижнего слоя атмосферы отмечено, что над городом или большом населенным пунктом возникает тепловое пятно антропогенного характера,

называемое «островом тепла». Отмечена важность воздействия термической неоднородности подстилающей поверхности на мезомасштабные атмосферные процессы.

В нашей работе предлагается подобная квазидвумерная модель, описывающая трехмерные конвективные процессы в тонком вращающемся слое воздуха при наличии антропогенных источников тепла и примеси. Ее вывод основан на достаточно известном подходе [11], успешно использованном при моделировании динамики приземного слоя в окрестностях крупного индустриального центра [8-10].

Рассмотрим нижний пограничный слой атмосферы, ограничиваясь рассматриванием мезомасштабных процессов, для которых высота слоя D и горизонтальный масштаб движения L удовлетворяют соотношению $\delta = \frac{D}{L} << 1$.

В качестве исходных выберем трехмерные уравнения гидротермодинамики «сухой» атмосферы во вращающейся декартовой системе координат [2]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + lv + A_M \Delta u + \frac{\partial}{\partial z} k_M \frac{\partial u}{\partial z}, \tag{8}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} - lu + A_M \Delta v + \frac{\partial}{\partial z} k_M \frac{\partial v}{\partial z}, \tag{9}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} + \beta\theta + A_M \Delta w + \frac{\partial}{\partial z} k_M \frac{\partial w}{\partial z}, \tag{10}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \tag{11}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u\frac{\partial \theta}{\partial x} + v\frac{\partial \theta}{\partial y} + w\frac{\partial \theta}{\partial z} = A_T \Delta\theta + \frac{\partial}{\partial z} k_T \frac{\partial \theta}{\partial z}, \tag{12}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + u\frac{\partial \varphi}{\partial x} + v\frac{\partial \varphi}{\partial y} + w\frac{\partial \varphi}{\partial z} + \sigma\varphi = A_S \Delta\varphi + k_S \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}. \tag{13}$$

Начальные условия:

$$u = -c_g \sin(dd),\ v = -c_g \cos(dd),\ \theta = \theta_S,\ \varphi = 0 \text{ при } t = 0. \tag{14}$$

Граничные условия:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = w = 0,\ \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0,\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 \text{ при } z = D, \tag{15}$$

$$u = v = w = 0,\ \frac{\partial \theta}{\partial z} = \gamma(\theta - \theta_S),\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \alpha\varphi - f_S \text{ при } z = 0. \tag{16}$$

Здесь t – время, ось Ox направлена на восток, ось Oy направлена на север, а ось Oz – вертикально вверх, $\vec{v}=(u,v,w)$ – вектор скорости движения воздуха, $\Phi = RT_{cp}p'/p$ – флуктуации геопотенциала; T_{cp} – средняя температура воздуха в слое; $\beta = g/\overline{\theta}$ – параметр плавучести; $\theta = T\left(\frac{p_0}{p}\right)^{R/C_p}$ – потенциальная температура; p – атмосферное давление (зависит лишь от высоты); p_0 – атмосферное давление у поверхности земли; R – удельная газовая постоянная; c_p – теплоемкость при постоянном давлении; θ_S – температура воздуха на уровне шероховатости подстилающей поверхности; l – параметр Кориолиса; φ – концентрация примеси, σ – коэффициент поглощения примеси в атмосфере, A_M, A_T, A_S, k_M, k_T, k_S – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии, γ – коэффициент теплоотдачи, α – коэффициент поглощения примеси подстилающей поверхностью, $f_S = \sum_{i=1}^{m} f_i \delta(x-x_i)\delta(y-y_i)$ – интенсивность приземных источников примеси, x_i, y_i – координаты источников, m – число источников, c_g - скорость геострофического ветра, dd – азимут геострофического ветра.

На боковых границах предполагаем, что

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial n}=0,\ \frac{\partial \theta}{\partial n}=0,\ \frac{\partial \varphi}{\partial n}=0,\ \text{где } n-\text{внешняя нормаль.} \qquad (17)$$

Для математического моделирования переноса примеси от приземного источника мы выведем квазидвумерную модель на основе локально–равновесного подходе. Вывод подобен получению моделей, представленных в работах [9,10,12]. Ограничиваемся рассмотрением мезомасштабных процессов, полагая, что $t >> t_r$,

где t – характерное время равновесных состояний, а t_r – время релаксации воздушных течений к состоянию равновесия при изменении внешних условий. Введем безразмерную переменную $\zeta = z/D$, обозначим среднюю поперек слоя величину

$$\langle g \rangle = \int_0^1 g(t,x,y,\zeta)d\zeta \qquad (18)$$

и проинтегрируем уравнения (8)–(12), используя граничные условия (13)–(14), и, учитывая условие несжимаемости воздуха (11), получим

$$\frac{\partial <u>}{\partial t}+\frac{\partial <uu>}{\partial x}+\frac{\partial <uv>}{\partial y}=-\frac{\partial <\Phi>}{\partial x}+l<v>+A_M\Delta <u>+\frac{k_M}{D^2}\frac{\partial u}{\partial \zeta}\Big|_{\zeta=0}^{\zeta=1}, \qquad (19)$$

$$\frac{\partial <v>}{\partial t}+\frac{\partial <uv>}{\partial x}+\frac{\partial <vv>}{\partial y}=-\frac{\partial <\Phi>}{\partial y}-l<u>+A_M\Delta <v>+\frac{k_M}{D^2}\frac{\partial v}{\partial \zeta}\Big|_{\zeta=0}^{\zeta=1}, \qquad (20)$$

$$\frac{\partial <\theta>}{\partial t}+\frac{\partial <u\theta>}{\partial x}+\frac{\partial <v\theta>}{\partial y}=A_T\Delta <\theta>-\frac{\gamma k_T}{D}\left(\theta|_{\zeta=0}-\theta_S\right), \qquad (21)$$

$$\frac{\partial <\varphi>}{\partial t}+\frac{\partial <u\varphi>}{\partial x}+\frac{\partial <v\varphi>}{\partial y}+\sigma <\varphi>=A_S\Delta <\varphi>-\frac{k_S}{D}\left(\alpha\varphi\big|_{\zeta=0}-f_S\right). \qquad (22)$$

Для замыкания системы (14)–(17) необходимо выразить $\langle uu\rangle$, $\langle uv\rangle$, $\langle vv\rangle$, $\langle u\theta\rangle$, $\langle v\theta\rangle$, $\langle u\varphi\rangle$, $\langle v\varphi\rangle$, $\left.\frac{\partial u}{\partial\zeta}\right|_{\zeta=0}^{\zeta=1}$, $\left.\frac{\partial v}{\partial\zeta}\right|_{\zeta=0}^{\zeta=1}$, $\theta\big|_{\zeta=0}$ и $\varphi\big|_{\zeta=0}$ через среднюю поперек слоя концентрацию примеси $\langle\varphi\rangle$, средние поля скорости $\langle u\rangle$, $\langle v\rangle$ и температуры $\langle\theta\rangle$. Для этого воспользуемся точным решением исходной задачи, которое можно найти в случае, когда вертикальная компонента скорости константа, что вполне можно принять, ввиду ее относительной малости. Решение ищем в виде $u=u(\zeta)$, $v=v(\zeta)$, $w\equiv 0$, $\theta=\theta_0+\theta(\zeta)$, $\varphi=\varphi(\zeta)$, тогда задача (19)–(22) становится линейной краевой задачей для обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, решение которой

$$M(\zeta)=f_1(\zeta)<M>-2f_2(\zeta)U, \qquad (23)$$

где $f_1=\frac{1}{1-th(\lambda)/\lambda}\left[1-\frac{ch\lambda\zeta}{ch\lambda}\right]$, $f_2=\left[\frac{th\lambda}{\lambda}+\frac{1-ch\lambda}{\lambda^2 ch\lambda}-\frac{1}{2}\right]f_1(\zeta)-\frac{ch\lambda\zeta}{ch\lambda}-\frac{sh\lambda(\zeta-1)}{\lambda ch\lambda}+\zeta$, параметр $\lambda=\frac{1+i}{\sqrt{2Ek}}$, $Ek=\frac{k_M}{lD^2}$ – число Экмана, $M(\zeta)=u(\zeta)+iv(\zeta)$, $i=\sqrt{-1}$, $U=u_x+iu_y$, $u_{x,y}=\mp\beta D\partial_{y,x}\langle\theta\rangle$ - компоненты «термического ветра», $\theta\approx<\theta>$,

$\varphi=\langle\varphi\rangle+\frac{f_S D}{\alpha D ch(S)+S sh(S)}\left[ch(S(1-\zeta))-\frac{sh(S)}{S}\right]$, безразмерный параметр $S^2=\frac{\sigma D^2}{k_S}$.

Выполнив над уравнениями (19)-(20) операцию ротор, получим эволюционное уравнение для вихря скорости

$$\omega(t,x,y)=\frac{\partial\langle v\rangle}{\partial x}-\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y}. \qquad (24)$$

Учитывая бездивиргентность средней поперек слоя скорости $\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial x}+\frac{\partial\langle v\rangle}{\partial y}=0$, введем функцию тока $\psi(t,x,y)$:

$$<u>=-\frac{\partial\psi}{\partial y},\ <v>=-\frac{\partial\psi}{\partial x}. \qquad (25)$$

Выберем в качестве единиц измерения длины, скорости, времени, температуры и концентрации примеси соответственно L – длина площадки, c_g, L/c_g, θ_0 и $\varphi_{ПДК}$ – предельно допустимая концентрация примеси. Тогда в терминах вихря скорости ω,

функции тока ψ, средней поперек слоя потенциальной температуры $\theta(t,x,y)$, приведенной к размерности функции тока: $\theta = \frac{\beta D}{2l}\langle\theta\rangle$ и средней поперек слоя концентрации $\varphi(t,x,y)$ уравнения модели для описания мезомасштабных процессов в нижнем слое атмосферы в безразмерном виде имеет следующее представление:

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} + k_1\{\psi,\omega\} + k_3 Rt\left[\{\theta,\omega\} + \{\psi,\Delta\theta\}\right] - k_5 Rt^2\{\theta,\Delta\theta\} = \frac{1}{\mathrm{Re}}\Delta\omega - \mu(k_7\omega - k_8 Rt\Delta\theta), \quad (26)$$

$$\Delta\psi = \omega, \quad (27)$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + \{\psi,\theta\} = \frac{1}{Pe}\Delta\theta - \bar{q}(\theta - \bar{\theta}_S), \quad (28)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \{\psi,\varphi\} = \frac{1}{Pe_S}\Delta\varphi - \bar{\sigma}\varphi + A\sum_{i=1}^{m}\bar{f}_i\delta(x - x_i)\delta(y - y_i), \quad (29)$$

где $\mu = \frac{lc_g}{L}$ – безразмерный коэффициент трения о подстилающую поверхность, $\mathrm{Re} = \frac{c_g L}{A_M}$ – число Рейнольдса, $Rt = \frac{\beta D\delta\theta}{2lc_g L}$ – аналог термического числа Россби, $\bar{q} = \frac{qc_g}{L}$ - безразмерный коэффициент выхолаживания, $Pe = \frac{c_g L}{A_T}$ – число Пекле, $\bar{\sigma} = \frac{\sigma_1 L}{c_g}$ - безразмерный коэффициент поглощения примеси, $\bar{f}_i = \frac{f_i}{\varphi_{ПДК}}\frac{k_S L}{c_g D}$, $Pe_S = \frac{c_g L}{A_S}$ – концентрационное число Пекле, $q = \frac{\gamma k_T}{D}$, $\sigma_1 = \sigma + \frac{\alpha k_S}{D}$, $A = \left[1 - \frac{\alpha D}{\alpha D\, ch(S) + S\, sh(S)}\left(ch(S) - \frac{sh(S)}{S}\right)\right]$ Коэффициенты $k_1 = \Re < f_1^2 >$, $k_3 = \Re < f_1 f_2 >$, $k_5 = \Re < f_2^2 >$, $k_7 = \Re f_1'(1)$, $k_8 = \Re f_2'(1)$, их значение зависит от величины числа Экмана.

Программная реализация модели выполнена для анализа и прогноза состояния загрязнения г. Кирова и его окрестностей. Рассмотрим программу расчета модели адвективного переноса загрязняющей атмосферной примеси в приземном пограничном слое с учетом сил Кориолиса, неоднородности полей температуры, давления, коэффициентов взаимодействия примесей и крупномасштабной турбулентности для полигона ТБО в п. Перекоп (Пригород Кирово-Чепецка). Для представления данных используется геоинформационная система (ГИС) и спутниковые снимки.

Расчеты выполняются в три этапа, в трех различных программах:

1 этап: классификация рельефа местности:

1) В программе MapInfo все объекты свалок и полигонов ТБО в Кировской области заносятся в программу и выводятся на карте. Также на карту для каждого объекта заносятся все его известные параметры (координаты расположения, название, ближайший населенный пункт, мощность, защитные сооружения и т.п.);

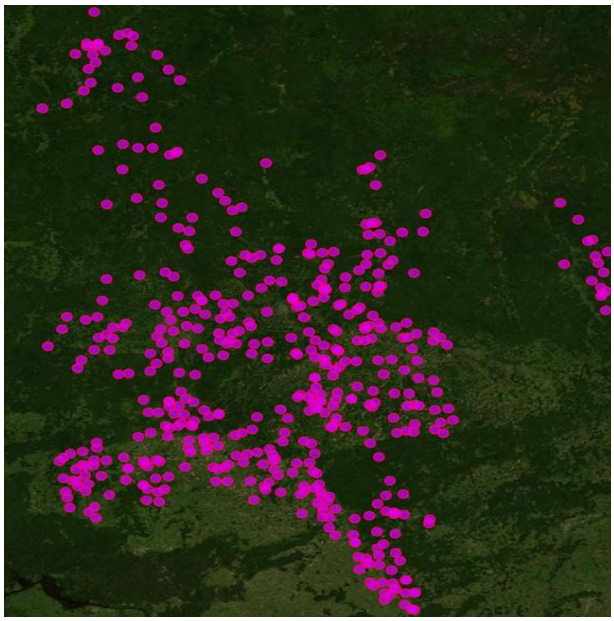


Рис.2. Объекты свалок и полигонов ТБО в Кировской области (нанесены на спутниковый снимок)

Рис.3. Объекты свалок и полигонов ТБО в Кировской области, занесенные в программу MapInfo

2) В программе MapInfo выделяется территория в пределах 20 км от полигона ТБО в п. Перекоп. Для этого строится квадрат с размерами 20*20 км и полигон помещается в центр заданной площади. Далее данный слой карты (с выделенной областью) переносится в программу SIP;

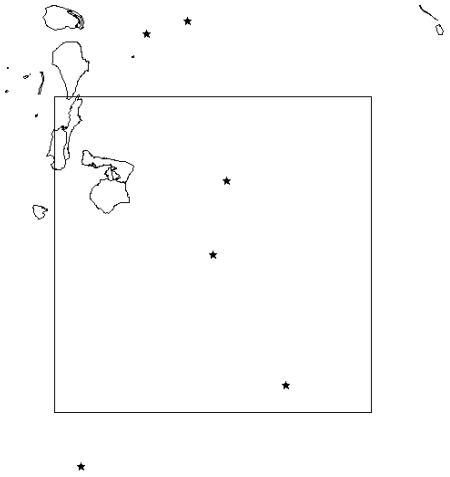


Рис.4. 20-км зона около полигона ТБО в п.Перекоп в программе MapInfo

Рис. 5. 20-км зона около полигона ТБО в п.Перекоп в программе SIP

3) Для классификации рельефа местности используются растровые изображения от 25-го мая 2017 года с точностью 10м на 1 pixel. Данные растры заносятся в программу SIP, подкладывается слой карты из программы MapInfo и далее производится классификация местности с помощью неуправляемого метода классификации ISODATA. Программа классифицирует местность по следующим типам:

Табл.1. Типы рельефа местности

№ п\п	Тип местности
1	Поле
2	Лес, мелколесье
3	Дорога, населенный пункт
4	Водоем

Данная классификация сохраняется в виде векторного слоя для возможности последующего использования в программе MapInfo.

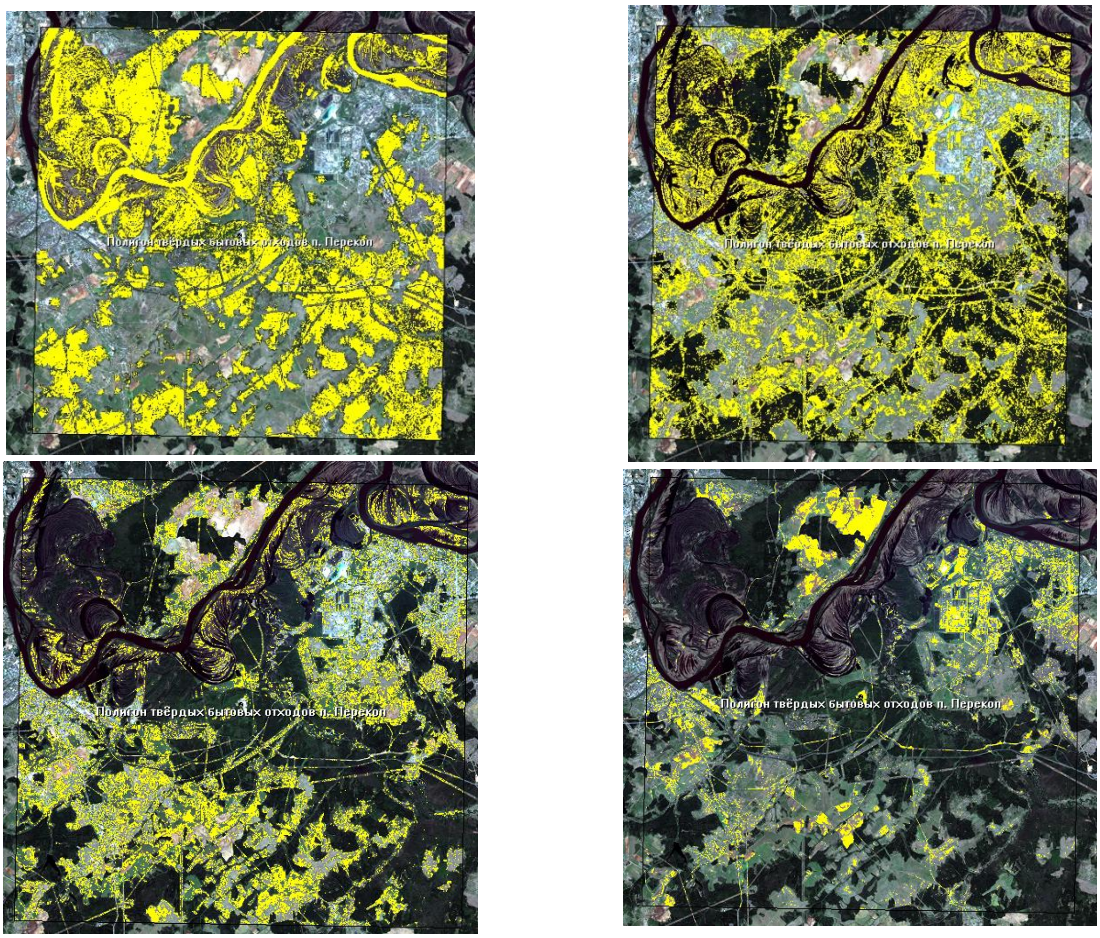


Рис.6. Классификация рельефа в программе SIP соответственно табл. 1

4) Полученный векторный слой заносится в программу MapInfo.

2 этап: построение сетки квадратов.

1) В программе MapInfo с помощью утилиты GRIDVIEW выбранная площадь (20 км в окрестностях полигона п. Перекоп) разбивается на квадраты размерами 20*20 м.

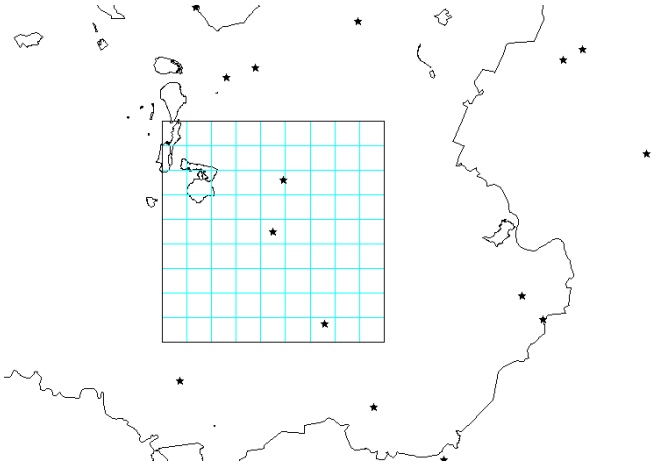


Рис.7. Нанесение сетки квадратов на выбранную территорию

2) Для каждого из полученного квадрата строится центроид;

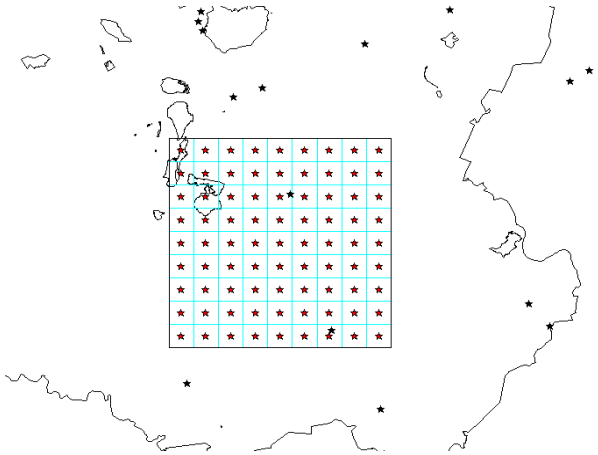


Рис.8. Построение центроидов

3) Создается SQL запрос, который определяет, к какому типу местности относится каждый из квадратов. Данное определение происходит с помощью SQL запроса, суть которого в следующем: если центроид квадрата попадает в определенную область, то и для всего квадрата присваивается значение данной области. Далее все результаты заносятся в таблицу, где каждому квадрату присвоен тип местности.

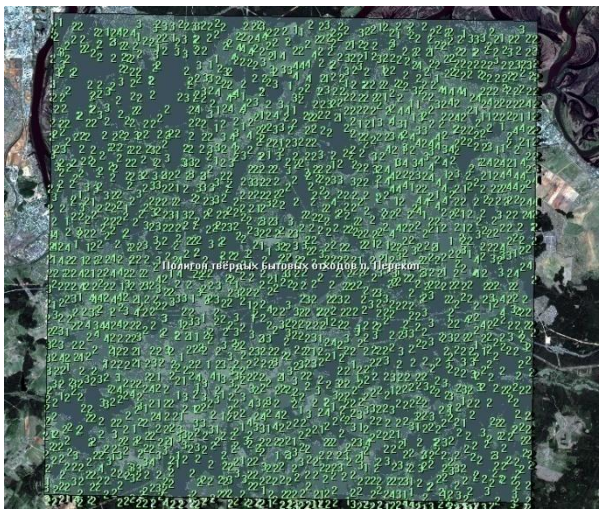


Рис.9. Классификация в виде векторного слоя в программе SIP

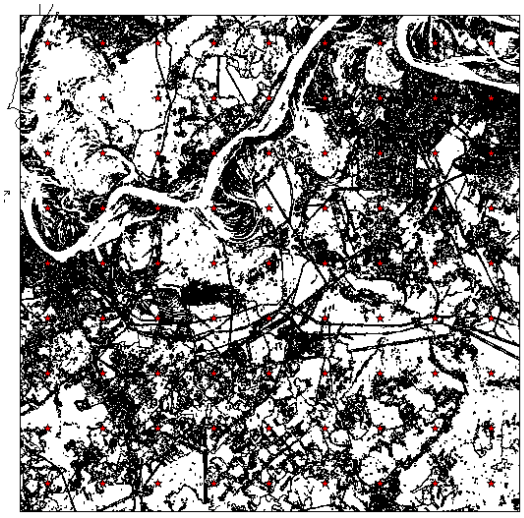


Рис.10. Векторный слой в программе MapInfo

3 этап: программирование на языке Fortran.

1) По сетке квадратов определяется диапазон клеток, в который попадает источник загрязнения;

2) Расчетные данные заносятся в файлы начальных данных, вводятся значения коэффициентов;

3) Программа компилируется и запускается. Параллельная реализация алгоритма расчета выполнена на языке программирования Intel Fortran 12 in Packet Intel Cluster Studio for Linux в среде Open MP [13].

Описание результатов. На рис. 11 представлено распространения ЗВ при западном ветре для «активной» формы поверхностного взаимодействия.

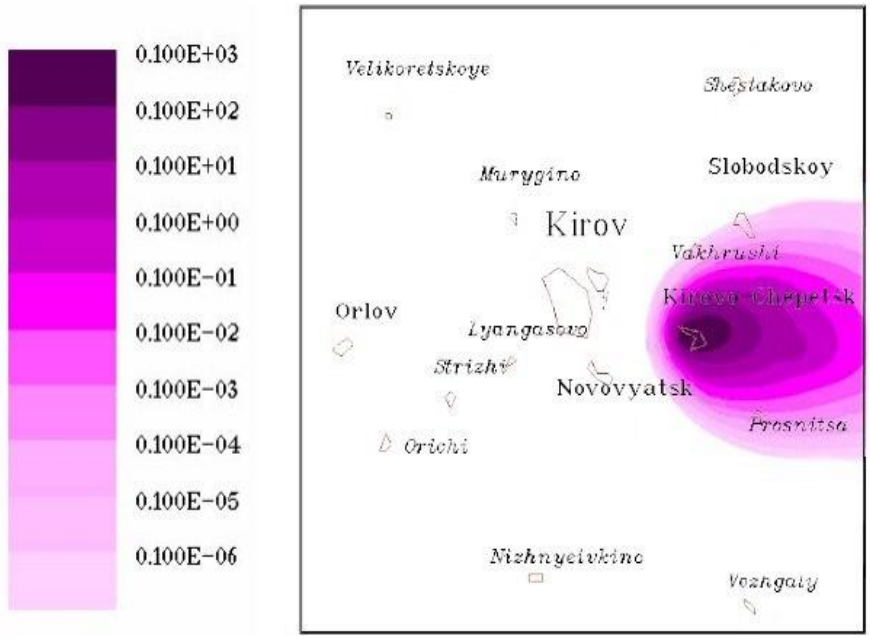


Рис. 11. Распространение ЗВ при западном ветре, $\alpha=f(x,y)$

На рис. 12 представлено распространения ЗВ при северо-восточном ветре для «активной» формы поверхностного взаимодействия.

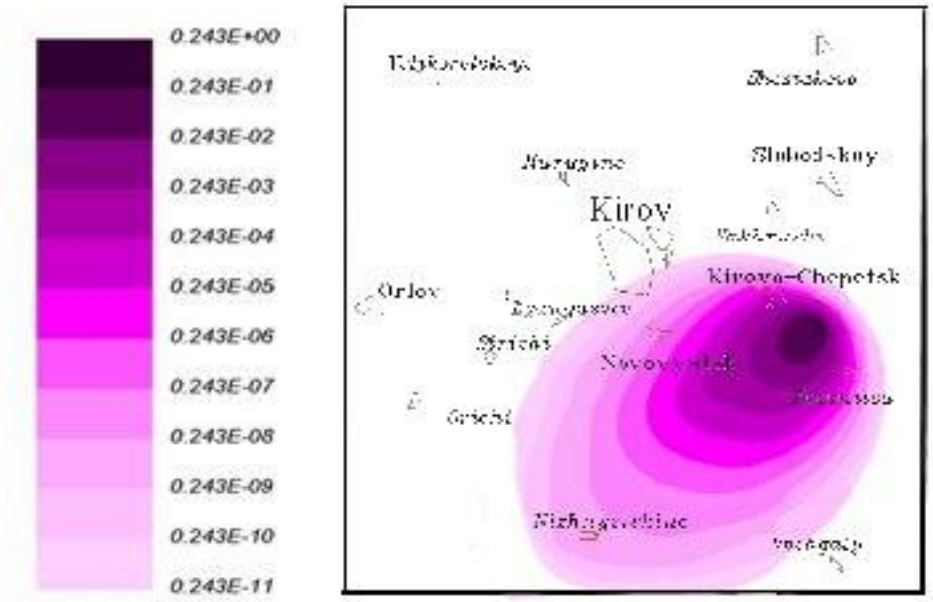


Рис. 12. Распространение ЗВ при северо-восточном ветре, $\alpha=f(x,y)$

На рис. 13 представлено распространения ЗВ при западном ветре для «пассивной» формы поверхностного взаимодействия от трех источников.

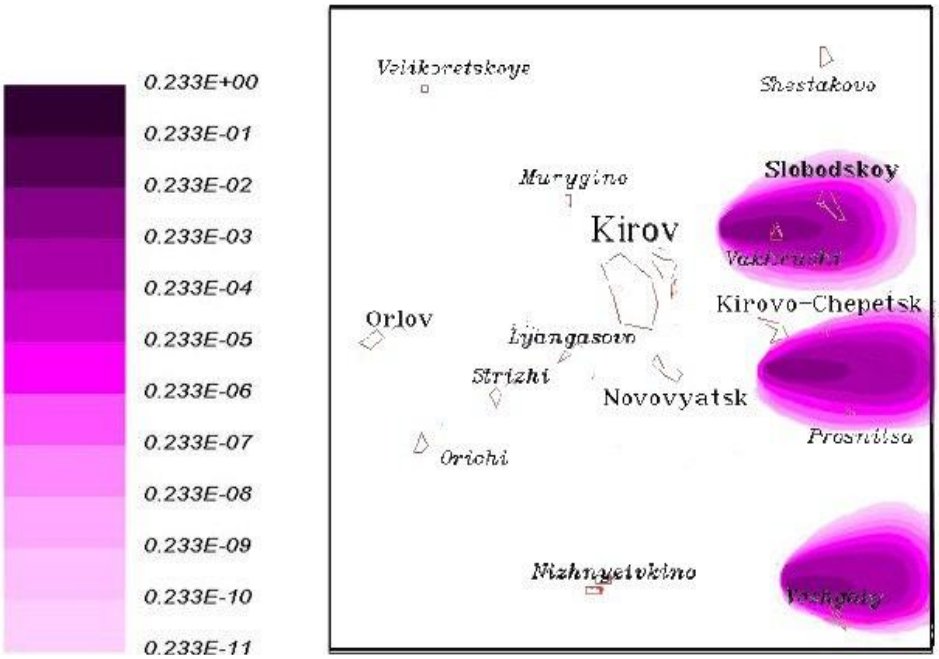


Рис. 13. Распространение ЗВ при западном ветре, интенсивность источников: f_1(1) = 0.999 e-7, f_1(2) = 0.3f_1(1), f_1(3) = 0.1f_1(1); α=const

По представленным рисункам видно, что распространение ЗВ от полигона ТБО в п. Перекоп при различном ветре затрагивает близлежащие населенные пункты: при юго-западном направлении ветра концентрация веществ в зоне г. Кирово-Чепецка наибольшая, небольшая часть ЗВ затрагивает также гг. Киров и Слободской.

Литература

1. Моисеев Н.Н. Избранные труды в 2-х тт. Т.1 Гидродинамика и механика. М: Тайдекс Ко, 2003.
2. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме охраны окружающей среды. М: Наука, 1982.
3. Дымников В.П. Устойчивость и предсказуемость крупномасштабных атмосферных процессов. М.: ИВМ РАН, 2007.
4. Алоян А. Е. Динамика и кинетика газовых примесей и аэрозолей в атмосфере. Курс лекций. М.: ИВМ РАН, 2002.
5. Володин Е.М. Математическое моделирование общей циркуляции атмосферы. Курс лекций. М.: ИВМ РАН, 2007.
6. Гордов Е.П., Кабанов М.В., Лыкосов В.Н. Информационно-вычислительные технологии для наук об окружающей среде: подготовка научной смены// Вычислительные технологии, 2006. Т.11. Ч.1. Специальный выпуск. С. 3-15.
7. Гордов Е.П., Лыкосов В.Н., Фазлиев А.З. Веб портал АТМОС как основа интегрированных исследований по окружающей среде Сибири // Вычислительные технологии, 2004. Т. 9.Ч. 2. Специальный выпуск. С. 3-13.
8. Shatrov A.V., Shvarts K.G. Simulation of transport processes of aerosol impurity in a ground boundary layer of above industrial centers // European Aerosol Conference EAC-2009, September 6-11, 2009, Karlsruhe, Germany. T031A02.
9. Шатров А.В., Шварц К.Г. Численное моделирование атмосферных мезомасштабных процессов переноса примесей в окрестности г. Кирова //Вычислительная механика сплошных сред, 2010. Т. 3. №3. С. 117-125.
10. Shatrov A.V. and Shvarts K.G. Numerical Modeling of Mesoscale Atmospheric Impurity Transport Processes in the Environs of the City of Kirov//Fluid Dynamics, 2011. Vol. 46. No 2. Pp. 333-340.
11. Кибель И.А. Гидродинамический краткосрочный прогноз в задачах метеорологии // Тр. Гидрометцентра СССР. 1970. Вып.48. С. 3-18.
12. Аристов С.Н., Фрик П.Г. Крупномасштабная турбулентность в тонком слое неизотермической вращающейся жидкости // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1988. №4. С. 48–55.
13. Рычков С.Л., Шатров А.В., Шварц К.Г. Расчет переноса аэрозольной примеси в приземном пограничном слое.//Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015662922 . Реестр гос. регистрации программ для ЭВМ 07.12.2015.

Секция 1. Механика

Председатели секции: акад. РАН Черноусько Феликс Леонидович,
проф. Степанов Сергей Яковлевич

ГЛОБАЛЬНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ ПО ЛИУВИЛЛЮ УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА-ПУАССОНА

Д.Л. Абраров

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН,
Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, 40
Тел.: (499)135-35-90, факс: (499)-135-61-59, e-mail: abrarov@yandex.ru

Аннотация. Приводится точный аналог классической интегрируемости по Лиувиллю для классических уравнений Эйлера-Пуассона, описывающих аналитическую динамику тяжелого твердого тела в классическом поле тяжести, на основе аналитического продолжения фазового потока тривиального волчка - волчка с равными моментами инерции и произвольной точкой закрепления - в бесконечность формального времени. Данный результат детализирует результаты автора о точной разрешимости уравнений Эйлера-Пуассона [1, 2].

Ключевые слова: уравнения Эйлера-Пуассона, глобальная интегрируемость по Лиувиллю, новые случаи интегрируемости, глобальная точная разрешимость, глобальная геометрическая интерпретация Пуансо, интегрируемость на аналитической алгебре G_2, глобальная связка Четаева.

Уравнения Эйлера-Пуассона. Дифференциальные уравнения Эйлера-Пуассона локально описывают вращение массивного твердого тела вокруг неподвижной точки в классическом (плоско-параллельном) поле тяжести. Предполагается, что трение в точке закрепления тела отсутствует, что влечет гамильтоновость и аналитичность исходных уравнений.

Эта задача имеет краткое название - "задача о тяжелом волчке". Отметим, что здесь и далее для краткости, а также имея в виду возникающие физические аналогии, вместо принятого в классической механике термина "тяжелое твердое тело с неподвижной точкой", используется физический термин "тяжелый волчок" или просто "волчок".

Аналитический тривиальный волчок имеет фундаментальный механический смысл - он является точным 3d-аналогом "максимального ранга" классического математического маятника, находящегося в вертикальном положении равновесия.

Задача о тяжелом волчке имеет шесть существенных физических параметров:

- три координаты, описывающие в трехмерном евклидовом пространстве относительное расположение точки закрепления тела и точки его центра масс (направляющие косинусы);

• три координаты, представляющие геометрию масс тяжелого волчка (главные моменты инерции тела).

Предполагается, что на данные параметры априори никаких специальных ограничений не накладывается. Жесткие ограничения на их структуру и количество возникают при аналитическом продолжении решений в силу исходных уравнений в $t = \pm\infty$. Данное отображение эквивалентно учету инвариантности фазого потока исходных уравнений относительно отображения обратимости по формальному времени t. Таким образом, возникают допустимые значения существенных параметров, соответствующие в точности иерархии общих и частных интегрируемых случаев исходных уравнений.

Исходные уравнения Эйлера-Пуассона представляются в следующем виде:

$$d\overline{M}/dt = \left[\overline{M}, \overline{\omega}\right] + [\overline{\gamma}, \overline{c}], \quad (1)$$

$$d\overline{\gamma}/dt = [\overline{\gamma}, \overline{\omega}], \quad (2)$$

где уравнения (1) называются уравнениями Эйлера или динамическими уравнениями, а уравнения (2) называются уравнениями Пуассона или кинематическими уравнениями - они "замыкают" динамические уравнения (см. [39]), делая задачу Коши для них корректной; $\overline{M}$ - вектор кинетического момента твердого тела, $\overline{\omega}$ - вектор угловой скорости тела, $[\cdot,\cdot]$ - оператор векторного произведения в евклидовом пространстве $\mathbb{E}^3$, $\overline{c}$ - вектор смещения точки закрепления тела от центра масс тела, $\overline{\gamma}$ - вектор, компоненты которого - это проекции вектора вертикальной оси неподвижной системы отсчета, жестко связанной с евклидовым пространством, на оси подвижной системы координат, жестко связанной с телом, $t \in \mathbb{R}$ - вещественное время.

При этом вектор $M = I \cdot \overline{\omega}$ является результатом действия оператора инерции I на векторе угловой скорости $\overline{\omega}$; в свою очередь, оператор I представлен диагональными матрицами размера 3×3 с положительными вещественными элементами, удовлетворяющими неравенству треугольника (приведение матрицы тензора инерции к диагональному виду всегда возможно).

Известные решения. Пока было известно 17 независимых общих и частных случаев (решений) уравнений (1)-(2). Перечислим эти случаи, не приводя здесь значений характеризующих их существенных параметров.

Так называемые общие случаи интегрируемости:

- случаи/волчки/гироскопы Эйлера, Лагранжа, Ковалевской.

Так называемые частные случаи интегрируемости (без точного соответствия "случаи - авторы"):

- Горячева-Чаплыгина, Гесса, Гюйгенса (физический маятник), Бобылева-Стеклова, Гриоли, Ковалевского, Стеклова, Горячева, Чаплыгина, Докшевича (два решения), Коносевича-Поздняковича (см. [2]).

Новые решения (случаи) уравнений Эйлера-Пуассона - «аналитический тривиальный волчок» и «физическое (единое) время». В результате эквивариантного аналитического продолжения пространства формальных решений уравнений Эйлера-Пуассона к указанным выше 17 случаям добавляются следующие два случая, по сути представляющие общее и тривиальное решения исходных уравнений (или фундаментальное решение, если рассматривать исходные гамильтоновы уравнения как уравнения в частных производных):

- эквивариантно аналитически продолженный в бесконечность формального времени фазовый поток классического тривиального волчка - аналитический тривиальный волчок (общее решение уравнений Эйлера-Пуассона);
- аналитическое время/физическое время/единое время - эквивариантно аналитически продолженное в формальную бесконечность формальное время $\mathbb{R}$ (тривиальное /фундаментальное решение уравнений Эйлера-Пуассона).

Динамический смысл общего решения уравнений Эйлера-Пуассона. Ключевым динамическим смыслом аналитического тривиального волчка является эквивариантное (т.е. в силу исходных уравнений) аналитическое продолжение множества двояко-асимптотических движений сепаратрисы динамики волчка Эйлера в бесконечность формального времени.

Механический смысл общего решения уравнений Эйлера-Пуассона. Ключевым механическим смыслом аналитического тривиального волчка является корректно определяемый канонический 3d-аналог максимального ранга вертикального равновесия классического математического маятника (см. [1]).

Теорема 1. Пусть g_T^s - фазовый поток тривиального волчка, аналитически продолженный в бесконечность формального времени $s = \infty$ в силу уравнений Эйлера-Пуассона. Тогда фазовый поток g_T^s эквивалентен фазовому потоку уравнений Эйлера-Пуассона и представляет аналитическую гамильтонову систему с 19 глобальными классическими степенями свободы, интегрируемую в классическом смысле Лиувилля:

поток g_T^s имеет ровно 19 функционально независимых интегралов, находящихся в инволюции относительно аналитического продолжения в $\boldsymbol{s = \infty}$ скобки Пуассона для случая интегрируемости Эйлера уравнений Эйлера-Пуассона.

Данные интегралы представляют

- 17 интегралов известных случаев интегрируемости - общей и частной (см. [2]);
- 2 новых интеграла потока g_T^s - гамильтонианы подъема потока больших кругов со стандартной двумерной сферы на аналитическое касательное расслоение сферы Пуассона (глобальное аналитическое комплексное время) и на нормальное аналитическое расслоение к ней (глобальное аналитическое вещественное время) соответственно.

Определение. Введем следующий корректно определенный объект (глобальное топологическое многообразие):

$$\mathrm{Kl}^3(\mathrm{R}) \cong \mathrm{D}\{\mathrm{T}_*\mathrm{SO}(3, \mathrm{R} \cup \infty) \cong \mathrm{T}^*\,\mathrm{SO}(3, \mathrm{R} \cup \infty)\},$$

где D - корректно определенное отображение дифференциала D на множестве $\{\mathrm{R} \cup \infty\}$, представляющее

- односвязный глобальный изоморфизм касательного и кокасательного расслоений группы $\mathrm{SO}(3, \mathrm{R})$;
- эквивариантное (т.е. в силу исходных уравнений) аналитическое продолжение локального изоморфизма $\mathrm{T}_*\mathrm{SO}(3, \mathrm{R}) \cong \mathrm{T}^*\,\mathrm{SO}(3, \mathrm{R})$ в формальную бесконечность ∞.

Тогда можно показать, что совместная поверхность уровня новых интегралов представляет канонически определяемую 3d-бутылку Клейна $\mathrm{Kl}^3(\mathrm{R})$ (это нетривиальный объект, в частности, глобально, т.е. над $\{\mathrm{R} \cup \infty\}$, являющийся функциональным многообразием, а локально - над R, - трехмерным - см. [1]), а

известные интегрируемые случаи (общие и частные) представляют полный набор канонических циклов на ней (см. [1]).

Другими словами, многообразие $\mathrm{Kl}^3(\mathrm{R})$ является универсальным глобальным инвариантным многообразием уравнений (10-(2) - полным пересечением полного множества поверхностей уровня канонического полного набора интегралов (или полным пересечением полного набора глобальных интегралов - см. соответствующее определение ниже) для общих уравнений Эйлера-Пуассона.

Замечание. Многообразие $\mathrm{Kl}^3(\mathrm{R})$ является канонически нормализованным конфигурационным многообразием тривиального волчка.

Доказательство. Пусть $Z^{\mathbb{E}^3}_{O,topol}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})$ - **непрерывное** отображение центральной симметрии евклидова пространства $\mathbb{E}^3$, где Sym - зеркальная симметрия в $\mathbb{E}^3$ относительно точки O, Rot - поворот на угол π вокруг точки O.

Введем векторные поля

- $\overline{\gamma} = Z^{\mathbb{E}^3}_{O,topol}(\mathbb{R})(\mathrm{Sym})$ - вектор глобального касательного расслоения $\mathrm{T}_*\mathrm{SO}(3,\mathrm{R}\cup\infty)$;
- $\overline{\omega} = Z^{\mathbb{E}^3}_{O,topol}(\mathbb{R})(\mathrm{Rot})$ - ковектор глобального кокасательного расслоения $\mathrm{T}^*\,\mathrm{SO}(3,\mathrm{R}\cup\infty)$.

Теперь, заметим, что имеет место следующий изоморфизм:

$$\{\mathrm{T}_*\mathrm{SO}(3,\mathrm{R}\cup\infty)\cong\mathrm{T}^*\,\mathrm{SO}(3,\mathrm{R}\cup\infty)\}\cong$$
$$\cong Z^{\mathbb{E}^3}_{O,topol}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot}).$$

Отсюда с учетом определения векторов $\overline{\gamma}$ и $\overline{\omega}$ следует, что

- уравнения Пуассона (2), представляющие $\overline{\omega}$-относительную производную вектора $\overline{\gamma}$, являются локальным представлением первого дифференциала глобального изоморфизма $\mathrm{T}_*\mathrm{SO}(3,\mathrm{R}\cup\infty)\cong\mathrm{T}^*\,\mathrm{SO}(3,\mathrm{R}\cup\infty)$:

$$\mathrm{D}(\mathrm{T}_*\mathrm{SO}(3,\mathrm{R}\cup\infty)\cong\mathrm{T}^*\,\mathrm{SO}(3,\mathrm{R}\cup\infty))(\mathrm{mod}\ \overline{\omega})\cong\cong Z^{\mathbb{E}^3}_{O,topol}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\omega});$$

- уравнения Эйлера-Пуассона являются локальным представлением $(\overline{\gamma}/\overline{\omega})$-относительного второго дифференциала глобального изоморфизма $\mathrm{T}_*\mathrm{SO}(3,\mathrm{R}\cup\infty)\cong\mathrm{T}^*\,\mathrm{SO}(3,\mathrm{R}\cup\infty)$ и представляют **уже аналитическую** $(\overline{\gamma}/\overline{\omega})$-относительную центральную симметрию :

$$\mathrm{D}*\mathrm{D}(\mathrm{T}_*\mathrm{SO}(3,\mathrm{R}\cup\infty)\cong\mathrm{T}^*\,\mathrm{SO}(3,\mathrm{R}\cup\infty))(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega})\cong\cong Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega}).$$

Таким образом, получаем

$$g^s_{E-P}\cong Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega}). \quad (3)$$

Покажем, что, с другой стороны,

$$Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega})\cong g^s_T. \quad (4)$$

1. Действительно, из соответствия (4) следует, что для упорядоченного множества моментов инерции $\{\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C}\}$ отображения фазового потока g^s_{E-P}

$$\{\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C}\}=\mathrm{Trace}\,Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega})$$

и учета общности положения (максимальности ранга) отображения $Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega})$

следует, что $\mathrm{A}=\mathrm{B}=\mathrm{C}$.

2. Из соответствия (3) также следует, что вектор

$$\overline{c} = \mathrm{Det}\, \mathrm{Z}^{\mathbb{E}^3}_{\mathrm{O,an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym}, \mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega}\,)$$

представляет свободный аналитический вектор в трехмерном евклидовом пространстве с упорядоченными компонентами - направляющими косинусами и имеющий смысл вектора смещения центра масс волчка относительно точки его закрепления.

Теорема 2. Фазовый поток g^S_{E-P} уравнений Эйлера-Пуассона имеет каноническую геометрическую модель (глобальную геометрическую интерпретацию Пуансо): поток g^S_{E-P}представляется точным (монодромным) относительным аналитическим качением в трехмерном евклидовом пространстве трех упорядоченных стандартных двумерных сфер $\mathbb{S}^2_{an}$, которое определяется следующими условиями:

- сферы касаются попарно друг друга внешним образом;
- сферы касаются внешней сферы внутренним образом (это условие - скрытое граничное условие исходных уравнений).

Внешняя сфера в итоге представляет сферу Пуассона, наделенную эквивариантной параметризацией - отображением точного (монодромного) качения указанных внутренних сфер.

Данное отображение относительного аналитического качения трех сфер внутри четвертой представляет каноническое отображение линейной обмотки на трехмерной бутылке Клейна $\mathrm{Kl}^3(\mathrm{R})$ и реализует эквивариантную аналитическую теорию возмущений уравнений Эйлера-Пуассона, имеющую смысл эквивариантных деформаций на канонической иерархии конечного (19-элементного) множества их интегрируемых случаев.

Доказательство: Как было показано в доказательстве теоремы 1

$$g^S_{E-P} \cong g^S_T \cong Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym}, \mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega}\,).$$

Данную фазовую симметрию можно интерпретировать как эквивариантную аналитическую инверсию пространства $\mathbb{E}^3$ относительно единичной стандартной сферы $\mathbb{S}^2_1$ с центром в точке O.

Тогда $\overline{\gamma}/\overline{\omega}$ - упорядоченные инвариантные многообразия данной симметрии с индуцированными каноническими координатами имеют вид:

$$\mathbb{S}^2_{an}(\overline{\gamma}(t)) \cong Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R})(\mathrm{Sym})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega}\,)\ [\mathbb{S}^2_1],$$
$$\mathbb{S}^2_{an}(\overline{\omega}(t)) \cong Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R})(\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega}\,)\ [\mathbb{S}^2_1],$$
$$\mathbb{S}^2_{an}(\overline{\gamma}(t) \otimes \overline{\omega}(t) = 0) \cong Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R})(\mathrm{Sym}\ \cong \mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega}\,)[\mathbb{S}^2_1],$$
$$\mathbb{S}^2_{an}(\overline{\omega}(t) \otimes\ \overline{\gamma}(t) = 0) \cong Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Rot}\ \cong \mathrm{Sym})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega}\,)[\mathbb{S}^2_1],$$

где

- $\mathbb{S}^2_{an}(\overline{\gamma}(t))$ - внутренняя $\overline{\gamma}$ - сфера (эквивариантное пространство модулей векторов $\overline{\gamma}(t)$)
- $\mathbb{S}^2_{an}(\overline{\omega}(t))$ - внутренняя $\overline{\omega}$ - сфера (эквивариантное пространство модулей векторов $\overline{\omega}(t)$)
- $\mathbb{S}^2_{an}(\overline{\gamma}(t) \otimes \overline{\omega}(t) = 0)$ - диагональная внутренняя сфера (универсальное лагранжево многообразие уравнений Эйлера-Пуассона в $(\overline{\gamma}/\overline{\omega})$-представлении);
- $\mathbb{S}^2_{an}(\overline{\omega}(t) \otimes\ \overline{\gamma}(t) = 0)$ - диагональная внешняя сфера (универсальное лагранжево многообразие уравнений Эйлера-Пуассона в $(\overline{\omega}/\overline{\gamma})$-представлении).

Глобальная геометрическая интерпретация Пуансо, описанная в формулировке теоремы, представляет каноническую нормализацию аналитической симметрии $Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega}\,)\,[\mathbb{S}^2_1]$, представляемую нормировкой на ее центр $Zentr(Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega}\,)$ - эквивариантную симметрию

$$Z^{eq}_{O}\ \cong Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega}\,)/\mathrm{Zentr}(Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega}\,)).$$

Теперь доказательство теоремы следует из того, что

- $Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega}\,) \cong \mathrm{End}\ (\mathrm{Zentr}(Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega}\,))$
- $\mathrm{Zentr}(Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega}\,) \cong\ \mathbb{S}^2_{an}(\overline{\omega}(t)\otimes\ \overline{\gamma}(t)=0).$

Из теорем 1, 2 вытекает следующее утверждение.

Теорема 3. Внешняя сфера $\mathbb{S}^2_{an}(\overline{\omega}(t)\otimes\ \overline{\gamma}(t)=0)$, снабженная диагональным действием $\mathrm{Zentr}(Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega}\,)$ изоморфна трехмерной бутылке Клейна $\mathrm{Kl}^3(\mathrm{R})$, представляющей

- как топологическое многообразие - максимальное инвариантное многообразие на эквивариантном отображении центральной симметрии Z^{eq}_{O};
- как аналитическое многообразие - канонический поток линейной обмотки на топологическом многообразии $\mathrm{Kl}^3(\mathrm{R})$.

Сформулируем далее два утверждения, позволяющих сделать вывод о глобальной интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона по Лиувиллю.

Теорема 4. Число полного множества независимых генерирующих циклов на вещественной бутылке Клейна $\mathrm{Kl}^3(\mathrm{R})$ равно 19.

Доказательство. По определению имеем, что

$$\mathrm{Kl}^3(\mathrm{R}) \cong \mathrm{D}\{\mathrm{T}_{*}\mathrm{SO}(3,\mathrm{R}\cup\infty) \cong \mathrm{T}^{*}\,\mathrm{SO}(3,\mathrm{R}\cup\infty)\}.$$

Многообразие $\mathrm{Kl}^3(\mathrm{R})$ имеет каноническую групповую структуру с канонически генератором, имеющим следующий вид:

$$\mathrm{Generator}\ \mathrm{D}\{\mathrm{T}_{*}\mathrm{SO}(3,\mathrm{R}\cup\infty) \cong \mathrm{T}^{*}\,\mathrm{SO}(3,\mathrm{R}\cup\infty)\} \cong \mathrm{Isom}(\mathrm{K}^2/\mathrm{Diag}\ \mathrm{K}^2/Z_2),$$

где $\mathrm{Isom}(\mathrm{K}^2/\mathrm{Diag}\ \mathrm{K}^2/Z_2)$ обозначает группу отождествления вершин стандартного куба K^2 в пространстве $\mathbb{E}^3$ вдоль его главных диагоналей $\mathrm{Diag}\ \mathrm{K}^2$, рассмотренную как CW-комплекс.

В силу простоты группы $\mathrm{Isom}(\mathrm{K}^2/\mathrm{Diag}\ \mathrm{K}^2/Z_2)$ (т.к. группа из двух элементов Z_2 действует транзитивно на множестве $\mathrm{Isom}(\mathrm{K}^2/\mathrm{Diag}\ \mathrm{K}^2)$ имеется изоморфизм

$$\mathrm{Isom}(\mathrm{K}^2/\mathrm{Diag}\ \mathrm{K}^2/Z_2) \cong \mathrm{Generator}\ (\mathrm{Isom}(\mathrm{K}^2/\mathrm{Diag}\ \mathrm{K}^2/Z_2)).$$

Несложно показать, что

$$\mathrm{Generator}\ (\mathrm{Isom}(\mathrm{K}^2/\mathrm{Diag}\ \mathrm{K}^2/Z_2)) \cong \mathrm{Generator}\ (\mathrm{Isom}(\mathrm{K}^2_{\mathrm{CW}})) \cong (\mathrm{S}_5)_{\mathrm{CW}},$$

где $\mathrm{K}^2_{\mathrm{CW}}$ - куб K^2, рассмотренный как CW-комплекс, $(\mathrm{S}_5)_{\mathrm{CW}}$ - симметрическая группа из 5 элементов, рассмотренная как дискретный CW-комплекс.

Число элементов $|(\mathrm{S}_5)_{\mathrm{CW}}|$ группы $(\mathrm{S}_5)_{\mathrm{CW}}$ подсчитывается следующим образом:

$|(S_5)_{CW}| = |\mathrm{Aut}(\mathrm{Diag}\, K^2/Z_2)| + \left|\mathrm{End}\left(\mathrm{Diag}\frac{K^2}{Z_2}\right)\right| = 19.$

Поскольку

$$|\mathrm{Aut}(\mathrm{Diag}\, K^2/Z_2)| = 5+4+3+2+1 = 15;\ |\mathrm{End}(\mathrm{Diag}\, K^2/Z_2)| = |D_2| = 4,$$

где D_2 - группа центральной симметрии координатного креста на евклидовой плоскости (так называемая четверная группа Клейна).

Теорема 5. Касательное пространство к внешней сфере $\mathbb{S}^2_{an}(\overline{\omega}(t) \otimes \overline{\gamma}(t) = 0)$ имеет размерность, равную 19.

Доказательство. Число степеней свободы динамики каждой из внутренних сфер равно 3. Число относительных степеней свободы динамики, попарно касающихся внутренних сфер, равно 6.

Число внутренних степеней свободы, согласованных нормирующим отображением $\mathrm{Zentr}(Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega})$, представляющим непрерывный поток больших кругов на каждой из попарно касающихся внутренних сфер, равно 1.

Поскольку число пар, касающихся внутренних сфер, равно 3, то общее число $\mathrm{Zentr}(Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega})$-инвариантных **(**т.е. глобальных в рамках данного ниже определения) степеней свободы равно 6+6+6+1=19. Теорема доказана.

Теперь дадим следующие определения.

Определение. Степень свободы уравнений Эйлера-Пуассона называется глобальной, если она представляет одномерное собственное сечение односвязного отображения глобального изоморфизма $T_*SO(3, R \cup \infty) \cong T^*\, SO(3, R \cup \infty)$.

Определение. Глобальным интегралом уравнений Эйлера-Пуассона (в данном случае) назовем полный набор интегралов (инвариантов) любого интегрируемого случая (общего или частного) этих уравнений.

Из теорем 1, 3-5 и данных выше определений вытекает ключевое утверждение данной работы.

Теорема 6. Общие уравнения Эйлера-Пуассона являются интегрируемой системой в глобальном смысле по Лиувиллю: число глобальных степеней свободы исходных уравнений совпадает с числом, равным 19, глобальных независимых интегралов в инволюции относительно канонической глобальной скобки Пуассона для исходных уравнений, представляемой отображением $\mathrm{Zentr}(Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega})$ эквивариантной глобализирующей нормировки.

Замечание. Глобальная скобка Пуассона для уравнений Эйлера-Пуассона представляет каноническое **аналитическое продолжение** скобки Пуассона для волчка Эйлера в сепаратрису его фазовой динамики, или эквивалентным образом представляет скобку Пуассона на каноническом эквивариантном аналитическом разрешении сепаратрисы.

В качестве дополнительных аргументов в пользу глобальной интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона (не только по Лиувиллю) приведем еще ряд утверждений из работы [1].

Теорема 7. Фазовое пространство уравнений Эйлера-Пуассона канонически представляется аналитической простой функциональной алгеброй $G_2^{an}(R)$ - аналитическим расширением классической простой исключительной алгебры Ли $G_2(R)$ ранга 14.

Алгебра $G_2^{an}(R)$ представляет пространство рядов эквивариантной теории возмущений уравнений Эйлера-Пуассона.

Алгебра $G_2^{an}(R)$ конечно порождена; ее ранг равен 19.

Теорема 8. Алгебра $G_2^{an}(R)$ является полным пересечением в смысле линейной алгебры: ее упорядоченный базис образует полный неприводимый базис алгебры $G_2^{an}(R)$ как линейного пространства.

Теорема 9. Каноническая скобка Пуассона общих уравнений Эйлера-Пуассона (глобальный эквивариантный коммутатор базисных фазовых потоков) представляется скобкой Пуассона на глобальном торе Лиувилля - орбите глобальной геометрической интерпретации Пуансо, представляемой «трехмерной» бутылкой Клейна $Kl^3(R)$, имеющего смысл универсального лагранжевого многообразия общих уравнений Эйлера-Пуассона.

Координатная форма канонической скобки Пуассона общих уравнений Эйлера-Пуассона имеет вид их эквивариантной нормировки, представляемой отображением $\mathrm{Zentr}(Z^{\mathbb{E}^3}_{O,\mathrm{an}}(\mathbb{R}))(\mathrm{Sym},\mathrm{Rot})(\mathrm{mod}\ \overline{\gamma}/\overline{\omega})$.

Другими словами, фазовые потоки коммутируют в силу общих уравнений Эйлера-Пуассона, если они включаются в фазовый поток глобальной геометрической интерпретации Пуансо, представляемой фазовым потоком на «трехмерной» бутылке Клейна $Kl^3(R)$, канонически реализуемого корректно определенной линейной обмоткой плоского над R многообразия $Kl^3(R)$.

Теорема 10. Фазовые потоки интегрируемых случаев канонически представляются аналитическими функциональными линейными пространствами, являющимися полным набором флаговых подпространств 19-мерной простой алгебры $G_2^{an}(R)$ как линейного пространства.

Теперь установим связь между глобальной интегрируемостью уравнений Эйлера-Пуассона и их точной разрешимостью.

Для сравнения «глобальной ситуации» с классической в контексте разрешимости (интегрируемости) сделаем следующее напоминание.

Замечание. Число локальных степеней свободы уравнений Эйлера-Пуассона равно 6, а число исходных классических интегралов общих уравнений Эйлера-Пуассона равно 3 (интеграл энергии, проекция вектора кинетического момента на вертикальную ось, геометрический интеграл - см., например, [3]).

Теорема 11. Общие уравнения Эйлера-Пуассона являются точно разрешимыми уравнениями, полное пространство решений которых представляется в новом классе специальных функций - классе специальных глобальных L-функций (их вид см. в [1]).

Данные L-функции представляют канонические координаты на приведенной выше (теорема 2) глобальной геометрической интерпретации Пуансо.

Замечание. Утверждения о неинтегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона в окрестности отдельных интегрируемых случаев являются существенно локальными утверждениями , в частности, не инвариантными относительно симметрии обратимости по времени в исходных уравнениях.

Можно также отметить, что они имеют смысл утверждений об отсутствии интегрируемых случаев в (неконструктивно определяемой) «малой окрестности» определенных существенных динамических параметров исходных уравнений.

Соответствующий комментарий по неинтегрируемости возмущенных уравнений волчка Эйлера см. в [3, с.79-83].

Переходя к прикладным аспектам приведенных утверждений, сформулируем следующее утверждение.

Теорема 12. Полный набор глобальных интегралов уравнений Эйлера-Пуассона, представляющих полное множество их интегрируемых случаев (общих и частных), представляет каноническую глобальную связку интегралов Четаева (исходные конструкции этой связки см., например, в [4]) для уравнений (1)-(2).

Замечание. Данное утверждение может быть полезным при конструировании алгоритмов управления и стабилизации сложных механических систем.

Литература

1. Абраров Д.Л. Дзета-модель классической механики. Теоретические и прикладные аспекты. LAP Lambert Academic Publishing, 2016. 276 p. ISBN 978-330-01623-1.
2. Абраров Д.Л. Дзета-функции и L-функции в гамильтоновой динамике. М.: ВЦ РАН, 2010, 225 с.
3. Гашененко И.Н., Горр Г.В., Ковалев А.М. Классические задачи динамики твердого тела. Киев: Наукова Думка, 2012. 402 с.
4. Четаев Н.Г. О вычислении характеристик Кронекера.//Устойчивость движения и работы по аналитической механике. М.:Изд-во РАН СССР, 1962. С. 273-313.

ДИНАМИКА ИЗМЕНЕНИЯ РАЗМЕРА ВСЕЛЕННОЙ И ПРИРОДА ГРАВИТАЦИИ В СООТВЕТСТВИИ С МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛЬЮ И ТЕОРИЕЙ ГИПЕРВСЕЛЕННОЙ

Р.В. Хачатуров

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН;
Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, 40;
тел.: 8-916-978-55-19, e-mail: rv_khach@yahoo.ie

Аннотация. Предлагаемая математическая модель и основанная на ней теория Гипервселенной объясняют наблюдаемый процесс ускоренного расширения Вселенной без помощи таких понятий, как «темная энергия» и «темная материя». Обосновано предположение, что наша Вселенная представляет собой расширяющуюся трехмерную гиперповерхность четырехмерного шара (гиперсферу) радиусом около 10 миллиардов световых лет, а Гипервселенная — вращающийся пятимерный тор. Получены законы периодического изменения радиуса, скорости и ускорения расширения (сжатия) Вселенной при ее движении по поверхности пятимерного тора Гипервселенной.

Ключевые слова: математическое моделирование, Вселенная, космология, гравитация, теория Гипервселенной.

1. Введение

В соответствии с современными астрофизическими данными наша Вселенная в большом масштабе имеет регулярную, ячеистую структуру (рис.1) и в настоящий момент времени расширяется по следующему закону: чем дальше друг от друга находятся любые две точки пространства нашей Вселенной, тем быстрее они друг от друга удаляются. Первым эту закономерность обнаружил и сформулировал Эдвин Пауэлл Хаббл в 1929 г. Отметим, что наблюдаемый закон расширения Вселенной также означает, что в какой бы точке нашей Вселенной ни находился наблюдатель, ему будет казаться, что он находится в центре Вселенной (рис.1), а все остальные ее объекты удаляются от него. Причем, чем дальше они находятся, тем быстрее удаляются. Поэтому, зная расстояние до них, в любой точке нашей Вселенной можно приближенно определить скорость их удаления от этой точки с помощью закона Хаббла

$$V = \frac{dD}{dt} = H_0 D \ ,$$

где V — скорость удаления объекта, D — расстояние до него, H_0 — постоянная Хаббла в настоящий момент. Большинство современных независимых оценок H_0 дают для этого параметра значение 65÷75 км/с на мегапарсек (≈ 3,26 *млн свет.лет*) или 20÷23 км/с на миллион световых лет [1–19].

Современные астрофизические наблюдения и измерения показывают также, что наша Вселенная имеет регулярную, ячеистую структуру. В масштабе миллиардов световых лет галактики образуют сложную систему мембран, нитей и узлов, между которыми расположены огромные, почти пустые пространства с редкими галактиками (рис.1).

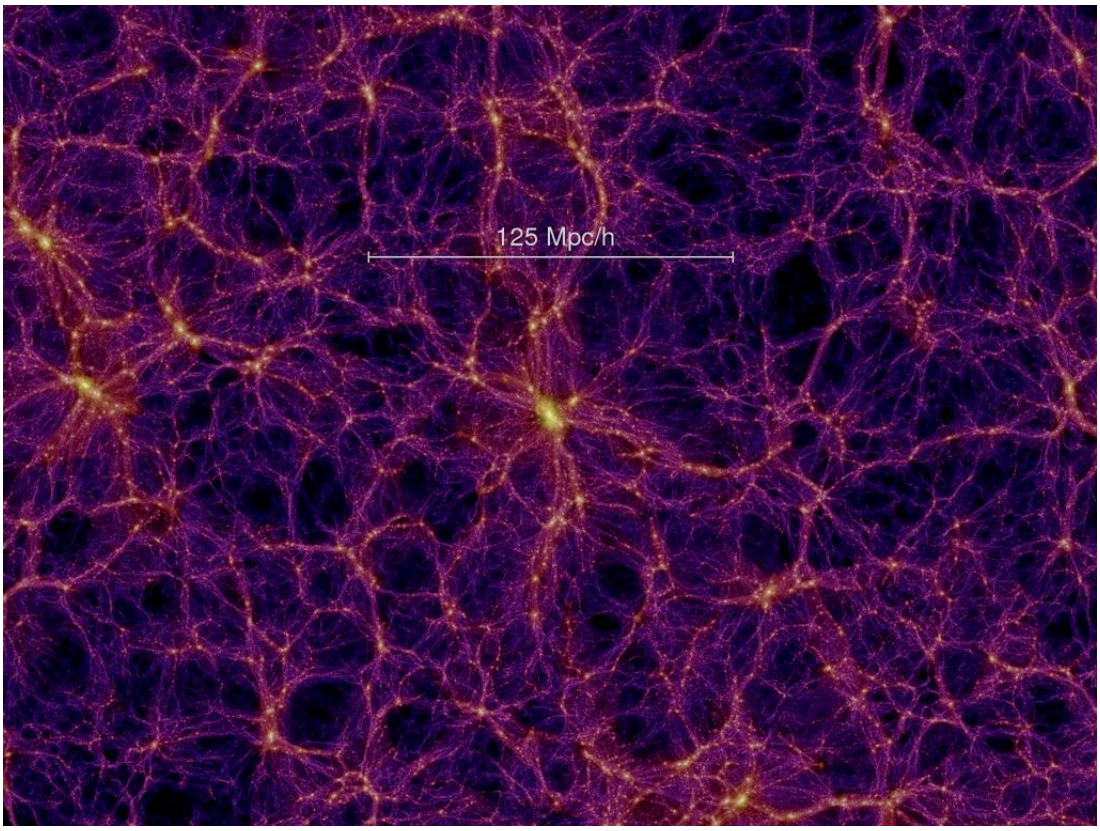


Рис.1. Крупномасштабная структура Вселенной [1]

Простая линейная экстраполяция закона Хаббла во времени привела к возникновению теории Большого взрыва, согласно которой наша Вселенная возникла из сингулярности и начала расширяться в результате некого первоначального взрыва. Однако в окружающем нас мире ничего линейного нет. Отметим также, что ни один из известных нам взрывов не распространяется по такому закону. Кроме того, если бы наша Вселенная расширялась по законам любого обычного взрыва, то можно было бы довольно легко определить и направление к центру этого взрыва, т.е. к центру Вселенной. Однако в нашем случае это невозможно, так как все направления равноправны, а Вселенная имеет регулярную (в большом масштабе) ячеистую структуру (рис.1), что также очень плохо согласуется с теорией Большого взрыва. Более того, самые современные результаты астрофизических наблюдений и измерений говорят о том, что наша Вселенная не просто расширяется по закону Хаббла, сохраняя свою регулярную структуру, но расширяется с дополнительным положительным ускорением. Для объяснения этого факта сравнительно недавно была выдвинута гипотеза о существовании «темной энергии», которая призвана не давать гравитационным силам обычной материи замедлять скорость расширения Вселенной. Из этого, в свою очередь, делается слабообоснованный вывод, что Вселенная будет расширяться бесконечно со все возрастающей скоростью.

Предлагаемая в этой и предыдущих моих работах математическая модель и основанная на ней теория Гипервселенной [3–10] объясняют наблюдаемый процесс ускоренного расширения Вселенной без помощи таких понятий, как «темная энергия» и «темная материя». Обосновано предположение, что наша Вселенная представляет собой расширяющуюся (в настоящий момент с ускорением) трехмерную гиперповерхность четырехмерного шара (гиперсферу) радиусом около 10 миллиардов

световых лет и объемом около 20000 (млрд свет.лет)^3, а Гипервселенная — вращающийся пятимерный тор (рис.2). Получены законы периодического изменения радиуса, скорости и ускорения расширения (сжатия) Вселенной при ее движении по поверхности пятимерного тора Гипервселенной.

2. Пятимерный тор Гипервселенной и законы его динамики

Опишем основные положения теории Гипервселенной [3–10]. Согласно этой теории наша Гипервселенная представляет собой пятимерный тор, а наша Вселенная — трехмерную гиперповерхность четырехмерного шара, движущуюся по тору Гипервселенной вместе с миллиардами других вселенных, параллельных нашей, периодически расширяясь и сжимаясь, как это показано на рис.2. Радиус кривизны нашей Вселенной в настоящее время составляет около 10 миллиардов световых лет, а ее объем соответственно $W_U = W_{S^3} = 2\pi^2 R^3 \approx 20000\,(\textit{млрд.свет.лет})^3$.

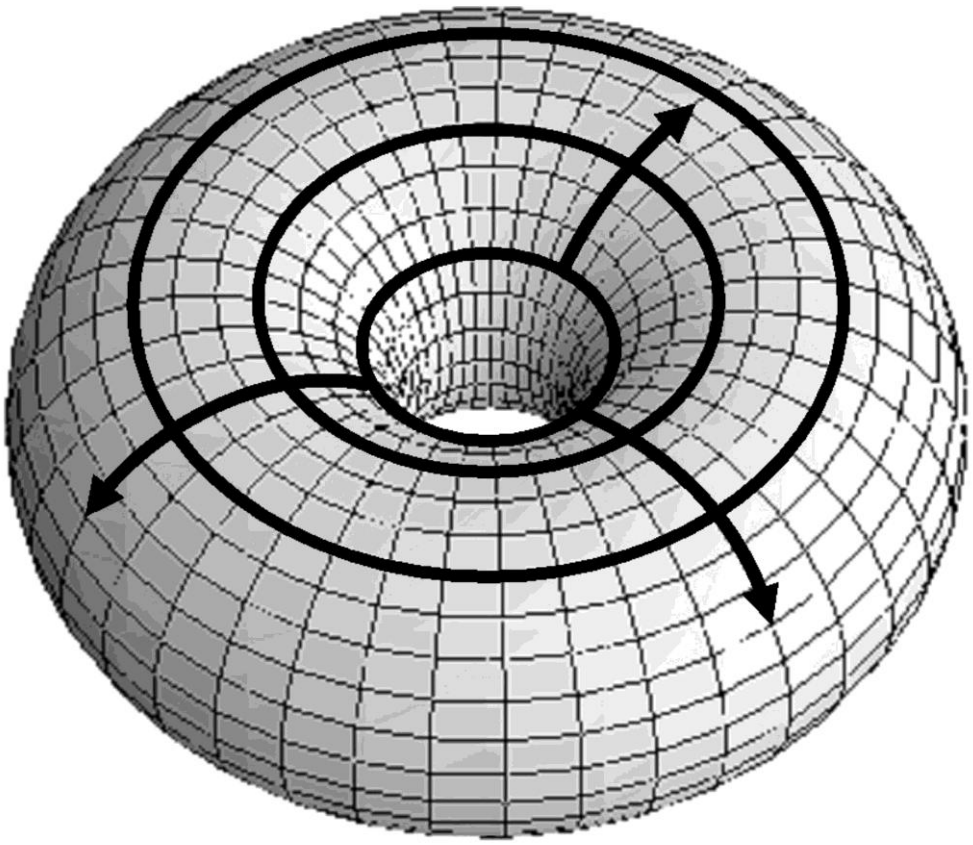


Рис.2. Трехмерная схема пятимерного тора Гипервселенной

Для облегчения восприятия на рис. 2 редуцированы две пространственные координаты, поэтому наша Вселенная и параллельные ей предстают на нем в виде окружностей.

При постоянных угловой ω_T и линейной U_T скоростях вращения поверхности тора (или движения окружности Вселенной по его поверхности) скорость увеличения

радиуса этой окружности V_R не будет постоянной, а будет определяться следующим уравнением:

$$V_R = U_T \sin\alpha \ ,$$ где α — угол поворота поверхности тора (рис.3).

Эта формула не только объясняет, почему скорость расширения и будущего сжатия Вселенной непостоянна, но и описывает закон ее изменения.

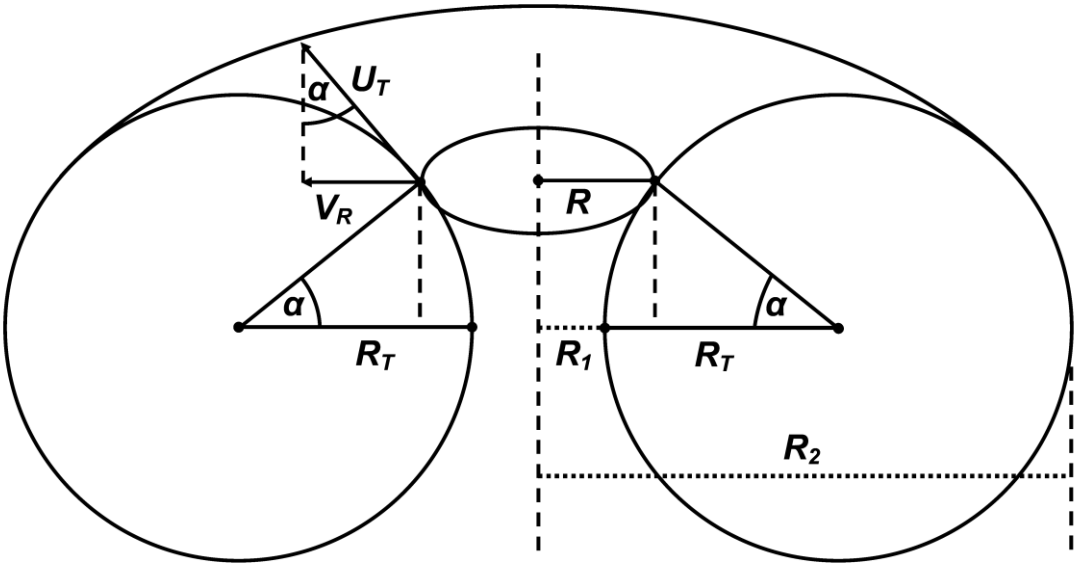


Рис.3. Трехмерная схема пятимерного тора Гипервселенной в разрезе

Более того, если предположить, что линейная скорость вращения поверхности тора Гипервселенной U_T близка к скорости света C, то можно определить местоположение на нем нашей Вселенной в данный момент времени, зная скорость удаления от нас космических объектов, находящихся на расстоянии, равном радиусу кривизны нашей Вселенной $R \approx 10$ *млрд свет.лет.* Очевидно, что скорость удаления от нас таких объектов будет равна V_R — скорости увеличения R. Исходя из этого, мы можем вычислить синус угла α:

$$\sin\alpha = V_R / U_T \approx V_R / C \ .$$

Согласно современным астрономическим данным [1,2,11-19] скорость удаления объектов, находящихся на расстоянии *10 млрд свет.лет*, составляет приблизительно *2/3* от скорости света C. Поэтому $\sin\alpha \approx 2/3 \Rightarrow \alpha \approx 0,73$ *радиан* ≈ 42 *градуса.*

С другой стороны, это означает, что за время от начала расширения Вселенной *($T \approx 14 \div 15 \times 10^9$ лет)* тор Гипервселенной успел повернуться на найденный угол α при линейной скорости движения его поверхности $U_T = C$ (отметим, что скорость света $C = 1$, если измерять ее в единицах «световые года в год», что в данном случае удобно). Исходя из этого, можно вычислить радиус тела тора R_T:

$$U_T = C = 1 = \omega_T R_T,\ \omega_T = \alpha / T \Rightarrow R_T = CT/\alpha\ .$$

Таким образом, мы получили формулу для вычисления радиуса тела тора Гипервселенной в зависимости от времени T от начала расширения Вселенной и угла α, на который он успел за это время повернуться. Подставляя в эту формулу значения C, T и α, окончательно получим $R_T \approx 20$ *(млрд свет.лет).*

Теперь можно вычислить внутренний R_1 и внешний R_2 радиусы тора Гипервселенной [3–10] (рис.3):

$$R_1 = R - R_T\left(1 - \cos\alpha\right) \approx 4,7 \text{ (млрд свет.лет).}$$
$$R_2 = R_1 + 2R_T \approx 44,7 \text{ (млрд свет.лет).}$$

Как уже было отмечено выше, предлагаемая модель объясняет также и то, где и как могут располагаться соседние, параллельные вселенные. Как показано на рис. 2, они могут быть представлены в виде параллельных окружностей на поверхности тора, следующих за и перед окружностью нашей Вселенной по углу α. Период обращения составляет около 125 миллиардов лет $\left(2\pi R_T / C\right)$. Остается только вернуть редуцированные нами (для облегчения восприятия модели) две пространственные координаты, чтобы окончательно получить математическую модель нашей Гипервселенной в виде пятимерного тора с циклически двигающимися по нему параллельными вселенными — трехмерными гиперповерхностями соответствующих четырхмерных шаров разного радиуса.

Получены периодические законы для радиуса нашей Вселенной, скорости и ускорения ее расширения (в настоящий момент времени) и сжатия:

$$R(t) = R_1 + R_T\left(1 - \cos\alpha\right) = R_1 + R_T\left(1 - \cos\left(\omega_T t\right)\right),$$
$$V_R(t) = \left(R(t)\right)'_t = C\sin(\alpha) = C\sin\left(\omega_T t\right),$$
$$A_R(t) = \left(V_R(t)\right)'_t = C\omega_T \cos\left(\omega_T t\right) = \frac{C^2}{R_T}\cos(\alpha)\ ,\ \text{где}\ \ \omega_T = C/R_T\ .$$

Исходя из этих законов и полученных значений параметров Гипервселенной, можно подсчитать примерное значение ускорения расширения Вселенной в настоящий момент времени:

$$A_{R_0} = \frac{C^2}{R_T}\cos\left(\alpha_0\right) \approx 5\times10^{-10} \times 0,745 = 3,725\times10^{-10} \text{ (м/с}^2\text{).}$$

Это теоретически полученное значение соответствует самым современным данным астрофизических измерений [1,2,11-19] для расстояний, равных радиусу кривизны нашей Вселенной в настоящий момент времени (около *10 млрд свет.лет*). Положительное ускорение расширения Вселенной впервые обнаружили и измерили астрофизики С. Пёрлмуттер, Б. Шмидт и А. Рисс. За это открытие в 2011 г. им была присуждена Нобелевская премия. Теоретически вычисленное по математической

модели Гипервселенной ускорение расширения Вселенной A_{R_0} с высокой точностью совпадает с их экспериментальными данными [13-15].

На рис. 4 представлен график изменения размера Вселенной, соответствующий математической модели Гипервселенной [3-10], в сравнении с графиками для ранее существовавших моделей, из которых лишь верхний пунктирный график соответствует недавно обнаруженному ускорению расширения Вселенной [13-19]. Попытки объяснить это явление с помощью «темной энергии» и «темной материи» приводят к выводу, что Вселенная будет расширяться бесконечно. Однако из рис.4 видно, что график, соответствующий ускоренному расширению Вселенной (начиная с настоящего момента времени и на следующие 15 миллиардов лет), органично вписывается в циклический график (самый верхний, обозначен сплошной линией) изменения размера Вселенной, построенный по описанной модели Гипервселенной.

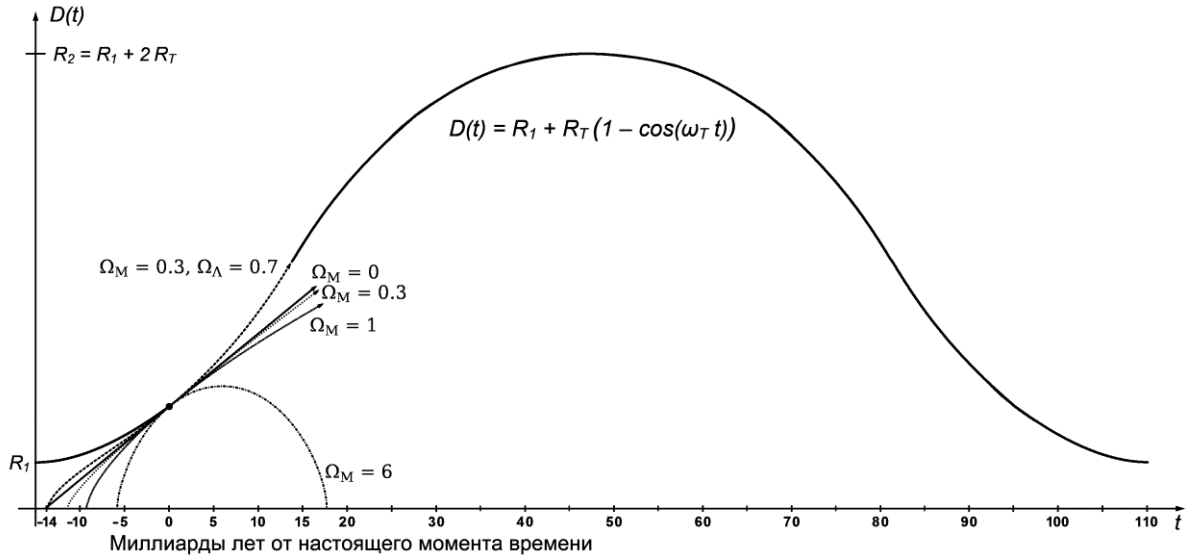


Рис.4. Различные сценарии расширения Вселенной
в сравнении с рассчитанным по модели Гипервселенной

В качестве $D(t)$ на рис. 4 берется расстояние между любыми двумя объектами нашей Вселенной, находящимися на расстоянии, равном радиусу кривизны нашей Вселенной. Очевидно, что в этом случае $D(t)=R(t)$ для любого значения времени t. Поэтому минимальное значение функции $D(t)$ будет равно внутреннему радиусу Гипервселенной R_1, а максимальное — внешнему $R_2 = R_1 + 2R_T$.

Длина образующей окружности пятимерного тора Гипервселенной равна $L_T = 2\pi R_T \approx 125,6\,(\textit{млрд.свет.лет})$. Есть основания предполагать, что расстояние между соседними вселенными, измеренное вдоль образующей окружности тора Гипервселенной, составляет около половины светового года. В этом случае общее число вселенных, параллельных нашей и принадлежащих нашей Гипервселенной, сопоставимо с числом звезд в нашей галактике Млечный Путь — от 200 до 300 миллиардов.

Эта оценка помогает осознать, насколько огромна полная масса Гипервселенной, что позволяет ей совершать триллионы полных оборотов (изнутри наружу) по инерции — без необходимости воздействия каких-либо дополнительных внутренних

или внешних сил. Каждый из таких оборотов (как уже отмечалось выше) длится около 125 миллиардов лет (рис.4).

3. Математическое описание пятимерного тора Гипервселенной

Пятимерный тор Гипервселенной $T^5 \in E^5$ можно полностью определить параметрами R_1, R_T и углом вращения $\alpha \in [0, 2\pi]$ (рис.3). Для этого в четырехмерном евклидовом пространстве E^4 первых четырех координат x_1, x_2, x_3, x_4 определим гиперсферу S^3 (трехмерную гиперповерхность соответствующего четырехмерного шара) с радиусом $R(\alpha) = R_1 + R_T(1 - \cos\alpha)$ следующим образом:

$$S^3\left(R(\alpha)\right) = \left\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \mid\ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = R^2(\alpha)\right\}.$$

Заметим, что эти гиперсферы $S^3\left(R(\alpha)\right)$ соответствуют параллельным вселенным на пятимерном торе Гипервселенной с радиусами кривизны, равными $R(\alpha)$ (рис. 2, 3).

Центры таких гиперсфер будут лежать в различных точках пятой координатной оси (O, x_5) пятимерного евклидова пространства E^5 в зависимости от угла вращения α. Значение пятой координаты определяется следующим образом (рис. 3):

$$x_5 = R_T \sin\alpha .$$

Таким образом, центр каждой из таких гиперсфер будет лежать в точке $(x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = R_T \sin\alpha)$ пятимерного евклидова пространства E^5. Множество всех таких гиперсфер для всех значений угла вращения $\alpha \in [0, 2\pi]$ и будет образовывать пятимерный тор Гипервселенной, который можно определить как множество

$$T^5 = \left\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \mid\ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = R^2(\alpha),\ x_5 = R_T \sin\alpha,\ \alpha \in [0, 2\pi]\right\}$$

или описать следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} R(\alpha) = R_1 + R_T(1 - \cos\alpha) \\ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = R^2(\alpha) \\ x_5 = R_T \sin\alpha, \quad \alpha \in [0, 2\pi] \end{cases}.$$

Отметим, что аналогичным образом можно описать тор любой размерности $N > 2$:

$$T^N = \left\{(x_1, ..., x_N) \mid\ x_1^2 + ... + x_{N-1}^2 = R^2(\alpha),\ x_N = R_T \sin\alpha,\ \alpha \in [0, 2\pi]\right\}.$$

4. Объяснение природы гравитации

В настоящее время наиболее полной и общепринятой теорией гравитации является Общая теория относительности (ОТО) и некоторые ее модификации. В основе этой теории лежит предположение (утверждение), что все тела, обладающие массой, вызывают искривление пространственно-временного континуума Вселенной и все гравитационные эффекты обусловлены не **силовым взаимодействием** тел и **полей**, находящихся в **пространстве-времени**, а деформацией самого́ пространства-времени. Если гравитационная масса точно равна инерционной (на сегодняшний день это подтверждено экспериментально с точностью до 10^{-14} порядка величины), то в выражении для ускорения тела, на которое действуют лишь гравитационные силы, обе массы сокращаются. Поэтому ускорение тела (следовательно, и его траектория) не зависит от массы и внутреннего строения тела. Если все тела с различными массами, плотностями и формами в одной и той же точке пространства получают одинаковое ускорение (как это и происходит в реальности), то это ускорение можно объяснить не свойствами тел, а свойствами самого́ пространства в этой точке.

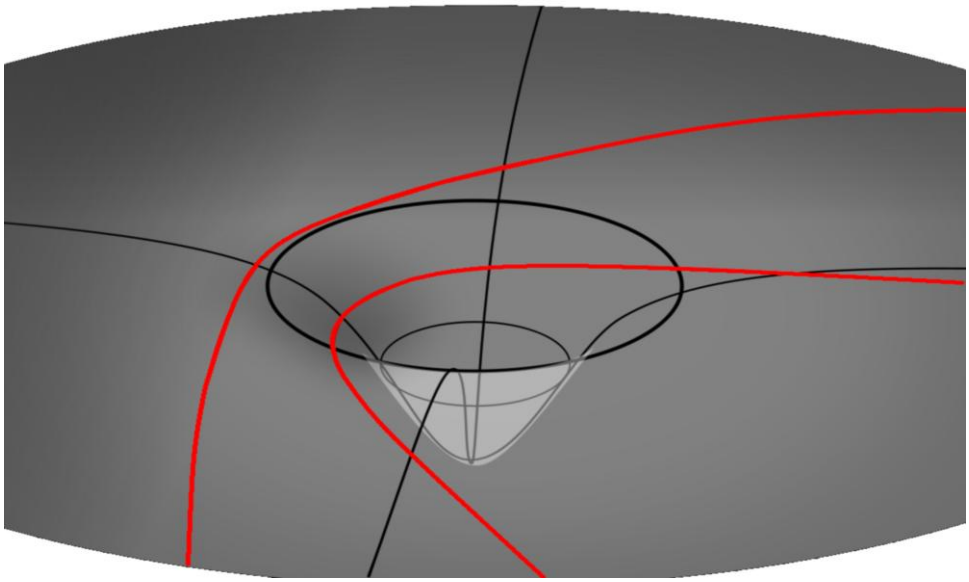


Рис.5. Траектории тел в искривленном пространстве

Таким образом, описание гравитационного взаимодействия между телами можно свести к описанию пространства-времени, в котором двигаются тела. Естественно предположить (как это и делается в ОТО), что тела движутся по инерции, т.е. так, что их ускорение в собственной системе отсчета равно нулю. Траектории тел тогда будут **геодезическими линиями**, теория которых была разработана математиками еще в **XIX веке.** Если запустить из двух близких точек два тела параллельно друг другу, то в гравитационном поле они постепенно начнут либо сближаться, либо удаляться друг от друга. Этот эффект называется **девиацией геодезических линий**. Аналогичный эффект можно наблюдать непосредственно, если запустить два шарика параллельно друг другу по резиновой мембране, в центр которой положен массивный предмет. Шарики разойдутся: тот, который был ближе к предмету, продавливающему мембрану, будет стремиться к центру сильнее, чем более удаленный шарик. Это расхождение (**девиация**) обусловлено кривизной мембраны. Аналогично в пространстве-времени девиация геодезических линий (расхождение траекторий тел) связана с его кривизной (рис.5). Современные эксперименты подтверждают движение тел в пространстве нашей

Вселенной по геодезическим линиям с той же точностью, что и равенство гравитационной и инерционной масс.

В ОТО рассматривается обобщение псевдоевклидового пространства Специальной теории относительности (СТО) на случай пространства, обладающего локальной кривизной, что позволяет объяснить очень многие (хотя и не все) наблюдаемые астрофизические и космологические явления и процессы [11-20]. Однако ни ОТО, ни другие теории гравитации не дают ответ на основной вопрос:

Почему *любое тело, обладающее массой, вызывает локальное искривление пространства и, следовательно,* ***«притягивает»*** *любое другое тело, обладающее массой?*

Теория Гипервселенной дает ответ на этот вопрос.

Рассмотрим любую точку в пространстве одной из параллельных вселенных, движущихся по пятимерному тору Гипервселенной (рис. 2, 3). Предположим, что она не движется относительно пространства Вселенной, которой принадлежит. При этом траектория ее движения по пространству Гипервселенной будет представлять из себя окружность с радиусом, равным радиусу тела тора Гипервселенной $\left(R_T \approx 20\times10^9 \, свет.лет\right)$. Поэтому, зная величину этого радиуса и скорость движения параллельных Вселенных по тору Гипервселенной, можно вычислить центростремительное ускорение A_G данной точки

$$A_G = C^2 / R_T \approx 5\times10^{-10} \ (м/с^2) \ .$$

Если в данной точке находится тело массы M, то на него будет действовать центробежная сила $F_G = M \cdot A_G$. Назовем ускорение A_G абсолютным гравитационным ускорением, а силу F_G — абсолютной гравитационной силой тела. Именно с этой силой данное тело «давит» на пространство Вселенной, вызывая его искривление, аналогично предмету, продавливающему мембрану (рис.5).

Еще раз отметим, что абсолютная гравитационная сила тела вычисляется исходя из того, что это тело находится в состоянии покоя относительно пространства той Вселенной, которой оно принадлежит, либо скорость его движения в ней много меньше скорости света. При увеличении скорости тела относительно пространства его Вселенной, гравитационная сила этого тела будет расти, так как к центростремительному ускорению A_G, вызванному движением всей Вселенной по тору Гипервселенной, будет добавляться центростремительное ускорение, вызванное движением этого тела по искривленному пространству самой Вселенной (рис. 2, 3). Добавление этого ускорения объясняет выводы СТС о релятивистском увеличении массы движущегося тела

$$m' = m_0 \Big/ \sqrt{1-\left(V/C\right)^2} \ .$$

Однако, как следует из теории Гипервселенной [3-10], на самом деле увеличивается не масса тела, а его гравитационная сила вследствие появления дополнительного центростремительного ускорения, что вызывает увеличение локального искривления пространства.

Таким образом, предлагаемая модель Гипервселенной позволяет объяснить связь между массой, искривлением пространства и гравитацией. Из этого следует, в частности, что если бы наша Вселенная не изменяла свой размер или делала бы это прямолинейно, а не по замкнутой траектории вдоль поверхности тора Гипервселенной, то тела, обладающие массой, не искривляли бы пространство Вселенной и, следовательно, самого явления гравитации просто не было бы.

Литература

1. Volker Springel, Simon D.M. White, Adrian Jenkins et al. Simulating the joint evolution of quasars, galaxies and their large-scale distribution // Astro-physics. 2005. Vol. 2. 42 p.
2. Hutsemékers D., Braibant L., Pelgrims V., Sluse D. Alignment of quasar polarizations with large-scale structures // Astronomy & Astrophysics. 2014. Vol. 572. (A18) 7 p.
3. Хачатуров Р. В. Пятимерная модель Гипервселенной и возможные этапы освоения космического пространства // Труды XXXV академических чтений по космонавтике, посвященных памяти С.П.Королёва (МГТУ). М.: Комиссия РАН, 2011. С. 277-278.
4. Хачатуров Р. В. Математическая модель Гипервселенной и ее применение для оценки возможности освоения космического пространства // Гагаринский сборник. Материалы XXXVIII Международных чтений, посвященных памяти Ю.А. Гагарина. Гагарин, 10-12 марта 2011 года. Воронеж: Научная книга, 2011. С. 282-288.
5. Хачатуров Р. В. Перспективы освоения космического пространства. Математическая модель Гипервселенной // Сборник научных статей по материалам III международной научной конференции «Фундаментальные проблемы системной безопасности и устойчивости», посвященной 50-летию полета первого в мире космонавта Ю.А. Гагарина. ВЦ РАН. М.: Вузовская книга, 2011. С.499-511.
6. Хачатуров Р. В. Объяснение ускоренного расширения Вселенной и гравитации на основании математической модели Гипервселенной // Гагаринский сборник. Материалы XXXIX Международных общественно-научных чтений, посвященных памяти Ю.А. Гагарина. Ч. 2. Воронеж: Научная книга, 2013. С.105-119.
7. Хачатуров Р. В. Прошлое и будущее нашей Вселенной с точки зрения математической модели Гипервселенной // Гагаринский сборник. Материалы XL Международных общественно-научных чтений, посвященных памяти Ю.А. Гагарина. Гагарин, март 2013. Воронеж: Научная книга, 2014. С. 305-331.
8. Хачатуров Р. В. Пятимерный тор Гипервселенной в трехмерном Времени // Гагаринский сборник. Материалы XLI Международных общественно-научных чтений, посвященных памяти Ю.А. Гагарина. –Воронеж: Научная книга, 2014. С3. 52-377.
9. Хачатуров Р. В. Динамика пятимерного тора Гипервселенной в трехмерном Времени. //Труды XXXIX академических чтений по космонавтике, посвященных памяти С.П.Королёва (МГТУ 2015). М.: Комиссия РАН, 2015. С.187-190.
10. Хачатуров Р. В. Теория пятимерной тороидальной Гипервселенной // Прикладная математика и математическая физика. 2015. Т. 1. № 1. С. 129–146.
11. Clifford M. Will. The Confrontation between General Relativity and Experiment // Living Rev. Relativity 9. 2006. 3 p.
12. John D. Anderson, Philip A. Laing, Eunice L. Lau, Anthony S. Liu, Michael Martin Nieto, Slava G. Turyshev. Study of the anomalous acceleration of Pioneer 10 and 11 // Physical Review D. 2002. Vol.65. No.8. (082004) 50 p.
13. Riess A.G. et al. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant // The Astronomical Journal. 1998. Vol.116. Pp.1009-1038.
14. Perlmutter S., Schmidt B.P. Measuring Cosmology with Supernovae // Springer, Lecture Notes in Physics. 2003. Vol.598. Pp.195-217.
15. Riess A.G. et al. A 3% Solution: Determination of the Hubble Constant with the Hubble Space Telescope and Wide Field Camera 3 // Astrophysical Journal. 2011. 730:119 (18 p).
16. Чёрный В.Г., Майорова В.И. Астрономия в космонавтике. М.: МГТУ, 2008. 200 с.
17. Засов А.В., Кононович Э.В. Астрономия. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 256 с.
18. Громов А.Н., Малиновский А.М. Вселенная. Полная биография. М.: Эксмо, 2011. 416 с.
19. Новиков И.Д. Как взорвалась Вселенная. М.: Терра, 2008. 272 с.
20. Бауров Ю.А. Бюон — шаг в будущее. М.: МагистрПресс, 2007. 160 с.

СЕКЦИЯ 2. Управление и оптимизация

Председатели секции: акад. РАН Евтушенко Юрий Гаврилович,
акад. РАН Черноусько Феликс Леонидович, проф. Жадан Виталий Григорьевич,
доктор физ.-матем.наук Посыпкин Михаил Анатольевич

ВЫЧИСЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ ТОЧЕК ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ ГАУССОВОЙ СМЕСИ ПО ГРАДИЕНТНО-СТАТИСТИЧЕСКОМУ АЛГОРИТМУ

Н.Н. Апраушева[1], В.В. Дикусар[2], *С.В. Сорокин[3]

Федеральный исследовательский центр
«Информатика и управление» Российской академии наук.
Россия, 119889, г. Москва, ул. Вавилова 44, к.2.
Тел.: [1](499)135-40-98, [2](499)135-00-80 [3](499)135-20-79,
e-mail: [1]plat@ccas.ru, [2]dikussar@yandex.ru, [3]www2013@ccas.ru

Аннотация. Градиентно-статистический алгоритм состоит из четырех частей.
1. Моделирование по заданной плотности вероятности $f(X)$ репрезентативной p-мерной выборки ($1 \le p < \infty$) и выделение из нее множества B окрестностей всех критических точек функции $f(X)$.
2. Определение оценок экстремальных точек функции $f(X)$. Выделение по критерию Сильвестра подмножества N ($N \subset B$) окрестностей всех мод функции $f(X)$ и последовательное определение оценки каждой моды с использованием методов кластер-анализа. Аналогичными методами выделяется подмножество L окрестностей всех точек локальных минимумов ($L \subset N \setminus B$) и находится оценка каждой точки локального минимума.
3. Исключается подмножество G, $G \subset B \setminus (N \cup L)$, на котором поверхность функции $f(X)$ почти горизонтальна.
4. На множестве $S = B \setminus (N \cup L \cup G)$ находится оценка каждой седловой точки функции $f(x)$ с выделением её окрестности.

Ключевые слова: гауссова смесь, критическая точка, модуль градиента, гессиан, критерий Сильвестра, кластер-анализ.

1. Введение

Математика, подобно физике, — экспериментальная наука.

В. И. Арнольд

Гауссовы смеси широко используются в качестве генерального аппроксиматора в различных областях науки и практики [1-3]. Популярность конечных гауссовых смесей вызывает необходимость решения таких задач, как определение мод и оценивание их числа. В общем случае не существует точных аналитических выражений для определения мод, для их вычисления используются различные итерационные методы: Ньютона, градиентно-квадратический, Пикара и др. [3-5]. При использовании этих методов в многомерных пространствах сходимость последовательностей итераций к предельным точкам зависит от заданных начальных условий, что может привести к

пропуску некоторых критических точек. Градиентно-статистический алгоритм (ГСА), базирующийся на элементах статистики, градиентного метода и кластер-анализа, не требует задания начальных условий, что является его преимуществом перед другими известными методам.

Плотность вероятности гауссовой смеси в *p*-мерном пространстве имеет вид

$$f(X) = (2\pi)^{-\frac{p}{2}} \sum_{i=1}^{k} \pi_i |\Sigma_i|^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}(X-\mu_i)\Sigma_i^{-1}(X-\mu_i)'}, \tag{1}$$

$1 \le \mathrm{p} < \infty$, $2 \le \mathrm{k} < \infty$, $\mathrm{X}, \mu_i \in \mathrm{R}^{\mathrm{p}}$, $\Sigma_i > 0$, $0 \le \pi_i < 1$,, $\sum_{i=1}^{k} \pi_i = 1$, μ_i— среднее значение i-й компоненты, π_i — ее вес, Σ_i — ее ковариационная матрица.

Градиент и гессиан функции $f(X)$ выражается формулами [3, 6]:

$$g = \nabla f(X) = \sum_{i=1}^{k} f_i(X)\Sigma_i^{-1}(\mu_i - X)', \tag{2}$$

$$H = \nabla' \nabla f(X) =$$

$$= \sum_{i=1}^{k} f_i(X)\Sigma_i^{-1} e^{-\frac{1}{2}(X-\mu_i)\Sigma_i^{-1}(X-\mu_i)'} ((\mu_i - X)'(\mu_i - X) - \Sigma_i)\Sigma_i^{-1}, \tag{3}$$

$$f_i(X) = \frac{|\Sigma_i|^{-\frac{1}{2}}}{(2\pi)^{\frac{p}{2}}} \pi_i e^{-\frac{1}{2}(X-\mu_i)\Sigma_i^{-1}(X-\mu_i)'}. \tag{4}$$

2. Описание алгоритма

По заданной плотности вероятности (1) моделируется *p*-мерная репрезентативная выборка *n* независимых случайных векторов

$$A = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}, \quad 1 \le p < \infty, \tag{5a}$$

$$X_s = (x_{s1}, x_{s2}, \dots, x_{sp}), \quad s = 1,2, \dots, n. \tag{5b}$$

Используя формулу (2), в каждой точке $X_s \subset A$ вычисляем модуль градиента

$$|\nabla_s| = \left(\sum_{i=1}^{p} \left(\frac{\partial f(X_s)}{\partial x_i} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad s = 1,2, \dots, n. \tag{6}$$

Из множества A выделяется подмножество окрестностей всех критических точек функции $f(X)$:

$$B = \{X_s \in A: |\nabla f(X_s)| < \varepsilon\}, \ B \subset A, \tag{7}$$

ε — малое положительное число.

Из множества B по критерию Сильвестра [7] выделяется подмножество окрестностей N_t, $t = 1,2, \dots, m$, всех мод функции $f(X)$:

$$N = \left\{ X_s \in B: \left| H\left(f(X_s)\right) \right|_i \lesseqgtr 0 \right\}, \quad i = 1,2, \dots, p, \ N \subset B, \tag{8}$$

$\left| H\left(f(X_s)\right) \right|_i$ — i-й главный минор Гессиана функции $f(X)$ в точке X_s,

$$N = \bigcup N_t, \quad t = 1,2, \dots, m. \tag{9}$$

Далее последовательно находится оценка каждой моды $\hat{X}_t,\ t = 1,2,\dots,m,$ с выделением ее окрестности N_t методами кластерного анализа [8]:

$$\hat{X}_1 = \arg\max_{X_s \in N} f(X_s), \quad \hat{X}_2 = \arg\max_{X_s \in N_2^*} f(X_s), \dots, \quad \hat{X}_m = \arg\max_{X_s \in N_m^*} f(X_s), \tag{10}$$
$$N_2^* = N \backslash N_1, \quad N_3^* = N_2^* \backslash N_2, \dots, \quad N_m^* = N_{m-1}^* \backslash N_{m-1}.$$

Аналогично по критерию Сильвестра из множества $B\backslash N$ выделяется подмножество окрестностей $L_t,\ t = 1,2,\dots,l,$ всех локальных минимумов функции $f(X)$:

$$L = \left\{X_s \subset B\backslash N : \left|H\left(f(X_s)\right)\right|_i > 0\right\}, \quad i = 1,2,\dots,p, \tag{11}$$

$$L = \bigcup_{t=1}^{l} L_t, \quad t = 1,2,\dots,l. \tag{12}$$

Если $L \neq \emptyset$, то последовательно находится оценка каждой точки локального минимума $\check{X}_t$ с выделением ее окрестности L_t:

$$\check{X}_1 = \operatorname{argmin}_{X_s \in L} f(X_s), \quad \check{X}_2 = \arg\min_{X_s \in L_2^*} f(X_s), \dots, \quad \check{X}_l = \arg\min_{X_s \in L_l^*} f(X_s), \tag{13}$$
$$L_2^* = L \backslash L_1, \quad L_3^* = L_2^* \backslash L_2, \dots, \quad L_l^* = L_{l-1}^* \backslash L_{l-1}.$$

Множество

$$C = B\backslash(N \cup L) \tag{14}$$

не содержит окрестностей экстремальных точек функции $f(X)$, его элементами являются окрестности всех седловых $S_i,\ i = 1,2,\dots,s,$ и подмножество точек G, на котором поверхность функции $f(X)$ почти горизонтальна:

$$G = \left\{X_s \in C : f(X_s) < \varepsilon_1,\ \left\|H\left(f(X_s)\right)\right\| < \varepsilon_2\right\}, \tag{15}$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — малые положительные числа, $\left\|H\left(f(X_s)\right)\right\|$ — модуль определителя Гессиана.

На множестве

$$S = C\backslash G$$

последовательно определяются оценки всех седловых точек $\tilde{X}_i$ с выделением их окрестностей S_i , $i = 1, 2 \dots, s$, по формулам

$$\tilde{X}_1 = \operatorname{argmin}_{X_s \in S} |\nabla f(X_s)|, \quad \tilde{X}_2 = \arg\min_{X_s \in S_2^*} |\nabla f(X_s)|, \dots, \quad \tilde{X}_s = \arg\min_{X_s \in S_s^*} |\nabla f(X_s)|,$$
$$S_2^* = S \backslash S_1, \quad S_3^* = S_2^* \backslash S_2, \dots, \quad S_s^* = S_{s-1}^* \backslash S_{s-1}.$$

В многомерных пространствах число критических точек функции $f(X)$ должно удовлетворять уравнению Эйлера:

$$m + l - s = 1.$$

В одномерном пространстве (p = 1) уравнение Эйлера не имеет места.

Проведенные эксперименты по исследованию ГСА на одномерных и двумерных выборках дали положительный результат [9]. Двумерные смеси имели следующие значения параметров: $k = 3,\ \Sigma_1 = \Sigma_2 = \Sigma_3 = I,\ I$ — единичная матрица, $\mu_1 = (0,\ 0),$

$\mu_2 = (0,\ 2.5)$, $\mu_3 = (2.5,\ 0)$, $n = 1500$. Значения весов π_1, π_2, π_3 варьировались, в таблице приведены их значения и оценки критических точек. На рис. 1-3 изображены линии уровня поверхностей $f(X)$ и окрестности критических точек. Окрестности мод обозначены черным цветом, окрестности седловых точек — серым цветом.

Таблица 1

№ смеси	Веса		Моды $\hat{X}$	Седловые точки $\tilde{X}$
	π_1	π_2		
1	0.75	0.2	(0.009, 0.011)	
2	0.05	0.35	(2.501, 0.013) (0.034, 2.492)	(0.950, 1.262)
3	0.333	0.333	(2.323, -0.001) (0.114, 0.163) (0.012, 2.355)	(1.309, 0.068) (0.060, 1.318)

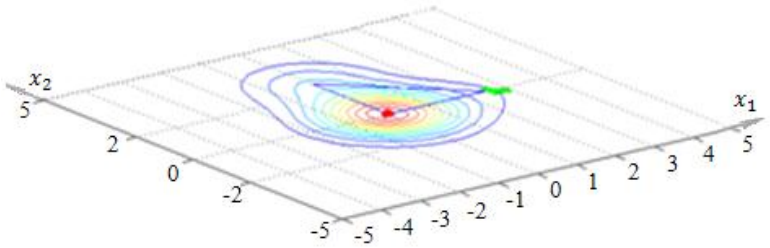


Рис. 1

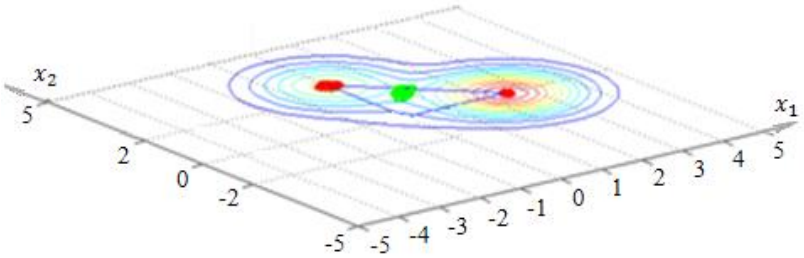


Рис. 2

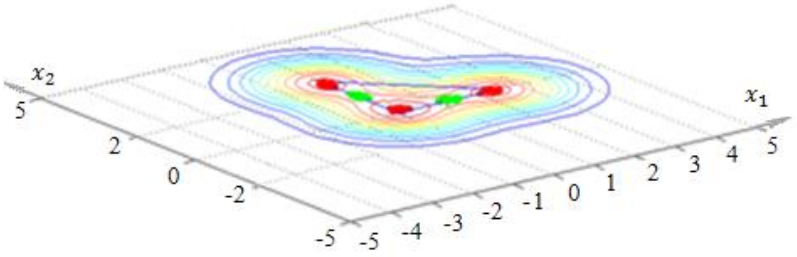


Рис. 3

Градиентно-статистический алгоритм может использоваться для определения критических точек любой гладкой функции, имеющей непрерывные первые и вторые производные, если известно замкнутое множество K, содержащее все ее критические

точки. В этом случае на множестве K генерируется p-мерная равномерно распределенная выборка.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследования (код проекта 15-07-08952).

Литература

1. Titterington D. M., Smith A. F. M. and Makov U. E. Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions. JornWiley, 1985. Pp. 53-147.
2. Волошин Г. Я., Бурлаков И. А., Косенкова С. Т. Статистические методы решения задач распознавания, основанные на аппроксимационном подходе. Владивосток, 1992. Ч. 1. 271 с.
3. Carreira-Perpiñán N. A. Mode-finding for mixture of Gaussian distributions. Techn. Rep/ CS-99-03 (Univ. Sheffield, UK, Sheffield, 1999), 40p.
4. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. М.: Наука, 1970. 664 с.
5. Апраушева Н. Н., Моллаверди Н., Сорокин С. В. Вычисление стационарных точек плотности вероятности простейшей гауссовой смеси // Тр. ИСА РАН. Динамика неоднородных систем, 2006. Вып. 10(2). С. 113-136.
6. Careira-Perpin□án M. A., Williams C. On the Number of Modes of a Gaussian Mixture. Inform. Res. Report EDI-INF-RR-0159. School of Inf., Univ. of Edinburg, 2003. Pp. 1-16.
7. Кудрявцев А. Д. Курс математического анализа. М.: Дрофа, 2004. Т. 2. 720 с.
8. Апраушева Н. Н. Новый подход к обнаружению кластеров. М.: Вычислительный центр РАН, 1993. 65 с.
9. Апраушева Н. Н., Сорокин С. В., Торхова Н. А. Дифференциально-статистический алгоритм для оценивания критических точек гауссовой смеси.//Динамика неоднородных систем, 2008. Т. 39 (1). С. 120-128.М.:ИСА РАН.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ ЭКСПЛУАТАЦИИ НЕФТЯНОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ[2]

***П.С. Воронкова[1], А.Ю. Флёрова[2]**

[1]Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1,
e-mail: polli2006@mail.ru
[2]Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН,
Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, 40. Тел.: (499)783-33-28,
e-mail: a.flerova@mail.ru

Аннотация: В данной работе была построена математическая модель процесса управления разработкой нефтяного месторождения, с помощью которой исследована возможность прогноза количества извлекаемой нефти, времени разработки месторождения и прибыли нефтедобывающей компании.

Ключевые слова: нефть, нефтедобыча, месторождение, задача оптимального управления, режимы добычи, принцип максимума Понтрягина, численные методы.

Одним из основных способов прогноза нефтедобычи с середины 20 века считался метод, предложенный М.К. Хуббертом. В его основе лежали предположения о том, что нефть является конечным ресурсом, динамика извлечения и разведки которого может быть описана в форме логистических кривых [1]. Этот метод предсказал пик нефтедобычи в США и во всем мире, однако на сегодняшний день он требует изменений - легкоизвлекаемой нефти стало значительно меньше, поэтому скорость нефтедобычи уменьшилась.

Целью данной работы является рассмотрение модифицированного подхода Хубберта на примере математической модели разработки одного нефтяного месторождения, которая представлена в виде задачи оптимального управления с набором нефиксированных параметров:

$$N(T) - cb(0) \to \max$$
$$\dot{N}(t) = (pv(t) - cu(t) - c_0 M)e^{-rt},$$
$$\dot{x}(t) = v(t),$$
$$\dot{b}(t) = u(t),$$
$$v(t) \le b(t)x(t)\left(1 - \frac{x(t)}{V}\right),$$
$$0 \le v(t) \le M, u(t) \ge 0,$$
$$N(0) = 0,$$

[2] Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект N 17-07-00507).

где $N(t)$ – доход нефтедобывающей компании, приведенный к начальному моменту времени, $b(t) > 0$ – мощность добычи, $(x(t) - x(0))$ – уровень добычи нефти к моменту времени t, $c > 0$ – издержки, связанные с введением новых технологических мощностей, $c_0 > 0$ – постоянные издержки, связанные с эксплуатацией месторождения,
$M > 0$ – инфраструктурные ограничения на добычу, $T > 0$ – время разработки месторождения, $p > 0$ – цена на нефть, V – объем всего месторождения.

В этой задаче управляющими параметрами являются $u(t)$ и $v(t)$. Первый характеризует рост технологических возможностей, а второй – текущую добычу нефти. Нефиксированные параметры задачи – $b(0)$, $x(0)$, T, M. Они подбираются оптимально из соображений максимизации прибыли производителем.

Исходная задача может быть сведена к задаче со смешанным ограничениями, для которой сформулирован и доказан принцип максимума Понтрягина [2]. Далее $N(t) := \frac{N(t)}{pV}$, $c := \frac{c}{p}$, $c_0 := \frac{c_0}{p}$, $x(t) := \frac{x(t)}{V}$, $M := \frac{M}{V}$, $u(t) := \frac{u(t)}{V}$, $v(t) := \frac{v(t)}{V}$, $b(t) := \frac{b(t)}{V}$, а функции $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$ - сопряженные переменные, для которых выполняются условия трансверсальности $\varphi_1(0) = \varphi_1(T) = \varphi_2(T) = 0$ и $\varphi_2(0) = c$. Применение принципа максимума приводит к описанию различных режимов управления, зависящих от параметров модели, и дает три возможных варианта поведения оптимальной траектории.

1. «Режим Хубберта». В этом режиме график функции, характеризирующей изменение накопленной добычи, имеет колоколообразную форму, характерную для "традиционных" кривых Хубберта. В этом режиме возможно как начало, так и конец процесса нефтедобычи. В случае хорошо развитой инфраструктуры, т.е. при достаточно большом значении параметра M, весь процесс нефтедобычи будет проходить по этому сценарию. При этом поведение оптимальных траекторий описывается следующими уравнениями:

$$\dot{x}(t) = v(t) = b(t)x(t)\big(1 - x(t)\big) \le M,$$

$$\dot{\varphi}_1(t) = r\varphi_1(t) - \big(1 + \varphi_1(t)\big)b(t)\big(1 - 2x(t)\big),$$

$$\dot{\varphi}_2(t) = r\varphi_2(t) - \big(1 + \varphi_1(t)\big)x(t)\big(1 - x(t)\big),$$

$$b(t) = const.$$

2. Режим «Полочки». В этом режиме инфраструктура полностью загружена и добыча происходит на уровне M. В таком режиме невозможно начинать и заканчивать процесс нефтедобычи, и будут справедливы следующие уравнения:

$$\dot{x}(t) = v(t) = M < b(t)x(t)\big(1 - x(t)\big),$$

$$\dot{\varphi}_1(t) = r\varphi_1(t),$$

$$\dot{\varphi}_2(t) = r\varphi_2(t),$$

$$b(t) = const.$$

3. Режим «Особый». В этом режиме начальные капиталовложения $b(0)$ выбираются таким образом, что $b(0)x(0)\big(1-x(0)\big)=M$, а управление $u(t)$ такое, что $b(t)x(t)\big(1-x(t)\big)=M$, т.е.

$$u(t)=-\frac{M^2(1-2x(t))}{\big(1-x(t)\big)^2}.$$

При этом $x(t)\geq 1/2$. Выход из этого режима осуществляется через первый режим. Параметры описываются следующими уравнениями:

$$\dot{x}(t)=v(t)=b(t)x(t)\big(1-x(t)\big)=M,$$

$$\dot{\varphi}_1(t)=r\varphi_1(t)-\frac{rc}{x(t)(1-x(t))}b(t)\big(1-2x(t)\big),$$

$$\varphi_2(t)=\text{c}.$$

Выбор оптимального режима и переходы между режимами определяются в зависимости от начальных параметров модели. При исследовании согласования данных режимов были получены три возможных комбинации (представлены на рис. 1-3). Другие комбинации невозможны из-за противоречий условиям трансверсальности.

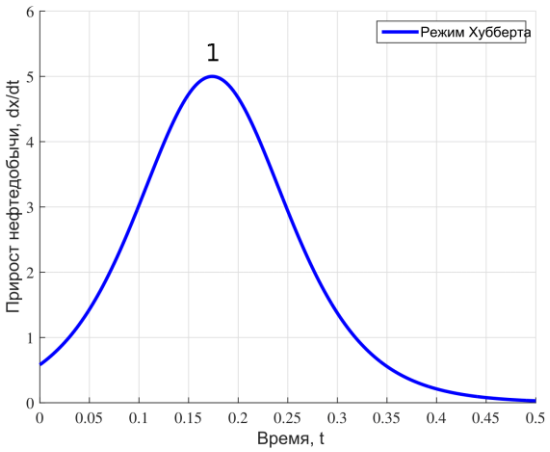


Рис. 1. Режим Хубберта (1)

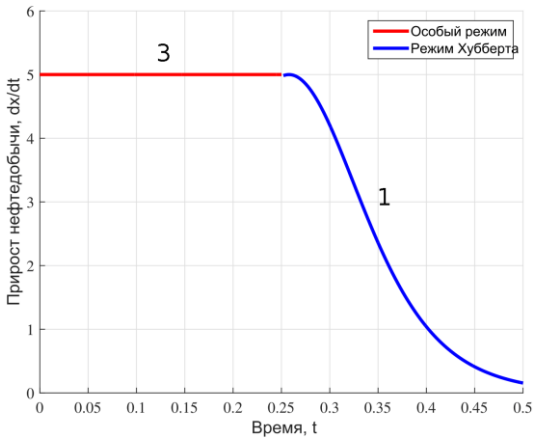


Рис. 2. Режим Особый-Хубберт (3-1)

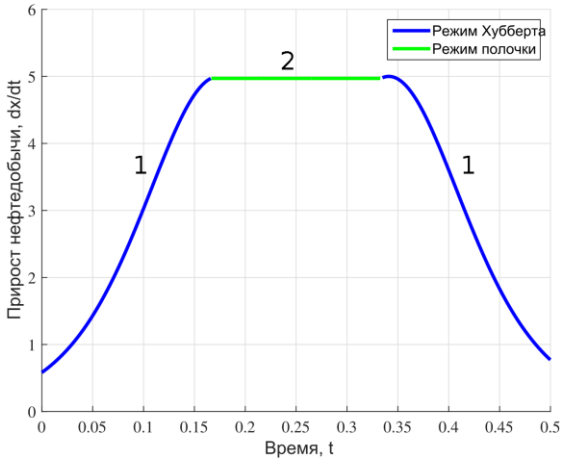


Рис. 3. Режим Хубберт-Полочка-Хубберт (1-2-1)

Режим Хубберта, как и прежде, соответствует добыче легкоизвлекаемых ресурсов, режим Хубберт-Полочка-Хубберт – трудноизвлекаемых (шельфовые или глубинные месторождения).

Режим Особый-Хубберт выполняется только при определенных соотношениях параметров начальных затрат c_0 и инфраструктурных ограничений M, которые устанавливаются численно. В частности, при $c = 0.09$ была получена следующая зависимость, которая представлена на рис. 4.

Системы дифференциальных уравнений просчитываются в обратном времени при фиксированных c и c_0.

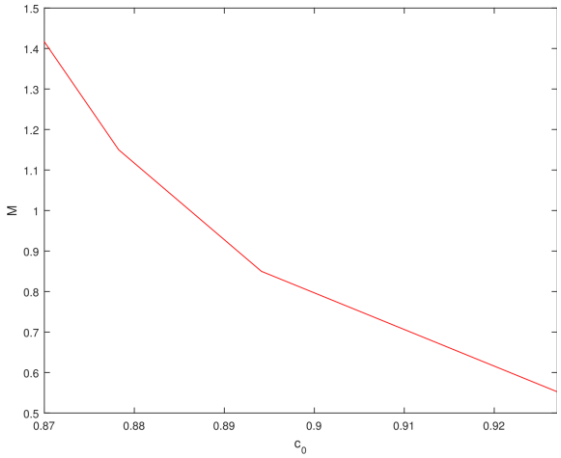


Рис. 4. $M(c_0)$

Системы дифференциальных уравнений просчитываются численно в обратном времени при фиксированных c и c_0, параметры $b(0)$, T подбираются, исходя из условий трансверсальности. Параметр M определяется из соображений максимизации прибыли производителем.

Этот же алгоритм применяется при подсчете возможной прибыли производителя, оптимального объема добытой нефти и оптимального времени эксплуатации месторождения в режиме Хубберта или в режиме Хубберт-Полочка-Хубберт. Выбор того или иного режима также основывается на принципе максимизации прибыли производителем.

В результате исследования была получена зависимость нефиксированных параметров, таких как, например, время эксплуатации месторождения T, от известных параметров добычи.

Для демонстрации результатов рассмотрим, к примеру, эксплуатацию месторождения Permian Basin сланцевой нефти, находящегося в США.

Согласно оценкам экспертов, на сегодняшний день его объем оценивается в 20 млрд. баррелей. Цена на данный вид нефти составляет порядка 40$ за баррель. Приведенный выше алгоритм помогает посчитать прибыль от добычи при известных начальных и переменных затратах (реальные значения, взятые до замены переменных) — см. рис. 5.

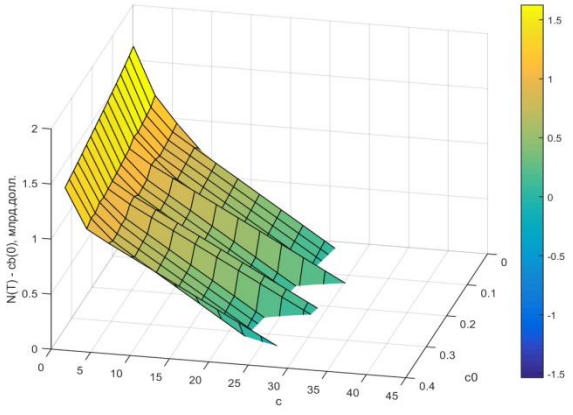


Рис. 5. Прибыль от добычи

Как видно из графика на рис. 5, наибольшие переменные безубыточные затраты при данной цене на нефть составляют в среднем 25 $ за баррель.

Оптимальное время добычи и оптимальное количество добываемой нефти также можно почерпнуть из графиков (рис. 6, 7 соответственно):

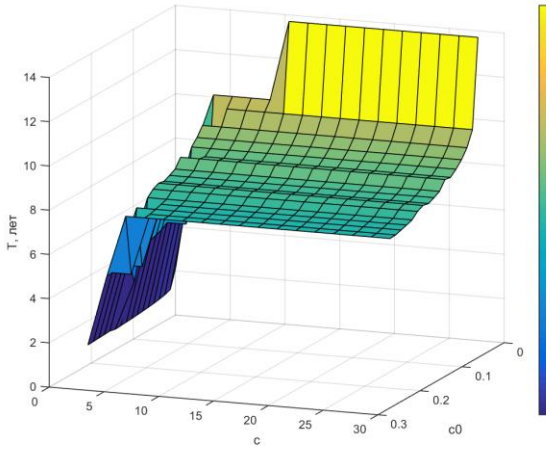


Рис. 6. Оптимальное время добычи

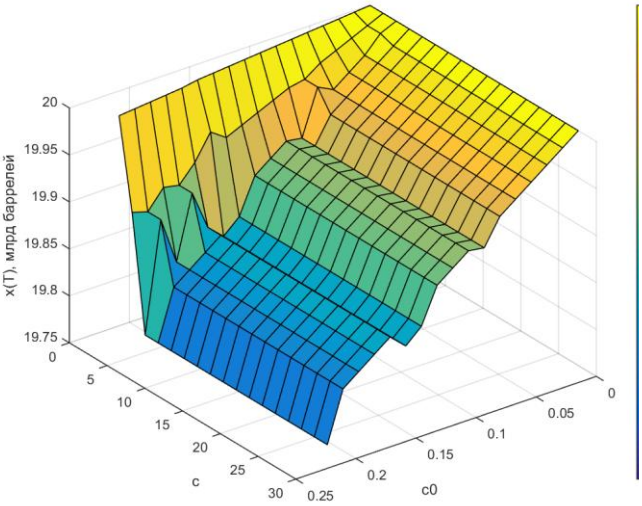


Рис. 7. Оптимальная добыча

В ходе работы было получено решение задачи процесса управления разработкой нефтяного месторождения в рамках системы, основанной на модифицированном подходе Хубберта. Используя представленную схему решения системы, можно, зная начальные данные о месторождении (издержки по добыче нефти, издержки по увеличению технологического уровня, инфраструктурные ограничения), построить прогноз нефтедобычи, оценить время жизни месторождения и найти оптимальное количество добываемой нефти.

Литература

1. *Петров В.В., Поляков Г.А., Полякова Т.В., Сергеев В.М.* Долгосрочные перспективы российской нефти (анализы, тренды, сценарии). М.:ФАЗИС, 2003. 200 с.
2. *Васильев Ф. П.* Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс, 2002. 824 с.

НЕРЕГУЛЯРНЫЙ ПРИНЦИП МАКСИМУМА

*** В.В. Дикусар[1], Д.О. Нуждин[2]**

[1]Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН
Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, 40, тел.: (499)135-00-80,
e-mail: dikussar@yandex.ru
[2]Московский физико-технический институт,
тел.: (916)850-62-15, e-mail: nuzhdin@phystech.edu

Аннотация. В статье рассматривается нерегулярный принцип максимума в различных задачах оптимального управления и особенности решения при условиях ограничения.

Ключевые слова: Оптимальное управление, задача Понтрягина, задача Блисса-Больца, задачи Дубовицкого-Милютина, смешанные ограничения, задача Тер-Крикорова.

Принцип максимума Понтрягина оказал большое влияние на развитие теории оптимального управления. Это влияние породило два направления исследования: сначала принцип максимума указал новую форму, в которой следует искать необходимые условия экстремума. При этом зачастую в жертву приносились общность постановки и полнота результата.

Ко второму направлению следует отнести работы, в которых содержались попытки найти место принципа максимума среди существующих необходимых условий экстремума, таких как метод множителей Лагранжа, уравнение Эйлера классического вариационного исчисления и т.д. Результатом исследования этого направления явилось осознание необходимости использования новых классов вариаций, что в свою очередь привело к широкому и систематическому применению понятий и методов функционального анализа как в задачах на экстремум, так и в задачах оптимального управления в частности.

Здесь следует упомянуть схему Дубовицкого-Милютина. На пути получения ответа задачи оптимального управления встречается четыре класса вариаций: локальные вариации, игольчатые вариации, с помощью которых был получен принцип максимума Понтрягина, вариации скольжения и, наконец, наиболее богатый класс – ν-вариации.

Также стоит обратить внимание на задачи с нерегулярными смешанными ограничениями, приведенные в работах [16-18].

Задача Понтрягина

Найти минимум $J(p)$ при наличии следующих ограничений:

$$\dot{x} = f(x,u,t), K(p) = 0, p = (x(t_0), x(t_1), t_0, t_1),$$
$$u \in R,\ x \in E^n,\ u \in E^r,\ f \in E^n,\ t \in [t_0, t_1] \qquad (1.1)$$

Здесь R - произвольное множество пространства u; x – фазовый вектор; u – вектор управления. Правая часть $f(x,u,t)$ непрерывно дифференцируема по переменным x и t и непрерывна по управлению, $K(p)$ - гладкая функция от p; функционал $J(p)$ выпуклый по p. Рассмотрение поставленной задачи (1.1) в классе игольчатых вариаций приводит к известному принципу максимума Л.С. Понтрягина. Минимум ищется в классе всех ограниченных измеримых по Лебегу функций $u(t),t_0,t_1$. При этом $x(t)$ будет абсолютно интегрируемой функцией.

Необходимо заметить, что принцип максимума Понтрягина Л.С. был доказан для задачи с интегральным функционалом и фиксированными начальными и краевыми условиями.

Задача Блисса-Больца

Требуется найти $\min\limits_{u\in V(x,t)} J(p)$ при наличии следующих ограничений:

$$x = f(x,u,t), \qquad K(p)=0,\ p=(x(t_0),x(t_1),t_0,t_1),\ x\in E^n,$$
$$g(x,u,t)=0,\ \Phi(x,u,t)\le 0, \qquad (2.1)$$
$$V(x,t)=\{u\big|_{g=0}, \Phi\le 0\},\ u\in E^r, \qquad (2.2)$$

где J,f,K,g,Φ - гладкие функции по совокупности своих аргументов; $J,f,K,g,\Phi\setminus G$, где G - некоторое открытое множество пространства x,u,t,p; запись $\Phi\setminus G$ означает, что G является областью определения Φ; ограничения $\Phi\le 0,\ g=0$ независимые; независимость ограничений означает, что в каждой точке x,u,t, для которых эти ограничения выполнены, градиенты $g'_{iu},\Phi'_{ku},K\in j(x,u,t)$ линейно независимы; $j(x,u,t)$ - множество активных индексов.

Активным индексом точки $x,u,t\ \ u\in V(x,t)$ называется число j, для которого выполнено соотношение $\Phi_j(x,u,t)=0$; на поверхности $g=0$ ранг $g'_u=\dim g=r_1\le r$, размерность Φ любая; минимум ищется в классе кусочно-непрерывных функций $u(t)$.

Примечание.

Следует заметить, что Блисс в своих работах рассматривал только ограничения типа равенств. В классическом вариационном исчислении под функцией Гамильтона понимается функция Понтрягина, в которой $u(t)$ определено на основе принципа максимума.

Канонические задачи Дубовицкого-Милютина

Каноническая задача оптимального управления с гладкой зависимостью от времени. Найти $\min J(p)$, если выполнены следующие ограничения:

$$\dot{x}=f(x,u,t),\ K(p)=0,\ \varphi(p)\le 0,\ p=(x(t_0),x(t_1),t_0,t_1)$$
$$g(x,u,t)=0,\ g=\{g_1,g_2,...,g_r\},\ \Phi_i(x,u,t)\le 0, \qquad i\le M, \qquad (3.1)$$

$u=(u_1,u_2), u_i \in E^{K_i}, i=1,2; \qquad u_2 \in$ □

где □ - произвольное множество пространства E^{K_2}, μ - любое натуральное число, $f=\{f_1,...,f_n\}$, $x \in E^n, t \in [t_0,t_1]$.

Предположения, при выполнении которых производится вариационное исследование задачи A, следующие.

Функции $f(x,u,t), K(p), g(x,u,t)$ и их частные производные по x,u,t непрерывны по всем своим аргументам в некоторой окрестности поверхности $K=0, g=0$

Ранг $g'_{u_1}=\dim g \le K_1$ для всех точек поверхности $g=0$

Функции J,φ,Φ локально выпуклые по x,u_1,p,t, размерность вектор-функции $\varphi=\{\varphi_i\}$ любая.

Траектория $x_0(t),u_0(t),t_0,t_1$, исследуемая на экстремум, измеримая и ограниченная.

Непосредственно усматривается, что каноническая задача A объединяет понтрягинскую и блиссовские постановки.

Структура смешанных ограничений

Получение ответа в задаче (3.1) существенным образом зависит от структуры смешанных ограничений.

Пусть $V(x,t)=\{u: u=(u_1,u_2), u_2 \in \bar{\square}, g=0, \Phi \le 0\}$ (4.1)

Смешанные ограничения $g(x,u,t)=0, \Phi(x,u,t) \le 0$ регулярные, если для каждой точки $x,u,t; u \in V(x,t)$ выполнено одно из условий:

множество активных индексов $j(x,u,t)$ для смешанных ограничений типа неравенств пусто;

если $j(x,u,t)$ не пусто, то существует вектор $\bar{u}_1$ такой, что $(\Phi'^{*}_{ku_1},\bar{u}_1)<0$ для всех $K \in j(x,u,t)$, $(g'^{*}_{u_1},\bar{u}_1)=0$. Здесь производная от локально выпуклой функции $\Phi_k(x,u,t)$ понимается как квазиградиент.

Подчеркнем, что класс регулярных ограничений существенно шире класса независимых ограничений. Например, требование регулярности не накладывает никаких ограничений на количество активных индексов, в то время как в случае независимых ограничений общее количество активных индексов плюс размерность ограничений типа равенств не должно превосходить размерности u_1.

Каждая точка $x,u,t; \quad u \in V(x,t)$, не являющаяся точкой регулярности смешанных ограничений, называется фазовой (нерегулярной).

Точка $x,u,t \; u \in V(x,y)$ фазовая, если существуют векторы $\alpha,\beta; \alpha_i \le 0, \| \alpha \| = \sum_i \alpha_i$ такие, что

$$(\Phi'^{*}_{u_1}(x,u,t),\alpha)-(g'^{*}(u_1)(x,u,t),\beta)=0,\ \alpha_i\Phi_i=0 \qquad (4.2)$$

Приведем некоторые примеры. Если вектор функции g и Φ не зависят от управления u_1, то все точки $x,u,t,\ u\in V(x,y)$ - фазовые. С другой стороны, если на множестве активных индексов градиенты g'_{u_1} и Φ'_{u_1} линейно независимые, то все точки $x,u,t\ \ u\in V(x,y)$ являются регулярными.

Примечание. Понятие регулярной и фазовой точки определяются одними лишь конечными связями $g(x,u,t)=0$, $\Phi(x,u,t)\le 0$ независимо от вида функционала, исследуемых экстремумов, дифференциальной связи и концевых ограничений.

Таким образом, общий запас фазовых точек может быть определен априори.

Примеры решения задач с нерегулярными смешанными ограничениями приведены в работах [16-18].

Класс задач оптимального управления, сводящихся к задаче (3.1)

Для описания этого класса удобно ввести пространство

$E=(x,u,t,p,\alpha,\beta),\quad \alpha-(\alpha_1,\alpha_2),\quad \beta=(\beta_1,\beta_2,\beta_3)$

и классы функций:

1. Функция φ, определенная на области G пространства E, принадлежит классу μ_1, если она локально выпуклая по x,u_1,t,p,α и монотонно неубывающая по β. G

2. Функция φ, определенная на области G пространства E, принадлежит классу μ_2, если она непрерывно дифференцируема до x,u_1,t,p,α и не зависит от β.

К задаче (3.1) стандартными способами сводится следующая общая задача оптимального управления:

Найти $\min J(p,\alpha,\beta),\ p=(x(t_0),x(t_1),t_0,t_1),$ если

$$\dot{x}=f(x,u,t,\alpha),\ K(p,\alpha)=0,\ \varphi(p,\alpha,\beta)\le 0; \qquad (5.1)$$

$$g(x,u,t,\alpha)=0,\ \alpha_1=\eta(p),\ \alpha_2=\int_{t_0}^{t_1}\varphi(x,u,t)\,dt,\ \beta_1=\gamma(p),$$

$$\beta_2=\int_{t_0}^{t_1}p(x,u,t)\,dt,\ \beta_3=vrai\max g(x,u,t)\,dt; \qquad (5.2)$$

$$\Phi(x,u,t,\alpha,\beta)\le 0,\ u=(u_1,u_2),\ u_2\in R. \qquad (5.3)$$

Здесь $f,g,k,\eta,\varphi/G$ есть функция класса μ_2, J,γ,p,g – функция класса μ_1, вектор-функции η,φ,γ,p,g имеют ту же размерность, что и $\alpha_1,\alpha_2,\beta_1,\beta_2,\beta_3$; запись $\beta_3=vrai\max g(x,u,t)$ означает, что компоненты вектора β_3 суть $vrai\max$ от компонента g_i вектора g. Так же, как и в задаче A, минимум ищется среди всех

измеримых ограниченных функций $x(t), u(t), \alpha, \beta, t_0, t_1$, удовлетворяющих условиям 1-3.

Процесс введения параметров можно интегрировать. Функции φ, η могут, в свою очередь, содержать конечное число параметров типа α, γ, p, g могут зависеть от конечного числа параметров типа α, β. Параметры типа α можно заменять на непрерывно дифференцируемые функции от p или интегралы от функций класса μ_2, параметры типа β можно заменять локально выпуклыми функциями p, интегралами или $vrai\max$ от функций класса μ_1.

Задача Тер-Крикорова [15]

А.М. Тер-Крикоров в работе [15] построил теорию принципа максимума для частного случая линейных задач с разрывными по t смешанными ограничениями типа неравенства (формулировка задачи Тер-Крикорова приведена ниже) и указал класс задач, для которых сопряженные переменные не содержат членов с мерой, сосредоточенной на множестве фазовых точек.

Задача:

Найти $\max J$, $J - \int_{t_0}^{t_1} (ax + bu)dt + a_0 x(t_1)$ при условии

$$
\begin{aligned}
&1.\ \dot{x} = A_0 x + B_0 u + c_0, \qquad x(t_0) - R_0 y - r_0 = 0;\\
&2.\ Q_0 x(t_1) - q_0 \geq 0, \qquad L_0 y - \ell_0 \leq 0, \quad y \geq 0;\\
&3.\ A_1 x - B_1 u - c_1 \geq 0, \qquad u \geq 0,
\end{aligned}
\tag{6.1}
$$

где x, u, y, q_0, ℓ_0, $c_1 \in [n],[k],[m],[m_1],[m_2],[m_3]$. Векторы a, b, c_0, c_1 и строки матриц A_0, B_0, A_1, B_1 - ограниченные измеримые функции на отрезке $[t_0, t_1]$; $x(t) \in Ł[n]_\infty$; $u(t) \in Ł[k]_\infty$.

Регулярный принцип максимума получен в [15] в следующих предположениях: A_0, B_0, A_1, $R_0 \geq 0$, $c_0 = a$, $a_0 = r_0$; существует траектория $\bar{x}(t)$, $\bar{u}(t)$, $\bar{y}$, допустимая ограничениями (1)-(3) задачи (6.1) такая, что

$$
\begin{aligned}
&Q_0 \bar{x}(t_1) - q - 0 > 0, \qquad L_0 \bar{y} - \ell_0 < 0,\\
&\text{v}raimin(A_1 \bar{x} - B_1 \bar{u} - c_1) > 0, \qquad t \in [t-0, t-1],
\end{aligned}
\tag{6.2}
$$

управление $u(t) \equiv 0$, $y = 0$ допустимо ограничением (3) (5.3); $B_1 = \begin{vmatrix} -G_0 & G_1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$, где элементы матриц G_0, G_1 больше некоторой положительной константы.

А.Я. Дубовицкий и А.А. Милютин обобщили результат А.М. Тер-Крикорова [15] в следующих трех направлениях:

а) не предполагается существование оптимальной траектории;

б) результат распространяется не только на максимизирующие последовательности, но и на любые стационарные последовательности допустимых траекторий;

в) значительно ослабляются предположения задачи (6.1), а именно $B_0, R_0 \geq 0$, матрица A_0 имеет неотрицательные недиагональные элементы; существует допустимая ограничениями (1)-(3) задачи (6.1) траектория $\bar{x}(t)$, $\bar{u}(t)$, $\bar{y}$ такая, что

$$\operatorname{vr}\underset{[t_0,t_1]}{aimin}(A_1\bar{x} - B_1\bar{u} - c_1) > 0; \qquad (6.3)$$

управление $u(t) \equiv 0$, $y = 0$ допустимо ограничением (3) задачи (6.1); для любой пары матриц $A_1B_1 \in \widehat{A_1B_1(t)}$, удовлетворяющей условию $B_1^*([+]\setminus 0) \cup [+]_0 \neq \varnothing$, имеет место включение $A_1[+]_1 \subseteq B_1[+]_0 + [+]$, где $[+]_1$, $[+]_0$, $[+]$ - неотрицательные октанты $[n]$, $[k]$, $[m_3]$.

В такой постановке проблема существования оптимальной траектории сводится к вопросу об ограниченности множества значений J. Кроме того, авторы рассматривали задачу типа (6.1) о $\sup J$, причем необходимые условия экстремума имеют форму, дающую ответ как для задачи о $\sup J$, так и для задачи о $\max J$.

Таким образом, результаты их работы означают, что среди принципов максимума оптимальной задачи (6.1) обязательно найдутся регулярные. Отметим, что в работе [15] найдены не все принципы максимума задачи (6.1), удовлетворяющей условиям (1)-(3), а лишь регулярные.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследования (код проекта 15-07-08952).

Литература

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов, М., 1961, 1969.
2. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. Изд.2, М., 1969.
3. Гамкрелидзе Р.В. Основы оптимального управления, Изд.2. Тбилиси, 1977.
4. Дубовицкий А.Я., Милютин А.А. Задачи на экстремум при наличии ограничений. // ЖВМ и МФ, 1965, Т. 5. N 3. С. 395-453.
5. И.В. Гирсанов. Лекции по теории экстремальных задач.М.: МГУ, 1970.
6. А.Д. Иоффе, В.М. Тихомиров. Теория экстремальных задач. М.: Наука, 1974.
7. Милютин А.А. Общие схемы получения необходимых условий экстремума и задачи оптимального управления. // УМН, 1970. Т.25. № 5. С. 110-116.
8. Дубовицкий А.Я., Милютин А.А. Теория принципа максимума. // Методы теории экстремальных задач в экономике, 1981, М.: Наука. С. 6-47.
9. Дикусар В.В., Милютин А.А. Качественные и численные методы в принципе максимума. М.: Наука, 1989.
10. Афанасьев А.П., Дикусар В.В., Милютин А.А., Чуканов С.В. Необходимое условие в оптимальном управлении. М.: Наука, 1990.
11. Милютин А.А., Илютович А.Е., Осмоловский Н.П., Чуканов С.В. Оптимальное управление в линейных системах. М.: Наука, 1993.
12. Milyutin A.A., Osmolovskii N.P. Calculus of variations and optimal control, American Math. Society, 1998.
13. Милютин А.А. Принцип максимума в общей задаче оптимального управления. М.: Физматлит, 2001.
14. Милютин А.А., Дмитрук А.В., Осмоловский Н.П. Принцип максимума в оптимальном управлении. М.: Мехмат МГУ, 2004.

15. А.М. Тер-Крикоров, Некоторые линейные задачи теории оптимального управления с фазовыми ограничениями. //ЖВМ и МФ, 1975. №1. С. 55-66.
16. Дикусар В.В., Чекарев Д.А. Численно-аналитический метод решения задач оптимального управления. М.: ВЦ РАН, 2004.
17. Дикусар В.В. Нерегулярные точки в двусекторной экономической модели внешнего долга. // журнал Дифференциальные уравнения, 1997. Т.33. №12. Минск.
18. Dikusar V.V. Re-entry body problem with control-state variable constraints. Proceedings of 4-th International Workshop, CASTR 2007 Siedlce, Poland Jan.31-Feb.3 2007. WYDAWNICTWO Akademii Podlaskiej, Siedlce 2007, Siedlce. Pp.67-74.

ТОЧНОСТЬ АППРОКСИМАЦИИ МУЛЬТИПЛИКАТОРОВ ФЛОКЕ

Н.Б. Журавлев, А.Н. Соколова

Российский университет дружбы народов.
Факультет физико-математических и естественных наук.
Россия, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д.6,
тел.: (495)9550926, e-mail: san1slo@mail.ru

Аннотация. Данная работа посвящена проблеме отыскания мультипликаторов Флоке для периодических решений дифференциально-разностных уравнений в случае, когда период решения не соизмерим с запаздыванием в уравнении. Обсуждается проблема точности аппроксимации этой задачи более простыми задачами. Проиллюстрирован метод исследования более простых задач. В наиболее простом случае получен критерий нелипшицевой зависимости погрешности аппроксимации от параметра возмущения. Приведен пример, когда условия критерия выполнены.

Ключевые слова: мультипликаторы Флоке, оператор монодромии, рациональная аппроксимация**.**

Введение

В настоящей работе изучается проблема, связанная с применением одного из методов исследования качественных свойств периодических решений нелинейных дифференциальных уравнений, содержащих постоянное запаздывание.

Мотивом проведенных исследований является расширение области применения метода отыскания мультипликаторов Флоке для дифференциально-разностных уравнений, которому был посвящен ряд работ Х.–О. Вальтера и А.Л. Скубачевского [1] и Н. Б. Журавлева [2].

В настоящее время большая часть исследований, связанных с применением теории Флоке для дифференциально-разностных уравнений связана со случаем, когда запаздывание зависит от состояния системы. Проблема, рассматриваемая в данной работе, связана со случаем постоянного запаздывания. Она до сих пор не решена, хотя известна авторам [1–4], изучающим применение теории Флоке к исследованию качественных свойств решений дифференциально-разностных уравнений.

По сравнению с обыкновенными дифференциальными уравнениями применение теории Флоке к уравнениям с запаздыванием оказывается более сложным, так как в этом случае оператор монодромии (собственные значения которого называются мультипликаторами Флоке) является бесконечномерным. Одним из способов отыскания мультипликаторов Флоке является сведение к краевой задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений [5, 6].

До настоящего момента основная трудность в построении конструктивного метода отыскания МФ возникает в случае, когда период не соизмерим с запаздыванием. В этом случае Х.-О Вальтер. и А.Л. Скубачевский [1] предложили использовать метод рациональной аппроксимации. Н. Б. Журавлев [2] доказал, что она существует всегда. Однако не ясно, как построить ее в общем случае. Позже [7]был предложен другой способ рациональной аппроксимации. Его суть заключается в том, чтобы вместо оператора сдвига на период рассмотреть оператор сдвига на другое

число, близкое к периоду. Это решает проблему построения аппроксимирующего оператора. Но все еще остается проблема точности такой аппроксимации. Известно, что зависимость собственных значений матрицы от ее компонент в общем случае не является гладкой (например, липшицевой). С другой стороны, любопытно отметить, что для систем с постоянными коэффициентами зависимость собственных значений оператора сдвига от времени сдвига является гладкой (в частности, липшицевой). В данной работе мы построим контрпример, показывающий, что зависимость собственных значений матрицы оператора сдвига вдоль траектории на время, близкое к периоду от величины этого сдвига, может не удовлетворять условию Липшица.

Конечно, исчерпывающие описания свойств систем линейных обыкновенных уравнений второго порядка известны давно [8–10]. Однако утверждение, доказанное в данной работе, относящееся к таким системам, может быть не так широко известно, поскольку возникающая постановка задачи мотивирована проблемами в исследовании уравнений с запаздыванием.

Заметим, что приведенные в данной работе результаты являются вполне ожидаемыми: зависимость собственных значений от параметра "простая" в случае простых собственных значений, а в случае кратных собственных значений она может быть "сложной". В работе дана явная иллюстрация того, как "сложная" зависимость может возникать в более простом (конечномерном) случае (для обыкновенных дифференциальных уравнений), и при этом в более сложном (бесконечномерном) случае (для нелинейных уравнений с запаздыванием) может иметь место "простая" зависимость. В двухмерном случае получен критерий липшецевой зависимости погрешности рациональной аппроксимации от параметра возмущения. Условия критерия легко проверяемы для конкретных примеров.

Данная работа состоит из четырех разделов. В первом разделе даны точные формулировки определений и методов. Описан метод отыскания мультипликаторов Флоке, применимый в случае, когда период соизмерим с запаздыванием. Дана точная формулировка проблемы оценки точности аппроксимации в случае несоизмеримости периода и запаздывания.

Во втором разделе построен пример, показывающий, что даже в двухмерном случае (фазовое пространство для системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка) зависимость погрешности аппроксимации от параметра возмущения может не удовлетворять условию Липшица. Для двумерного случая получен критерий липшивости такой зависимости.

В третьем разделе проиллюстрирован метод построения модельных примеров нелинейных дифференциально-разностных уравнений (и их периодических решений), которые могут быть использованы для апробации исследуемых методов. В четвертом разделе показано, что пример (для уравнения с запаздыванием), построенный в третьем разделе, допускает линейную оценку точности исследуемой аппроксимации.

1. Определения

Рассмотрим нелинейное автономное дифференциально-разностное уравнение

$$x'(t) = f\big(x(t), x(t-1)\big). \tag{1.1}$$

Пусть $\tilde{x}$– заданное T-периодическое решение этого уравнения. Обозначим через v_ϕ решение начальной задачи для линеаризованного уравнения

$$v'(t) = \alpha_0(t) \cdot v(t) + \alpha_1(t) \cdot v(t-1), \quad t > 0 \tag{1.2}$$

при $\alpha_0(t) = f'_x(x,y)$, $\alpha_1(t) = f'_y(x,y), x = \tilde{x}(t)$, $y = \tilde{x}(t-1)$ с начальным условием

$$v(t) = \phi(t), t \in [-1,0]. \tag{1.3}$$

Рассмотрим семейство операторов $M_p: C[0,1] \to C[0,1]$, действующих по формуле $M_p\phi(t) := v_\phi(t+p)$. Оператор $M := M_T$ (где T– период исследуемого решения) называется оператором монодромии. Ненулевые собственные значения оператора монодромии называют мультипликаторами Флоке.

Опишем метод построения характеристической функции для оператора монодромии при $T = N/K$, где $N > K$– натуральные числа. Обозначим $\tau = \frac{1}{K}$.

По определению оператора M и с помощью замены переменной вида $u_k(t) = v(t + k\tau - \tau)$ уравнение $M\phi - \lambda\phi = 0$ сводится к анализу следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} u'_k(t) = \alpha_{0k}(t)u_k(t) + \frac{1}{\lambda}\alpha_{1k}(t)u_{k-K+N}(t), \ k = 1, \dots, K, \\ u'_k(t) = \alpha_{0k}(t)u_k(t) + \alpha_{1k}(t)u_{k-K}(t), \ k = K+1, \dots, N, \end{cases} \tag{1.4}$$

где $\alpha_{nk}(t) = \alpha_n(t + k\tau - \tau), \ n \in \{0,1\}, \ k = 1, \dots, N; \ t \in (0, \tau)$.

Видно, что представление T в виде дроби влияет на размерность системы (1.4), и соответственно (в дальнейшем) на сложность вычислений.

Пусть $S_\lambda(t)$ - фундаментальная матрица системы (1.4). Обозначим

$$F_\lambda = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & 0 \\ \lambda & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}, \qquad Q(\lambda) = F_\lambda S_\lambda(0) - S_\lambda(\tau).$$

Теорема 1.1 [11, теорема 3.1.2]

Пусть $\lambda \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$. Тогда $\dim \mathcal{N}(M - \lambda I) = N - \operatorname{rank} Q(\lambda)$.

Теорема 1.1. утверждает, что при рациональных значениях T характеристическое уравнение длямультипликаторов Флоке может быть записано в виде $\det Q(\lambda) = 0$. Обозначим $B(\lambda, \varepsilon) = \{\mu \in \boldsymbol{C}: |\boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\lambda}| < \boldsymbol{\varepsilon}\}$. Для иррациональных значений T применить описанный выше метод позволяет следующая теорема.

Теорема 1.2

Для любого $\varepsilon > 0$ существует такое $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$, при котором из $|S - T| < \delta$ следует

$$\sigma(U_T) \subset \bigcup_{\lambda \in \sigma(U_S)} B(\lambda, \varepsilon).$$

В последующих двух разделах мы построим примеры, иллюстрирующие зависимость $\delta(\varepsilon)$. В разд. 3 в качестве частного случая уравнения с запаздыванием мы рассмотрим систему обыкновенных дифференциальных уравнений, поэтому сейчас приведем сформулированные выше определения для этого частного случая.

Пусть $(\tilde{x}, \tilde{y})$ – T- периодическое решение нелинейной системы дифференциальных уравнений вида

$$\begin{cases} x' = f(x,y), \\ y' = -x. \end{cases} \tag{1.5}$$

Линеаризуя (1.5) в окрестности решения $(\tilde{x}, \tilde{y})$, получаем

$$\begin{cases} u' = \alpha_0 \cdot u + \alpha_1 \cdot v, \\ v' = -u. \end{cases} \qquad (1.6)$$

Коэффициенты этой системы $\alpha_0(t) = f'_x(\tilde{x}(t),\ \tilde{y}(t))$ и $\alpha_1(t) = f'_y\big(\tilde{x}(t), \tilde{y}(t)\big)$, имеют период T, равный периоду решения $(\tilde{x}, \tilde{y})$. Пусть Ф - фундаментальная матрица для линеаризованной системы. Тогда матрицу оператора M_p можно определить по формуле $M_p = \Phi^{-1}(t) \cdot \Phi(t + p)$. Строго говоря, при разных t матрицы получаются разные, но все они при $p = T$ имеют одинаковые собственные значения (мультипликаторы Флоке) [10, гл. IV, § 6]. Введем обозначения для элементов матрицы M_P и ее собственных значений:

$$M_P = \begin{pmatrix} a(p) & b(p) \\ c(p) & d(p) \end{pmatrix}, \qquad \lambda_{1,2}(p) = \frac{a(p) + d(p) \pm \sqrt{D(p)}}{2},$$

где $D(p) = \big(a(p) - d(p)\big)^2 + 4b(p)c(p)$.

2. Когда условие Липшица не выполнено

В этом разделе мы рассмотрим рациональную аппроксимацию оператора монодромии для периодического решения $(\tilde{x}, \tilde{y})$ нелинейной системы дифференциальных уравнений вида (1.5). Мы докажем критерий выполнения условия Липшица для зависимости $\lambda(p)$ в достаточно малой окрестности точки $p = T$. Из этого критерия, например, следует, что при $f(x, y) = 1 + y - x^2 - y^2$, $\tilde{x}(t) = \sin t$ и $\tilde{y}(t) = \cos t$ зависимость $\lambda(p)$ не удовлетворяет условию Липшица в сколь угодно малой окрестности точки $p = T$.

Теорема 2.1

Пусть $f \in C^2(R^2)$, пусть $\tilde{x}(0) = 0$, пусть $(\bar{u}, \bar{v})$ - решение (1.6), при $\bar{u}(0) = 0$, $\bar{v}(0) = 1$. Тогда зависимость $\lambda_{1,2}(p)$ является липшицевой в достаточно малой окрестности точки $p = T$ тогда, и только тогда, когда нарушается хотя бы одно из следующих условий:

$$1)\ \int_0^T f'_x\big(\tilde{x}(t), \tilde{y}(t)\big)dt = 0; \qquad 2)\ \bar{u}(T) \neq 0.$$

Замечание. Из периодичности функции $\tilde{y}(t)$ и второго уравнения (1.5) следует, что $\tilde{x}(t_1) = 0$ при некотором t_1. Поэтому условию $\tilde{x}(0) = 0$ всегда можно удовлетворить, заменив в (1.5) переменную t на $t + t_1$.

Доказательство

По определению функции $a(t)$ и $b(t)$ являются компонентами решений системы (1.6). Поэтому они непрерывно дифференцируемы. Следовательно, условие Липшица равносильно ограниченности производной от функции $\sqrt{D(\varepsilon)}$.

Так как $\tilde{v}(0) = \tilde{y}'(0) = -\tilde{x}(0) = 0$, то $\tilde{u}(0) = \tilde{x}'(0) \neq 0$. Далее сохраним обозначение $(\tilde{u}, \tilde{v})$ для решения $\left(\frac{\tilde{u}}{\tilde{x}'(0)}, \frac{\tilde{v}}{\tilde{x}'(0)}\right)$, т.е. без ограничения общности будем считать $\tilde{u}(0) = 1$. Для системы (1.6) рассмотрим фундаментальную матрицу $\Phi(t) =$

$\begin{pmatrix}\tilde{u} & \bar{u}\\ \tilde{v} & \bar{v}\end{pmatrix}$. Тогда $\Phi(0)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. Определитель $W(t)$ матрицы Φ (определитель Вронского) равен произведению собственных значений фундаментальной матрицы. По формуле Лиувилля W удовлетворяет уравнению $W'(t)=f'_x\big(\tilde{x}(t),\tilde{y}(t)\big)\cdot W(t)$. Следовательно, $\lambda_1(p)\cdot\lambda_2(p)=W(0)\cdot\exp\left(\int_0^p f'_x\big(\tilde{x}(t),\tilde{y}(t)\big)\,dt\right)$. Периодическому решению $(\tilde{u},\tilde{v})$ соответствует собственное значение $\lambda_1(T)=1$ матрицы $\Phi(T)=M_T$.

Таким образом, первое условие теоремы равносильно требованию $\lambda_2(T)=1$ (т.е. кратности собственного значения). Если это условие не выполнено, то, очевидно, $D(p)\neq 0$ и производная от функции $\sqrt{D(p)}$ ограничена в достаточно малой окрестности значения $p=T$, т.е. зависимость $\lambda(p)$ удовлетворяет условию Липшица.

Далее предполагаем, что первое условие теоремы выполнено.

Рассмотрим случай, когда второе условие теоремы выполнено. Тогда решение $(\bar{u},\bar{v})$ не периодическое, т.е. геометрическая кратность собственного значения $\lambda(T)=1$ равна одному. Следовательно, функции $\bar{u}$ и $\bar{v}$ могут быть найдены в виде $\bar{u}(t)=t\cdot\tilde{u}(t)+w_0(t)$ и $\bar{v}(t)=t\cdot\tilde{v}(t)+w(t)$ с соответствующими периодическими функциями $w_0(t)$ и $w(t)$. При этом $w_0(0)=0$, $w(0)=1$. Итог:

$$M_p=\begin{pmatrix}a(p) & c(p)\\ b(p) & d(p)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\tilde{u}(p) & \bar{u}(p)\\ \tilde{v}(p) & \bar{v}(p)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\tilde{u}(p) & p\cdot\tilde{u}(p)+w_0(p)\\ \tilde{v}(p) & p\cdot\tilde{v}(p)+w(p)\end{pmatrix}.$$

Благодаря периодичности функций $\tilde{u},\tilde{v},w_0$, w, пределы функций a,b,c и d при $p\to T$ соответственно равны $1,0,T,1$. Т.к. $D(T)=0$ и $b(T)=0$, то $a(T)-d(T)=0$. Поэтому предел производной

$$D'(p)=2\big(a(p)-d(p)\big)\cdot\big(a(p)-d(p)\big)'+4b'(p)\cdot c(p)+4b(p)\cdot c'(p)$$

при $p\to T$ равен $D(T)=4\tilde{v}'(T)\cdot T$. При этом в силу второго уравнения системы (1.6) имеем $\tilde{v}'(T)=-\tilde{u}(T)=-\tilde{u}(0)\neq 0$.Следовательно, при $p\to T$ предел производной $\left(\sqrt{D(p)}\right)'$ равен бесконечности, т.е. зависимость $\lambda(p)$ не является липшицевой в любой окрестности точки $p=T$.

Рассмотрим случай, когда второе условие теоремы не выполнено. Так как из первого условия теоремы следует, что $\bar{v}(T)=1$, то решение $(\bar{u},\bar{v})$ периодическое. Следовательно, $D'(T)=0$. Благодаря гладкости $f\in C^2(R^2)$ получаем $D(p)=D(T)+D'(T)\cdot(p-T)+o(p-T)^2$. Так как $D(T)=0$ и D'(T)=0, то слагаемое $\sqrt{D(p)}$ на липшицевость зависимости $\lambda(p)$ в достаточно малой окрестности точки $p=T$ не влияет, т.е. нарушение второго условия теоремы (в случае выполнения первого условия) гарантирует, что зависимость $\lambda(p)$ в достаточно малой окрестности точки $p=T$ удовлетворяет условию Липшица.

Теорема доказана.

3. Построение модельных примеров

В этом разделе мы проиллюстрируем метод построения примеров нелинейных дифференциально-разностных уравнений, имеющих заданное периодическое решение. На построенном примере мы проиллюстрируем построение характеристической функции в случае, когда период соизмерим с запаздыванием.

Составим нелинейную функцию $f(x,y)$ так, чтобы функция $\tilde{x} = \sin\left(\frac{2\pi t}{3} - \frac{\pi}{3}\right)$ являлась решением уравнения (1.1). Заметим

$$\tilde{x}(t-1) = \sin\left(\frac{2\pi t}{3} - \frac{\pi}{3} - \frac{2\pi}{3}\right), \qquad \tilde{x}'(t) = \frac{2\pi}{3}\cos\left(\frac{2\pi t}{3} - \frac{\pi}{3}\right),$$

т.е. $\tilde{x}(t) = \sin\gamma$, $\tilde{x}'(t) = \frac{2\pi}{3}\cos\gamma$, $\tilde{x}(t-1) = \sin\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right)$. Очевидно,

$$\tilde{x}(t-1) = -\frac{1}{2}\cdot\tilde{x}(t) - \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{3}{2\pi}\tilde{x}'(t) \text{ и } \tilde{x}'(t) = \operatorname{sign}\left(\tilde{x}'(t)\right)\cdot\sqrt{1-\tilde{x}^2(t)}.$$

Таким образом, $\tilde{x}$ удовлетворяет уравнениям

$$x'(t) = F_1\left(x(t), x(t-1)\right) \quad \text{и} \quad x'(t) = F_2\left(x(t), x(t-1)\right),$$

где $F_1(x,y) = -\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}(x+2y)$, $F_2(x,y) = -\frac{2\pi}{3}\sqrt{1-x^2}\operatorname{sign}(x+2y)$. Тогда $\tilde{x}$ является решением ДРУ (1.1) при

$$f(x,y) = F_1(x,y)\cdot h(x) + F_2(x,y)\cdot(1-h(x)),$$

где $h(x) \in [0,1]$ при всех $x \in \mathbb{R}$ и, кроме того,

$$h(x) = \begin{cases} 0, & |x| < 1/2 \\ 1, & |x| > \sqrt{3}/2. \end{cases}$$

Заметим, что для $\tilde{x}$ мы получим $T = 3, N = 3, K = 1, \tau = 1$.

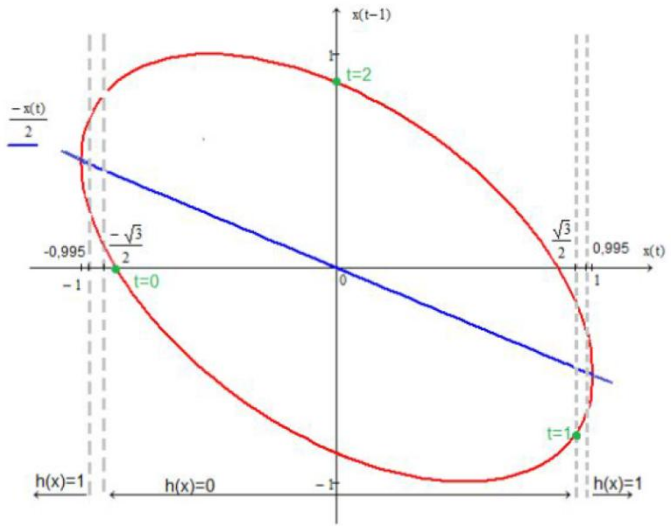


Рис. 1 Траектория периодического решения $\tilde{x}$. По горизонтали откладываются значения $x(t)$, по вертикали откладываются значения $x(t-1)$

Из рис. 1 можно увидеть, что при каждом $t \in [0,1]$ в некоторой окрестности точки $\left(\tilde{x}(t), \tilde{x}(t-1)\right)$ выполнены равенства $h(x) = 0$ и $\operatorname{sign}(x+2y) = -1$. Поэтому

$$a_{11}(t) = f_x'\left(\tilde{x}(t), \tilde{x}(t-1)\right) = 0 \text{ при } t \in [0,1].$$

Поэтому система (1.4) принимает вид

$$\begin{cases} u_1'(t) = \alpha_{01}(t)u_1(t), \\ u_2'(t) = \alpha_{02}(t)u_2(t) + \alpha_{12}(t)u_1(t), \\ u_3'(t) = \alpha_{03}(t)u_3(t) + \alpha_{13}(t)u_2(t). \end{cases}$$

Решение этой системы, так же как и для множества других модельных примеров, которые можно построить по описанной схеме, может быть получено последовательным решением отдельных линейных однородных уравнений. Построенный пример является простейшим, поскольку спектральный параметр λ не вошел во вспомогательную систему. Более того, используя в качестве фундаментальной системы решений решения, полученные соответственно при начальных данных$(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,1)$, получим фундаментальную матрицу

$$S = \begin{pmatrix} s_{11} & 0 & 0 \\ s_{21} & s_{22} & 0 \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{pmatrix}.$$

В данном случае характеристическое уравнение примет вид

$$\det \begin{pmatrix} -s_{11}(1) & 1 & 0 \\ -s_{21}(1) & -s_{22}(1) & 1 \\ \lambda - s_{31}(1) & -s_{32}(1) & -s_{33}(1) \end{pmatrix} = 0.$$

Таким образом, характеристическая функция является линейной, т.е. рассматриваемое периодическое решение имеет единственный мультипликатор Флоке. Поскольку $\lambda = 1$ всегда является мультипликатором Флоке для периодического решения, рассматриваемое решение имеет единственный мультипликатор Флоке $\lambda = 1$.

Заметим, что описанная схема позволяет строить примеры, имеющее большее количество МФ.

4. Пример липшицевой зависимости

В этом разделе мы продолжим рассмотрение периодического решения $\tilde{x}$, построенного в предыдущем разделе. Мы увидим, что несмотря на нетривиальный вид исходного нелинейного уравнения и соответствующей линеаризованной системы все решения последней "слипаются", и образ оператора сдвига оказывается одномерным. Как следствие, зависимость единственного собственного значения оператора M_p от параметра p оказывается липшицевой и может быть описана явно.

Рассмотрим начальную задачу для линеаризованного уравнения (1.2) на промежутке $(0,1)$:

$$\begin{cases} v'(t) = \alpha_0(t)v(t) + \alpha_1(t)v(t-1), & t \in (0,1) \\ v(t) = \phi(t), & t \in [-1,0]. \end{cases}$$

Как мы видели в предыдущем разделе для построенного примера коэффициент $\alpha_1(t) = 0$ на отрезке $[0,1]$. Следовательно, решение $\tilde{v}(t)$ рассматриваемой начальной задачи при $t \in [0,1]$ будет зависеть только от $\phi(0)$ и не будет зависеть от других значений исходной начальной функции ϕ.

Далее продолжим решение уравнения (1.2) на отрезок $[1,2]$. Для этого необходимо решить начальную задачу

$$\begin{cases} v'(t) = \alpha_0(t)v(t) + \alpha_1(t)v(t-1), & t \in (1,2) \\ v(t) = \tilde{v}(t), & t \in [0,1]. \end{cases}$$

Таким образом, решение $\tilde{v}(t)$ при $t \in [1,2]$ тоже будет зависеть только от $\phi(0)$. Этот процесс (метод шагов) решения начальной задачи для линеаризованного дифференциально-разностного уравнения может быть продолжен.

Мы получили, что значение линейного оператора $M_p\phi$ в действительности (в данном примере) зависит (линейным образом) только от $\phi(0)$.

Заметим, что функция $\tilde{v}(t) := \tilde{x}'(t) = \frac{2\pi}{3}\cos\left(\frac{2\pi t}{3} - \frac{\pi}{3}\right)$ является решением уравнения (1.2). Следовательно, $M_p\tilde{v}(t) = \tilde{v}(t+p)$. Поскольку образ $M_p(\phi)$ зависит только от $\phi(0)$, то $M_p\phi(t) = \frac{\phi(0)}{\tilde{v}(0)}\tilde{v}(t+p)$. Пусть $\phi(t) = \tilde{v}(t+p)$ при $t \in [-1,0]$.Тогда $M_p\phi = \lambda(p)\phi$, где $\lambda(p) = \frac{\tilde{v}(0+p)}{\tilde{v}(0)}$ – единственный в данном примере мультипликатор Флоке. Образ $M_p(C[-1,0])$ является его одномерным собственным подпространством, соответствующим единственному собственному значению $\lambda(p)$.

Теперь мы можем явно выписать погрешность вычисления мультипликатора Флоке $\lambda = 1$, возникающую при аппроксимации оператора монодромии M_T оператором M_p в данном примере: $\lambda(T) - \lambda(p) = 1 - \frac{\tilde{v}(p)}{\tilde{v}(0)}$. Наконец, используя равенство Лагранжа и оценку

$$|\tilde{v}'(t)| = \left|\frac{4\pi^2}{9}\sin\left(\frac{2\pi t}{3} - \frac{\pi}{3}\right)\right| \le \frac{4\pi^2}{9},$$

мы получаем, что оценка погрешности вычисления мультипликаторов Флоке в данном примере при использовании предложенной аппроксимации оператора монодромии имеет вид

$$|\lambda(T) - \lambda(p)| \le \frac{4\pi^2}{9\tilde{v}(0)}|T - p|.$$

Литература

1. Skubachevskii A.L., Walther H.-O On the Floquet multipliers of periodic solutions to nonlinear functional differential equations // J.Dynam.Differential Equations, 2006. V.18. №2. P.257-355.
2. Журавлев Н.Б. Критерий гиперболичности периодических решений функционально-дифференциальных уравнений с несколькими запаздываниями // Современная математика. Фундаментальные направления, 2007. Т. 21.С. 37-61.
3. Sieber Yan, Robert Szalai.Characteristic matreces for linear periodic delay defferential equations // arXiv:1005.4522. V.3. 2010.
4. Roest G. Bifurcation of periodic delay differential equations at points of 1:4 resonance // Functional Diff. Eq. 2006. V.13. № 3-4. P. 586-602.
5. ХейлДж. Теория функционально-дифференциальных уравнений. М.:Мир,1984.
6. Chow S.-N., Walther H.-O. Characteristic Multipliers and Stability of Symmetric Periodic Solutions of x'(t)=g(x(t-1))// Trans. Am. Math. Soc. 1988. V.307. №1. P.127-142.
7. Журавлев Н.Б. Приближенное вычисление мультипликаторов Флоке для периодических решений дифференциально-разностных уравнений // Сборник трудов международной конференции КРОМШ21. 2012. Т. 22. С.76-80.

8. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Регулярная и хаотическая динамика, 2001. 396 с.
9. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Наука., 1981. 568 с.
10. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Мир. 1970. 720 с.
11. Журавлев Н.Б. Гиперболические периодические решения нелинейных дифференциально-разностных уравнений. М.:РУДН, 2008. 195 с.

УСТОЙЧИВОСТЬ МЕТОДА ТЯЖЕЛОГО ШАРИКА С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ В ЗАДАЧАХ БЕЗУСЛОВНОЙ КОНЕЧНОМЕРНОЙ МИНИМИЗАЦИИ

Ф.В. Костюк

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН
Россия, 119333 г. Москва, ул. Вавилова, д. 40.
Тел.: (499)135-62-60; факс:(495)930-45-05; e-mail: fil@ccas.ru

Аннотация. Изучается двухшаговый метод решения задачи безусловной конечномерной минимизации гладкой функции с липшицевым градиентом, предложены параметры метода, обеспечивающие сходимость, изучается поведение метода в невыпуклом случае, рассматривается случай неточно заданной первой производной.

Ключевые слова: безусловная минимизация, конечномерная минимизация, многошаговый метод, метод первого порядка, оптимизация, сходимость, прямой метод Ляпунова, невыпуклая оптимизация, устойчивость.

Введение

Рассмотрим задачу минимизации функции $f(\cdot)$ в отсутствие ограничений на аргумент в евклидовом пространстве размерности n:

$$f(x) \to \min_{x \in E^n} . \tag{1}$$

Функция $f(\cdot)$ предполагается непрерывно-дифферецируемой на всей области определения, а ее градиент всюду удовлетворяет условию Липшица с константой:

$$f(x) \in C^L_{1,1}(E^n), L > 0 . \tag{2}$$

Для решения задачи (1) было предложено большое количество различных методов. Методы первого порядка имеют богатую историю, восходящую к середине прошлого века. Градиентный метод и метод скорейшего спуска в общем случае обеспечивают сходимость, но скорость сходимости к вырожденному локальному минимуму $O(1/k)$ не является оптимальной. Различные методы нулевого порядка имеют более низкую трудоемкость, но скорость сходимости в общем случае у них не выше. Эффективный метод Ньютона не применим в силу условия (2), не гарантирующего наличия второй производной. Квазиньютоновские методы имеют существенно более высокую трудоемкость, делающую его практически непригодным для задач большой размерности (порядка миллионов). В работе [1] предложен метод, основанный на многошаговой и многоэтапной технике с переменными коэффициентами, который впервые дал оценку скорости $O(1/k^2)$, которая является неулучшаемой по параметру k [2]. Впервые двухшаговый метод с фиксированными параметрами был предложен в [3]. В предложенных параметрах можно доказать геометрическую скорость сходимости в сильновыпуклом случае, однако устойчивость сходимости при наличии помех в указанной работе не обсуждалась, а на практике оказалось, что такой устойчивости в общем случае нет. В классической работе [4] дается сравнительная характеристика методов минимизации, а также обсуждаются вопросы их устойчивости.

Описание метода

Рассмотрим обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\theta \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\nabla f(x(t)) - \kappa \frac{dx(t)}{dt}, \theta > 0, \kappa > 0, \quad (3)$$

описывающее движение тела в поле потенциальной силы *f(x)*. При $\kappa>0$, что означает наличие трения, тело стремится к точке минимальной потенциальной энергии, т.е. «решает» исходную задачу (1). Запишем уравнение (3) в разностном виде. Для второй производной используем разностную формулу

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} \approx \left(\frac{x_{k+1} - x_k}{t_{k+1} - t_k} - \frac{x_k - x_{k-1}}{t_k - t_{k-1}} \right) \cdot \left(\frac{(t_{k+1} - t_k) - (t_k - t_{k-1})}{2} \right)^{-1}.$$

При равномерной сетке по времени $t_{k+1} - t_k = t_k - t_{k-1} = \Delta t$ получаем

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} \approx \frac{x_{k+1} - 2 \cdot x_k + x_{k-1}}{\Delta t}.$$

Подставляя это выражение в (3), получаем

$$\frac{\theta}{\Delta t}(x_{k+1} - 2 \cdot x_k + x_{k-1}) = -\nabla f(x_k) - \frac{\kappa}{\Delta t}(x_k - x_{k-1}),$$

$$x_{k+1} = 2 \cdot x_k - x_{k-1} - \frac{\Delta t}{\theta} \nabla f(x_k) - \frac{\kappa}{\Delta t}(x_k - x_{k-1}),$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{\Delta t}{\theta} \nabla f(x_k) + \left(1 - \frac{\kappa}{\Delta t}\right)(x_k - x_{k-1}).$$

Обозначив

$$\alpha = \frac{\Delta t}{\theta}, \beta = 1 - \frac{\kappa}{\Delta t},$$

получаем итерационный процесс

$$x_{k+1} = x_k - \alpha \cdot \nabla f(x_k) + \beta(x_k - x_{k-1}), \quad (4)$$

$$x_k \in E^n, k = 1,2, \alpha > 0, \beta > 0, \quad (5)$$

Если в выражении (4) отбросить последнее слагаемое, то оно будет представлять собой градиентный метод. Его основными особенностями является низкая скорость сходимости в задачах с высоким числом обусловленности матрицы вторых производных в локальном минимуме и притяжение траекторий к любому локальному минимуму. Более того, стационарными точками процесса являются все седловые точки целевой функции. Добавление к итерационному процессу градиентного метода третьего слагаемого $\beta(x_k - x_{k-1})$ дает процессу инерционную составляющую и потенциально сглаживает все эти недостатки. Так, за счет инерции удается легче выходить из «оврагов», вызванных высокой обусловленностью, и «проскакивать» локальные минимумы малой глубины.

Предположим, что на каждой *k*-й итерации метода информация о первой производной целевой функции доступна с некоторой погрешностью $\delta_k \in E^n$, Тогда алгоритм (4-5) примет вид

$$x_{k+1} = x_k - \alpha \cdot (\nabla f(x_k) + \delta_k) + \beta(x_k - x_{k-1}), \quad (6)$$

$$x_k \in E^n, k = 1,2, \alpha > 0, \beta > 0, \quad (7)$$

Изучению метода (6-7) посвящена настоящая работа.

Сходимость метода в выпуклом случае

Запишем двухшаговый процесс (6-7) в виде одношагового в пространстве удвоенной размерности:

$$z = (x, y) \in E^{2 \cdot n}.$$

$$\Omega(z,\alpha,\beta,\delta)=\Omega((x,y),\alpha,\beta)=(x-\alpha(\nabla f(x)+\delta)+\beta(x-y),x)\in E^{2n}. \quad (8)$$

В этих обозначениях алгоритм (6-7) примет вид

$$z_{k+1}=\Omega(z_k,\alpha,\beta),k=2,...,\infty. \quad (9)$$

При этом z_2 – начальное приближение, а $z_k=(x_k,x_{k-1})$, где x_k траектория метода (6-7).

Доказательство сходимости будем проводить прямым методом Ляпунова. Необходимо подобрать функцию, которая будет монотонно убывать на траектории метода и которая послужит функцией Ляпунова для данного метода. Поскольку метод по своей сути является разностным аналогом движения тела в поле потенциальной силы при наличии трения или вязкости, естественно попробовать на роль функции Ляпунова разностный аналог полной механической энергии тела:

$$V(z;m)=V((x,y);m)=f(x)+\frac{1}{2}m\|x-y\|^2,m\in\Re^+. \quad (10)$$

Параметр m функции V является положительным действительным числом и представляет собой аналог массы тела. Для доказательства сходимости метода (6-7) сделаем несколько утверждений.

Лемма 1. Сходимость траектории (8-9) означает сходимость траектории (6-7) и наоборот.

Лемма 2. Блочно-диагональная матрица B из P_{2n*2n}

$$B=\begin{bmatrix} b_{11}E & b_{12}E \\ b_{21}E & b_{22}E \end{bmatrix}$$

отрицательно определена тогда и только тогда, когда отрицательно определена матрица B^* из P_{2*2}

$$B^*=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}.$$

E – это единичная диагональная матрица размером $n*n$. Определим квадратную матрицу A из P_{2n*2n}, зависящую от параметров α, β, m:

$$A(\alpha,\beta,m)=\begin{bmatrix} \alpha(\alpha(m+L)-2)E & \beta(1-\alpha(m+L))E \\ \beta(1-\alpha(m+L))E & (\beta^2(m+L)-m)E \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Важное свойство этой матрицы постулирует

Лемма 3. Матрица $A(\alpha,\beta,\frac{\beta}{\alpha})$ отрицательно определена, если

$$\beta\in[0;1[,\alpha\in\left]0;\frac{2(1-\beta)}{L}\right[. \quad (12)$$

Доказательство. Введем параметр p и выразим α через β и p.

$$\alpha=\frac{p(1-\beta)}{L};p\in]0;2[. \quad (13)$$

Введем квадратную матрицу размером 2x2

$$A^*(\alpha,\beta,m)=\begin{bmatrix} \alpha(\alpha(m+L)-2) & \beta(1-\alpha(m+L)) \\ \beta(1-\alpha(m+L)) & (\beta^2(m+L)-m) \end{bmatrix}.$$

Подставляя вместо m дробь β/α, а вместо α – выражение (13), получим для элементов матрицы следующие выражения:

$$a_{11}=\frac{p(1-\beta)(\beta+p(1-\beta)-2)}{L}=\frac{p(1-\beta)((p-1)(1-\beta)-1)}{L},$$

$$a_{12}=a_{21}=\beta\cdot(1-\beta-p\cdot(1-\beta))=\beta\cdot(1-\beta)\cdot(1-p),$$

$$a_{22} = \frac{\beta}{\alpha}(\beta^2 + L\alpha\beta - 1) = \frac{L\beta}{p(1-\beta)}(\beta^2 + p(1-\beta)\beta - 1) = \frac{L\beta}{p}(p\beta - (1+\beta).$$

Из (11) следует, что

$$-1 < p-1 < 1; 0 < 1-\beta \le 1;$$
$$-1 < (p-1)(1-\beta) < 1;$$
$$(p-1)(1-\beta) - 1 < 0$$

и, следовательно, $a_{11}<0$. Определитель матрицы A* равен

$$Det\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12}^2 =$$

$$= \beta(1-\beta)((p-1)(1-\beta)-1)(p\beta - (1+\beta)) - \beta^2(1-\beta)^2(1-p)^2 =$$
$$= \beta(1-\beta)((p-1)\beta(1-\beta) - (p-1)(1-\beta)(1+\beta) - p\beta + 1 + \beta) =$$
$$= \beta(1-\beta)(-(p-1)(1-\beta) - p\beta + 1 + \beta) = \beta(1-\beta)(2-p) > 0.$$

По критерию Сильвестра, матрица $A^*(\alpha,\beta,\beta/\alpha)$ отрицательно определена, что в силу леммы 2 влечет отрицательную определенность матрицы $A(\alpha,\beta,\beta/\alpha)$, что и требовалось доказать.

Оценку приращения фукнции Ляпунова V на траектории метода дает

Лемма 4. Для любых действительных чисел m, α, β и векторов $z=(x,y)$ из E^{2n} и δ из E^n справедливо неравенство

$$V(\Omega(z,\alpha,\beta,\delta);m) - V(z;m) \le \frac{1}{2} < A(\alpha,\beta,m)\begin{bmatrix}\nabla f(x) \\ x-y\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}\nabla f(x) \\ x-y\end{bmatrix} > -$$
$$-\alpha < \delta, (1-\alpha(L+m)) \cdot \nabla f(x) + \beta(L+m)(x-y) > + \frac{1}{2}\alpha^2(m+L) \cdot \|\delta\|^2$$

Доказательство. Введем n-мерный вектор u:

$$u = x - \alpha(\nabla f(x) + \delta) + \beta(x-y), u \in E^n.$$

Тогда

$$V(\Omega(z,\alpha,\beta,\delta);m) - V(z;m) = V((u,x);m) - V((x,y);m) =$$
$$= f(u) - f(x) + \frac{m}{2}\left(\|u-x\|^2 - \|x-y\|^2\right).$$

Учитывая липшицевость градиента функции $f()$, получим

$$f(u) - f(x) \le < \nabla f(x), u-x > + \frac{L}{2}\|u-x\|^2 =$$
$$= < \nabla f(x), -\alpha\nabla f(x) + \beta(x-y) > + \frac{L}{2}\alpha^2\|\nabla f(x)\|^2 - L\alpha\beta < \nabla f(x), x-y > +$$
$$+ \frac{L}{2}\beta^2\|x-y\|^2 - \alpha < \nabla f(x), \delta > + L\alpha^2 < \nabla f(x), \delta > + \frac{L\alpha^2}{2}\|\delta\|^2 + < \nabla f(x), x-y > =$$
$$= \frac{\alpha(\alpha L - 2)}{2}\|\nabla f(x)\|^2 + \beta(1-\alpha L) < \nabla f(x), x-y > + \frac{L\beta^2}{2}\|x-y\|^2 +$$
$$+ \frac{L\alpha^2}{2}\|\delta\|^2 - \alpha < \delta, (1-\alpha L)\nabla f(x) + L\beta(x-y).$$

Далее,

$$\|u-x\|^2 - \|x-y\|^2 = < u-y, u-2x+y > =$$
$$= < (1+\beta)(x-y) - \alpha(\nabla f(x) + \delta), (\beta-1)(x-y) - \alpha(\nabla f(x) + \delta) > =$$
$$= (\beta^2 - 1)\|x-y\|^2 - 2\alpha\beta < \nabla f(x) + \delta, x-y > + \alpha^2\|\nabla f(x) + \delta\|^2 =$$

$$= (\beta^2 - 1)\|x - y\|^2 - 2\alpha\beta < \nabla f(x), x - y > + \alpha^2 \|\nabla f(x)\|^2 +$$

$$+ 2\alpha^2 < \nabla f(x), \delta > - 2\alpha\beta < \delta, x - y > + \alpha^2 \|\delta\|^2 .$$

Умножая обе части последнего равенства на *m/2* и складывая с предыдущим неравенством, получаем

$$V((u,x);m) - V((x,y);m) \le \frac{1}{2}((\alpha(m+L) - 2)\|\nabla f(x)\|^2 +$$

$$+ 2\beta(1 - \alpha(L+m)) \cdot < \nabla f(x), x - y > + (\beta^2 (m+L) - m)\|x - y\|^2 -$$

$$- \alpha < \delta, (1 - \alpha(L+m))\nabla f(x) + \beta(L+m)(x - y) > + \frac{\alpha^2 (m+L)}{2}\|\delta\|^2 .$$

Переходя к матричной записи, получаем требуемую оценку. Лемма доказана.

Лемма 4 дает оценку приращения функции Ляпунова *V* на траектории метода (8-9). Лемма 3 определяет параметры метода, гарантирующие монотонное убывание *V* и, следовательно, при обычных предположениях - корректность метода в смысле сходимости траектории к множеству минимумов целевой функции. Лемма 1 распространяет выводы о сходимости, сделанные для метода (8-9), на метод (6-7). В случае, если помехи отсутствуют, приращение функции Ляпунова на траектории становится отрицательным и верна

Теорема 1. Для выпуклой функции, удовлетворяющей условию (2), с ограниченными множествами Лебега метод (6-7) с параметрами, удовлетворяющими условию (12), и точной информацией о градиенте решает задачу (1-2).

Ограниченность траекторий метода в невыпуклом случае

Предположим, что помехи δ_k в вычислении градиента в методе (6-7) имеют нулевой асимптотический уровень:

$$\delta_k \to 0, k \to \infty . \tag{14}$$

Предположим наличие действительных чисел f^*, f_*, множества Z_{st} и компактного множества Z таких, что

$$f^* > f_*, f^*, f_* \in R, \tag{15}$$

$$Z \supset \{(x,y) \in E^{2n} \mid f(x) \le f^* - \frac{\beta}{2\alpha}\|x - y\|^2\}, \tag{16}$$

$$Z_{st} \subset \{(x,y) \in E^{2n} \mid f(x) \le f_* - \frac{\beta}{2\alpha}\|x - y\|^2\}. \tag{17}$$

Модифицируем алгоритм (8-9) следующим образом:

$$z_{k+1} = \begin{cases} \Omega(z_{k,}, \alpha, \beta, \delta_k), z_k \in Z \\ \in Z_{st}, z_k \notin Z \end{cases} . \tag{18}$$

Смысл настоящей модификации заключается в том, что при попадании в заведомо неэффективную область с точки зрения функции Ляпунова $V(\cdot,\beta/\alpha)$ алгоритм заново запускается из достаточно эффективного по функции Ляпунова начального приближения.

Фиксируем последовательность помех (14) и определим последовательность действительных чисел g_n:

$$g_k \in \Re^+, k = 1...\infty, \sum_{k=1}^{\infty} g_k^2 = \infty, \frac{\|\delta_k\|}{g_k} \to 0 .$$

Введем обозначения:

$$X_Z = \{x \in E^n \mid (x,x) \in Z\},$$
$$X_S = \{x \in E^n \mid \nabla f(x) = 0\},$$
$$Z_k = \{z = (x,y) \in E^{2n} \mid \|\nabla f(x)\| \le g_k, \|x-y\|^2 \le g_k\}, k = 1...\infty,$$
$$Z_0 = \{z = (x,x) \in E^{2n} \mid x \in X_S\}.$$

Из лемм 3 и 4 вытекает

Лемма 5. Найдутся такие последовательности $\{d_k\}$ и $\{\gamma_k\}$

$$d_k \in \Re^+, k = 1...\infty, \sum_{k=1}^{\infty} d_k = \infty, \gamma_k \to 0, k \to \infty,$$

что для любых z∈Z

$$V(\Omega(z,\alpha,\beta,\delta_k),\beta/\alpha) \le \begin{cases} -d_k, z \notin Z_k \\ \gamma_k, z \in Z_k \end{cases}, k = 1...\infty.$$

Лемма 6. $Z_k \to Z_0$ в метрике Хаусдорфа.

Замечание. Для любой точки $z=(x,x) \in Z_0$ $V(z,m)=f(x)$.

Предположим, что существует такое действительное *f:*

$$f_* < f < f^*, f \notin f(X_S) = (f \in \Re \mid f = f(x), x \in X_S\}., \qquad (19)$$

Из лемм 5 и 6 вытекает

Теорема 2. Пусть параметры итерационного метода (6-7) удовлетворяют (12), помехи – условию (14), выполнены условия (15-17) и (19). Тогда для всякой траектории процесса (18), начиная с некоторого номера итерации *k,* выполняются соотношения

$$z_k \in Z, z_{k+1} = \Omega(z_{k,}, \alpha, \beta, \delta_k).$$

Притяжение траекторий

Разложим множество X_S на $f(\cdot)$-связные компоненты

$$X_S = \bigcup_{\theta \in \Theta} X_S^{\theta}.$$

Очевидно, что множества

$$Z_0^{\theta} = \{(x,x) \mid x \in X_X^{\theta}\}, \theta \in \Theta$$

являются $V(\cdot)$-связными компонентами множества $Z_{0.}$ Из лемм 5,6 следует

Теорема 3. Пусть параметры итерационного метода (6-7) удовлетворяют (12), помехи – условию (14), выполнены условия (15-17) и (19). Тогда всякая траектория процесса (18) $V(\cdot)$-сходится к некоторой $V(\cdot)$-связной компоненте множества Z_0, т.е.

$$V((x_k, x_{k-1}), \beta/\alpha) = f(x_k) + \frac{\beta}{2\alpha}\|x_k - x_{k-1}\|^2 \to f(X_S^{\theta}).$$

Причем для всякой подпоследовательности $\{z_{sk}\}$ последовательности $\{z_k\}$, удовлетворяющей условию

$$\underline{\lim} V(z_k) = \lim V(z_{s,}), k \to \infty,$$

верно соотношение

$$z_{s,} \to X_S^{\theta}.$$

Заключение

Для решения задачи безусловной конечномерной минимизации гладкой функции с липшицевым градиентом исследован двухшаговый метод первого порядка, представляющий собой разностный аналог траектории тела в поле потенциальной силы при наличии трения. Описана область параметров метода, гарантирующего его сходимость к множеству стационарных точек. Исследовано поведение метода в случае неточной информации о первой производной. Метод может применяться для широкого

спектра проблем, в частности для решения прикладных задач оптимизации в области нанотехнологий [6], сетевой оптимизации [7], в важных практических задачах большой размерности.

Литература

1. *Нестеров Ю.Е.* Метод решения задачи выпуклого программирования со скоростью сходимости $O(1/n^2)$ // Доклады АН СССР. 1983. Т.269. №3. С.543-547.
2. *Немировский А.С., Юдин Д.Б.* Сложность задач и эффективность алгоритмов оптимизации. М.: Наука. 1979.
3. *Поляк Б.Т.* О некоторых способах ускорения сходимости итерационных методов // Журнал Вычислительной математики и математической физики,1964. Т.4. №. 5. С. 791–803.
4. *Поляк Б.Т.* Введение в оптимизацию. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1983.
5. *Костюк Ф.В*. Об одном двухшаговом методе первого порядка безусловной конечномерной минимизации // Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов, 2016. Т. 31. № 1 (30). С. 194-202.
6. *Лурье С.А., Посыпкин М.А., Соляев Ю.О.* Метод идентификации масштабных параметров градиентной теории упругости на основе численных экспериментов для плоских композитных структур // International Journal of Open Information Technologies, 2015.Т. 3, № 6. С. 1-6.
7. *E. Ghadimi, I. Shames, and M. Johansson* Multi-step gradient methods for networked optimization // IEEE Transactions on Signal Processing. Nov 2013.V. 61. № 21. Pp. 5417–5429.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА

И.Е. Михайлов[1], В.И. Цурков[2], Е.К. Егорова[3], А.С. Есенков[4]

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук. Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, 44 корп.2,
e-mail: [1]mikh_igor@mail.ru, [2]tsurkov@ccas.ru, [3]eeniya@gmail.com, [4]esenkov@mail.ru

Аннотация. Проведен анализ существующих численных методов решения краевых задач для уравнения Гельмгольца. Большинство численных методов используют итерационный алгоритм, однако из-за плохой обусловленности исходных уравнений они не всегда приводят к решению задачи. Разработан численный метод приближенного решения уравнения гельмгольцевского типа, основанный на прямой минимизации некоторой скалярной функции многих переменных.

Ключевые слова: уравнение Гельмгольца, метод сопряженных градиентов.

Введение

Большое число практически важных задач в области механики твердого тела, дифференциальной геометрии описываются уравнениями типа Гельмгольца. Также система из двух таких уравнений возникает из необходимых условий экстремума некоторого функционала, возникающего при обработке растровых изображений при решении задачи определения оптимального оптического потока методом Хорна-Шунка [1], которые обычно имеют прямоугольную форму. Отметим, что системы такого типа изучены мало.

В настоящей работе проведен анализ существующих численных методов решения краевых задач для уравнения Гельмгольца, которые используют итерационный алгоритм, однако из-за плохой обусловленности системы разностных уравнений, аппроксимирующих уравнение Гельмгольца, они не всегда приводят к решению задачи.

Поэтому был разработан численный метод приближенного решения уравнения гельмгольцевского типа. Суть метода заключается в том, что заданная область решения покрывается прямоугольной сеткой и дифференциальное уравнение в каждой узловой точке аппроксимируется конечно-разностной схемой. Для получившейся системы уравнений выписывается скалярная функция, представляющая собой сумму квадратов этих уравнений. Аргументами функции являются значения сеточной функции в узловых точках. Такая функция достигает минимума на решении системы разностных уравнений. Затем используется прямой метод минимизации этой функции. Проведены тестовые расчеты с помощью предложенного метода и итерационного метода установления. Эти расчеты показали, что при коэффициенте при искомой функции в уравнении Гельмгольца, большем минимального собственного числа, метод установления расходится, а предложенный метод с использованием метода сопряженных градиентов для минимизации функции сходится. Предложенный метод может быть применен и к системе уравнений гельмгольцевского типа.

1. Существующие подходы к численному решению уравнения Гельмгольца

В основе многих современных методов решения лежит работа [2], в которой был разработан итерационный алгоритм для численного решения уравнения Гельмгольца. В [3] разработаны и проанализированы методы конечных разностей высокого порядка для решения уравнения Гельмгольца. Одна из схем высокого порядка основана на обобщенной аппроксимации Паде. Вторая схема основана на аппроксимации высокого порядка производной, рассчитанной из самого уравнения Гельмгольца. В [4] разработана техника гиперболического предобусловливания для численного решения уравнения Гельмгольца. В [5,6] применяется метод наименьших квадратов для численного решения комплексного скалярного внешнего уравнения Гельмгольца. Эффективные охватывающие предобуславливатели были введены в [7], в [8] они распараллеливаются. Данная тематика развивается в [9]. В различных приложениях рассматривается задача Коши для уравнения Гельмгольца [10-12]; например, для решения задачи рассматривался метод регуляризации Тихонова [13–17].

2. Постановка задачи и метод решения

Рассмотрим задачу Дирихле для уравнения Гельмгольца в прямоугольнике $D = \{0 \le x \le a,\ 0 \le y \le b\}$

$$\Delta u + \alpha u = f(x, y), \tag{1}$$

$$u|_{\partial D} = \varphi(x, y). \tag{2}$$

Введем сетку следующим образом: разобьем рассматриваемую область D прямыми и $y_j = jh_y,\ j = \overline{0, N}$, где $h_x = a/M, h_y = b/N -$ шаги сетки по переменным x и y соответственно. На этой сетке введем сеточную функцию $u_h = \{u_{i,j}\}$.

Аппроксимируем оператор Лапласа Δu в каждой узловой точке $(x_i, y_j), i = \overline{1, M-1},\ j = \overline{1, N-1}$, разностным оператором второго порядка аппроксимации:

$$\Delta_h u_{i,j} = \frac{u_{i-1,j} - 2u_{i,j} + u_{i+1,j}}{h_x^2} + \frac{u_{i,j-1} - 2u_{i,j} + u_{i,j+1}}{h_y^2}. \tag{3}$$

Тогда уравнение (1) и граничные условия (2) аппроксимируются следующей системой конечно-разностных уравнений:

$$\phi_{i,j} = \Delta_h u_{i,j} + \alpha u_{i,j} - f(x_i, y_j) = 0,\ i = \overline{1, M-1},\ j = \overline{1, N-1}, \tag{4}$$

$$u_{i,0} = \varphi(ih_x, 0),\ u_{i,N} = \varphi(ih_x, Nh_y), i = \overline{0, M},$$

$$u_{0,j} = \varphi(0, jh_y),\ u_{M,j} = \varphi(Mh_x, jh_y), j = \overline{0, N}.$$

Выпишем следующую скалярную функцию:

$$F(u_{0,0}, \ldots, u_{M,N}) = \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^{N-1} \phi_{i,j}^2 \quad . \tag{5}$$

Здесь $\phi_{i,j}$ - невязка уравнений (4), т.е. разница между левой и правой частями уравнений при подстановке в них произвольной сеточной функции.

Для любой сеточной функции u_h функция $F \ge 0$, причем F достигает минимума, равного 0, только на решении системы (4). Таким образом, вместо нахождения решения системы уравнений (4) можно искать сеточную функцию, минимизирующую скалярную функцию (5). Найденная из решения задачи минимизации функция u_h и будет являться приближенным решением системы (4).

Для минимизации функции (5) использовался метод сопряженных градиентов [18]. Для сравнения проводилось решение системы (4) методом установления с применением метода переменных направлений.

3. Примеры расчетов

Уравнение (4) решалось при различных значениях α. Во всех расчетах $a = b$, $h_x = h_y = h$, $f(x, y) = 0$, краевое условие бралось равным $\varphi(x, y) = 1$.

Первым собственным числом разностного оператора (3) является $\lambda_1 = -\frac{8}{h^2}\sin^2\frac{\pi h}{2}$, и при α, близком к числу -λ оператора (3), решение системы (4) стремится к ∞ (см. рис. 1, 2). При $\alpha \geq -\lambda_1$ метод установления расходился, в то время как предложенный метод продолжал сходиться.

В табл. 1 приведены результаты расчетов на сетке MxN = 10x10 для различных α, $\lambda_1 = -19.5775$. Точность расчетов 10^{-4}. Начальное приближение для каждого последующего расчета бралось равным решению для предыдущего α.

Таблица 1

Значение α	Количество итераций	
	Метод установления	Предложенный метод
5	161	38
10	243	186
15	503	173
17	890	762
18	1452	1390
19	3960	12139
20	-	200
25	-	46
30	-	158
40	-	126
50	-	174
60	-	95

На рис. 1 изображены решения системы (4) при α = 5; 10; 15; 17; 18; 19

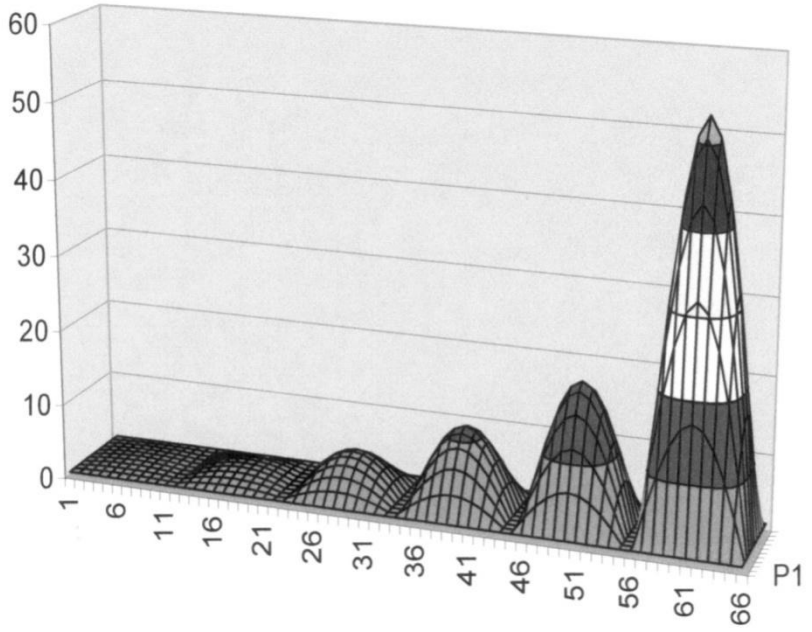


Рис. 1

На рис. 2 изображены решения системы (4) для α = 20; 25; 30; 40; 50; 60.

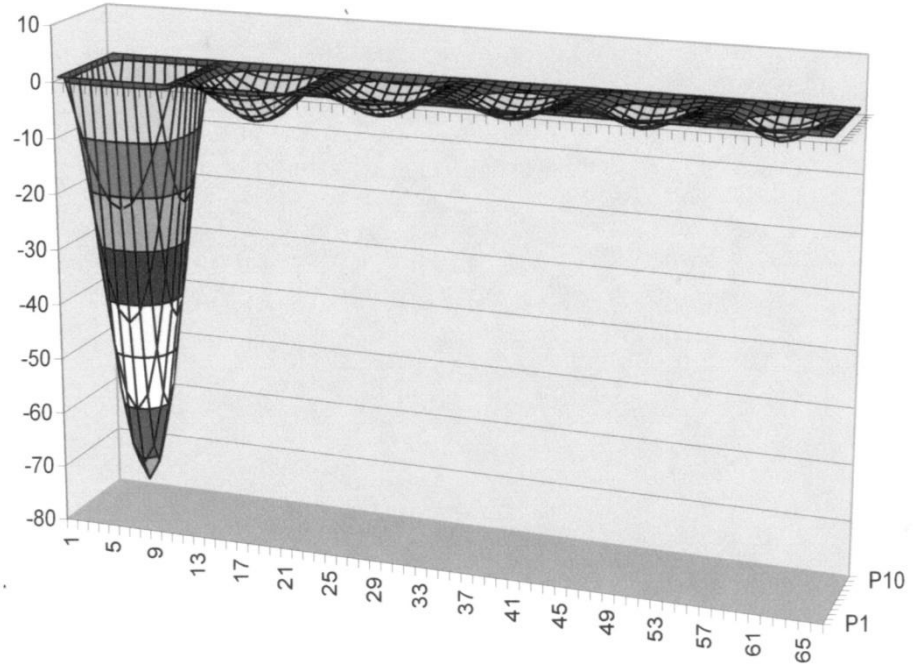


Рис. 2

На рис. 3 изображены решения системы (4) для α = 70; 80; 90; 100; 110; 120. В окрестности модуля второго собственного числа решение опять стремится к ∞.

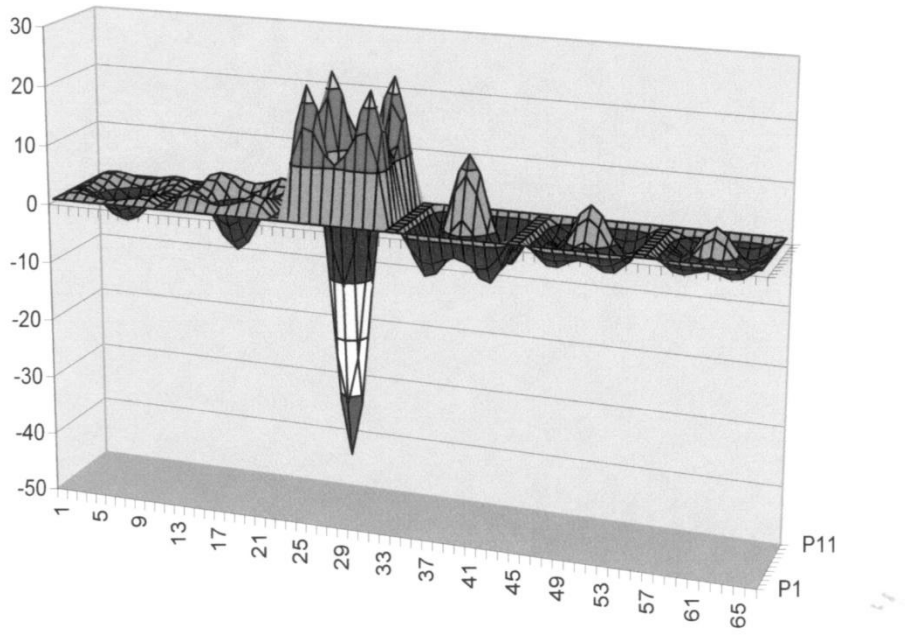


Рис. 3

В табл. 2 приведено число итераций, необходимых для получения решения с точностью 10^{-4} на различных сетках для $\alpha = 40$. Для ускорения работы метода был применен метод мультигрид с использованием линейной интерполяции.

Таблица 2

MxN	Число итераций
10x10	107
20x20	1547
40x40	8443

На рис. 4 изображено решение системы (4) для $\alpha = 40$ на сетке MxN= 40x40 с точностью 10^{-4}.

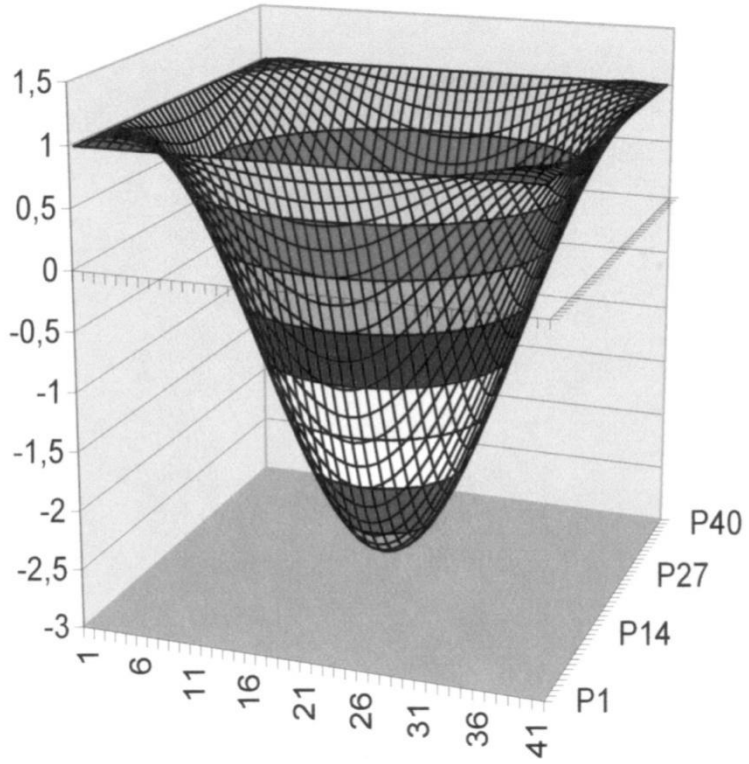


Рис. 4

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта РФФИ № 15-01-07833.

Литература

1. B.K.P. Horn and B.G. Schunck Determining optical flow // Artificial Intelligence, 1981 V. 17. Pp. 185–203.
2. Bayliss A., Goldstein C.I., Turkel E. An iterative method for the Helmholtz equation // J. Comput. Phys. 1983. V. 49, № 3. Pp. 443–457.
3. Singer I., Turkel E. High-order finite difference methods for the Helmholtz equation // Comput. Methods Appl. Mech. Eng. North-Holland, 1998. V.163, № 1–4. Pp. 343–358.
4. Lee B. et al. First-Order System Least-Squares for the Helmholtz Equation // SIAM J. Sci. Comput. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2000. V. 21, № 5. P. 1927–1949.
5. Lee B. et al. Multilevel first order system least squares ({FOSLS}) for {H}elmholtz equations // SIAM J. Sci. Comp. 1999. Pp. 1–11.
6. Larsson E. A Domain Decomposition Method for the Helmholtz Equation in a Multilayer Domain // SIAM J. Sci. Comput. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1999. V. 20, № 5. Pp 1713–1731.
7. Engquist B., Ying L. Sweeping Preconditioner for the Helmholtz Equation: Moving Perfectly Matched Layers // Multiscale Model. Simul. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2011. V. 9, № 2. Pp. 686–710.
8. Poulson J. et al. A Parallel Sweeping Preconditioner for Heterogeneous 3D Helmholtz Equations // SIAM J. Sci. Comput. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2013. V. 35, № 3. Pp. 194–212.
9. Eslaminia M., Guddati M.N. A double-sweeping preconditioner for the Helmholtz equation // J. Comput. Phys. 2016. V. 314. Pp. 800–823.
10. Qin H.-H., Wei T. Quasi-reversibility and truncation methods to solve a Cauchy problem for the modified Helmholtz equation // Math. Comput. Simul. 2009. V. 80, № 2.

Pp. 352–366.
11. Marin L. et al. An alternating iterative algorithm for the Cauchy problem associated to the Helmholtz equation // Comput. Methods Appl. Mech. Eng. 2003. V. 192, № 5.
12. Pp. 709–722.
13. Berntsson F. et al. An accelerated alternating procedure for the Cauchy problem for the Helmholtz equation // Comput. Math. with Appl. 2014. V. 68, № 1. Pp. 44–60.
14. Berntsson F. et al. Iterative Tikhonov regularization for the Cauchy problem for the Helmholtz equation // Comput. Math. with Appl. 2016.
15. Qin H.H., Wen D.W. Tikhonov type regularization method for the Cauchy problem of the modified Helmholtz equation // Appl. Math. Comput. 2008. V. 203, № 2. Pp. 617–628.
16. Qin H.H., Wei T., Shi R. Modified Tikhonov regularization method for the Cauchy problem of the Helmholtz equation // J. Comput. Appl. Math. 2009. V. 224, № 1. Pp. 39–53.
17. Qin H.H., Wei T. Two regularization methods for the Cauchy problems of the Helmholtz equation // Appl. Math. Model. 2010. Vl.34, № 4. Pp. 947–967.
18. Regińska T., Regiński K. Approximate solution of a Cauchy problem for the Helmholtz equation // Inverse Probl. 2006. V. 22, № 3. Pp. 975–989.
19. Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. М.: Наука, 1978. 351 с.

НЕКОТОРЫЕ АЛГОРИТМЫ ПЛАНИРОВАНИЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ В МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМАХ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

М. Г. Фуругян

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына
Федерального исследовательского центра “Информатика и управление” РАН,
Россия, 119333, г. Москва, ул. Вавилова , 40,
тел.: (499)135-40-29, факс: (499)135-61-59,
e-mail: rtsccas@ya.ru

Аннотация. Решается задача составления допустимого многопроцессорного расписания с прерываниями при заданных директивных интервалах, а также задача нахождения таких производительностей процессоров, при которых допустимое расписание существует. Рассматривается ряд обобщений: учет затрат на обработку прерываний и переключений с одного процессора на другой; использование дополнительных, помимо процессоров, ресурсов. Разработаны эвристические и точные алгоритмы, основанные на сведении исходной задачи к потоковой и целочисленной системе линейных ограничений.

Ключевые слова: многопроцессорная система, расписание с прерываниями, директивные интервалы, распределение ресурсов.

Введение. Одна из основных задач, возникающих при разработке программного обеспечения многопроцессорных вычислительных систем жесткого реального времени (МПВСРВ, систем, в которых заданиям сопоставляются директивные сроки, не подлежащие нарушению), заключается, во-первых, в создании математической модели, адекватной реальной вычислительной системе и, во-вторых, в расчете с помощью этой модели режима функционирования системы, в результате которого получается расписание, показывающее, когда и какой программе должны быть выделены те или иные вычислительные ресурсы. Это необходимо для обеспечения работоспособности и надежности таких систем. Потребность в быстрых алгоритмах, составляющих многопроцессорные расписания, часто возникает в задачах оперативного управления на основе обработки и анализа поступающих в реальном времени данных. В качестве примеров можно привести задачи управления работой ядерных реакторов, управления испытаниями летательных аппаратов и многие другие практические задачи управления, в которых для принятия адекватных решений нужно успевать обрабатывать данные в темпе поступления. В 1979 г. Б.Г. Сушковым при содействии и поддержке Н.Н. Моисеева в ВЦ АН СССР был образован сектор проектирования систем реального времени, занимавшийся разработкой вычислительных систем для обработки летных экспериментов в режиме реального времени. В настоящее время в секторе, входящем в состав ВЦ ФИЦ ИУ РАН, разрабатываются алгоритмы планирования вычислений для МПВСРВ. Автором предлагаются к рассмотрению следующие задачи.

1. Заданы директивные интервалы, работы допускают прерывания и переключения с одного процессора на другой. Рассмотрена задача составления расписания для случая, когда издержки на обработку прерываний и переключений не учитываются, а также задача с учетом этих затрат.

2. Задача нахождения таких производительностей процессоров, при которых допустимое расписание существует.

3. Задача составления расписаний при наличии дополнительных ресурсов.

1. Составление расписаний с прерываниями и переключениями. Рассматривается вычислительная система, состоящая из m процессоров. Производительность j-го процессора равна s_j. Имеется множество заданий (работ) $N = \{1, 2, ..., n\}$. Предполагается, что в каждый момент времени каждый процессор может выполнять не более одного задания, а каждое задание выполняется не более чем одним процессором. При выполнении заданий допускаются прерывания и переключения с одного процессора на другой. Предполагается, что прерывания и переключения не сопряжены с **временными** затратами. Задание $i \in N$ характеризуется директивным интервалом $(b_i, f_i]$ (т.е. работа i может выполняться только в этом интервале), а также сложностью (или объемом работы процессоров по ее выполнению) Q_i (i = 1, ..., n). Работа сложности Q_i может быть выполнена на процессоре j за время Q_i/s_j. Требуется определить, существует ли допустимое расписание (т.е. такое расписание, когда каждая работа полностью выполняется в своем директивном интервале), и найти его, если оно существует.

В [1] доказывается, что такая задача может быть сведена к задаче поиска максимального потока в сети, построенной специальным образом. Вычислительная сложность этого алгоритма $O(n^3)$, а в построенном расписании не более $O(n^2 + mn)$ прерываний. Несмотря на то, что этот алгоритм является полиномиальным, время его работы в ряде случаев является слишком большим для практического применения в задачах достаточно большой размерности, имеющих практическое значение и возникающих при разработке и эксплуатации МПВСРВ. Одно из решений возникшей проблемы заключается в разработке существенно более быстрого эвристического алгоритма, который находил бы правильное решение задачи в достаточно широком спектре случаев. Автором совместно с Д.С. Гузом был разработан эвристический алгоритм, эффективно решающий поставленную задачу. Алгоритм является обобщением однопроцессорного алгоритма Коффмана [2] на случай нескольких процессоров и основан на том, что в каждый момент времени из числа готовых к выполнению заданий процессор выделяется тому из них, директивный срок у которого минимален. Вычислительная сложность алгоритма составляет $O(n(m\log_2 m + \log_2 n))$, а число прерываний в полученном расписании есть $O(mn)$. Как показали многочисленные машинные эксперименты [3], выигрыш во времени по сравнению с точным потоковым алгоритмом составляет до нескольких тысяч раз. При этом процент некорректной работы алгоритма (алгоритм не находит допустимого расписания в случае, когда оно существует) незначительный (не более 3% в зависимости от параметров задачи).

2. Учет затрат на обработку прерываний и переключений. В настоящем разделе рассматривается задача составления допустимого расписания в многопроцессорной системе с идентичными процессорами с учетом затрат на обработку прерываний и переключений для случая, когда директивные интервалы всех работ совпадают. Для каждой работы заданы ее длительность t_i и директивный интервал [0, F]. Предполагается, что $t_i \le F$ при всех $i \in N$. При прерывании (или переключении) некоторой работы $i \in N$ процессором, на котором она выполнялась, в течение интервала времени длиной τ_1, начиная с момента прерывания, выполняется специальная работа w_1 и в этом интервале не может выполняться никакая другая

работа. Процессором, на котором возобновляется выполнение прерванной работы, непосредственно перед ее возобновлением в течение интервала времени длиной τ_2 выполняется специальная работа w_2 и в этом интервале не может выполняться никакая другая работа. Предполагается, что $\tau_1 + \tau_2 \le F$, т.е. в каждом директивном интервале можно выполнить обработку хотя бы одного прерывания. Например, в многопроцессорных системах работы w_1 и w_2 – это выполнение специальных программ, осуществляющих запись данных о прерванной программе из памяти одного процессора (на котором она выполнялась до прерывания) в память другого процессора (на котором она будет выполняться после прерывания). Будем предполагать, что работы w_1 и w_2 непрерываемые и могут выполняться только последовательно: работа w_2 может быть начата только после окончания выполнения работы w_1.

В отличие от задачи, рассмотренной в разд. 1, где затраты на обработку прерываний и переключений не учитываются, данная задача является *NP*-трудной. Действительно, нетрудно показать, что ее аналог в форме распознавания свойств (когда требуется только определить, существует или не существует допустимое расписание) принадлежит классу *NP* и к этой задаче полиномиально сводится известная *NP*-полная задача о разбиении [4] (задано множество натуральных чисел $a_1, a_2, ..., a_n$, требуется определить, существует ли множество $N' \subset \{1, 2, ..., n\}$, такое, что $\sum_{i \in N'} a_i = \sum_{i \in N \setminus N'} a_i$).

Алгоритм решения поставленной задачи строится с помощью следующих трех вспомогательных алгоритмов.

Модифицированный алгоритм упаковки. Данный алгоритм $A_1(N_0, m_0)$ является модификацией алгоритма упаковки [5] для случая, когда учитываются временные затраты на обработку прерываний и переключений. В результате работы алгоритма $A_1(N_0, m_0)$ строится допустимое расписание выполнения множества работ $N_0 \subseteq N$ на m_0 процессорах $(m_0 \le m)$ при условии, что выполнено неравенство

$$\sum_{i \in N_0} t_i + (m_0 - 1)(\tau_1 + \tau_2) \le m_0 F, \qquad (1)$$

которое гарантирует существование допустимого расписания. Вычислительная сложность алгоритма составляет $O(|N_0|)$.

Алгоритм разбиения множества процессоров. Алгоритм $A_2(k)$ строит всевозможные разбиения множества процессоров $P = \{1, 2. ..., m\}$ на группы, число которых не менее k. Каждое разбиение множества P представляет собой совокупность множеств $P_1, P_2, ..., P_r$ $(r \ge k)$, таких что $P_i \cap P_j = \varnothing$ при $i \ne j$, $\bigcup_{i=1}^{r} P_i = P$. Поскольку все процессоры идентичные, то данный алгоритм заключается в перечислении всех разбиений натурального числа m на не менее чем k натуральных чисел $m_1, m_2, ..., m_r$ ($r \ge k$, $m_1 + m_2 + ... + m_r = M$, $m_1 \le m_2 \le ... \le m_r$). Для этого можно воспользоваться алгоритмом перечисления всех разбиений числа m [6] и брать только те из них, которые состоят не менее чем из k частей. Можно также воспользоваться алгоритмом построения всех разбиений числа m ровно с r частями [6] и применять его для всех $r = k, k+1, ..., m$. Как следует из [6], количество всех разбиений числа m составляет $O((\exp \sqrt{m})/m)$, а при переходе от одного разбиения к другому требуется

выполнить $O(m)$ операций. Таким образом, вычислительная сложность алгоритма $A_2(k)$ составляет $O(\exp\sqrt{m})$.

Алгоритм разбиения множества работ. Алгоритм $A_3(a_1, ..., a_k)$ определяет, существует ли разбиение множества работ N на k непересекающихся подмножеств $N_1, N_2, ..., N_k$ ($\bigcup_{j=1}^{k} N_j = N$, $N_i \cap N_j = \varnothing$ при $i \neq j$), таких что $\sum_{i \in N_j} t_i \le a_j$ при всех $j = 1, 2, ..., k$. Если такое разбиение существует, то алгоритм строит все такие разбиения. Вычислительная сложность алгоритма составляет $O\left[nk \prod_{r=1}^{k} a_r \right]$.

Алгоритм решения исходной задачи. Перейдем к описанию алгоритма решения исходной задачи.

1. Вычислить величину $\alpha = \sum_{i \in N_0} t_i + (m-1)(\tau_1 + \tau_2)$.

2. Если $\alpha \le mF$ (т.е. выполнено условие (1) для $N_0 = N, m_0 = m$), то применить алгоритм $A_1(N, m)$. На этом алгоритм завершает работу.

3. Если $\alpha > mF$ (т.е. условие (1) для $N_0 = N, m_0 = m$ не выполнено), то число прерываний следует сократить по меньшей мере до $m - k$, где $k = \lceil (\alpha - mF)/(\tau_1 + \tau_2) \rceil + 1$.

Для каждого разбиения множества процессоров P на подмножества $P_1, P_2, ..., P_r$ (которое соответствует разбиению числа m: $m = m_1 + m_2 + ... + m_r$ $m_j = |P_j|$, $|P_j|$ – число процессоров в P_j, $j = 1, ..., r$), построенного с помощью алгоритма $A_2(k)$, применить алгоритм $A_3(a_1, ..., a_r)$ при $\alpha_j = m_j F - (m_j - 1)(\tau_1 + \tau_2)$, $j = 1, ..., r$.

4. Если в результате работы алгоритма A_3, примененного для некоторого разбиения множества P на подмножества $P_1, P_2, ..., P_r$, будет построено разбиение множества N на подмножества $N_1, N_2, ..., N_r$ (т.е. для каждого N_j и m_j, $j = 1, ..., r$, выполнено условие (1)), то применить алгоритм $A_1(N_j, m_j)$ для каждого $j = 1, ..., r$. Тем самым будет построено расписание выполнения работ для каждого из множеств N_j на m_j процессорах, $j = 1, ..., r$. Эти расписания определяют допустимое расписание выполнения множества работ N на m процессорах. Если для каждого разбиения множества P соответствующего разбиения множества N не существует (т.е. алгоритм A_3 не находит его), то допустимого расписания в исходной задаче не существует.

Зная оценку сложности алгоритмов A_1, A_2, A_3, получаем, что вычислительная сложность алгоритма решения исходной задачи составляет $O\left[(\exp\sqrt{m}) n m^{m+1} (F - (\tau_1 + \tau_2))^m\right]$. В случае, когда число процессоров фиксировано или ограничено сверху, алгоритм является псевдополиномиальным, а от числа работ имеет линейную оценку сложности.

3. Задача нахождения производительностей процессоров. В настоящем разделе решается своего рода обратная задача по отношению к рассмотренным выше, а именно задача нахождения таких производительностей процессоров, при которых допустимое расписание существует. При предположениях, сделанных в разд. 1, требуется

определить множество $(s_1,\ s_2, ...,\ s_m)$ производительностей процессоров, для которых существует допустимое расписание.

Без ограничения общности будем находить производительности процессоров, которые удовлетворяют неравенствам

$$s_1 \geq s_2 \geq ... \geq s_m. \tag{2}$$

Введем следующие обозначения: $S_k = s_1 + s_2 + ... + s_k$, $k = 1, 2, \ldots, m$; $y_0 < y_1 < ... < y_p$, $p < 2n$, – все разные по величине значения b_i, f_i, $i \in N$; $I_l = (y_{l-1},\ y_l]$, $l = 1, 2, ..., p$; $\delta_l = y_l - y_{l-1}$ – длина интервала I_l. Очевидно, что для любых двух интервалов I_l и $(b_i,\ f_i]$ либо $I_l \subseteq (b_i,\ f_i]$, либо $I_l \cap (b_i, f_i] = \varnothing$. Директивный интервал $(b_i, f_i]$ каждой работы $i \in N$ является объединением некоторых интервалов I_l. Будем говорить, что работа $i \in N$ доступна в интервале I_l, если $I_l \subseteq (b_i,\ f_i]$, т.е. работа i может выполняться в интервале I_l. Без ограничения общности можно считать, что в каждом интервале I_l, $1 \leq l \leq p$, доступна хотя бы одна работа $i \in N$, поскольку интервалы I_l, которые не удовлетворяют этому условию, можно исключить из дальнейшего рассмотрения, а оставшиеся интервалы перенумеровать.

Как следует из [7], допустимое расписание в рассматриваемой задаче существует тогда и только тогда, когда для любого подмножества $\tilde{N} \subseteq N$ выполнено неравенство

$$\sum_{i \in \tilde{N}} Q_i \leq \sum_{l=1}^{p} \delta_l S_{k(l, \tilde{N})}, \tag{3}$$

где $k(l,\ \tilde{N})$ = min $(m,\ m')$, m' – число работ $\tilde{N} \subseteq N$, доступных в интервале I_l. По аналогии с тем, как это сделано в [5] для случая идентичных процессоров, число подмножеств $\tilde{N}$, для которых следует выполнять проверку условия (3), в некоторых случаях можно существенно сократить. Предположим, что множество N можно разбить на $r \geq 2$ непересекающихся подмножеств, $N = N_{l_1 l_2} \cup N_{l_3 l_4} \cup ... \cup N_{l_{2r-1} l_{2r}}$, $N_{l_{2u-1} l_{2u}} \cap N_{l_{2v-1} l_{2v}} = \varnothing$ при $u \neq v$, таких, что $\bigcup_{i \in N_{l_{2u-1} l_{2u}}} (b_i, f_i] = I_{l_{2u-1} l_{2u}}$, где $I_{l_{2u-1} l_{2u}} = \bigcup_{l=2u-1}^{2u} I_l$, $u = 1, 2, ..., r$, $1 \leq l_1 \leq l_2 \leq l_3 \leq l_4 \leq ... \leq l_{2r-1} \leq l_{2r} \leq p$. Можно показать, что для существования допустимого расписания необходимо и достаточно, чтобы для любой пары $l_{2u-1},\ l_{2u}$, $u = 1, 2, ..., r$, и любого подмножества $\tilde{N}_u \subseteq N_{l_{2u-1} l_{2u}}$ выполнялось неравенство

$$\sum_{i \in \tilde{N}_u} Q_i \leq \sum_{l=l_{2u-1}}^{l_{2u}} \delta_l S_{k(l, \tilde{N}_u)}. \tag{4}$$

Это позволяет выполнять проверку условия (3) не для всех подмножеств $\tilde{N} \subseteq N$, а только для подмножеств вида $\tilde{N}_u \subseteq N_{l_{2u-1} l_{2u}}$, $u = 1, 2, ..., r$, (условие (4)), число которых может быть существенно меньше, чем число всех подмножеств множества N, т.е. 2^n. Перепишем неравенство (4) в следующем виде:

$$q_u \le H_{u1}S_1 + H_{u2}S_2 + ... + H_{um}S_m, \quad (5)$$

где $q_u = \sum_{i \in \tilde{N}u} Q_i$, $H_{uj} = \sum_{l:k(l,\tilde{N}_u)=j} \delta_l$, $j = 1, 2, \ldots, u$. Теперь задача заключается в нахождении производительностей $s_1, s_2, ..., s_m$ процессоров, удовлетворяющих неравенствам (2) и (5) для любой пары l_{2u-1}, l_{2u}, $u = 1, 2, ..., r,$ и любого подмножества $\tilde{N}_u \subseteq N_{l_{2u-1}l_{2u}}$. Для этого используем следующее утверждение, доказанное в [3].

Для того чтобы по заданным величинам $S_1, S_2, ..., S_m$ можно было определить величины $s_1, s_2, ..., s_m$, удовлетворяющие неравенствам (1), необходимо и достаточно выполнения неравенств

$$0 \le S_1 \le S_2 \le ... \le S_m, \quad (6)$$

$$2S_r \ge S_{r-1} + S_{r+1}, \quad 2S_1 \ge S_2 \ (r = 2, \ldots, m-1). \quad (7)$$

Таким образом, величины $S_1, S_2, ..., S_m$, по которым можно определить производительности $s_1, s_2, ..., s_m$ процессоров, должны удовлетворять системе линейных неравенств (5) – (7) с m переменными. В [3] показано, что по величинам $S_1, S_2, ..., S_m$ производительности $s_1, s_2, ..., s_m$ процессоров вычисляются следующим образом: $s_1 = S_1$, $s_r = S_r - S_{r-1}$ $(r = 2, \ldots, m)$.

4. Составление расписаний в многопроцессорных системах с дополнительными ресурсами. В рамках рассмотренных выше постановок автором исследованы также задачи составления допустимых расписаний при наличии дополнительных ресурсов. Например, в задаче из разд. 1 предполагается, что помимо процессоров в системе имеется дополнительный ресурс невозобновляемого типа. Суммарное количество этого ресурса составляет R. Если заданию i выделено r_i единиц дополнительного ресурса, то объем работы процессоров по выполнению задания i составляет $Q_i = d_i - a_i r_i$, где $r_i \in [0, \bar{r}_i]$, $i = 1, 2, ..., n$, $\sum_{i \in N} r_i \le R$, (a_i, d_i, $\bar{r}_i$ – заданные величины, $a_i > 0$, $d_i > 0$, $0 \le \bar{r}_i < d_i / a_i$). Таким образом, $Q_i \in [d_i - a_i \bar{r}_i, d_i]$, причем $d_i - a_i \bar{r}_i > 0$. Требуется найти такое распределение ресурсов $(r_1^0, r_2^0, ..., r_n^0)$, при котором существует допустимое расписание, или установить, что такого распределения ресурсов не существует. Рассмотрены случаи идентичных и произвольных процессоров, одного и нескольких типов дополнительных ресурсов. Рассмотрим примеры подобных задач. В первом примере все процессоры идентичные. В этом случае обычно каждое задание i характеризуется не объемом, а длительностью t_i, которая зависит от величины энергопотребления r_i для этого задания: $t_i = d_i - a_i r_i$. Общий объем энергоресурсов для всех заданий ограничен величиной R. Во втором примере каждому заданию i выделяются дополнительные средства r_i на приобретение специализированных процессоров (которые могут быть использованы только для выполнения конкретного задания), что снижает объем работы основных процессоров по выполнению данного задания. В третьем примере, аналогичном второму, помимо основных станков (процессоров), имеется денежный фонд в размере R для приобретения дополнительных станков или найма рабочей силы для выполнения работы i, что снижает объем работы, выполняемой основными станками.

Разработаны алгоритмы, основанные на сведе́нии исходной задачи к потоковой и системе линейных ограничений [8 – 10].

Литература

1. Federgruen A., Groenevel H.t. Preemptive Scheduling of Uniform Machines by Ordinary Network Flow Technique // Management Science. 1986. V. 32. № 3. Pp. 341–349.
2. Коффман Э.Г. Введение в детерминированную теорию расписаний. //Теория расписаний и вычислительные машины / Под ред. Э.Г. Коффмана. М.: Наука, 1984. С. 9-64.
3. Фуругян М.Г. Некоторые алгоритмы анализа и синтеза многопроцессорных вычислительных систем реального времени // Программирование. 2014. № 1. С. 36–44.
4. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К.. Алгоритмы. Построение и анализ. М.: Вильямс, 2005.
5. Танаев В.С., Гордон В.С., Шафранский Я.М. Теория расписаний. Одностадийные системы. М.: Наука, 1984.
6. Эндрюс Г. Теория разбиений. М.: Наука, 1982.
7. Martel C. Preemptive scheduling with release times, deadlines, and due times // Journal of the ACM. 1982. V. 29. № 3. Pp. 812 - 829.
8. Планирование вычислений в многопроцессорных АСУ реального времени с дополнительным ресурсом // АиТ. 2015. № 3. С. 144 – 150.
9. Фуругян М.Г. Планирование вычислений в многопроцессорной системе с нефиксированными параметрами // Вестн. МГУ, сер. 15. 2016. № 1. С. 40-45.
10. Фуругян М.Г. Составление расписаний в многопроцессорных системах с несколькими дополнительными ресурсами // Известия РАН, ТиСУ. 2017. № 2. С. 57 – 66.

Секция 3. Теория принятия решений

Председатели секции: проф. Ерешко Феликс Иванович, проф. Кукушкин Николай Серафимович, канд. физ.-матем.наук Меньшиков Иван Станиславович

О ПОДХОДЕ К БАЙЕСОВСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

И.В. Багаев, И.С. Канищев

Вятский государственный университет,
факультет компьютерных и физико-математических наук,
кафедра математического моделирования,
610000, Россия, г. Киров, ул. Московская, д.36,
тел.: (833)264-65-71,
e-mail: ivan.bagaev1993@gmail.com, kanishchev.ilya@gmail.com

Аннотация. Современное вероятностное программирование позволяет решать различные задачи с помощью построения моделей и Байесовского вывода. Одной из таких задач является аппроксимация параметров различных вероятностных распределений. В этой статье рассматривается подход к оценке разности между двумя группами, каждое из которых имеет тяжелохвостое распределение. Эта задача является довольно распространенной в маркетинговых исследованиях, например, при оценке результатов A/B тестирований. В статье описываются основные принципы построения вероятностной модели, выбора вида целевого распределения и априорных распределений для его параметров. Результатом работы является вероятностная модель, позволяющая достоверно оценить разницу между двумя группами, имеющими тяжелохвостные распределения. В качестве программного инструмента используется PyMC3, библиотека для вероятностного программирования и Байесовского моделирования на языке Python.

Ключевые слова: Байесовский вывод, вероятностное моделирование, тяжелохвостые распределения, проверка гипотез, MCMC, PyMC3, Python.

Основная идея вероятностного программирования - использование компьютера для построения вероятностных моделей. Для этого в настоящее время существуют как отдельные языки программирования, так и библиотеки различной степени сложности [1-3]. Все они должны предоставлять возможности построения модели, вывода ее параметров и оценки ее качества. Спектр задач, решаемых данными методами, очень широк – от моделирования распределений и проверки гипотез до машинного обучения и глубоких нейронных сетей.

В данной работе рассматривается задача моделирования распределений, имеющих длинный и тяжелый хвост, и применение такой модели для проверки гипотез. Во многих отраслях проблема достоверного сравнения двух групп является одной из самых распространенных. Проверка статистических гипотез находит свое применение в психологии, медицине, экономике, физике и т.д. Одним из распространенных примеров

является задача оценки результатов A/B тестирований. A/B тестирование - метод маркетингового исследования, суть которого заключается в том, что контрольная группа элементов сравнивается с набором тестовых групп, в которых один или несколько показателей были изменены, для того чтобы выяснить, какие из изменений улучшают целевой показатель.

Тяжелохвостые распределения

Тяжелохвостым, по определению [4], является распределение, хвосты которого не ограничены экспоненциально, т.е. распределение, которое имеет хвост тяжелее чем, экспоненциальное распределение. Чаще всего в задачах встречаются распределения, имеющие правый тяжелый хвост. Классический пример – распределение Парето, моделирующее благосостояние или доход населения, встречающееся помимо экономики в социологических, физических и прочих исследованиях. Для тяжелохвостых распределений также остро стоит и без того субъективная проблема “выбросов” в данных – хвост, как правило, достаточно длинный, и сложно однозначно сказать, что является обычным для наблюдаемого распределения, а что – выбросом. Поэтому выбор вида целевого распределения целиком зависит от специфики задачи и критичности влияния выбросов на результат, по которому будет принято решение.

В рамках рассматриваемой проблемы тяжелохвостое распределение будет иметь, например, доход с покупателей интернет-магазина, с игроков в мобильном приложении и т.п. – большая часть пользователей совершает одну-две покупки по минимальным ценникам, но в то же время есть сегмент пользователей, совершающих их регулярно или просто на большие суммы (рис. 1).

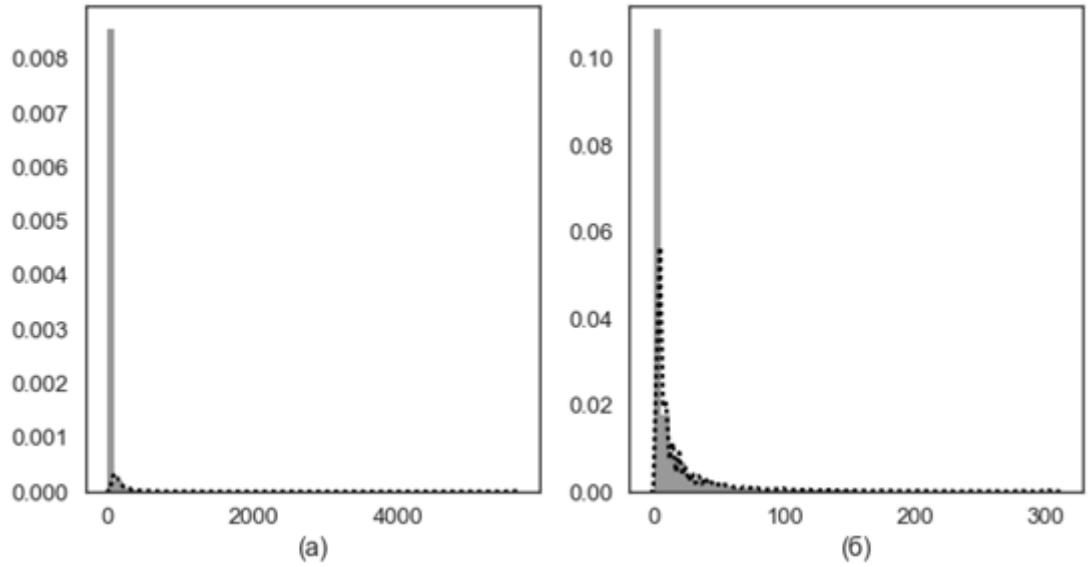


Рис. 1. Пример тяжелохвостого распределения (а) – полная гистограмма, (б) – первые 99% распределения

Для тяжелохвостых распределений также остро стоит проблема “выбросов” в данных – хвост, как правило, достаточно длинный, и сложно однозначно сказать, что является обычным для наблюдаемого распределения, а что – выбросом. Поэтому выбор вида целевого распределения целиком зависит от специфики задачи и критичности влияния выбросов на результат, по которому будет принято решение.

Вероятностная модель для сравнения двух групп с тяжелохвостыми распределениями

Разработка вероятностной модели состоит из трех шагов – построение модели, Байесовский вывод, проверка и критика [5]. Обычно в качестве оцениваемой метрики берется математическое ожидание по каждой из групп, что и будет главным параметром, который необходимо аппроксимировать в модели. Помимо этого часто еще сравнивают дисперсии и силу эффекта [6].

Модель строится в соответствии с принципом действия метода MCMC (Marcov Chain Monte Carlo), который основывается на использовании теоремы Байеса:

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A)P(A)}{P(B)} \quad (1)$$

Для нахождения апостериорного распределения $P(A \mid B)$ нам необходимо задать априорные вероятностные распределения параметров модели $P(A)$ и функцию правдоподобия $P(B \mid A)$. Апостериорное распределение модели может быть использовано, чтобы сгенерировать новые данные с учетом прошлых наблюдений и также делать предсказания. Это производится путем вычисления правдоподобия для новых данных, усредняя по каждому множеству скрытых переменных в соответствии с апостериорным распределением.

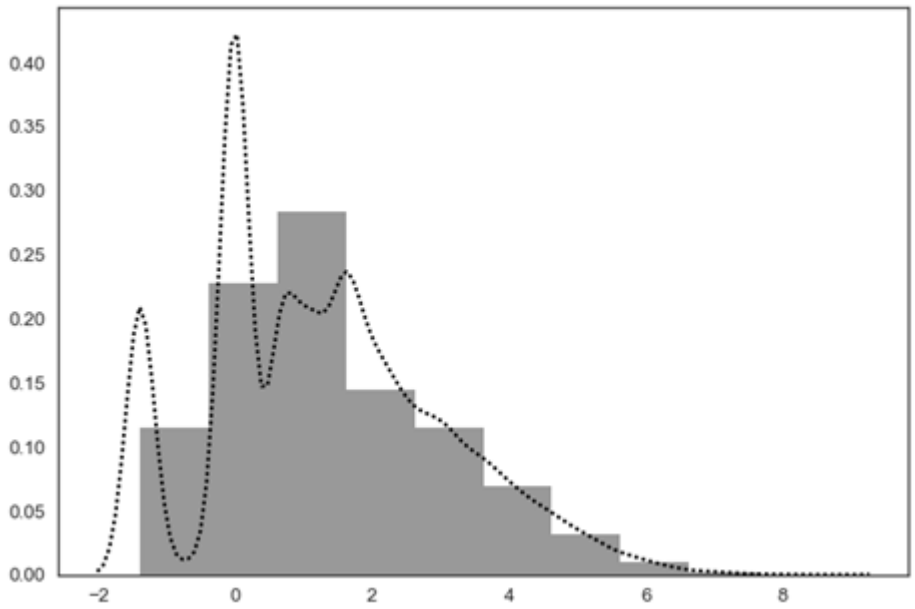


Рис. 2. Распределение вероятностей для логарифмированных наблюдаемых данных

Так как целью стоит аппроксимация апостериорного распределения математического ожидания исходных распределений, в качестве правдоподобия выберем логнормальное распределение, предположив, что логарифм наблюдаемых данных распределен нормально или как минимум близок к этому (рис. 2).

Математически модель формализуется следующим образом:

$$
\begin{aligned}
&\alpha_{ij} \sim \upsilon(l,u)\\
&\beta_{ij} \sim \upsilon(l,u)\\
&\tau_i \sim \Gamma(\alpha_{\mathrm{i},1},\beta_{\mathrm{i},1})\\
&\mu_i \sim \Gamma(\alpha_{\mathrm{i},2},\beta_{\mathrm{i},2})\\
&X_i \sim \mathrm{LogN}(\mu_{\mathrm{i}},\tau_{\mathrm{i}})\\
&\Delta = \mu_B - \mu_A\\
&\mathrm{i} \in \{\mathrm{A},\mathrm{B}\}
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

где μ и τ - параметры логнормального, A и B - оцениваемые группы, l и u - параметры-границы равномерного распределения, характеризующие степень нашего незнания.

α,β,τ,μ - априорные распределения параметров модели. X_i – функция правдоподобия логнормального распределения, дельта – оцениваемое распределение разности математических ожиданий каждой из групп. Отметим, что наблюдаемые данные здесь не используются, хотя, как правило, это и не приводит к переобучению. Модель полностью можно записать в виде программы, используя библиотеку PyMC3 [1].

Вторым шагом является Байесовский вывод – нахождение апостериорного распределения параметров, используя наблюдаемые данные. Для этого предлагается использовать алгоритм Метрополиса-Хастинга (MH), предварительно произведя оценку апостериорного максимума для каждого из параметров.

Алгоритм Метрополиса-Хастингса является одним из наиболее популярных методов MCMC. Многие из современных и более совершенных MCMC алгоритмов, являются частными случаями этого алгоритма. Он позволяет достаточно простым вычислительным способом получить марковскую цепь со стабильным распределением.

В Байесовской статистике оценка максимума апостериорной вероятности (далее MAP) – это нахождение неизвестного числа, которое будет эквивалентно моде апостериорного распределения. MAP может использоваться для получения точечной оценки ненаблюдаемой величины на основе эмпирических данных. Метод близок к оценке максимума правдоподобия (далее ML) Фишера, но использует расширенную целевую функцию, учитывающую априорное распределение вероятностей - доступную информацию о событии до проведения эксперимента. MAP можно также назвать своего рода регуляризацией для ML.

Применение MAP для инициализации алгоритма Метрополиса-Хастингса полезно, так как значительно ускоряет его сходимость к стабильному апостериорному распределению, что позволяет генерировать меньше сэмплов в силу того, что не приходится отбрасывать слишком большое количество на ранних итерациях.

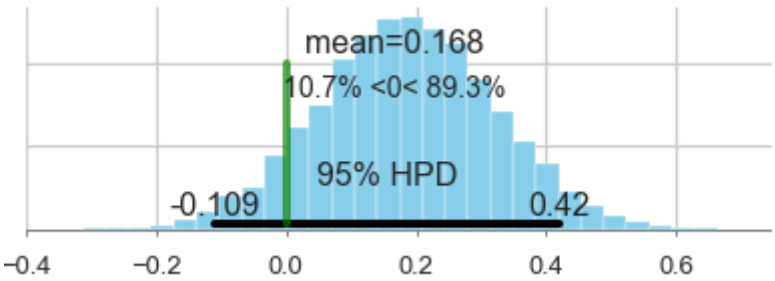


Рис.3. Распределение разницы между апостериорными математическими ожиданиями групп, наблюдаемых данных

На выходе будем иметь распределения математических ожиданий для каждой из групп и распределение их разности (рис. 3.)

Проблемы, с которыми часто приходится сталкиваться при анализе результатов A/B тестов, являются недостаточный размер выборки и экстремальные значения (выбросы). Размер выборки влияет на величину стандартной ошибки выборочного среднего - чем больше данных имеется, тем она ниже. В частотных методах это сказывается в первую очередь на ширине доверительных интервалов. Так, например, при сравнении двух групп с недостаточным размером выборки сложно получить значимый результат при небольших различиях, в силу очень широких доверительных интервалов. Вторая проблема - выбросы. Понятие выброса само по себе очень субъективно, и не всегда можно однозначно сказать, является ли конкретное наблюдение аномальным или нет.

В результате работы, можно сделать вывод о том, что группа B лучше группы A с такой вероятностью, какая доля распределения дельты их математических ожиданий больше нуля. Для гистограммы на рис. 3 такая вероятность будет равна 89%. На практике такого значения достаточно, для принятия решения о том, что группа B лучше группы A.

В статье была предложена разработанная вероятностная модель, позволяющая найти достоверную разницу между апостериорными параметрами двух исследуемых групп. Модель может быть в дальнейшем улучшена, добавлением в нее механизма определения доли выбросов в данных методом Хоггса [7] или выбором другой функции правдоподобия, лучше аппроксимирующей данные.

Литература

1. Salvatier John, Wiecki Thomas V., Fonnesbeck Christopher. Probabilistic programming in Python using PyMC3 // PeerJ Computer Science. 2016. Apr. Vol. 2. P. E55.
2. Bob Carpenter, Andrew Gelman, Matt Hoffman et al. Stan: A Probabilistic Programming Language // Journal of Statistical Software. 2016. Vol. VV, no. Ii.
3. Dustin Tran, Alp Kucukelbir, Adji B. Dieng et al. Edward: A library for probabilistic modeling, inference, and criticism 2016. oct.
4. Asmussen, S. R. (2003). "Steady-State Properties of GI/G/1". Applied Probability and Queues. Stochastic Modelling and Applied Probability. 51. Pp. 266–301.
5. Blei David M. Build, Compute, Critique, Repeat: Data Analysis with Latent Variable Models // Annual Review of Statistics and Its Application. 2014. Jan. Vol.1. № 1. Pp.203–232.
6. Meredith M., Kruschke J. Bayesian Estimation Supersedes the t-Test. 2015.
7. Hogg D. W., Bovy J., Lang D. Data analysis recipes: Fitting a model to data //arXiv preprint arXiv: 1008.4686. 2010.

АППРОКСИМАЦИЯ ОБОЛОЧКИ ЭДЖВОРТА-ПАРЕТО В СЛОЖНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧАХ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

В.Е. Березкин, А.В. Лотов, Е.А. Лотова, А.И. Рябиков

Вычислительный центр им. А.А.Дородницына ФИЦ ИУ РАН,
Россия, 119333, г. Москва, ул. Вавилова 40.
Тел.: (499)135-12-09, факс: (499)135-61-59,
e-mail: avlotov@yandex.ru

Аннотация. Описываются методы аппроксимации оболочки Эджворта-Парето множества достижимых критериальных векторов в сложных нелинейных задачах многокритериальной оптимизации. Методы основаны на сочетании генерирования случайных решений, которые улучшаются с использованием локальной оптимизации сверток критериев, и генетических методов аппроксимации границы Парето. Рассматриваются две группы методов – для случаев малого и большого числа локальных экстремумов критериальных функций и их сверток. Описывается опыт использования методов.

Ключевые слова: нелинейная многокритериальная оптимизация, граница Парето, аппроксимация оболочки Эджворта-Парето, локальная оптимизация сверток критериев, генетические методы.

Введение

Методы решения задач многокритериальной оптимизации, основанные на аппроксимации и изучении границы Парето [1-4], занимают важное место среди других методов решения этой задачи [5]. В данной работе рассматривается проблема аппроксимации оболочки Эджворта-Парето (ОЭП) множества достижимых критериальных векторов, которая используется в рамках метода Диалоговых карт решений, являющегося эффективным подходом к анализу границы Парето [3, 6, 7]. Этот метод направлен на решение задачи визуализации многомерной границы Парето [8], которая решается в рамках метода на основе диалогового изображения наборов двумерных сечений ОЭП.

Задача аппроксимации ОЭП ранее получила эффективное решение для выпуклых (в том числе линейных) многокритериальных проблем [6, 7]. В нелинейном случае дело обстоит значительно сложнее. Для нелинейных проблем, для которых удается достаточно точно решить значительное число задач глобальной оптимизации некоторых скалярных функций критериев (сверток критериев), задача аппроксимации границы Парето и ОЭП может быть решена на основе решения таких задач оптимизации [1]. В случае сложных критериев оптимизации, для которых, однако, можно рассчитать постоянные Липшица, при небольшой размерности пространства решений удобно использовать методы, основанные на покрытии множества допустимых решений параллелотопами [4].

В данной работе описывается опыт применения методов аппроксимации ОЭП для систем, в которых критериальных функций связаны с допустимыми решениями

вычислительным модулем. В этом случае знание значения (и даже наличие) постоянной Липшица не предполагается. Кроме того, допускается, что размерность пространства решений велика (несколько сотен). Для этого случая были предложены многофазные и методы аппроксимации ОЭП [9, 10], предназначенные для нелинейных невыпуклых моделей с относительно малым числом локальных экстремумов критериальных функций. В работах [10, 11] также рассмотрен подход к аппроксимации ОЭП, в котором многофазные методы дополняются методом «оштукатуривания», который отличается от стандартных генетических методов аппроксимации границы Парето [12] отсутствием фазы мутации и играет вспомогательную роль – он используется после завершения работы многофазных методов аппроксимации для улучшения полученной аппроксимации ОЭП. В настоящей работе описывается опыт использования такого подхода к аппроксимации ОЭП, а также нового гибридного метода, предложенного в [13] и предназначенного для аппроксимации ОЭП в случае большого числа локальных экстремумов сверток критериальных функций. Преодолеть эту сложность удается за счет того, что в новом гибридном методе двухфазный метод применяется не ко всему допустимому множеству, а к его подмножеству, которое строится с помощью классического генетического метода NSGA [12].

В разд. 1 приводится постановка задачи. В разд. 2 описывается опыт аппроксимации ОЭП с использованием двухфазного метода, дополненного методом «оштукатуривания», а в разд. 3 – опыт использования нового гибридного метода аппроксимации ОЭП, предложенного в [12].

1. Постановка задачи

Рассматривается задача многокритериальной оптимизации, в которой решения x являются элементами компактного множества $X \subset R^n$. Предполагается, что набор критериев оптимизации y является вектором и принадлежит R^m. Значения критериев задаются вектор-функцией $y=f(x)$. Для определенности рассмотрим задачу многокритериальной минимизации, т.е. будем считать, что желательно уменьшение значений критериев. Точнее говоря, будем считать, что критериальная точка y' более предпочтительна, чем точка y (y' доминирует y по Парето), если $y' \le y$ и $y' \ne y$. Решением задачи многокритериальной минимизации являются паретова (недоминируемая, эффективная, неулучшаемая) граница $P(Y)$ множества $Y=f(X)$, определяемая как

$$P(Y) = \{y \in Y : \{y' \in Y : y' \le y, y' \ne y\} = \varnothing\},$$

и множество $P(X)$ решений, оптимальных (эффективных) по Парето, т.е. совокупность точек X, порождающих $P(Y)$. Оболочка Эджворта-Парето (ОЭП) множества $Y=f(X)$ в задачах многокритериальной минимизации определяется как $Y^* = Y + R_+^m$, где R_+^m – неотрицательный конус пространства R_+^m. Другими словами, ОЭП может быть представлено в виде $Y^* = \{y \in R^m : y \ge f(x), x \in X\}$. Кроме точек, принадлежащих Y, множество Y^* содержит недостижимые точки, доминируемые точками Y. При этом границы Парето обоих множеств совпадают. Благодаря этому, визуализация Y^* позволяет получить информацию о границе Парето. Важно, что доминируемые границы множества Y, мешающие исследованию при $m > 2$, исчезают при переходе к множеству Y^*, что в значительной степени облегчает визуализацию $P(Y)$.

В случае невыпуклых нелинейных задач многокритериальной оптимизации множество ОЭП в МДЦ аппроксимируется множеством $T^* = \bigcup \{y + R_+^m : y \in T\}$, где T – конечное число точек множества Y, называемых базой аппроксимации. Таким

образом, аппроксимация осуществляется с использованием ОЭП конечного подмножества T множества Y.

2. Подход на основе синтеза двухфазного метода и метода «оштукатуривания»

Рассмотрим один частный случай многофазного метода аппроксимации ОЭП, а именно двухфазный метод, дополненный методом «оштукатуривания». Двухфазный метод является итерационным, причем на каждой итерации осуществляется улучшение текущей аппроксимации ОЭП. Для этого на каждой итерации генерируется случайная выборка H_N точек множества X, а далее к сгенерированным точкам применяется некоторое отображение $\Phi: X \to X$, приближающее эти точки к $P(X)$. Полученные точки $f(\Phi(H_N))$ прежде всего используются для проверки правила остановки алгоритма, которое состоит в расчете доли критериальных точек, оказавшихся за пределами текущей аппроксимации, и максимального отклонения полученных критериальных точек от текущей аппроксимации. Могут быть использованы и более сложные идеи [10, 11]. Если правило остановки не выполняется, критериальные точки, не принадлежащие текущей аппроксимации ОЭП, включаются в новую базу аппроксимации. Кроме того, прообразы таких точек могут служить для расширения списка точек, принадлежащих текущей аппроксимации множества $P(X)$.

Реализация отображения Φ в двухфазном методе основана на решении задачи локальной однокритериальной оптимизации, где в качестве целевой функции берется некоторая скалярная свертка $\varphi(f(x))$ векторного критерия $f(x)$. В результате применения процедуры локальной оптимизации находится локальный минимум $x' \in X$, зависящий от начальной точки $x^0 \in H_N$. Отметим, что свертка выбирается так, что решение задачи локальной оптимизации с такой сверткой в большинстве случаев приводит к тому, что критериальный вектор $f(x')$ доминирует вектор $f(x^0)$. Самое простое правило остановки процедуры аппроксимации может быть основано на величине максимального отклонения полученных критериальных точек от текущей аппроксимации, которое обозначим $\varepsilon_{\max}$.

Опишем алгоритм двухфазного метода для этого способа проверки условий остановки. В алгоритме должны быть заранее заданы требуемая величина отклонения ε_0, число точек в выборке N, начальное множество T_0, а также отображение Φ (в форме алгоритма решения задачи локальной оптимизации соответствующей свертки для исходной точки $x^0 \in X$). Считается, что перед началом итерации k уже построена база аппроксимации T_{k-1}.

Шаг 1. На X генерируется равномерная случайная выборка H_N.

Шаг 2. Осуществляется локальная оптимизация точек x^0 выборки H_N, то есть находятся точки $\Phi(x^0)$ для $x^0 \in H_N$.

Шаг 3. На основе величин $f(\Phi(H_N))$ рассчитывается максимальное отклонение на k-й итерации $\varepsilon_{\max}^k$.

Шаг 4. Проверяется условие остановки алгоритма $\varepsilon_{\max}^k \le \varepsilon_0$.

Шаг 5. В том случае, когда остановки алгоритма не происходит, полагаем

$T_k = P(T_{k-1} \cup f(\Phi(H_N)))$.

Конец алгоритма.

Теоретический анализ свойств двухфазного метода проведен в [14, 15]. Уточнение аппроксимации ОЭП, полученной с помощью двухфазного метода, происходит с использованием метода "оштукатуривания" [10, 11], который является методом

генетического типа и направлен на улучшение точности базы аппроксимации за счет ее пополнения новыми недоминируемыми точками. Исходная информация для метода – множество недоминируемых решений X_{opt} и их критериальных образов T_{opt}, полученных на предыдущих этапах аппроксимации ОЭП. Должны быть заданы параметры метода: требуемая величина отклонения ε_0, действительные числа $\varepsilon_1 > 0$, $\varepsilon_2 > 0$, которые берутся из эвристических соображений, и целое число $q > 0$. Метод "оштукатуривания" состоит из итераций. Перед началом *k*-й итерации должны быть заданы база аппроксимации T_{k-1} и множество ее прообразов X_{k-1}. На первой итерации в качестве этих множеств берутся X_{opt} и T_{opt}. Итерация состоит из трех шагов:

Шаг 1. Среди всех пар точек X_{k-1} отбирается достаточное большое число пар $\{x, x'\}$, удовлетворяющих соотношению $\varepsilon_1 < \rho(y(x), y(x')) < \varepsilon_2$, где $\rho(y(x), y(x'))$ - расстояние между точками $y(x)$ и $y(x')$.

Шаг 2. На каждом из отрезков, соединяющих точки отобранных пар $\{x, x'\}$, случайным образом выбирается q новых точек, в которых вычисляются значения критериев.

Шаг 3. На основе всех найденных критериальных точек рассчитывается максимальное отклонение полученных критериальных точек на *k*-ой итерации $\varepsilon_{\max}^k$.

Шаг 4. Проверяется условие остановки алгоритма $\varepsilon_{\max}^k \le \varepsilon_0$.

Шаг 5. Если условие остановки не выполняется, новая база аппроксимации T_k получается путем исключения доминируемых точек из объединения старых и новых критериальных точек.

Сочетание двухфазного метода и метода "оштукатуривания" применялось к проблеме выбора параметров системы водного охлаждения стали в процессе ее непрерывной разливки. Проблема сводится к сложной нелинейной задаче многокритериальной оптимизации с четырьмя критериями выбора решения и большой размерностью пространства решений (параметров системы). Точнее, в модели рассматривается 325 параметров, значения которых должны быть определены. Модель была задана вычислителем модулем, позволяющим рассчитать величину критериев по значениям параметров системы. Поэтому были возможны лишь вариантные расчеты с моделью изучаемого объекта. Модель, постановка задачи многокритериальной оптимизации и ее предварительное исследование с использованием аппроксимации ОЭП описаны в [16].

Сначала с помощью многофазного метода была построена база аппроксимации, состоящая из 40 точек. Далее были проведены две итерации метода "оштукатуривания". На первой итерации брались всевозможные пары прообразов базы аппроксимации, причем для каждой пары решений бралось 20 потомков. В результате в базе аппроксимации оказалось 267 недоминируемых точек. На второй итерации объединялись в пары прообразы только тех точек базы, расстояние между которыми не превышало максимального расстояния между соседними прообразами и было не менее 5% этого расстояния. В результате аппроксимация ОЭП описывалась 13622 недоминируемыми точками. Полученная аппроксимация ОЭП была значительно лучше, чем аппроксимация, построенная с помощью многофазного метода. При этом среди точек базы, полученных с помощью метода «оштукатуривания», нашлись точки,

доминирующие наилучшую критериальную точку, найденную в процессе оптимизации системы, проводившейся ранее [17].

3. Новый гибридный метод аппроксимации ОЭП

Двухфазный метод не в состоянии приблизить случайную точку допустимого множества к множеству оптимальных решений в том случае, когда имеется большое число локальных экстремумов свертки критериев. Этот эффект был обнаружен при попытке построить достаточно хорошую аппроксимацию ОЭП в задаче разработки правил управления каскадами водохранилищ больших рек [13]. Для его преодоления был предложен новый гибридный метод аппроксимации ОЭП, в котором методы локальной оптимизации применяются не ко всему множеству допустимых решений, как это делается в двухфазном методе, а к его подмножеству, подготовленному заранее. К этому подмножеству выдвигается жесткое требование – его точки должны быть достаточно близки к множеству эффективных решений, чтобы ловушки в виде локальных экстремумов не препятствовали методам локальной оптимизации приблизить исходную точку к этому множеству.

Таким образом, в гибридном методе появляется новый ответственный шаг – формирование множества начальных точек для процессов локальной оптимизации. В качестве средства формирования такого множества используются генетические методы аппроксимации границы Парето, для которых наличие локальных экстремумов свертки критериев не является помехой. Генетические методы позволяют генерировать огромное число достижимых критериальных точек, не доминирующих одна другую. Это свойство генетических методов, считающееся их недостатком и обычно заставляющее разрабатывать способы отбрасывания лишних недоминируемых точек, в данном случае обеспечивает возможность случайного выбора начальной точки процесса градиентной локальной оптимизации, что позволяет дать статистическую оценку точности получаемых результатов. В то же время главный недостаток генетических методов, а именно прекращение улучшения текущей недоминируемой границы задолго до ее приближения к истинной границе Парето, компенсируется в новом гибридном методе использованием локальной оптимизации.

На последнем шаге нового гибридного метода, аналогично методу, описанному в [10, 11], после завершения этапа локальной оптимизации можно осуществить уточнение аппроксимации с помощью метода "оштукатуривания". Рассмотрим перечисленные шаги нового гибридного метода аппроксимации ОЭП более подробно.

Этап 1. Формирование множества начальных точек для локальной оптимизации

Шаг 1. Формирование предварительного множества начальных точек. На множестве X генерируется случайная равномерная выборка точек (порядка сотни точек). Для каждой точки из этой выборки решается задача локальной скалярной минимизации критериальных функций. Для каждого критерия выбирается точка локального минимума с минимальным значением этого критерия. Совокупность прообразов (точек пространства решений, по одной на каждый критерий) составляет предварительное множество исходных точек в пространстве решений.

Шаг 2. Улучшение предварительного множества начальных точек. На этом шаге применяется генетический метод для улучшения качества исходных точек и увеличения их числа за счет пополнения множества новыми точками, более близкими к границе Парето. В качестве способа пополнения множества использован метод NSGA [12], который считается одним из лучших генетических методов многокритериальной оптимизации. В результате его применения строится множество начальных точек для процедуры локальной оптимизации, которое обозначим X_{ini}.

Этап 2. Построение аппроксимации ОЭП с помощью локальной оптимизации

Генерирование случайной выборки начальных точек для локальной оптимизации происходит на $X_{ini} \subset X$. Перед началом этапа 2 должен быть подготовлен алгоритм решения задачи локальной оптимизации соответствующей свертки для исходной точки $x^0 \in X_{ini}$. Метод локальной скалярной оптимизации, стартующий из подготовленного множества начальных точек, в простейшем случае состоит из итераций, не отличающихся от итераций двухфазного метода. Обозначим базу аппроксимации ОЭП, построенную на этапе 2, через T_{opt}, а множество ее прообразов – через X_{opt}.

Этап 3. Улучшение аппроксимации ОЭП с помощью генетических методов

На этом этапе база аппроксимации T_{opt} улучшается за счет нахождения новых критериальных точек без использования методов оптимизации, только за счет применения к X_{opt} как генетического метода, использовавшегося на этапе 1, так и метода «оштукатуривания».

Новый гибридный метод использовался при построении ОЭП в задаче разработки правил управления каскадом гидроэлектростанций [13], в которой требуется построить зависимости попуска воды через плотины ГЭС от уровней водохранилищ. Была использована нелинейная математическая модель, связывающая параметры этих зависимостей с конечным числом критериев качества управления. Задача состоит в выборе параметров из некоторых заданных множеств. Модель позволяла проводить расчеты для различных возможных вариантов правил, но была слишком сложна для аналитического исследования. По этой причине оптимизация сверток критериев основывалась на трудоемких вариантных расчетах. Оказалось, что в задаче имеет место ситуация, характеризующаяся большим числом локальных экстремумов сверток критериев. Поэтому для аппроксимации ОЭП были использованы методы, описанные в данном разделе. Математическая модель, постановка задачи многокритериальной оптимизации и ее предварительное исследование с использованием аппроксимации ОЭП описаны в [13].

Разработанная методика применялась для разработки правил управления каскадом из трех водохранилищ реки Ангара. Каждый год был разбит на 22 интервала (5 месяцев разбито на три декады, а для 7 месяцев интервалом является месяц целиком). Число параметров правила управления для одного интервала времени было равно шести, так что правило попуска воды для одного водохранилища содержало 132 параметра, а весь каскад, в который были включены три водохранилища, описывался 284 параметрами. Было использовано 24 критерия выбора правил управления. Для расчета значений критериев по заданным наборам параметров был подготовлен исторический гидрологический ряд приточности продолжительностью 103 года, содержащий 2266 отрезков времени.

На первом этапе процесса построения аппроксимации ОЭП на 284-мерном допустимом множестве, представляющем собой многомерный куб в пространстве параметров, была сгенерирована случайная равномерная выборка объемом в 100 точек. Для каждой точки из выборки решались задача локальной скалярной минимизации отдельных критериев. В результате были найдены точки пространства параметров, дающие минимальные значения каждого из критериев. С использованием этих точек генетический алгоритм NSGA за 198 итераций построил множество X_{ini}, состоящее приблизительно из 10 тысяч недоминируемых точек. Отклонение на последней итерации составляло 0.7%, т.е. метод был практически не способен далее улучшать

полученную аппроксимацию. Критериальные образы этих точек составили исходную аппроксимацию границы Парето.

На втором этапе применялся итерационный метод, основанный на локальной скалярной оптимизации сверток критериев и использующий в качестве начальных точек решения, полученные генетическим алгоритмом. Объем случайной выборки на каждой итерации составлял 100 точек пространства решений из множества X_{ini}, для которых решались задачи локальной скалярной оптимизации. Всего было проведено 18 итераций метода. При этом отклонение получаемых критериальных точек падало от 2.5% характерного размера границы Парето на первой итерации до 1% на последней. В построенной базе аппроксимации T_{opt} оказалось 890 точек.

На третьем этапе метода база аппроксимации T_{opt} улучшалась с помощью метода NSGA. Правило остановки было тем же, что и на этапе 1. Всего было 8 итераций метода. Отклонение получаемых точек от предыдущей аппроксимации ОЭП менялось от 2.2% на первой итерации до 1.0% на восьмой. Было получено 2963 точки базы аппроксимации и соответствующих им наборов параметров управления. На этом процесс аппроксимации был завершен.

Литература

1. Краснощеков П.С., Морозов В.В., Попов Н.М. Оптимизация в автоматизированном проектировании. М.: Макс Пресс, 2008.
2. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. М.: Радио и связь, 1992.
3. Лотов А.В. Компьютерная визуализация оболочки Эджворта-Парето и ее применение в интеллектуальных системах поддержки принятия решений // Информационные технологии и вычислительные системы. 2002. № 1. С. 83-100.
4. Евтушенко Ю. Г., Посыпкин М. А. Метод неравномерных покрытий для решения задач многокритериальной оптимизации с гарантированной точностью. // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2013. Т. 53, N 2. С. 209-224.
5. Лотов А.В., Поспелова И.И. Многокритериальные задачи принятия решений. М.: МАКС Пресс, 2008.
6. Лотов А.В., Бушенков В.А., Каменев Г.К., Черных О.Л. Компьютер и поиск компромисса. Метод достижимых целей. – М.: Наука, 1997.
7. Lotov A.V., Bushenkov V.A., Kamenev G.K. Interactive Decision Maps. Approximation and Visualization of Pareto Frontier. – Boston: Kluwer Academic Publishers, 2004.
8. Lotov, A.V., and K.Miettinen. Visualizing the Pareto Frontier // J.Branke, K.Deb, K.Miettinen, R.Slowinski (eds.) Multiobjective Optimization. Interactive and Evolutionary Approaches, Lecture Notes in Computer Science, V. 5252. Springer: Berlin-Heidelberg, 2008. P. 213-244.
9. Лотов А.В., Каменев Г.К., Березкин В.Е. Аппроксимация и визуализация паретовой границы для невыпуклых многокритериальных задач. // Доклады Академии наук. 2002. Т. 386. № 6. С. 738-741.
10. Березкин В.Е., Каменев Г.К., Лотов А.В. Гибридные адаптивные методы аппроксимации невыпуклой многомерной паретовой границы // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2006. Т. 46. № 11. С. 2009-2023.
11. Березкин В.Е., Лотов А.В., Лотова Е.А. Изучение гибридных методов аппроксимации оболочки Эджворта-Парето в нелинейных задачах многокритериальной оптимизации. Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2014. Т. 54. № 6. С. 905-918.
12. Deb K. Multi-objective optimization using evolutionary algorithms. – Chichester, UK: Wiley, 2001.

13. Лотов А.В., Рябиков А.И. Многокритериальный синтез оптимального управления и его применение при построении правил управления каскадом гидроэлектростанций // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2014. Т.20. № 4. С. 187-203.
14. Березкин В.Е., Каменев Г.К. Исследование сходимости двухфазных методов аппроксимации оболочки Эджворта-Парето в нелинейных задачах многокритериальной оптимизации // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2012. Т. 52. № 6. С. 990–998.
15. Каменев Г.К. Исследование скорости сходимости и эффективности двухфазных методов аппроксимации оболочки Эджворта-Парето // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2013. Т. 53. № 4. С. 507–519.
16. Lotov A., Berezkin V., Kamenev G., Miettinen K. Optimal Control of Cooling Process in Continuous Casting of Steel Using a Visualization-Based Multi-Criteria Approach // Applied Mathematical Modelling. 2005. V. 29. No. 7. P. 653-672.
17. Miettininen K., Makela M.M., Mannikko T. Optimal control of continuous casting by nondifferentiable multiobjective optimization // Computational Optimization and Applications. 1998. V. 11. P. 177-194.

О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КУЛЬТУР

Ю.И.Бродский

ФИЦ ИУ РАН; Россия, 119333, г. Москва, ул. Вавилова 44/2,
тел.:(499)135-62-04, e-mail: brodsky@ccas.ru

Аннотация. Процесс взаимодействия культур моделируется уравнениями конкуренции Лотки-Вольтерры. Обсуждается важное свойство социальных процессов, отличающее их от процессов биологических, – изменение параметров культуры в процессе межкультурного взаимодействия может оказаться одним из механизмов управления этим взаимодействием, позволяющим культуре выживать в условиях конкуренции. Модель обнаруживает возможность систематической ошибки в оценке культурами текущей ситуации, когда одна из культур положительно оценивает другую, на самом деле совсем не дружественную ей. И, наоборот, в некоторых случаях культура, с которой возможно сосуществование, может оцениваться резко отрицательно.

Ключевые слова: межкультурные взаимодействия; мягкая сила; двойные стандарты; толерантность; нетерпимость; математическое моделирование.

Введение

В данной работе под культурой будет пониматься ее бытовой, поведенческий слой, стандартные способы ответа на стандартные запросы среды. В простейшей модели конкуренции за не конкретизируемый, но жизненно важный ресурс таких ответов-параметров также совсем немного – всего по три у каждой культуры. Это мальтузианские коэффициенты, емкости среды и коэффициенты нетерпимости или двойных стандартов. Тем не менее, на наш взгляд, анализ такой простейшей модели имеет смысл, поскольку современная глобальная политика в значительной мере вращается вокруг дележа ресурсов, а любимым ее инструментом являются двойные стандарты. Феномен мягкой силы также играет не последнюю роль. Именно об этом и пойдет речь далее.

Уравнения конкуренции и связанная с ними дифференциальная игра

В работе [1] взаимодействие двух культур моделировалось уравнениями конкуренции Лотки-Вольтерры [2]:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= \alpha N\left(1-\frac{N}{N^*}-m\frac{M}{M^*}\right), \\ \frac{dM}{dt} &= \beta M\left(1-\frac{M}{M^*}-n\frac{N}{N^*}\right). \end{aligned} \qquad (1)$$

Анализ уравнений (1) показывает, что качественно поведение решения системы зависит в первую очередь от коэффициентов «двойных стандартов» n и m. Эти коэффициенты показывают, во сколько раз конкурентное давление на «чужих» больше или меньше такого давления на «своих». Двойные стандарты характеризуются неодинаковым применением принципов, законов, правил и оценок к однотипным

действиям различных субъектов, в зависимости от лояльности этих субъектов к оценивающему или иных соображений выгоды для него. Крылатой фразой, иллюстрирующей эту тему, как бы сейчас сказали мемом, является еще довоенное высказывание, приписываемое Ф. Рузвельту о никарагуанском диктаторе А. Сомосе-старшем: «Сомоса, может быть, и сукин сын, но это наш сукин сын». В модели (1) двойные стандарты – это неодинаковая конкуренция со «своими» и «чужими».

В биологических системах можно ограничиться анализом системы (1). Такой анализ говорит [1], что при $n,m<1$ траектория системы на бесконечности приходит в устойчивый узел с координатами $\overline{N}=N^*\frac{1-m}{1-nm}$, $\overline{M}=M^*\frac{1-n}{1-nm}$, т.е. обе популяции могут сосуществовать. Неравенство $n,m<1$ в предметной области модели означает, что популяции расходятся по разным экологическим нишам (например, одна больше налегает на обобщенные «вершки», а другая – на «корешки», чем и объясняется меньшая конкуренция с «чужими»).

Если популяции не хотят расходиться по разным экологическим нишам, $n,m>1$, траектория системы придет на бесконечности (исключая маловероятный случай, что начальные условия оказались на сепаратрисе седла и впоследствии никакая флуктуация не сбила ее с сепаратрисы) в один из узлов с координатами $N=N^*, M=0$ или $N=0, M=M^*$, в зависимости от расположения начальных условий по ту или другую сторону от сепаратрисы седла $\overline{N}=N^*\frac{1-m}{1-nm}$, $\overline{M}=M^*\frac{1-n}{1-nm}$. В предметной области это означает, что выживает лишь одна популяция. Этот факт известен в математической биологии как принцип конкурентного исключения Г.Ф. Гаузе.

Если имеет место $n>1, m<1$ или наоборот, $n<1, m>1$, толерантная сторона (<1) не имеет шансов при любых начальных условиях и значениях остальных параметров. Траектория системы приходит в узел нетерпимой (>1) стороны [1]. Нечто подобное мы наблюдаем сейчас в Европе в событиях, связанных с беженцами.

В социальных системах уравнения (1) являются лишь ограничениями позиционной дифференциальной кооперативной игры [3], где управлениями сторон являются внешние характеристики системы (1). Это в первую очередь n и m, а также α, N^* и β, M^*. Выигрышами сторон можно считать предельные численности популяций на бесконечности. Анализ такой дифференциальной игры дает точки равновесия игры, радикально отличные от тех, что дает принцип Г.Ф. Гаузе. Например, возможно устойчивое существование «малых культур» в условиях значительной нетерпимости к ним (например, преступного сообщества) [3].

Опишем рациональную стратегию поведения стороны N в позиционной дифференциальной игре, согласно работе [3].

1. Следует добиться выполнения неравенства $n\frac{N}{N^*}>1$, используя n и N^* в качестве управлений.
2. Если при этом выполняется $m\frac{M}{M^*}<1-\frac{1}{n}$, больше ничего делать не надо – траектория системы и так придет в узел $N=N^*, M=0$.
3. Если же неравенство предыдущего пункта не выполняется, нужно положить $\alpha=0$, после чего ожидать выполнения неравенства п. 2, и как только оно выполнится, положить $\alpha>0$.

Понятно, что если оба соперника будут действовать рационально, неравенство п. 2 никогда не выполнится, и никто из них не сможет привести траекторию системы в свой узел. Но зато никто из них и не исчезнет из системы, вопреки принципу конкурентного исключения Г.Ф. Гаузе. В результате рационального поведения обоих соперников, система может «зависнуть» в любой из точек области $N > \frac{N^*}{n}, M > \frac{M^*}{m}$. Сделаем два «гуманитарных» комментария к приведенным правилам. Неравенство п. 1, $n\frac{N}{N^*} > 1$ означает, что во 2-м уравнении системы (1) стороне N удалось каким-то образом освоить весь (не конкретизируемый в этой модели) ресурс стороны M, представленный в модели единицей. Интересно, что свой (из первого уравнения) ресурс при этом вовсе не обязательно полностью осваивать! В реальной жизни так стараются поступать «теневые парламенты» оппозиции или «смотрящие» преступного сообщества. Далее, в нашей модели ничего не стоит положить $\alpha = 0$ или $\beta = 0$. На самом деле, это означает, что, находясь в области отрицательных производных системы (1), удалось остановить убывание численности. Возможно, в реальности это стоит какого-то ресурса, не отраженного в нашей простейшей модели. Возможно, этот ресурс зависит от численности популяции, которую мы желаем зафиксировать. Во всяком случае, экспериментально известно, что численность культуры, выживающей в условиях сильной нетерпимости к ней (например, преступного сообщества), обычно невелика.

Как во всякой игре, в данной позиционной дифференциальной игре важен вопрос информированности сторон. Особенностью данной игры является неверная оценка играющими игровой позиции, основанная на сравнении чужой культуры со своей [4]. В связи с этим фактом возникает возможность манипулировать соперником с помощью так называемой «мягкой силы». В основе мягкой силы лежат культурные ценности, способные побудить других «хотеть того, чего хотите вы». Мягкая сила позволяет добиваться от того, к кому она применяется желаемых результатов, при его добровольном вовлечении в предлагаемые действия, за счет их привлекательности для него. Считается, что в современный научный обиход это понятие было введено Джозефом Наем (J. Nye), однако близкие идеи встречались как в XX веке, например, у А. Грамши, так и гораздо ранее, даже на заре исторического периода – у Лао Цзы.

Взглянем на игровую ситуацию, например, глазами представителя культуры N. Во-первых, ему хорошо известна величина $\frac{N}{N^*}$ – это то, как принято в его культуре относиться к своим – то, чему всех учат с детства. Во-вторых, известна ему также величина $m\frac{M}{M^*}$ – это то, что наблюдается непосредственно, при столкновениях с представителями культуры M. Скорее всего, эти величины неодинаковы ($\frac{N}{N^*} \neq m\frac{M}{M^*}$) – на то и разные культуры.

Далее, вполне естественно предположить, что если $\frac{N}{N^*} > m\frac{M}{M^*}$, то это нравится представителю культуры N – всем обычно нравится, когда давление на них ослабевает. Возможно, он оценивает эту ситуацию примерно так: «Ах, какие милые, воспитанные люди эти M – не то, что мои грубые соплеменники!»

Наоборот, если $\frac{N}{N^*} < m\frac{M}{M^*}$, скорее всего, представителю культуры N это не понравится – мало кому нравится давление большее привычного. Скорее всего, он подумает: «Ну и дикари эти M ! С ними невозможно жить рядом! Они совсем не умеют себя вести!»

На самом деле, и первая и вторая оценки могут быть глубоко ошибочными – в системе (1) от соотношения между величинами $\frac{N}{N^*}$ и $m\frac{M}{M^*}$, как, впрочем, и между $\frac{M}{M^*}$ и $n\frac{N}{N^*}$, вообще говоря, ничего не зависит. На самом деле, все определяется исключительно коэффициентами n и m [1].

Например, если $\frac{N}{N^*} > m\frac{M}{M^*}$, но при этом $m>1$ (нетерпимость к N) – ситуация может оказаться опасной для культуры N, со временем она может полностью исчезнуть от соседства с «милыми и воспитанными» людьми, особенно если, обольстившись неравенством $\frac{N}{N^*} > m\frac{M}{M^*}$, выберет толерантное к ним отношение $n \le 1$.

Наоборот, при $\frac{N}{N^*} < m\frac{M}{M^*}$ и даже $\frac{N}{N^*} << m\frac{M}{M^*}$, если $m<1$ – для культуры N нет опасности исчезнуть рядом с культурой M, наоборот, если при этом $n>1$ – культура N со временем вытеснит конкурента.

Однако в системе (1) коэффициенты n и m не наблюдаются непосредственно. Представителю культуры N для того, чтобы определить m, необходимо сравнить данное ему в ощущениях $m\frac{M}{M^*}$ с $\frac{M}{M^*}$, а про последнюю величину ему, как правило, ничего не известно: изучение чужих культур – удел достаточно узкого круга специалистов. Указанная систематическая ошибка в оценке игровой позиции иллюстрирует возможность применения «мягкой силы» в межкультурных отношениях – «мягкую нетерпимость» ($n, m > 1$ при $\frac{N}{N^*} > m\frac{M}{M^*}$ или $m\frac{N}{N^*} < \frac{M}{M^*}$) – способность «понравиться» сопернику и заставить его добровольно действовать в своих интересах, возможно, во вред ему самому [4].

Заключение

Модель учит не подходить к чужой культуре с мерками своей. В ней единственно верной мерой культуры оказывается сама эта культура. Информативно сравнивать $m\frac{M}{M^*}$ с $\frac{M}{M^*}$, а $n\frac{N}{N^*}$ – с $\frac{N}{N^*}$.

На субъективный взгляд автора, данный парадокс иллюстрирует наше не слишком успешное «прорубание окна в Европу», где славяне когда-то жили, но мало что от них осталось. В то же время, под Ордынским игом выжили мы, а под Османской империей выжили южные славяне, хотя в фольклоре выживших об этом времени остались и не самые приятные воспоминания.

Литература

1. Бродский Ю.И. ТОЛЕРАНТНОСТЬ, НЕТЕРПИМОСТЬ, ИДЕНТИЧНОСТЬ: простейшие математические модели взаимодействия культур. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. 68 с.
2. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. М.: Наука, 1976. 287 с.
3. Бродский Ю.И. Межкультурное взаимодействие как позиционная дифференциальная игра. // Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов. 2013. Т. 28. №1(28), С. 124-141.
4. Бродский Ю.И. Мягкая сила и двойные стандарты в математической модели межкультурного взаимодействия. // Социология и общество: социальное неравенство и социальная справедливость. Материалы V Всероссийского социологического конгресса. М.: РОС. 2016. С. 4251-4257.

СИТУАЦИЯ РАВНОВЕСИЯ В НЕАНТАГОНИСТИЧЕСКОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЕ С ОГРАНИЧЕННЫМ ЗАПАСОМ ВРЕМЕНИ НАБЛЮДЕНИЯ

Е.З.Мохонько

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление»
Российской академии наук,
Россия, 119333, г. Москва, ул. Вавилова,44 корп.2,
тел.: (499)135-62-07, e-mail: mohon@ccas.ru

Аннотация. Рассматривается неантагонистическая дифференциальная игра с фиксированным временем окончания. Правые части уравнений, описывающих игру, зависят только от управлений игроков.

Игроки применяют стратегии, позволяющие получать информацию о позиции дискретным и непрерывным способами. На одно наблюдение тратится фиксированное время. Суммарный запас времени наблюдения ограничен.

Находится некоторое множество управлений. Равновесные стратегии, соответствующие этим управлениям, определяют режим получения информации. При этом режиме суммарное время наблюдения не превышает имеющегося запаса времени наблюдения.

Ключевые слова: дифференциальная игра, оптимизация, стоимость информации, ситуация равновесия.

1.Введение

Если в ходе управления динамическим процессом используется информация, за которую нужно платить, то появляется заинтересованность в оптимальном ее получении. Поэтому понятна важность и актуальность всестороннего изучения допустимых и оптимальных режимов получения информации при управлении динамическим процессом.

В частности, это можно делать с помощью игровых моделей, в которых игроки обладают особенностями получаемой информации. Такими особенностями могут быть неточность, запаздывание информации, получение ее в отдельные моменты времени, а не непрерывным образом. Игровые модели такого рода рассматривали многие исследователи. Например, Красовский Н.Н., Субботин А.И.[6], Куржанский А.Б.[7], Петросян Л.А.[11], Черноусько Ф.Л., Меликян А.А.[12], Кононенко А.Ф.[2-5], Клейменов А.Ф.[1] и др.

Кононенко А.Ф. рассмотрел неантагонистическую повторяющуюся игру, в которой игроки могут получать информацию как непрерывным, так и дискретным способом. Длительность одного наблюдения фиксирована. Он определил минимальное суммарное время, которое игрок должен затратить на наблюдение за ходом игры, для того чтобы сохранить ситуацию равновесия, существующую при непрерывном наблюдении.

Из этой работы естественно вытекает следующая постановка задачи. Пусть фиксированы суммарное время наблюдения и стоимость одного наблюдения.

Определить все множество выборов, порожденных равновесными стратегиями при непрерывном наблюдении, которое можно сохранить при отсутствии непрерывного наблюдения. И при этом необходимое для поддержания равновесия суммарное время наблюдения не превысило бы имеющегося запаса времени наблюдения.

В данной работе, благодаря результатам из [9], такого рода задача решается для некоторой дифференциальной игры. Этот результат является новым для неантагонистических дифференциальных игр.

Рассматривается неантагонистическая дифференциальная игра с фиксированным временем окончания. Правые части уравнений, описывающих игру, зависят только от управлений игроков.

Игроки применяют стратегии, позволяющие получать информацию о позиции дискретным и непрерывным способами. На одно наблюдение тратится фиксированное время. Суммарный запас времени наблюдения ограничен.

Находится некоторое множество управлений из допустимого множества управлений. Равновесные стратегии, соответствующие этим управлениям, определяют режим получения информации. При этом режиме суммарное время наблюдения не превышает имеющегося запаса времени наблюдения.

2.Описание дифференциальной игры

Рассмотрим дифференциальную неантагонистическую игру двух лиц

$$x_1' = M_1(u,v), 0 \le t \le 1, \quad (1)$$

$$x_2' = M_2(u,v), \quad (2)$$

$$x_1(0) = 0, \ x_2(0) = 0, \quad (3)$$

$$u \in P, \ v \in Q, \quad (4)$$

$$I_1(u,v) = x_1(1), \ I_2(u,v) = x_2(1). \quad (5)$$

Здесь P и Q - ограниченные, замкнутые множества, $x = (x_1, x_2), M_i, i = 1,2$ - непрерывны и выполнено условие существования седловой точки в маленькой игре [6].

Множеством допустимых стратегий каждого игрока $\bar{U}, \bar{V}$ является множество измеримых по всем своим аргументам позиционных $u(x,t), v(x,t)$ и программных $u(t), v(t)$ управлений, удовлетворяющих (4), а также $r-$стратегии $\bar{u}, \bar{v}$. Будем пользоваться формализмом ломаных Эйлера и движений [6].

Напомним определение $r-$ стратегий [5],[8].

Определение: $r-$стратегией $\bar{u}$ игрока 1 называется пара $\bar{u} = (r, u(.))$, ставящая в соответствие каждой точке (x,t)

1)неотрицательное число $r \ge 0$,

2) если $r > 0$, то измеримая функция $u(\theta)$,

$$u(.) = \{u(\theta) = u(x,t;\theta) \in P \mid t \le \theta < t + r(x,t)\},$$

если $r = 0$, то управление в точке $(x,t): u(.) = u(x,t)$.

Аналогично определяется $r-$стратегия $\bar{v}$ игрока 2.

Определение ломаных Эйлера и движений, порожденных $r-$стратегией, приведено в следующем разделе.

r – стратегия $\bar{u}$ при фиксированной начальной позиции $\{t_*, x_*\}$ порождает, вообще говоря, не одно движение $x(t; t_*, x_*, \bar{u})$, а целое множество таких движений $X[t_*, x_*, \bar{u}]$. Запись $X[t_*, x_*, \bar{u}]$ означает, что мы не интересуемся, на основании каких соображений выбирает свои управления $v(.)^k$ второй игрок. Если же мы фиксируем r – стратегию[1], то множество движений, порожденных $\bar{u}$ и $\bar{v}$ и исходящих из точки t_*, x_* будем обозначать $X[t_*, x_*, \bar{u}, \bar{v}]$.

Определение. Пара r - стратегий $\bar{u}^0, \bar{v}^0$ образует ситуацию равновесия в игре (1) - (5), если

1) управления $\bar{u}^0, \bar{v}^0$ порождают единственное решение $x^0(t)$ задачи Коши (1) – (3), которое является и единственным движением, т.е. при всех t имеет место соотношение
$X[t, x^0(t), \bar{u}^0, \bar{v}^0] = \{x^0(\tau), t \le \tau \le 1\}$;
2) выполняются равенства
$I_1(\bar{u}^0, \bar{v}^0) = \max\limits_{X[0,0,\bar{v}^0]} x_1(1)$,
$I_2(\bar{u}^0, \bar{v}^0) = \max\limits_{X[0,0,\bar{u}^0]} x_2(1)$.

Обозначим

$L_1 = \min\limits_{v \in Q} \max\limits_{u \in P} M_1(u, v)$, $v^{\min}$ - то управление второго игрока, на котором достигается этот минимум.

$L_2 = \min\limits_{u \in P} \max\limits_{v \in Q} M_2(u, v)$. $u^{\min}$ - то управление первого игрока, на котором достигается этот минимум.

Считаем, что $D = \{(u, v) \in P \times Q \mid M_i(u, v) > L_i, i = 1, 2\} \neq \varnothing$.

Выберем некоторые $u^0(t), v^0(t), t \in [0,1]$ и соответствующую им траекторию $x^0(t) = (x_1^0(t), x_2^0(t))$, $x_1^0(t) = \int\limits_0^t M_1(u^0(t), v^0(t))dt$, $x_2^0(t) = \int\limits_0^t M_2(u^0(t), v^0(t))dt$.

Обозначим

$G_1 = \{x, t \mid x_1 + L_1(1-t) < x_1^0(1)\}$, $G_2 = \{x, t \mid x_2 + L_2(1-t) < x_2^0(1)\}$,

$\partial G_1 = \{x, t \mid x_1 + L_1(1-t) = x_1^0(1)\}$, $\partial G_2 = \{x, t \mid x_2 + L_1(1-t) = x_2^0(1)\}$.

Если $x^0(t) \in ((G_1 \setminus \partial G_1) \cap (G_2 \setminus \partial G_2)), t \in [0,1)$, то позиционные стратегии

$u^0(x,t) = \begin{cases} u^0(t), & (x,t) \in G_2 \\ u^{\min}, & (x,t) \notin G_2 \end{cases}$, $v^0(x,t) = \begin{cases} v^0(t), & (x,t) \in G_1 \\ v^{\min}, & (x,t) \notin G_1 \end{cases}$ образуют ситуацию равновесия [5, 8].

Далее будем считать, что $u^0(t) = u^0 = Const$, $v^0(t) = v^0 = Const$ и они порождают траекторию

$x^0(t) \in ((G_1 \setminus \partial G_1) \cap (G_2 \setminus \partial G_2)), t \in [0,1)$.

Это значит, что $M_1(u^0, v^0) > L_1$, $M_2(u^0, v^0) > L_2$.

Обозначим $\max\limits_{u} M_1(u,v^0)=M_1^*$, $\max\limits_{v} M_2(u^0,v)=M_2^*$, $M_1^0=M_1(u^0,v^0)$, $M_2^0=M_2(u^0,v^0)$.

Будем предполагать, что $M_i^* \neq L_i$.

Пусть число δ, $0<\delta<1$, так мало, что множество $G^\delta \in ((G_1 \setminus \partial G_1) \cap (G_2 \setminus \partial G_2))$,

$$G^\delta = \left\{ \begin{array}{c} \left(M_1^0+\delta\right)t-\delta \le x_1 \le \left(M_1^0-\delta\right)t+\delta \\ (x,t) \mid \left(M_2^0+\delta\right)t-\delta \le x_2 \le \left(M_2^0-\delta\right)t+\delta \\ 0 \le t \le 1 \end{array} \right\}$$

Построим равновесные $r-$стратегии $\bar{u}^{0\delta}=(r,u(.))$, $\bar{v}^{0\delta}=(r,v(.))$, порождающие ту же траекторию $x^0(t)$, что и позиционные стратегии $u^0(x,t), v^0(x,t)$.

$$\bar{u}^{0\delta} = \left\{ \begin{array}{l} u((x,t),r): u(\tau)=u^0, (x,t)\in G^\delta, t\le\tau<t+r, r>0; \\ u(t)=u^0, r=0, \\ r=\dfrac{M_2^0-x_2-L_2+L_2 t}{M_2^*-L_2}, (x,t)\in G^\delta \\ u((x,t),r): u(\tau)=u^{\min}, (x,t)\notin G^\delta, t\le\tau<t+r, r>0; \\ u(t)=u^{\min}, r=0, \\ r=1-t, (x,t)\notin G^\delta \end{array} \right. .$$

$\bar{v}^{0\delta}$ строится аналогично.

$\bar{u}^{0\delta}$, $\bar{v}^{0\delta}$ образуют ситуацию равновесия. Это доказывается с использованием результатов из [5].

3. О моментах получения информации для движений

Напомним определение ломаной Эйлера $x_\Delta(t)=x_\Delta(t;x^*,t_*,\bar{u},v(.))$, порожденной $r-$стратегией $\bar{u}$.

Пусть дана начальная позиция (x^*,t_*) и выбрана $r-$стратегия $\bar{u}$. Покроем $[t_*,1]$ системой полуинтервалов $\tau_i \le t < \tau_{i+1}$, $i\in I=\{0,1,...,n\}$, $\tau_0=t_*, \tau_n=1$. Пусть $v(t)\in Q, (t\ge t_*)$ какая-то измеримая по Лебегу реализация управления игрока 2. Тогда ломаной Эйлера $x_\Delta(t)=x_\Delta(t;x^*,t_*,\bar{u},v(.))$ называется абсолютно непрерывная функция, удовлетворяющая условию $x_\Delta(t_*)=x^*$ и являющаяся решением дифференциального уравнения

$$x_{1\Delta}'(t)=M_1(u(x_\Delta(\tau_i),(\tau_i)),v(t))$$

$$x_{2\Delta}'(t)=M_2(u(x_\Delta(\tau_i),(\tau_i)),v(t))$$

при $\tau_i \le t < \tau_{i+1}$, если $i\in I_1$ и

$$x_{1\Delta}'(t)=M_1\left(u\left(x_\Delta(\tau_{j_0}),\tau_{j_0};\tau_i\right),v(t)\right)$$

$x_{2\Delta}'(t) = M_2\left(u\left(x_\Delta\left(\tau_{j_0}\right),\tau_{j_0};\tau_i\right),v(t)\right)$

при $\tau_i \le t < \tau_{i+1}$, если $i \in I_2$.

Здесь $u\left(x_\Delta\left(\tau_{j_0}\right),\tau_{j_0};\tau_i\right)$ - значение, которое принимает функция $u\left(x_\Delta\left(\tau_{j_0}\right),\tau_{j_0};t\right)$ при $t = \tau_i$ (см. определение r – стратегии).

Множество индексов I_2 определяется так.

Если $i \in I_2$, то $1) i \ne 0$; $2) \exists j_0 < i$ такое, что j_0 не принадлежит I_2 и $\tau_{j_0} + r\left(x_\Delta\left(\tau_{j_0}\right),\tau_{j_0}\right) > \tau_i$ (для всякого $i \in I_2$ такое j_0 единственно).

Множество индексов $I_1 = I \setminus I_2$.

Определение

Момент времени τ_j, $j \in I_1$, $j \ne 0$, будем называть моментом получения информации для ломаной Эйлера.

Движением $x(t) = x\left(t;x^*,t_*,\bar{u}\right)$, порожденным стратегией $\bar{u}$ из позиции $\left(x^*,t_*\right)$, будем называть всякую абсолютно непрерывную функцию $x(t)$, для которой на отрезке $\left[t_*,1\right]$ найдется последовательность ломаных Эйлера $x_\Delta^{(k)}\left(t;x^k,t_k,\bar{u},v^k(.)\right)$, равномерно сходящаяся к $x(t)$ на $t_* \le t \le 1$ при условии $\lim\limits_{k\to\infty}\sup\limits_i\left(\tau_{i+1}^k - \tau_i^k\right) = 0$.

Напомним, что расстояние между траекториями $x_\Delta^k(t)$ и $x(t)$ определяется равенством

$\left\|x_\Delta^{(k)}(t) - x(t)\right\| = \max\left\{\left\|x_\Delta^{(k)}(t) - x(t)\right\|_{C\left[t^k,1\right]}, \left|t^k - t_*\right|\right\}$, где

$\left\|x_\Delta^{(k)}(t) - x(t)\right\|_{C\left[t^k,1\right]} = \max\limits_{t^k \le t \le 1}\left\|x_\Delta^{(k)}(t) - x(t)\right\|$.

Определение

Пусть последовательность ломаных Эйлера $x_\Delta^k(t)$ сходится к движению $x(t)$. Пусть существует последовательность моментов получения информации для этих ломаных Эйлера, сходящаяся к некоторому моменту t. Тогда момент t будем называть моментом получения информации для движения $x(t)$ или просто моментом получения информации.

Другими словами, если $\tau_i^k, i \in I_1^k, i \ne 0$, $\lim\limits_{k\to\infty}\tau_i^k = t$, тогда t - момент получения информации для движения $x(t)$. Здесь $I_1^k = I^k \setminus I_2^k$ - подмножество индексов, соответствующих ломаной Эйлера $x_\Delta^{(k)}$.

Теперь проанализируем моменты получения информации для равновесной траектории

$x^0(t) = \left(x_1^0(t), x_2^0(t)\right) = \left(M_1^0 t, M_2^0 t\right), t \in [0,1]$.

Пусть t - момент получения информации для $x_2^0(t)$. Существуют моменты получения информации $\tau_i^k, i \in I_1^k$, $\lim\limits_{k\to\infty}\tau_i^k = t$, для последовательности ломаных Эйлера

$x_\Delta^{(k)}$, сходящейся к движению $x_2^0(t)$. Величины r^k, построенные для $x_\Delta^{(k)}\left(\tau_i^k\right), \tau_i^k$ стремятся к величине $r = \frac{M_2^0 - M_2^0 t - L_2 + L_2 t}{M_2^* - L_2}$. Следующие моменты получения информации для этих ломаных Эйлера $\tau_{j^0}^k, j_0 \in I_1^k, j^0 = \min\limits_{j \in I_1^k, \tau_i^k < \tau_j^k} j$ стремятся к моменту $t_c(t)$ получения информации $t_c(t) = t + \frac{M_2^0 - M_2^0 t - L_2 + L_2 t}{M_2^* - L_2}$, $t_c(t) = \frac{M_2^* - M_2^0}{M_2^* - L_2} t + \frac{M_2^0 - L_2}{M_2^* - L_2}$. Обозначим $q_2 = q_2\left(u^0, v^0\right) = \frac{M_2^* - M_2^0}{M_2^* - L_2}$. Тогда $\frac{M_2^0 - L_2}{M_2^* - L_2} = 1 - q_2$ и $t_c(t) = q_2 t + 1 - q_2$.

Если выбрать $t = 0$, то первым моментом получения информации о поведении второго игрока должен быть момент $t_1(0) = 1 - q_2$. Следующим моментом получения информации будет $t_2 = t_c(t_1(0)) = q_2(1 - q_2) + 1 - q_2 = 1 - q_2^2$. Продолжая этот процесс, получим $t_n = 1 - q_2^n$.

Аналогичные рассуждения можно провести для $x_1^0(t)$.

4.Введение «цены» наблюдения

В дальнейшем рассматривается описанная выше игра при условии, что каждое дискретное наблюдение и начало непрерывного наблюдения обходятся наблюдателю i в d_i, $0 < d_i \le 0.1, i = 1,2$, единиц. Так, для того чтобы узнать о позиции игры в момент t_k требуется начинать наблюдение в момент $t_k - d_i$.

Если t_n такой момент дискретного наблюдения, что расстояние между ним и моментом t_{n+1} меньше либо равно d, то с момента t_n нет смысла получать информацию дискретным образом, а следует начинать непрерывную проверку.

Далее будем говорить для простоты о первом игроке и опускать индексы, соответствующие первому игроку. Для второго игрока все аналогично, т.е. будем писать d, T, T_0, если речь идет о d_1, T_1, T_{10} соответственно.

Рассмотрим, каков минимальный расход времени для равновесной траектории $x^0(t)$ с точки зрения первого игрока. Напомним, что для нее $t_n = 1 - q_2^n$.

Минимальный расход времени при $0 < q_2 < 1 - d$ вычисляется следующим образом:

$T_0(q_2) = nd + (q_2^n)$, (6)

где n-число наблюдений, зависящее от $q_2 = q_2(u^0, v^0)$ и удовлетворяющее такой системе

$\begin{cases} t_{n+1} - t_n \le d \\ t_n - t_{n-1} > d \end{cases}$, или

$$\begin{cases} (q_2)^{n(q_2)}(1 - q_2) \le d \\ (q_2)^{n(q_2)-1}(1 - q_2) > d \end{cases}. \quad (7)$$

При $1 - d \le q_2 < 1$ минимальное время T_0, которое требуется затратить, равно единице, так как $t_1 = 1 - q_2$, $t_1 - 0 \le d$, $t_2 - t_1 = q_2(1 - q_2) \le dq_2 < d$.

При $q_2 = 0$ $t_1 = 1$, так что $T_0(0) = d$.

Пусть первый игрок обладает запасом времени наблюдения $d < T < 1$. Из [8,с.48;10], известно, что функции $T_0(q_2)$ непрерывна и монотонно возрастает при $0 < q_2 \le 1 - d$

$T_0(q_2) = T$ при некотором значении q_{2T}. q_{2T} зависит только от T и d. Вследствие монотонного возрастания функции $T_0(q_2)$ для всех $q_2 < q_{2T}$ выполняется $T_0(q_2) < T$.

Из [8, с.50;10], известно, что $q_{2T} = \max\limits_{1 \le n \le [T/d]} \sqrt[n]{T - nd}$ при $1 > T > d$. Здесь $[a]$ обозначает наибольшее целое, не превышающее a

Вернем в обозначения индексы.

Пусть первый игрок обладает запасом времени наблюдения $T_1, d_1 < T_1 < 1$, а второй игрок - $T_2, d_2 < T_2 < 1$.

Определение

Стратегии $(\bar{u}, \bar{v})$ образуют ситуацию равновесия в игре (1) - (5), с запасом времени наблюдения T_1 у первого игрока и T_2 у второго, если кроме условий 1,2 из определения ситуации равновесия в r – стратегиях, выполняется условие

3)для любого компоненты $x_2(t)$ $\left(x_1(t)\right)$ движения

$x(t) \in X(0,0,\bar{u})(x(t) \in X(0,0,\bar{v}))$

суммарное время проверки меньше $T_1\,(T_2)$.

Суммарное время проверки состоит из времени, потраченного на все дискретные наблюдения, на все непрерывные наблюдения и на начала непрерывных наблюдений.

Обозначим

$$q_2 = q_2\left(u^0, v^0\right) = \frac{M_2^* - M_2^0}{M_2^* - L_2},\ q_1 = q_1\left(u^0, v^0\right) = \frac{M_1^* - M_1^0}{M_1^* - L_1},$$

$$q_{2T_1} = \max_{1 \le n \le [T_1/d_1]} \sqrt[n]{T_1 - nd_1},\ q_{1T_2} = \max_{1 \le n \le [T_2/d_2]} \sqrt[n]{T_2 - nd_2},$$

$$D_{T_1T_2} = \{(u,v) \in D \mid \left(q_2(u,v) < q_{2T_1}\right) \wedge \left(q_1(u,v) < q_{1T_2}\right)\}.$$

Доказана следующая

Теорема. Пусть $\left(u^0, v^0\right) \in D_{T_1T_2}$. Существуют r – стратегии $\bar{u}^{0\delta}, \bar{v}^{0\delta}$, образующие ситуацию равновесия в игре (1)- (5), с запасом времени наблюдения T_1 у первого игрока и T_2 у второго.

Пример

$$x_1' = -u + v,\ 0 \le t \le 1,$$

$$x_2' = -u^2 - v,$$

$$x_1(0) = 0,\ x_2(0) = 0,$$

$$u \in [-1,1],\ v \in [-1,1],$$

$$I_1(u,v) = x_1(1),\ I_2(u,v) = x_2(1).$$

$$T_1 = 0{,}5,\ T_2 = 1,\ d_1 = d_2 = 0{,}1, L_1 = L_2 = 0,$$

$$D = \left\{u \in [-1,1], v \in [-1,1] \mid (v > u) \wedge \left(v < -u^2\right)\right\}.$$

$$q_{2T_1} = \max_{1 \le n \le \left[\frac{T_1}{d_1}\right]} \sqrt[n]{T_1 - nd_1} = a;\ 0{,}58 < a < 0{,}59, n = 3.$$

$$q_2(u,v) = \frac{(-u^2 + 1 + u^2 + v)}{\left(-u^2 + 1\right)} = \frac{(v+1)}{\left(-u^2 + 1\right)} < a.$$

Множество $D_{T_1} = D_{0,5} = \left\{ (u,v) \in D \mid \frac{(v+1)}{\left(-u^2 + 1\right)} < a \right\}.$

Литература

1. Клейменов А.Ф. Неантагонистические позиционные дифференциальные игры: дис. … докт. физ. - матем. наук. Свердловск,1991. 320 с.
2. Кононенко А.Ф. О задаче наблюдения в повторяющихся операциях //Соврем. состояние теории иссл. операций/ Сб. научн. тр. М.:Наука,1979. С.179-182.
3. Кононенко А.Ф. Постановка задачи. Модель с непрерывным временем //Соврем. состояние теории иссл. операций/ Сб. научн. тр. М.: Наука,1979. С.173-179.
4. Кононенко А.Ф. Структура оптимальных стратегий в динамических управляемых системах // Ж. вычисл. математ. и матем. физики. 1980.Т.20, № 5. С.1105–1116.
5. Кононенко А.Ф., Мохонько Е.З. О процессе получения информации в неантагонистических в неантагонистических дифференциальных играх. М.: ВЦ АН СССР, 1982. 20 с.
6. Красовский Н.Н., Субботин А.Н. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
7. Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. М.: Наука,1977. 392 с.
8. Мохонько Е.З. Динамика информационных процессов в неантагонистических играх: дис. … докт. физ.- матем. наук. М.,1997. С.35.
9. Мохонько Е.З. О связи повторяющихся игр с дифференциальными играми //Материалы VI Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем MLSD-2012», 1-3 октября 2012. М.:ИПУ,2012. Т. 2. С.328-330.
10. Мохонько Е.З. Повторяющаяся игра с ограничением на время наблюдения. М.: Деп. ВИНИТИ, 4Г453 Деп., 1990. РЖ Мат., 1990. N4. 14 с.
11. Петросян Л.А. Дифференциальные игры преследования. Л.:ЛГУ,1987. 222 с.
12. Черноусько Ф.Л., Меликян А.А. Игровые задачи управления и поиска. М.: Наука, 1978.270 с.

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМЫ ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКОЙ ПОДДЕРЖКИ УПРАВЛЕНИЯ ТУШЕНИЕМ ПОЖАРОВ НА ОСОБО ОПАСНЫХ И ТЕХНИЧЕСКИ СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТАХ (МОРСКИХ ПОРТАХ)

Т.С. Станкевич

ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет»,
кафедра «Защита в чрезвычайных ситуациях»,
Россия, 236022, г. Калининград, Советский проспект, 1,
тел. +7(4012) 99-59-94, факс. +7(4012) 99-53-46,
e-mail: nadezdastan39@mail.ru

Аннотация. В статье автором для решения задачи управления процессом тушения пожаров в морских портах предложено создать систему информационно-аналитической поддержки управления тушением пожаров в морских портах с использованием нейро-нечетких сетей. В ходе построения данной системы разработана нейро-нечеткая модель управления процессом тушения пожаров в морских портах. Отличительными особенностями разработанной модели управления процессом тушения пожаров в морских портах в сравнении с существующими являются: применение комбинированных (колоколообразных с порогами) функций принадлежности, позволяющих выполнять более точную аппроксимацию значений входных параметров; внедрение блока устранения динамических ошибок. В работе подтверждена адекватность моделей посредством верификации и валидации.

Ключевые слова: тушение пожара, неопределенность, морские порты, система поддержки принятия решений, нейро-нечеткие сети.

Введение

Управленческая деятельность руководителя тушения пожара (РТП) в ходе локализации и ликвидации пожара направлена на обеспечение управления пожарными подразделениями в условиях неопределенности, соответствующего требованиям оперативности, качества и устойчивости. Для совершенствования процесса управления тушением пожаров предложено разработать систему поддержки принятия управленческих решений РТП – систему информационно-аналитической поддержки управления тушением пожаров, в которой применяется математический аппарат нейро-нечетких сетей (ННС).

Особую опасность для общего показателя безопасности государства представляют пожары на территории особо опасных и технически сложных объектов, например, морских портов (МП), уровень комплексной безопасной эксплуатации которых на текущий момент оценивается как недостаточный, а в определенных случаях – как опасный.

С учетом изложенного выше определена цель научного исследования – повышение эффективности управления действиями привлекаемых пожарных подразделений посредством разработки системы информационно-аналитической поддержки управления тушением пожаров в МП с использованием ННС.

Нейро-нечеткая модель управления процессом тушения пожаров в морских портах

В процессе построения системы информационно-аналитической поддержки управления тушением пожаров разработан ключевой элемент системы – нейро-нечеткая модель управления процессом тушения пожаров в МП. Данная модель изображена на рис. 1, где использованы следующие сокращения: U – входные данные; Z – выходные данные; C – ввод данных для построения ННС; M – нейро-нечеткая модель; S – площадь пожара; R – ранг пожар; Q – оценка достаточности ресурсов; P – оптимальный план действий; W – оценка успешности реализации плана; V – выбор ресурсов. Созданная модель управления процессом тушения пожаров в МП (рис. 1) подробно рассмотрена в работе [1].

Рис.1. Нейро-нечеткая модель управления процессом тушения пожаров в морских портах

Рассматриваемая модель (рис. 1) является сложной и состоит из семи блоков:

–из нейро-нечеткой модели, осуществляющей расчет опасного фактора пожара – огня путем прогнозирования площади пожара и базирующейся на ННС ANFIS (структура ННС ANFIS описана в [2]);

–из нейро-нечеткой модели, производящей определение ранга пожара с использованием ННС NEFCLASS (ННС NEFCLASS подробно представлена в [3]);

–из аналитической модели, выполняющей расчет достаточности привлекаемых для тушения пожаров на объектах ресурсов;

–из аналитической модели, осуществляющей определение количества привлекаемых к тушению пожаров базовых и потенциальных ресурсов;

–из нейро-нечеткой модели, реализующей выбор оптимального плана мероприятий тушения пожара посредством ННС NEFCLASS;

–из нейро-нечеткой модели, определяющей оценку успешности реализации плана мероприятий тушения пожара и основанной на ННС NEFCLASS;

–из нейро-нечеткой модели, выполняющей построение нейро-нечетких моделей с использованием ННС NEFCLASS и ANFIS.

Выбор типов ННС осуществлен в соответствии с результатами анализа наиболее распространенных сетей в зависимости от области их применения (рис. 2) и с результатами сравнения основных параметров тестирования сетей – продолжительности обучения сети в количестве итераций (эпох) и среднеквадратичной ошибки RSME (рис. 3):

–ННС NEFCLASS применяются в классификации, ННС ANFIS и ННС NEFPROX – при прогнозировании;

–использование ННС ANFIS предпочтительнее по сравнению с ННС NEFPROX, поскольку согласно экспериментальным данным из работы [4] ННС ANFIS быстрее обучаются и имеют меньшую среднеквадратичную ошибки RSME.

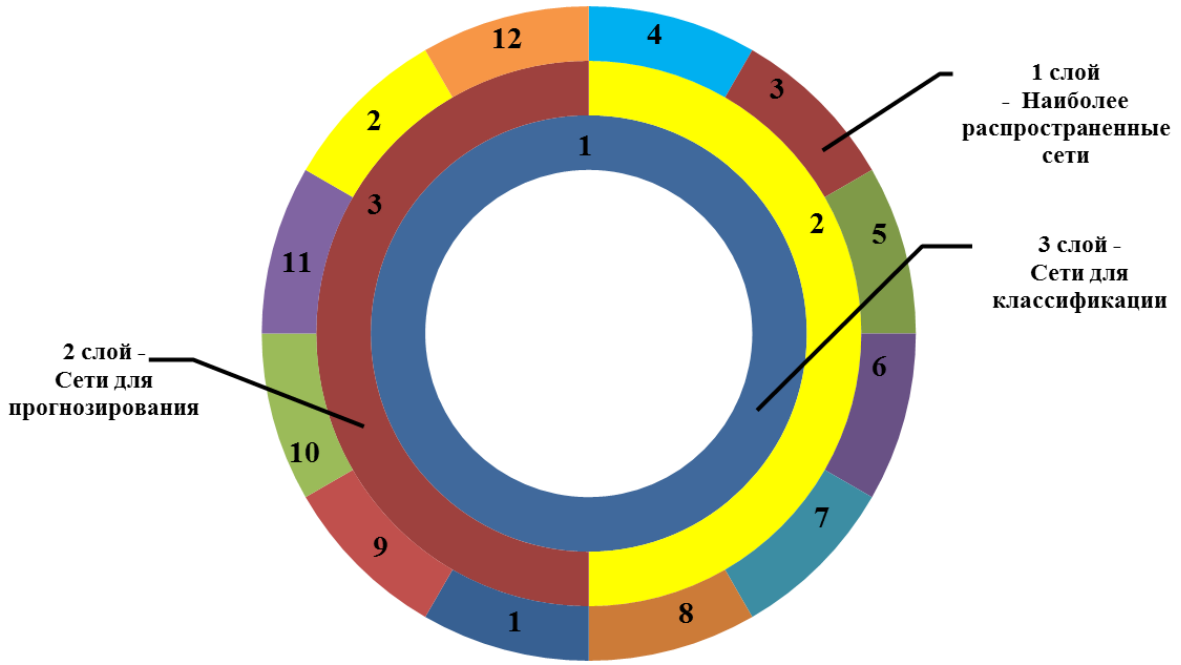


Рис.2 . Результаты анализа нейро-нечетких сетей в зависимости от области применения: 1 – сеть NEFCLASS; 2 – сеть ANFIS; 3 – сеть NEFPROX; 4 – сеть AMN; 5 – сеть ARIC; 6 – сеть GARIC; 7 – сеть FALCON; 8 – сеть FAM; 9 –сеть FBF; 10 – сеть FUN; 11 –сеть NEFCON; 12 – сеть NNDFR

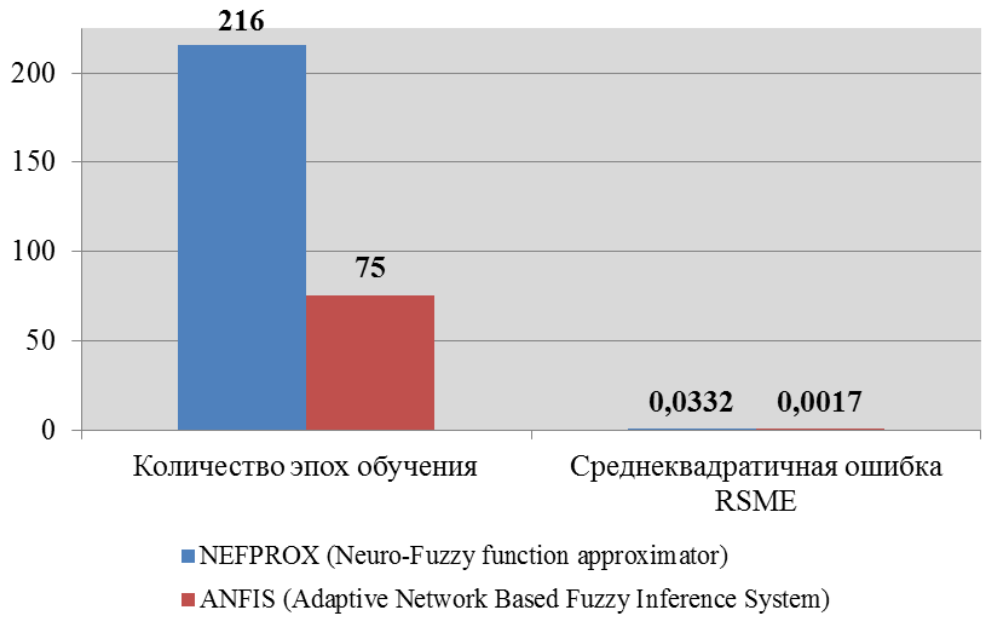


Рис. 3. Результаты сравнения основных параметров тестирования сетей ANFIS и NEFPROX

Преимуществом разработанной нейро-нечеткой модели управления процессом тушения пожаров в МП (рис. 1) от существующих является применение колоколообразных с порогами функций принадлежности и наличие блока устранения динамических ошибок. Колоколообразные с порогами функции принадлежности позволяют произвести аппроксимацию значений входных параметров модели с большей точностью в сравнении с базовыми стандартными функциями. Блок устранения динамических ошибок осуществляет нейтрализацию динамических ошибок, возникающих в ходе функционирования модели.

Компьютерное моделирование для решения задачи поддержки управления при тушении пожаров в морских портах

Завершающим этапом построения модели является компьютерное моделирование, направленное на решение задачи поддержки управления процессом локализации и ликвидации пожара в МП, с последующим формулированием вывода об адекватности разработанной модели посредством верификации и валидации. Результаты компьютерного моделирования представлены в [1]. На базе результатов моделирования [1] произведена оценка адекватности моделей, результаты которой представлены в табл. 1.

Таблица 1. Результаты оценки адекватности моделей

Наименование показателя	Верификация модели			Валидация модели		
Для построения нейро-нечетких моделей						
Количество ответов, соответствующих эталонным, при выборе ранга пожара, %	83%	83%	0%	85 %	85%	0%
Среднеквадратичная ошибка RMSE прогноза площади пожара, м^2	9,3	9,2	0,1	112,0	109,7	2,3
Количество ответов, соответствующих эталонным, при оценке успешности реализации плана мероприятий, %	100%	100%	0%	69%	70%	1%
Количество ответов, соответствующих эталонным, при выборе оптимального	68%	68%	0%	20%	67%	47%

плана мероприятий, %						
Для прогнозирования площади пожара						
Среднеквадратичная ошибка RMSE прогноза площади пожара, $м^2$	9,2	9,2	0	47,9	109,7	61,8
Для выбора ранга пожара						
Количество ответов, соответствующих эталонным, при выборе ранга пожара, %	83%	83%	0%	85%	85%	0%
Для оценки успешности реализации плана						
Количество ответов, соответствующих эталонным, при оценке успешности реализации плана мероприятий, %	100%	100%	0%	70%	89%	19%
Для выбора оптимального плана мероприятий						
Количество ответов, соответствующих эталонным, при выборе оптимального плана мероприятий, %	68%	75%	7%	67%	71%	4%

В ходе оценки адекватности моделей посредством применения результатов моделирования (табл. 1) подтверждена адекватность моделей:

– применение моделей, полученных в ходе использования модели реализации нейро-нечетких моделей, обеспечивает рост точности результатов моделирования в результате замены стандартных функций принадлежности параметров на комбинированные (колоколообразные с порогами);

– использование модели прогнозирования площади пожара, модели оценки успешности реализации плана и модели выбора оптимального плана мероприятий обеспечивает рост точности результатов моделирования за счет устранения ошибок блоком нейтрализации динамических ошибок.

С учетом изложенного выше подтверждено, что разрабатываемая нейро-нечеткая модель управления процессом тушения пожаров в МП, лежащая в основе системы информационно-аналитической поддержки управления тушением пожаров в МП с использованием ННС, обеспечивает повышение эффективности управления действиями пожарных подразделений.

Предполагается, что система информационно-аналитической поддержки управления тушением пожаров в МП, базирующаяся на математическом аппарате ННС, может быть использована в центрах управления в кризисных ситуациях для создания единого информационного пространства МЧС России.

Заключение

Таким образом, в статье отображены особенности построения нейро-нечеткой модели управления процессом тушения пожаров в МП, включающей в качестве базовых блоков нейро-нечеткие модели на базе ННС ANFIS и NEFCLASS и аналитические модели. К рассматриваемым в работе особенностям построения данной модели относятся: построение ННС с комбинированными функциями принадлежности с целью повышения качества аппроксимации входных данных; создание блока устранения динамических ошибок в моделях для корректировки результатов работы модели при получении некорректного результата. С учетом результатов компьютерного моделирования для решения задачи поддержки управления при тушении пожаров в МП подтверждена адекватность моделей путем верификации и валидации. В работе предложено использовать разработанную модель управления процессом тушения пожаров в МП в качестве базового элемента системы поддержки принятия управленческих решений руководителя – системы информационно-

аналитической поддержки управления тушением пожаров в МП на базе ННС, направленной на повышение эффективности действий пожарных.

Литература

1. Станкевич Т.С. Информационно-аналитическая поддержка управления при тушении пожаров в морских портах: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.10. М., 2016. 172 с.
2. Jang J.S.R. ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference systems // IEEE Transactions on SMC. 1993. V. 23. No. 3. Pp. 665-684.
3. Gliwa B. Hybrid neuro-fuzzy classifier based on NEFCLASS model / B. Gliwa, A. Byrski // Computer Science. 2011. V. 12. Pp. 115-135.
4. Nedjah N., de Macedo Mourelle L. Fuzzy Systems Engineering: Theory and Practice. Springer, 2005. 230 p.

Секция 4. Математическое моделирование эколого-экономических систем. Подсекция Экономика

Председатели подсекции "Экономика":
член-корр. РАН Поспелов Игорь Гермогенович,
член-корр. РАН Шананин Александр Алексеевич

О *P*-АДИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ ДИНАМИКИ ИНДЕКСА РТС

С.А. Ахуньянова, * П.М. Симонов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
экономический ф-т, каф. «Информационные системы
и математические методы в экономике»,
Россия, 614990, г. Пермь, ул. Букирева 15,
тел.: 8(342)239-68-49,
e-mail: simpm@mail.ru

Аннотация. На основе эконометрики и эконофизики построены ряд моделей динамики индекса РТС. С помощью этих моделей дан прогноз. Проведено сравнение этих моделей. По числовым показателям получена наиболее адекватная модель – *p*-адическая (с наименьшим значением информационных критериев), с помощью *p*-адической модели получен наиболее точный прогноз (найдена наименьшая величина погрешности прогноза).

Ключевые слова: эконофизика, *p*-адический анализ, эконометрика, динамика индекса РТС, линейная множественная регрессионная модель, модель *ARIMA*, модель *GARCH*, критерий Акаике и Шварца.

Введение

Главной предпосылкой изучения ценовых колебаний, происходящих на финансовых рынках, с помощью методов эконофизики является схожесть физических и экономических процессов. В качестве метода моделирования финансовых процессов выбирается один из методов эконофизики – *p*-адический анализ, который наиболее детально разработан и изучен В.М. Жарковым [1-3, 5, 10], В.М. Жарковым и Н.Н. Павловой [10]. Целью исследования является применение методики *p*-адического моделирования и прогнозирования для колебаний цен на финансовых рынках, предметом – динамика индекса РТС. Все необходимые понятие по *p*-адическому анализу содержатся в статьях [6-9].

Приведено математическое описание *p*-адического анализа – определение *p*-адических чисел и их представление в поле чисел $¤_p$. Оно является полным метрическим (порожденным *p*-адической неархимедовой нормой) полем чисел, что позволяет применять *p*-адические числа для моделирования стохастических явлений. Элементами поля $¤_p$ являются классы эквивалентных последовательностей Коши рациональных чисел относительно *p*-адической нормы.

Найдены преимущества и недостатки *p*-адического анализа по сравнению с эконометрикой. Результаты исследований могут быть использованы для дальнейшего изучения волновых паттернов *p*-адическим отображением, применяемых не только к

ценовым колебаниям, но и к другим экономическим процессам. Кроме того, p-адические модели могут выступать в качестве инструмента технического анализа.

Поэтапное построение эконофизической p-*адической модели доходности индекса РТС*

Продолжено построение модели динамики индекса РТС с использованием эконофизического аппарата: p-адической аппроксимации.

В качестве моделируемого временного ряда взяты ежедневные данные доходности индекса РТС с 04 января 2016 г. по 30 декабря 2016 г. (252 точки), где первая точка ряда равна нулю, а остальные рассчитываются по привычной для этого показателя формуле (1). Для построения p-адической модели выбран именно ряд доходности, так как он является устойчивым, т.е. колебания вокруг среднего значения ряда постоянны (или стационарным в терминах эконометрики), что позволяет применять аппроксимацию паттерна «Флэт» p-адическим отображением:

$$r(\Delta t) = \ln[y(t)] - \ln[y(t - \Delta t)], \quad (1)$$

где y – величина цены закрытия;

Δt – интервал времени, за которое происходит изменение величины цены закрытия.

Выбор p-адического числа. P-адическое число представляет собой некоторое простое число $p \in \{2,3,5,7,11,13, \dots\}$. P-адические числа связаны с целыми ненулевыми числами через разложение последних на слагаемые, а поле p-адических чисел связано с полем рациональных чисел через пополнение последнего по p-адической норме. Таким образом, весь интервал (от первой точки, равной одному, до последней – 252) исследуемого ряда изменения индекса РТС можно записать в каноническом виде с использованием в качестве основания p-адического числа.

Как уже было сказано выше, стационарный ряд доходности описывается с помощью аппроксимации паттерна «Флэт», для которого p-адическое число равно двум.

Представление целого ненулевого числа в p-адическом пространстве. Пусть x – целое ненулевое число, $0.\alpha_0\alpha_1\alpha_2 \dots \alpha_i \dots$ – запись числа x в p-адическом пространстве. Тогда любое целое ненулевое число можно однозначно записать как разложение на слагаемые (2), которые состоят из двух сомножителей: значение α_i, принадлежащее множеству $\{0,1, \dots, p-1\}$, и значение p-адического числа, для которого показатель степени i равен порядковому номеру числа α_i:

$$x(\alpha_i, p) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot p + \alpha_2 \cdot p^2 + \dots = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \cdot p^i, \quad (2)$$

где: $\alpha_i \in \{0,1, \dots, p-1\}$ – множество, из которого состоит целое ненулевое число, в p-адическом пространстве;

$0.\alpha_0\alpha_1\alpha_2 \dots \alpha_i \dots$– запись целого ненулевого числа в p-адическом пространстве;

$i = \overline{1,k}$ – порядковый номер для числа из множества a_i.

Для модели доходности индекса РТС p-адическое число равно двум, поэтому $a_i \in \{0,1\}$.

Выбор аппроксимирующей функции. Визуально определено, что график колебаний стационарного ряда представляет собой линейную функцию, поэтому для моделирования динамики доходности индекса РТС использована кусочно-линейная аппроксимирующая функция.

***P*-адическая модель.** P-адическое уравнение (кусочно-линейная аппроксимация) в общем виде (3) записывается как:

$$\hat{y}_{t,j} = \hat{y}(x_j)_t = \hat{a}_t + \hat{b}_t \cdot x_j\left(\alpha_i, p, \hat{\beta}_i\right), \quad (3)$$

где $\hat{y}_{t,j} = \hat{y}(x_j)_t$–искомая p-адическая функция, зависящая от функции переменной и оценок параметров;

$\hat{a}_t$, $\hat{b}_t$ – оценки параметров a_t и b_t в p-адическом уравнении;

$$x_j(\alpha_i, p, \hat{\beta}_i) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot p^{\hat{\beta}_1} + \alpha_2 \cdot p^{2\cdot\hat{\beta}_2} + \cdots = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \cdot p^{i\cdot\hat{\beta}_i}$$

– функция переменной, зависящая от значения α_i, значения и оценки размерности p-адического числа;

$\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \ldots, \hat{\beta}_i, \ldots \in [0,2]$ – оценка размерности β_i p-адического числа;

$j = \overline{1,n}$ – количество аппроксимирующих p-адических точек;

$t = \overline{1,T}$ – количество исходных точек.

График исходных данных представляет собой линейную функциональную зависимость, однако в p-адическом уравнении оцениваются не только линейные параметры a_t и b_t, но и размерность вектора p-адического числа β_i, которая является показателем степени. Поэтому оптимизирующей функцией становится сумма расстояний между исходными и модельными значениями (4).

$$S = \sum_{t=1}^{T} \left| y_t - \hat{y}_{t,j} \right| \to \min, \tag{4}$$

где y_t – исходные данные;

$\hat{y}_{t,j}$ – данные, полученные на основе модели.

Таким образом, для построения p-адической модели необходимо решить оптимизационную задачу: минимизировать значение целевой функции и получить оценки для переменных a_t, b_t и β_i.

Смоделирован процесс колебания индекса РТС с помощью p-адических чисел двумя способами: составлены две различные системы уравнений, отличающиеся друг от друга количеством уравнений и количеством аппроксимирующих точек. Для обеих систем уравнений найдены оценки коэффициентов (a_t,b_t и β_i) на основе нелинейного метода (метода обобщенного приведенного градиента). Оценка размерности p-адического числа в модели представлена только двумя наборами значений $\hat{\beta}_i \in \{\hat{\beta}_{1,i}, \hat{\beta}_{2,i}\}$. Это означает, что данная оценка характеризует колебания индекса РТС, которые могут быть либо восходящими (импульсные волны), либо нисходящими (корректирующие волны).

1. Система уравнений – 1 включает в себя 22 уравнения и строится на основе 126 аппроксимирующих точек. Каждое уравнение в системе соответствует определенному дню в месяце. Так как это упрощенная модель, то количество дней в месяце одинаково и принято равным двадцати двум (наименьшее количество дней, для которых происходила торговля на бирже, составляет восемнадцать дней и наблюдается в январе, наибольшее – двадцать три дня в августе).
2. Система уравнений – 2 включает в себя 12 уравнений и строится на основе 252 аппроксимирующих точек. Каждое уравнение в системе соответствует двум соседним дням в месяце. Так как это упрощенная модель, то количество дней в месяце принято равным либо двадцати, либо двадцати двум.

Оценка качества *p*-адической модели. Качество p-адической модели, представляющей собой кусочно-линейную аппроксимацию, может быть определено с помощью коэффициента детерминации и подтверждено, согласно критерию Фишера.

Коэффициент детерминации (5) рассчитывается как

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^{T}(y_t - \hat{y}_{t,j})^2}{\sum_{t=1}^{T}(y_t - \bar{y})^2}, \tag{5}$$

гд: y_t – значения наблюдаемой переменной;

$\bar{y}$ – среднее значение по наблюдаемым данным;

$\hat{y}_{t,j}$ – модельные значения, построенные по оцененным параметрам.

Коэффициент детерминации для построенной p-адической модели 1 равен 0,99746, для 2 – 0,966635. Учитывая то, что p-адическая модель однофакторная (в качестве фактора используется p-адическое число), для системы уравнений – 1 вычисленное значение статистики Фишера ($\hat{F} = 98005{,}37$) превышает критическое значение ($F_{\text{крит}}(\alpha = 0{,}05; k_1 = 1; k_2 = 252 - 1 - 1) = 3{,}88$), т.е. нулевая гипотеза о незначимости коэффициента детерминации отклоняется в пользу альтернативной гипотезы на уровне значимости 0,05. Аналогичные результаты для системы уравнений – 2, для которой вычисленное значение статистики Фишера $\widehat{F} = 7242{,}88924$.

Таким образом, коэффициент детерминации существенен для обеих систем уравнений. Это говорит о том, что p-адические уравнения хорошо адаптированы к данным наблюдениям.

Прогнозирование динамики индекса РТС на основе эконометрических и эконофизической моделей, анализ и сравнение полученных прогнозов

Для изучаемого финансового временного ряда – динамики индекса РТС – получены модели, которые имеют значимые оценки коэффициентов и являются адекватными.

1. Линейная множественная регрессионная модель (6) динамики доходности индекса РТС:

$$y_t = \text{const} + F(x) + \varepsilon_t = \text{const} + \sum_{k=1}^{n} \lambda_k \cdot x_{t,k} + \varepsilon_t R, \quad (6)$$

где const – константа;

λ_k, $k = \overline{1,n}$ – k–й неизвестный параметр (коэффициент) линейной регрессионной модели;

ε_t – случайные ошибки в модели.

2. Линейная смешанная модель авторегрессии и скользящего среднего (7) для временного ряда – динамики доходности индекса РТС:

$$y_t = ARMA(p,q) = \text{const} + \sum_{p=1}^{m} \mu_p \cdot y_{t-p} + \sum_{q=1}^{s} \nu_q \cdot \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t, \quad (7)$$

где const – константа;

μ_p, $p = \overline{1,m}$ – p–й неизвестный параметр (коэффициент) линейной авторегрессионной модели;

ν_q, $q = \overline{1,s}$ – q–й неизвестный параметр (коэффициент) линейной модели скользящего среднего;

ε_t – случайные ошибки в модели.

3. Линейная интегрированная модель авторегрессии и скользящего среднего (8) для временного ряда – динамики индекса РТС:

$$\begin{gathered} y_t = ARIMA(p,d,q), \\ \Delta^d y_t = \text{const} + \sum_{p=1}^{m} \mu_p \cdot \Delta^d y_{t-p} + \sum_{q=1}^{s} \nu_q \cdot \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t, \end{gathered} \quad (8)$$

где:$\Delta^d y_t$ – d–я разность для временного ряда y_t;

const – константа;

μ_p, $p = \overline{1,m}$ – p–й неизвестный параметр (коэффициент) линейной авторегрессионной модели;

ν_q, $q = \overline{1,s}$ – q–й неизвестный параметр (коэффициент) линейной модели скользящего среднего;

ε_t – случайные ошибки в модели.

4. Нелинейная обобщенная авторегрессионная модель условной гетероскедастичности (9):

$$\begin{gathered} y_t = GARCH(p,q), \\ r_t = \text{const} + \sum_{k=1}^{n} \lambda_k \cdot x_{t,k} + y_t, \\ y_t = \varepsilon_t \cdot \sqrt{\sigma_t^2} = \varepsilon_t \cdot \sigma_t, \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \cdot y_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \cdot \sigma_{t-j}^2, \end{gathered} \tag{9}$$

где const – константа в исходном уравнении;

λ_k, $k = \overline{1,n}$ – k–й неизвестный параметр (коэффициент) линейной регрессионной модели;

$y_t|Y_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$ – случайные ошибки в модели;

$\varepsilon_t \sim N(0,1)$ – белый шум;

σ_t^2 – условная дисперсия;

α_0 – константа в $GARCH(p,q)$-модели;

α_i, $i = \overline{1,p}$ – i–й неизвестный параметр (коэффициент) нелинейной авторегрессионной модели;

β_j, $j = \overline{1,q}$ – j–й неизвестный параметр (коэффициент) нелинейной модели скользящего среднего.

5. P-адическая кусочно-линейная аппроксимация:

$$\begin{gathered} y_{t,j} = y\left(x_j\right)_t + \varepsilon_t = a_t + b_t \cdot x_j(\alpha_i, p, \beta_i) + \varepsilon_t = \\ = a_t + b_t \cdot \left[\alpha_0 + \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \cdot p^{i \cdot \beta_i}\right] + \varepsilon_t, \end{gathered} \tag{10}$$

где $y\left(x_j\right)_t$ – искомая p-адическая функция, зависящая от функции переменной и параметров;

ε_t – случайные ошибки в модели;

a_t, b_t – параметры a_t и b_t в p-адическом уравнении;

$x_j(\alpha_i, p, \beta_i) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot p^{\beta_1} + \alpha_2 \cdot p^{2 \cdot \beta_2} + \cdots = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \cdot p^{i \cdot \beta_i}$ – функция переменной, зависящая от значения α_i, значения и размерности p-адического числа;

$\alpha_i \in \{0,1\}$ – множество, из которого состоит целое ненулевое число, в p-адическом пространстве;

$\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_i, \ldots \in [0,2]$ – размерность β_i p-адического числа;

$j = \overline{1,n}$ – количество аппроксимирующих p-адических точек;

$t = \overline{1,T}$ – количество исходных точек.

Далее приведены прогнозы за период с 03 января по 15 марта 2017 г. для вышеуказанных моделей.

Выводы по построенным моделям и прогнозам эконометрического и эконофизического анализа.

Сначала проведено сравнение построенных моделей. Модели оценены с нескольких позиций (

).

1. Количество входящих в модель предопределенных переменных. Указано число всех переменных (лаговых и текущих экзогенных переменных, лаговых эндогенных переменных), включенных в модель.
2. Количество оцениваемых параметров. Указано число констант и всех коэффициентов при предопределенных переменных.
3. Количество уравнений, описывающих модель.
4. Оценка адекватности модели. Для проверки качества построенных моделей используются информационные критерии (критерий Акаике и Шварца). Они по

своей идеологии близки к скорректированному коэффициенту детерминации и рассчитываются как для регрессии, так и для моделей временных рядов.

Таблица 1. Сводная таблица построенных моделей динамики индекса РТС

Модели	Количество предопре-деленных переменных	Число оценок параметров	Число уравне-ний	Критерий Акаике	Критерий Шварца
Линейная модель множественной регрессии	9	10	1	-1787,4	-1752,1
Линейная смешанная модель авторегрессии и скользящего среднего	6	7	1	-1323,3	-1295,1
Линейная интегрированная модель авторегрессии и скользящего среднего	3	4	1	2075,58	2093,21
Нелинейная обобщенная авторегрессионная модель условной гетероскедастич-ности	5	7	2	-1569,4	-1541,2
P-адическая кусочно-линейная модель 1	3	60	22	**-2165,15**	**-2064,3**
P-адическая кусочно-линейная модель 2	3	40	12	-890,7	-823,5

При сравнении построенных моделей определено, что не существует модели, которая бы однозначно была наилучшей. Так, наиболее точной оказалась p-адическая модель 1, тогда как по количеству предопределенных переменных, оцениваемых параметров и уравнений в совокупности лучшими являются $ARMA(p,q)$- (одно уравнение, но шесть объясняющих переменных) и $GARCH(p,q)$-модели (пять объясняющих переменных, но два уравнения).

При изучении прогнозов рассмотрены следующие аспекты (

Таблица 2).

1. Процент прогнозных точек в доверительном интервале. По всем прогнозам, полученным на основе модели, принято, что только 5% наблюдений будут давать значения, выходящие за границы доверительного интервала.

2. Оценка погрешности. Для всех прогнозов определено значение ошибки прогноза, которое рассчитывается как модуль разности отклонений между исходными данными и прогнозными значениями.

Таблица 2.Сводная таблица полученных прогнозов динамики индекса РТС

Модели	Процент точек в доверительном интервале	Оценка погрешности (модуль разности отклонений)
Линейная модель множественной регрессии	92%	2293,648
Линейная смешанная модель авторегрессии и скользящего среднего	**98%**	3478,635
Линейная интегрированная модель авторегрессии и скользящего среднего	88%	2654,2
Нелинейная обобщенная авторегрессионная модель условной гетероскедастичности	92%	1336,587
P-адическая кусочно-линейная модель 1	88%	1236,0246
P-адическая кусочно-линейная модель 2	96%	**496,0225**

По табл.2 сделан вывод о том, что за весь прогнозный период наименьшее значение суммы отклонений соответствует p-адической кусочно-линейной модели 2. Для такой модели процент наблюдений, выходящих за границы доверительного интервала, не превышает принятый уровень (95%) и составляет 96%. Выше процент попадания прогнозных значений в границы доверительного интервала у смешанной модели авторегрессии и скользящего среднего (98%), но это объясняется тем, что для моделей временных рядов характерно расширение границ доверительного интервала с увеличением количества наблюдений.

Таким образом, для анализируемых моделей и их прогнозов получены следующие выводы.

1. По пониманию построения модели и прогноза: регрессионная модель является наиболее простой для понимания моделью, так как имеет привычный вид записи и оценивается с помощью метода наименьших квадратов для линейных функций.
2. По трудоемкости построения модели и прогноза: построение p-адической модели и прогноза осуществлено достаточно быстро, так как нет необходимости искать факторы, проверять условия теоремы Гаусса – Маркова, как для регрессии, или определять порядок авторегрессии и скользящего среднего, проводить тесты, как для модели временных рядов.
3. По соотношению «количество переменных – количество параметров – количество функций»: с наименьшим числом переменных, параметров и функций получены $ARMA$- и GA-модели.
4. По визуальному представлению (Рис. 1): реальные данные прогноза хорошо интерпретируются данными по G-модели и p-адической модели 2. Прогноз по GA-модели передает характер изменений индекса РТС (хотя и не на всем горизонте прогнозирования верно), а по p-адической – тенденцию развития. Прогноз по p-адической модели 2 представляет собой сглаживающий график, в котором четко прослеживается верная динамика реальных данных.

5. По числовым показателям: получена наиболее адекватная модель – p-адическая (с наименьшим значением информационных критериев), с помощью p-адической модели получен наиболее точный прогноз (найдена наименьшая величина погрешности прогноза), на основе A-модели получен наиболее надежный прогноз (практически отсутствуют выбросы за пределы доверительного интервала).

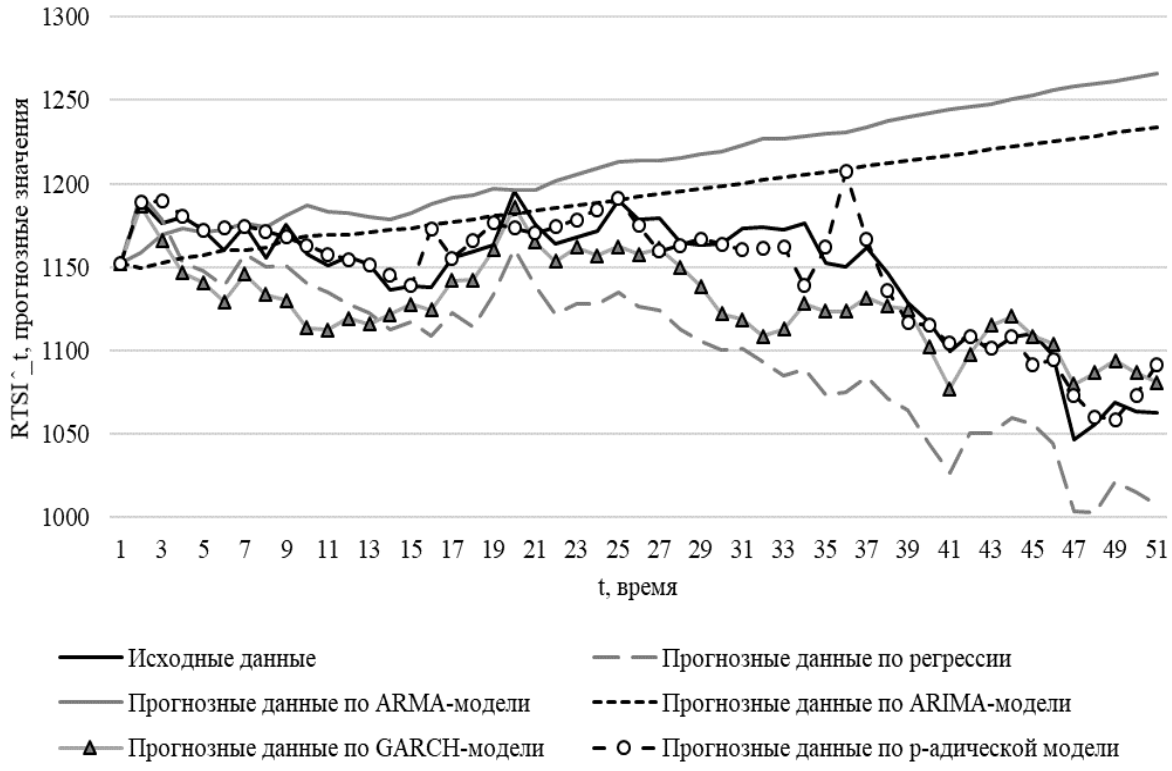


Рис. 1. График реальных данных (динамики индекса РТС) на прогнозный период и графики прогнозов на основе исследуемых моделей

Следовательно, для моделирования колебаний индекса РТС наилучшими являются как эконометрические нелинейные модели стохастических процессов ($GARCH$-модели), так и эконофизические модели (p-адические модели). Для целей прогнозирования используются также $GARCH$ и p-адическая модели.

Литература

1. Жарков В.М. Моделирование сложных систем с обменом информации физическими методами // Вестник Пермского университета. Сер. «Информационные системы и технологии». 2001. Вып. 5. С. 126–130.
2. Жарков В.М. Численное моделирование магнетиков в адельном представлении // Вестник Пермского университета. Сер. «Информационные системы и технологии». 2001. Вып. 5. С. 131–136.
3. Жарков В.М. Адельная теория фондового рынка // Вестник Пермского университета. Сер. «Информационные системы и технологии». 2003. Вып.6. С. 75–81.

4. Жарков В.М., Павлова Н.Н. *P*-адическая аппроксимация ценовых рядов // Вестник Пермского университета. Сер. «Информационные системы и технологии». 2009. Вып. 9 (35). С. 25–29.
5. Жарков В.М. *P*-адическая теория фондового рынка // VI Всероссийская научная конференция "Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и биотехнологий", ЭКОМОД-2010, посвященная памяти академика РАН А.А. Петрова. г. Киров, 27 июня – 3 июля 2011 / Сборник трудов. Киров: Изд-во ВятГУ, 2011. С. 165–172.
6. Симонов П.М., Филимонова С.А. *P*-адическая аппроксимация изменения цен // Экономика и управление: актуальные проблемы и поиск путей решения: материалы регион. молодых ученых и студентов (Пермь, Перм. гос. ун-т, 22 апр. 2015 г.) / отв. ред. А.М. Ощепков; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. Пермь, 2015. С. 82–87.
7. Симонов П.М., Филимонова С.А. Моделирование динамики индекса РТС на основе *p*-адической аппроксимации // IX Всероссийская научная конференция «Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и технологий», ЭКОМОД-2016 [Электронный ресурс]: г. Киров, 4–9 июля 2016 / Сборник материалов конференции // Под ред. И.Г. Поспелова и А.В. Шатрова. Киров: Изд-во ВятГУ, 2016. С. 122–132.
8. Симонов П.М., Филимонова С.А. К вопросу о моделировании динамики индекса РТС на основе *p*-адической аппроксимации // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий// IX междунар. конф. «ПМТУКТ-2016» / под ред. И.Л. Батаронова, А.П. Жабко, В.В. Провоторова; Воронеж. гос. техн. ун-т, Моск. гос. ун-т, С.- Петербург. гос. ун-т, Воронеж. гос. ун-т, Пермск. гос. нац. исслед. ун-т, Пермск. нац. исслед. политех. ун-т. Воронеж: Изд-во «Научная книга», 2016. С. 315–319.
9. Симонов П.М., Филимонова С.А. *P*-адическое моделирование динамики индекса РТС в зависимости от таймфреймов // Вестник Пермского университета. Сер. «Экономика» = Perm University Herald. Economy. 2016. – № 4(31). С. 74–85.
10. Zarkov V. Adelic theory of stock market. Market Risk and Financial Markets Modeling. Berlin, Heidelberg e.a.: Springer-Verlag, 2012, chapter 23. P. 255–267.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАКАЗОВ НА ПАССАЖИРСКИЕ ПЕРЕВОЗКИ

***Н.С. Багров, Д.В. Денисов, Д.Ю.Голембиовский**

Московский государственный университет им. М.В Ломоносова,
факультет вычислительной математики и кибернетики, каф. исследования операций,
Россия, 119991, г. Москва, ул. Ленинские горы 1с, 52,
e-mail: nikitacmc@gmail.com, golemb@cs.msu.su, dvden@cmc.msu.ru

,

Аннотация. Исследуется задача оптимизации заказных пассажирских перевозок автобусным транспортом с динамическим формированием маршрута. В качестве ограничений рассматриваются такие параметры, как вместимость транспорта, максимальное допустимое время ожидания и прибытия. Основным критерием оптимизации является минимум величины арендной платы за автобусы, обслуживающие маршруты, рассчитанные в соответствии с динамически формируемым портфелем заказов. Минимум данной величины, в свою очередь, позволяет определить допустимый размер платы, взимаемой с пассажира за перевозку.
Задача представляет собой NP-сложную задачу разделения графа на подграфы в нестандартной постановке. Алгоритм решения задачи построен на базе модификации «муравьиного» алгоритма.

Ключевые слова: оптимизация, транспорт, муравьиный алгоритм, задача разрезания графа, пассажирские перевозки**.**

1. Введение. Транспортная отрасль России

В последние 20 лет в мире наблюдается значительное повышение числа личных автомобилей у населения. Такая динамика сильно усугубляет дорожную ситуацию в крупных городах, а также негативно сказывается на рынке общественного транспорта. Именно с ростом количества личных автомобилей можно связать падение пассажирооборота на всех общественных видах транспорта.

Рис. 1

Анализируя статистику, предоставляемую Федеральной службой государственной статистики, (см. рис. 1), можно увидеть, что число собственных легковых автомобилей на 1000 человек населения в России за 20 лет (с 1990 г. по конец 2010 г.) увеличилось практически на 200 шт. и с каждым годом сохраняет растущий тренд.

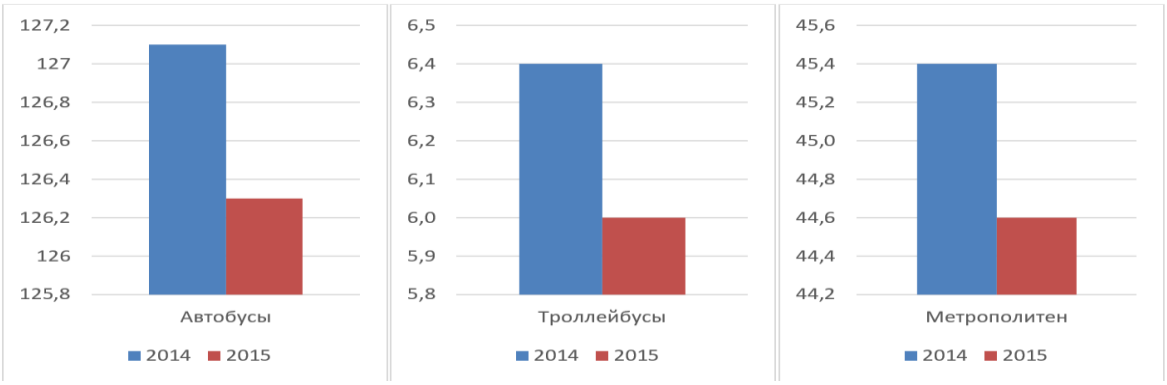


Рис. 2

На рис. 2 показана динамика падения пассажирооборота основных общественных видов транспорта за 2014 г. и 2015 г., основанная на данных Единой межведомственной информационно-статистической системы.

Объем перевозок пассажиров автобусным транспортом уменьшился за год на 0.6%, в то время как троллейбусный – на 6.3%, а метрополитена – на 1.8%.

Приведенные на рис. 1 и 2 данные позволяют сделать вывод, о том, что если рынок личного транспорта России сохранит существующий тренд развития, дорожная ситуация с каждым годом будет становиться только хуже. Таким образом, рассматриваемая в рамках данной работы тема оптимизации транспортного трафика в крупных городах России имеет высокую актуальность и важное прикладное значение.

2. Описание задачи оптимизации заказных пассажирских перевозок

Основная идея создания алгоритма оптимизации заказных пассажирских перевозок заключается в уменьшении числа людей, совершающих поездки на личных легковых автомобилях или такси. С целью уменьшения количества транспортных средств на дорогах предлагается объединять следующих по смежным маршрутам людей в микроавтобусы, маршруты которых будут проходить через желаемые пункты назначения пассажиров по некоторому оптимально рассчитанному маршруту.

Заказы на микроавтобусы должны выполняться аналогично заказам такси: пользователь указывает место отправления, место прибытия, время отправления и количество людей в данном заказе. После сбора необходимого количества информации, происходит выполнение оптимизационного алгоритма, который соберет имеющиеся заказы в один или несколько маршрутов и сообщит примерное время прибытия в конечную точку пользователя.

Стоимость поездки считается фиксированной для всех пользователей, т.е. цена не будет зависеть от длительности поездки. Финансовая политика, таким образом, должна максимально напоминать уже имеющиеся городские маршрутные автобусы, где стоимость проезда фиксирована.

Отличие от городских маршрутных автобусов заключается в том, что заказной микроавтобус приедет к желаемому месту посадки в указанное при заказе время, и

отвезет ровно на желаемое место прибытия, в то время как городские маршрутные автобусы перемещаются независимо от пассажиров и только по остановкам городского транспорта.

Основным предположением оптимизационной задачи является то, что все маршрутные автобусы берутся в аренду у депо, т.е. стоимость обслуживания микроавтобуса и начисления водителям уже входят в арендуемую стоимость.

3. Алгоритм муравьиной колонии оптимизации заказных пассажирских перевозок

3.1. Постановка задачи

Пусть каждая точка на карте Москвы задается вектором координат, который содержит две компоненты. При осуществлении заказа клиент сообщает необходимое ему время прибытия в конечный пункт. Клиенту сообщается приблизительное время пути (с некоторым запасом, величину которого предстоит определить экспериментально). В результате рассчитывается время посадки в автобус.

Таким образом, каждая географическая точка, фигурирующая в портфеле заказов, имеет время прибытия. Также клиент сообщает количество пассажиров своего заказа: каждому заказу соответствует некоторое количество пассажиров, которые садятся в начальной точке и высаживаются в конечной точке. Случай, когда пассажиры должны выходить в разных местах, оформляется как несколько разных заказов.

Имеется несколько депо с известными географическими координатами. Известно количество различных типов автобусов для каждого депо, их вместимость, стоимость аренды за час и минимальное время аренды. При заказе микроавтобуса оплачивается один дополнительный час за подачу автобуса. Количество автобусов каждого типа считается неограниченным и каждый из них должен вернуться в свое депо по завершении работы.

Считается, что к моменту решения оптимизационной задачи портфель заказов уже сформирован; изменение портфеля в процессе перевозок не рассматривается. Также будем считать, что пассажиры не опаздывают. Стоимость поездки одинакова для всех типов автобусов и не зависит от ее длительности.

Рассмотрим **переменные** задачи (табл. 1). Заглавными латинскими буквами расширенного набора обозначаются множества. Обычными заглавными латинскими буквами – параметры задачи и ее переменные. Маленькие латинские буквы соответствуют индексам.

Таблица 1

Обозначение	Комментарий
Исходные данные	
$\mathbb{D}$	Множество депо
C_d	Двумерный вектор географических координат d –го депо; $d \in \mathbb{D}$
$\mathbb{B}_d$	Множество типов автобусов $d-$ го депо
$V_{bd}, b \in \mathbb{B}_d, d \in \mathbb{D}$	Максимальное число пассажиров в автобусе b-го типа, принадлежащем d-му депо
$R_{bd}, b \in \mathbb{B}_d, d \in \mathbb{D}$	Стоимость аренды автобуса b-го типа, принадлежащего d-му депо, руб./час
$P_{bd}, b \in$	Минимальное время аренды автобуса b-го типа,

$\mathbb{B}_d$, $d \in \mathbb{D}$	принадлежащего d-му депо, часов
$\mathbb{O}$	Множество заказов
$S_o, o \in \mathbb{O}$	Двумерный вектор координат начальной точки o–го заказа
$F_o, o \in \mathbb{O}$	Двумерный вектор координат конечной точки o–го заказа
$T_o^S, o \in \mathbb{O}$	Необходимое время прибытия в начальную точку o –го заказа
$T_o^F, o \in \mathbb{O}$	Необходимое время прибытия в конечную точку o –го заказа
$W_o, o \in \mathbb{O}$	Число пассажиров o–го заказа
I	Число итераций алгоритма; $i = 1, \dots, I$ – номер текущей итерации
Переменные задачи	
$\mathbb{O}_i$	Множество нераспределенных заказов в текущий момент времени на i – й итерации
N_i	Число формируемых маршрутов (задействованных автобусов) на i – й итерации
$\mathbb{M}_{ni}, \mathbb{T}_{ni}, \mathbb{W}_{ni}^{\mathbb{M}}$ $n = 1, \dots, N_i$	Множества, определяющие n-ый маршрут на i – й итерации. Элементами упорядоченного множества $\mathbb{M}_{ni}$ являются точки на карте Москвы, заданные своими координатами. Первый и последний элементы данного множества совпадают и являются координатами одного из депо (одного из элементов множества $\mathbb{D}$). Множество $\mathbb{T}_{ni}$ также упорядочено; его элементами являются моменты требуемого времени прибытия в соответствующие географические точки множества $\mathbb{M}_{ni}$ (первый элемент – время отправления из соответствующего депо). Каждый элемент множества $\mathbb{W}_{ni}^{\mathbb{M}}$ равен числу пассажиров, которые садятся в автобус (в этом случает число положительно) или выходят из автобуса (в этом случае число отрицательно) в соответствующей точке из множества $\mathbb{M}_{ni}$.
L_{ni}	Число элементов во множествах $\mathbb{M}_{ni}, \mathbb{T}_{ni}$, $\mathbb{W}_{ni}^{\mathbb{M}}$, полученных на i – й итерации
m_{ni}^l	l-й элемент множества $\mathbb{M}_{ni}$
t_{ni}^l	l-й элемент множества $\mathbb{T}_{ni}$
w_n^l	l-й элемент множества $\mathbb{W}_{ni}^{\mathbb{M}}$
H_i	Стоимость аренды автобусов на итерации i
$T^1(\mu_1, \tau_1, \mu_2)$	Функция, значение которой равно времени движения из точки μ_1 до точки μ_2при условии, что автобус выехал из точки μ_1во время τ_1. Значение функции вычисляется при помощи GoogleMaps Directions API.
$T^2(\mu_1, \tau_2, \mu_2)$	Функция, значение которой равно времени движения из точки μ_1 до точки μ_2при условии, что автобус должен прибыть в точку μ_2во время τ_2. Значение функции вычисляется при помощи Google Maps Directions API.
$d_{ni} \in \mathbb{D}$	Депо, автобус которого выполняет n-й маршрут на i - й итерации
$b_{ni} \in \mathbb{B}_{d_{ni}}$	Тип автобуса, следующего по n-му маршруту на i - й итерации

Сформулируем **постановку задачи**:

Критерий оптимизации – минимум арендной платы за автобусы:

$$\min_{N_i,\mathbb{M}_{ni},\mathbb{T}_{ni},d_{ni},b_{ni},n=1,\dots,N_i} \sum_{n=1}^{N_i} R_{b_{ni}d_{ni}}\left(\max\ \left(t_{ni}^{L_{ni}-1} - t_{ni}^{2}, P_{b_{ni}d_{ni}}\right) + 1\right) \quad (1)$$

Ограничения:

Начальная и конечная точки одного заказа принадлежат одному и тому же множеству$\mathbb{M}_{ni}$:

$$S_o \in \mathbb{M}_{ni} \rightarrow F_o \in \mathbb{M}_{ni} \forall o \in \mathbb{O} \quad (2)$$

По времени прибытия:

$$t^{l}_{\square i} \geq t_{ni}^{l-1} + T\left(m_{ni}^{l-1}, t_{ni}^{l-1}, m_{ni}^{l}\right), l = 2, \dots, L_{ni}, n = 1, \dots, N_i \quad (3)$$

По загрузке автобусов:

$$\sum_{l=1}^{l^*} w_{ni}^{l} \leq V_{b_{ni}d_{ni}}, l^* = 1, \dots, L_{ni}, n = 1, \dots, N_i \quad (4)$$

На начало и завершение маршрута в одном и том же депо:

$$m_{ni}^{1} = C_d \ \rightarrow m_{ni}^{L_n} = C_d \ , n = 1, \dots, N_i \quad (5)$$

Задача (1) – (5) представляет собой нестандартную задачу разделения графа на подграфы («разрезания графа»). В стандартных задачах такого типа критерием оптимизации является минимум связей между подграфами. В рассматриваемой задаче критерий оптимизации – это минимальное число подграфов, поскольку каждый граф соответствует автобусу, за который нужно платить арендную плату. Кроме этого, задача включает необычные для задачи разрезания графа ограничения (2) – (5).

В любом случае задача о разрезании графа является NP-сложной и может быть точно решена только для небольших размерностей (для нескольких десятков вершин). В то же время данная задача имеет большое прокладное значение. Например, ее приходится решать при проектировании СБИС, так как необходимо разделять реализуемую электронную схему на слои. Для решения задачи разделения графа на подграфы разработано достаточно большое число приближенных эвристических алгоритмов. В частности, в указанных выше источниках для ее решения применяются «муравьиные» алгоритмы, которые традиционно применялись в задаче коммивояжера.

Поскольку рассматриваемая задача имеет существенные особенности, для ее решения в данной работе предлагается специальный «муравьиный алгоритм».

3.2. Описание реализуемого алгоритма

3.2.1. Схема работы муравьиного алгоритма разрезания графа на подграфы

Пусть граф содержит k вершин, раскрашенных случайным образом, причем в каждый цвет окрашено одинаковое количество вершин. На случайные вершины помещается n муравьев. Пусть A – множество цветов, в которые окрашены вершины графа, $a_i \in A, i = 1, m$ – цвет.

При запуске алгоритма муравьи начинают перемещаться по графу и менять цвет вершин по заданному оптимизационному критерию.

Таким образом, на каждой итерации муравей движется в смежную вершину i, которая, в свою очередь, окрашена в цвет $a_p, p \in [1; m]$, имеющую наибольшее число соседних вершин, окрашенных различными цветами. Муравей меняет цвет вершины i так, чтобы понизить это число. Таким образом, вершина i становится окрашенной в цвет $a_q, q \in [1; m]$. В то же время для сохранения баланса случайным образом выбирается вершина j, окрашенная в цвет a_q, и ее цвет меняется на a_p. По завершении итерации алгоритма обновляется значение целевой функции.

Итерация алгоритма повторяется случайным образом для каждого муравья: муравей передвигается на наихудшую смежную вершину с вероятностью p_m (в противном случае движется в случайную вершину), и назначает ей наилучший цвет с вероятностью p_c (в противном случае назначает случайный цвет), при этом параметры p_m и p_c являются настраиваемыми. Вероятностный подход к реализации алгоритма исключает возможность зацикливания на локальном минимуме.

Процесс повторяется до тех пор, пока не будет найдено решение, удовлетворяющее всем ограничениям, или пока алгоритм не зациклится.

3.2.2. Схема работы муравьиного алгоритма для решения нестандартной задачи разрезания графа

На каждой итерации получается новое разбиение графа, вершины которого соответствуют векторам S_o и $F_o, o \in \mathbb{O}$, на подграфы. По достижении заданного числа итераций I алгоритм останавливается и лучшее из найденных решений становится окончательным решением. Разделение графа на подграфы (распределение заказов по автобусам) в рамках каждой итерации осуществляется последовательно. В дальнейшем в связи с рассматриваемой содержательной интерпретацией алгоритма вместо термина «муравей» будем использовать слово «автобус».

Вначале случайно выбирается депо, из которого поедет автобус, чтобы забрать пассажиров самого раннего заказа. Вероятности использования определенного депо пропорциональны времени движения из депо до начальной точки самого раннего заказа. Также случайно выбирается тип автобуса из множества $\mathbb{B}_d$. Затем автобусу случайно назначаются новые заказы, так чтобы не нарушались ограничения (2) – (5). При этом вероятность назначения одного из допустимых заказов $o \in \mathbb{O}_i$ пропорциональна величине $W_o/(T_o^F - T_o^S)$. Если допустимые заказы отсутствуют, автобус возвращается в депо.

После этого, если не все заказы распределены по автобусам, то случайным образом выбирается депо, из которого поедет автобус для выполнения нераспределенного заказа с самым ранним временем начала движения. Затем описанная выше процедура повторяется.

Подробная запись алгоритма при помощи псевдокода:

Делать от $i = 1$ до I

$\mathbb{O}_i \coloneqq \mathbb{O}$;

$$n \coloneqq 0;$$

Делать пока $\mathbb{O}_i \neq \emptyset$

$$n \coloneqq n + 1;$$

$\mathbb{M}_{ni} \coloneqq \emptyset$; $\mathbb{T}_{ni} \coloneqq \emptyset$; $\mathbb{W}_{ni}^{\mathbb{M}} \coloneqq \emptyset$;

Выбрать заказ $o^* \in \mathbb{O}_i$ такой, что $T_{o^*}^S = \min_{o \in \mathbb{O}_i} T_o^S$;

{Выбрать депо d_{ni}, из которого поедет автобус на самый ранний заказ o^* из множества $\mathbb{O}_i$. Для этого выбрать значение случайной величины с распределением $\frac{T^2\left(C_{d^*}, T_{o^*}^S, S_{o^*}\right)}{\sum_{d \in \mathbb{D}} T^2\left(C_d, T_{o^*}^S, S_{o^*}\right)}$,

$d^* \in \mathbb{D}$. Сделать$C_{d_{ni}}$ первым элементом множества $\mathbb{M}_{ni}$;

разность $T_{o^*}^S - T^2\left(C_{d_{ni}}, T_{o^*}^S, S_{o^*}\right)$ – первым элементом множества $\mathbb{T}_{ni}$; ноль – первым элементом множества $\mathbb{W}_{ni}^{\mathbb{M}}$. На основе равномерного распределения выбрать тип автобуса b_{ni}, отправляющегося в поездку};

{Включить элементы S_{o^*} и F_{o^*} во множество $\mathbb{M}_{ni}$; $T_{o^*}^S$ и $T_{o^*}^F$ – во множество $\mathbb{T}_{ni}$; W_{o^*} –во множество $\mathbb{W}_{ni}^{\mathbb{M}}$. Исключить элемент o^* из множества $\mathbb{O}_i$};

Делать пока $\overline{\mathbb{O}}_i \neq \emptyset$

{Выбрать $\overline{\mathbb{O}}_i \subset \mathbb{O}_i$, такое, что добавление к маршруту любого элемента $o \in \overline{\mathbb{O}}_i$ не приводит к нарушению ограничений (2) – (5). Случайным образом выбрать заказ $o^* \in \overline{\mathbb{O}}_i$, используя дискретное распределение вероятностей $\frac{W_{o'}/\left(T_{o'}^F - T_{o'}^S\right)}{\sum_{o \in \overline{\mathbb{O}}_i} W_o/\left(T_o^F - T_o^S\right)}$, $o' \in \overline{\mathbb{O}}_i$. Включить элементы S_{o^*} и F_{o^*} во множество $\mathbb{M}_{ni}$; $T_{o^*}^S$ и $T_{o^*}^F$ во множество $\mathbb{T}_{ni}$; W_{o^*} во множество $\mathbb{W}_{ni}^{\mathbb{M}}$. Исключить элемент o^* из множества $\mathbb{O}_i$};

Конец

Конец

{Рассчитать стоимость аренды автобусов H_iв итерации i как значение целевой функции из выражения (1)};

Конец

Выбрать i^*, такое, что $H_{i^*} = \min_{i=1,\dots,I} H_i$. Решение i-й итерации считать решением задачи.

После предварительного тестирования алгоритма для уменьшения суммарной стоимости аренды автобусов было принято решение выделять отдельно заказы, входящие в маршруты, в которых время аренды микроавтобуса меньше минимального времени аренды. Заказы, удовлетворяющие этому условию, развозятся в отдельных машинах по тарифам такси.

Докажем теорему о вероятности сходимости рассматриваемого алгоритма к оптимальному решению:

Теорема 2. Пусть $P^*(\theta)$ – это вероятность того, что алгоритм сойдется к оптимальному решению за первые θ итераций. Тогда, $\forall\, \varepsilon > 0$ сколь угодно малого и для достаточно большого θвыполняется

$$P^*(\theta) > 1 - \varepsilon, \text{ или } \lim_{\theta \to \infty} P^*(\theta) = 1.$$

Доказательство

Пусть $\max_{o \in \overline{\mathbb{O}}_i} \frac{W_o}{T_o^F - T_o^S} = \gamma_{max}$, $\min_{o \in \overline{\mathbb{O}}_i} \frac{W_o}{T_o^F - T_o^S} = \gamma_{min}$. Любой возможный выбор новой компоненты в функции

$$P(c_{h+1} = o^* | x_h) = \begin{cases} \dfrac{\dfrac{W_{o^*}}{T_{o^*}^F - T_{o^*}^S}}{\sum_{o \in \overline{\mathbb{O}}_i} \dfrac{W_o}{T_o^F - T_o^S}}, & o^* \in \overline{\mathbb{O}}_i \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

для любого x_h выполняется с вероятностью $p_{min} > 0$. Тривиальная нижняя оценка p_{min} задается следующим образом:

$p_{min} \geq \hat{p}_{min} = \frac{\gamma_{min}}{(N_C - 1)\gamma_{max} + \gamma_{min}}$,

где N_C – это мощность множества C компонент, C = $\overline{\mathbb{O}}_i$, т.е. для нижней оценки рассматривается худший возможный выбор следующей компоненты: выбирается компонента с γ_{min}, в то время как остальные (их максимальное количество равно $(N_C - 1)$, имеют γ_{max}.

Следовательно, $\forall$ решение $s' \in S$, включая оптимальное $s^* \in S^*$, может быть построено с вероятностью $\hat{p} = \hat{p}_{min}^n > 0$, где $0 < n < +\infty$– максимальная длина последовательности. Следовательно, нижняя оценка $P^*(\theta)$ задается как

$\hat{P}^*(\theta) = 1 - (1 - \hat{p})^\theta$. При выборе достаточно большого θ эта вероятность может быть больше $\forall\, (1 - \varepsilon)$. Следовательно, $\lim_{\theta \to \infty} P^*(\theta) = 1$.

Теорема доказана.

4. Вычислительный эксперимент

4.1. Входные данные

Пусть множество депо $\mathbb{D}$ состоит из пяти элементов, в каждом депо есть 5 типов автобусов различной грузоподъемности, минимального времени аренды и стоимостью аренды за час.

В качестве множества заказов $\mathbb{O}$ используются данные заказов такси в городе Москве, где каждый заказ содержит время отправления и прибытия и соответствующие координаты. При этом данные выбираются так, чтобы время отправления находилось в пределах от 7:00 до 22:00. Время прибытия в конечный пункт заказа определяется как сумма времени отправления из начальной точки, времени проезда (определяемого с помощью GoogleMapsDirections API) и запаса G, величина которого подбирается экспериментально.

Количество пассажиров каждого заказа выбирается на основе следующего распределения: 1 пассажир с вероятностью 0,7; 2 пассажира – 0,2; 3 пассажира – 0,1.

Необходимо исследовать зависимость качества решений от числа проведенных итераций оптимизационного алгоритма. На основе полученных результатов сделать вывод о достаточной для прибыльности бизнеса стоимости одной поездки.

4.2. Тестирование алгоритма

Алгоритм тестируется на множестве заказов, состоящем из 50 элементов, таких что время отправления каждого заказа лежит между 7:00 и 16:00. Программа запускается многократно для разного значения запаса G.

Рассмотрим результаты алгоритма в реализации, когда стоимость маршрутов, длительность которых меньше минимального времени аренды микроавтобуса, рассчитывается по формуле $R_{b_{ni}d_{ni}} * (P_{b_{ni}d_{ni}} + 1)$.

1) G= 0, т.е. маршруты строятся без запаса времени. Для тестирования было проведено 5 итераций алгоритма дважды. Результаты показаны на рис. 8.

Результаты применения алгоритма при данных условиях представлены на рис. 3. За десять итераций наименьшая стоимость на человека равна 819 руб., что больше средней стоимости поездки на такси. Следовательно, выбранный режим запуска программы без временного окна в качестве запаса времени и с классическим способом расчета стоимости маршрута, не влезающего в минимальное время аренды, не является оптимальным.

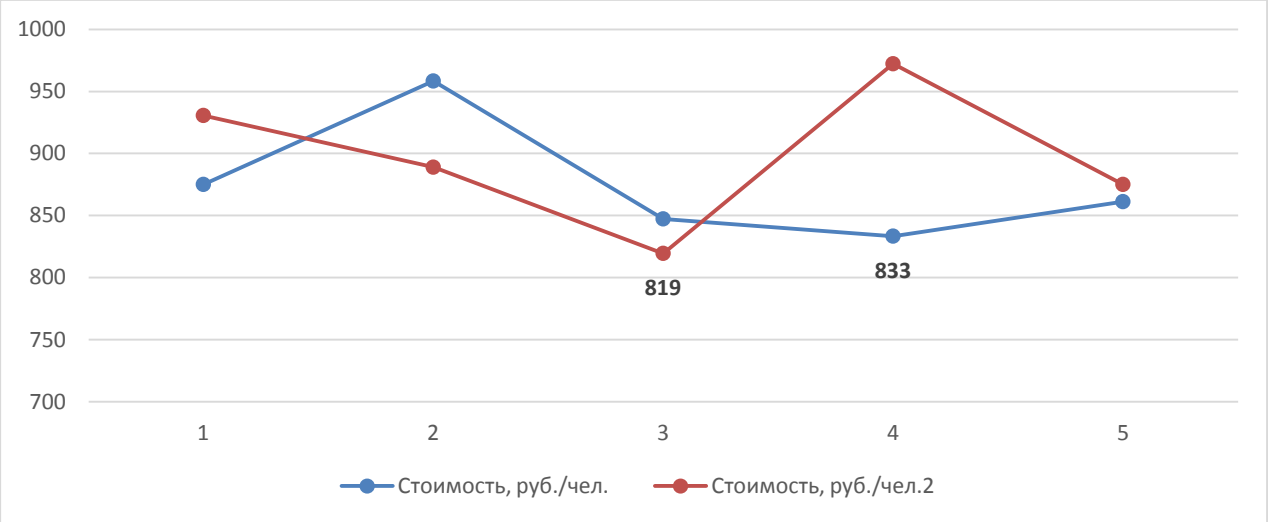


Рис. 3

2) *G*= 15 мин. Для тестирования было проведено 5 итераций алгоритма. Результаты показаны на рис. 9.

Из графика видно, что увеличение временного окна на столь малое значение не улучшает получаемые результаты. Наоборот, за счет увеличения длины планируемой поездки, стоимость проезда также растет.

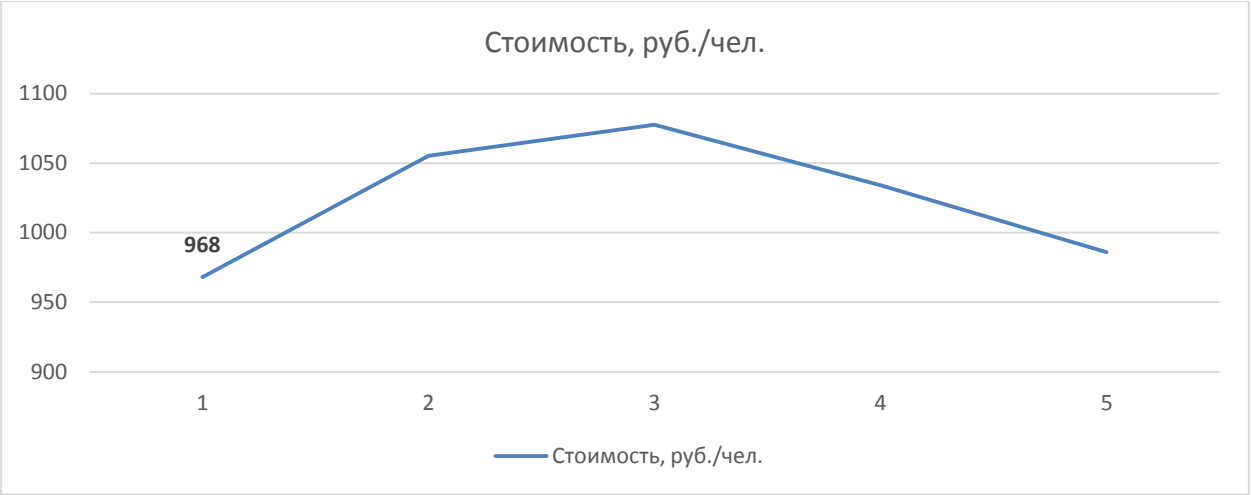


Рис. 4

3) *G*= 1 час. Для тестирования было проведено 5 итераций алгоритма. Результаты показаны на рис. 10.

Как видно из получившихся данных, увеличение временного окна ухудшило получившиеся результаты в среднем на 100-200 руб./чел.

Это можно связать с тем, что при составлении последних маршрутов оставшиеся заказы не подошли к предыдущим маршрутам не по времени прибытия, ситуацию чего могло бы исправить введение большого временного окна, но по времени отправления, т.е. примерно в одно и то же время необходимо было выехать из точек, находящихся на разных концах Москвы.

При этом начальные маршруты расширились из-за увеличения временного окна, так как к ним добавлялось больше заказов, а число маршрутов, время аренды микроавтобусов которых меньше минимального времени аренды, осталось примерно тем же.

Следовательно, можно сделать вывод, что при данном расчете стоимости аренды микроавтобусов последних маршрутов увеличение окна не улучшает результаты алгоритма.

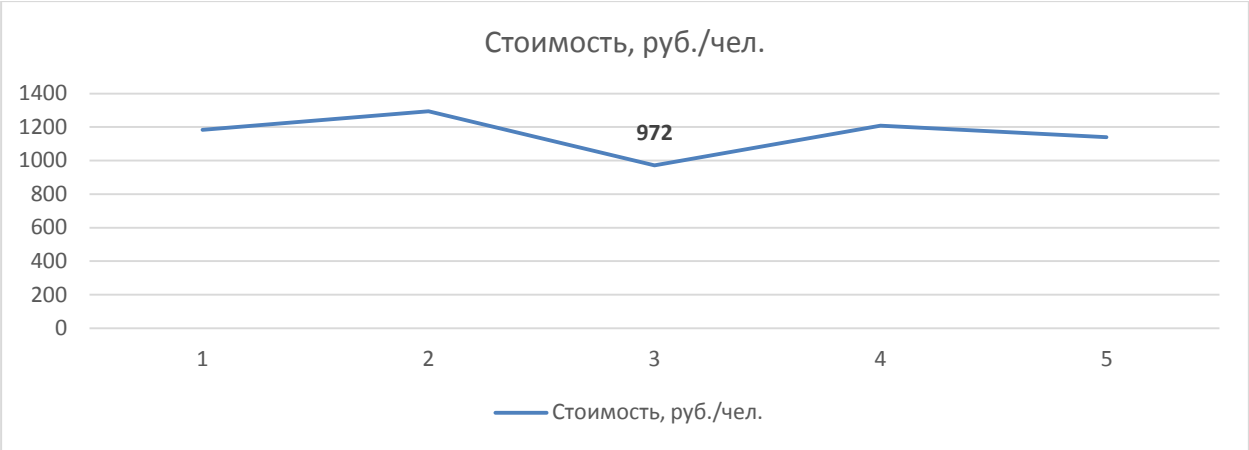


Рис. 5

Теперь рассмотрим реализацию алгоритма, когда стоимость поездки, длительность которой меньше минимального времени аренды микроавтобуса, рассчитывается по тарифам такси: 50 рублей за подачу машины + 8 рублей за каждый километр + 8 рублей за каждую минуту поездки. В данном случае должно выполняться новое ограничение на грузоподъемность транспортного средства: единовременно в машине не может находиться больше 4 пассажиров.

1) *G*= 1 час. Для тестирования было проведено 5 итераций алгоритма трижды. Результаты показаны на рис. 11.

Из графика видно, что введенные изменения по расчету итоговой стоимости аренды микроавтобусов значительно улучшило стоимость поездки на человека.

Так, минимальным значением стоимости аренды в первом случае было 972 руб./чел., тогда как во втором случае – 767 руб./чел. на первой итерации.

Из графика видно, что не всегда с увеличением количества итераций можно получить лучшее решение.

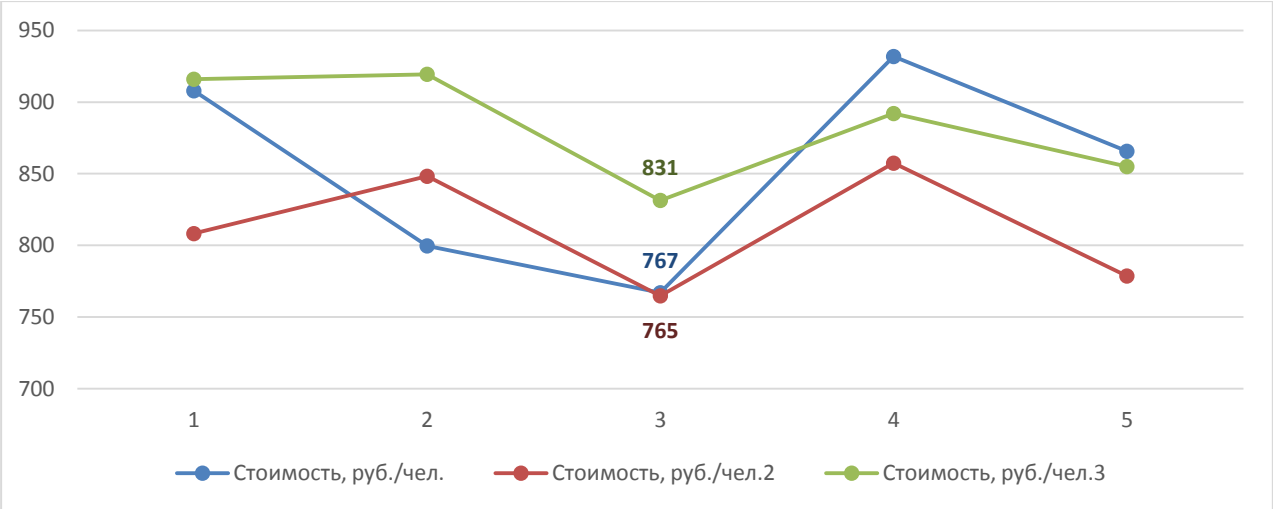


Рис. 6

Заключение

В данной работе был предложен оригинальный подход к решению задачи оптимизации заказных пассажирских перевозок как задачи разрезания графа с минимизацией количества получаемых при применении алгоритма подграфов.

Было предложено два варианта реализации алгоритма с различием в расчете итоговой стоимости аренды микроавтобусов и, как следствие, стоимости поездки на человека:

1. Расчет стоимости аренды микроавтобусов маршрутов, длительность поездки которых меньше минимального времени аренды микроавтобуса, происходил аналогично расчету стоимости аренды микроавтобусов более продолжительной длительности поездки
2. Расчет стоимости поездки, длительность которой меньше минимального времени аренды микроавтобуса, по тарифам такси с введением нового ограничения на грузоподъёмность (не более 4 пассажиров в машине)

После анализа полученных после применения алгоритма данных был сделан вывод о том, что второй вариант реализации дает лучшие результаты стоимости поездки на человека.

Однако полученные на данный момент результаты не являются оптимальными, поскольку стоимость поездки на человека выше стоимости средней поездки на такси по тому же маршруту.

Можно предположить, что увеличение размерности множества заказов также даст значительное улучшение результатов модели. Рассмотрение столь небольшого объема заказов в рамках данной работы обусловлено наличием ограничений на количество обращений GoogleMaps API в сутки. Данное ограничение будет устранено с приобретением платного доступа к сервисам Google. Подробные результаты исследования алгоритма на множестве заказов возрастающей размерности будут рассмотрены в следующей работе.

Литература

1. M. Dorigo, T. Stützle. Ant Colony Optimization – Кембридж, Массачусетс: «MIT Press», 2004 г.
2. F. Comellas, E. Sapena. A multiagent algorithm for graph partitioning // Springer Lecture Notes in Computer Science. 2006. Т. 3907.
3. P. Korosec, J. Silc, B. Robic. An experimental study of an ant-colony algorithm for the mesh-partitioning problem . 2003 г.
4. M. Garey, D. Johnson. Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness – Нью-Йорк: W.H. Freeman Publishers, 1979 .
5. M. Dorigo. Ant Colony Optimization [Электронный ресурс]. – Электрон.дан. – URL: http://www.aco-metaheuristic.org/aco-code/ (Дата обращения: 10.02.2016)
6. Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg. TSPLIB [Электронный ресурс]. – Электрон.дан. – URL: http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/ (Дата обращения: 15.12.2015)

О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ СИСТЕМ С ПОВЕДЕНИЕМ

Ю.И.Бродский

ФИЦ ИУ РАН; Россия, 119333, г. Москва, ул. Вавилова 40.
Тел.: (499)135-62-04, e-mail: brodsky@ccas.ru

Аннотация. В работе с позиций структурного метода рассматриваются общие проблемы математического моделирования. Что такое математическая модель и для чего она нужна? Обязательно ли она должна быть системой дифференциальных уравнений? Как моделировать поведение сложных систем? Что может дать информатика для моделирования сложных процессов?
Ключевые слова: сложные системы, структурализм, метод аналогий, математическое моделирование, информатика.

Введение

> Притча – поучение в примере.
> *В. Даль*

В ряде культур Востока известна притча о слоне и слепцах. Четверо слепых пытались узнать, что такое слон, путем ощупывания оного, а затем делились впечатлениями. Один сказал, что слон – это что-то наподобие гибкой трубы, другой – что это колонна, третий – что это шершавая стена, и, наконец, последний – что слон – это что-то вроде веревки с кисточкой на конце. Существуют варианты притчи, где слепцов меньше или больше четырех. В разных версиях также может меняться и то, чему уподобляются разные части слона: например, хобот вполне может быть змеей, а не гибкой трубой; нога может показаться не колонной, а деревом; бок может быть воспринят как бочка или забор; бивни – как копья, пики или даже корнеплоды и т.д.

На взгляд автора, притча очень хорошо иллюстрирует ситуацию, с которой начинается всякое моделирование.

Аналогии

> Математик – это тот, кто умеет находить аналогии между утверждениями. Лучший математик – кто устанавливает аналогии доказательств. Более сильный может заметить аналогии теорий. Но есть и такие, кто между аналогиями видит аналогии.
> *С. Банах*

Для того чтобы приступить к изучению чего-то неизвестного, нужно уподобить это чему-то известному – говорит нам притча о слоне и слепцах. Само слово «модель» можно возвести к латинскому корню «modulus» – мера, мерило [8]; таким образом, чтобы понять неизвестное, можно попробовать измерить его известным. Если же мы сталкиваемся с чем-то совсем уж из глубин неведомого, и никаких сравнений не находится, – остается ждать, пока развитие науки и практики не перебросит мостик с берега уже познанного поближе к этому явлению.

Аналогия (греческое αναλογία), – это, скорее, соответствие, нежели подобие. Подобие тоже может иметь место, но оно в том, что плодотворная аналогия передает (выявляет и сохраняет) некоторую структуру уподобляемого, как, например, в бурбаковских морфизмах [7], или функторах теории категорий [14]. Не столь плодотворная аналогия может быть просто соответствием, знаком. Вопросы правомерности и плодотворности той или иной аналогии, по-видимому, не формализуемы. Возможно, поэтому метод аналогий, господствовавший в

средневековой науке, был критикуем с позиций рационализма Возрождения и отошел в конце концов на задний план. Тем не менее в математике аналогии применялись всегда, причем, например, теория категорий [14] может себе позволить совсем уж «вольные» аналогии, даже по средневековым меркам.

В моделировании аналогии используются для отображения атрибутов предмета моделирования на множество характеристик модели. Иногда такое отображение очевидно – например, если мы изучаем движение планет – отображение вносит лишь ошибку измерения в их видимое положение на небосводе. Но часто подобное отображение не столь очевидно, легко может быть оспорено с формальных позиций, однако может оказаться, что ничего лучшего пока просто нет.

Например, если кому-то кажется, что аналогии хобота со свернувшейся змеей или бивня с морковкой несколько натянуты, – можно вспомнить, что уже почти сто лет мы считаем характеристики моделей квантово-механических объектов эрмитовыми операторами в гильбертовом пространстве. Пожалуй, это «покруче» моделирования бивней слона корнеплодами. Конечно, хотелось бы простых моделей, тем не менее существующие работают, а лучших пока что нет.

Нетривиальные аналогии из области естественных наук иногда появляются в моделях общественных процессов, что обусловлено запасом инструментов-аналогий, имевшимся у их авторов, пришедших из математики и физики. Например, в работе [10] маркетинговые предпочтения потребителей моделируются твердым телом, а в работе [15] передача власти по иерархии – уравнением теплопроводности. На наш взгляд, эти работы остроумны, удачны и несомненно работы такого рода нужны, особенно вначале, когда подобные процессы еще не исследовались математическими методами.

Единственное замечание – по-видимому, нельзя чересчур увлекаться успехами таких работ и в дальнейшем настаивать, что именно морковка и есть самый настоящий бивень.

Выбор аналогии, отображающей атрибуты объекта исследования в характеристики модели, определяет также, будет ли модель «атомистической» или же «термодинамической». Дело в том, что если моделируемый объект достаточно сложен, атрибутов у него слишком много для последующей комфортной работы с ними. Для практики нужны обозримые модели, с которыми мы в состоянии совладать.

Для того чтобы уменьшить количество моделируемых атрибутов, можно либо факторизовать их по какому-либо отношению эквивалентности и получить фактор-модель «термодинамического» типа, либо разбить объект моделирования на взаимодействующие между собой подобъекты, моделировать их по отдельности и затем строить из них синтез модели-комплекса – это «атомистическое» моделирование.

В работах Ю.Н. Павловского посвященных геометрической теории декомпозиции (например, [19]), дано обоснование такому подходу – показано, что все декомпозиции любых математических объектов исчерпываются двумя основными видами: P-декомпозиция (на подобъекты), F-декомпозиция (факторизация) и всевозможными сочетаниями этих двух основных.

Подводя итог сказанному в параграфе, можно заключить, что для построения модели необходимы аналогии, отображающие атрибуты предмета моделирования в характеристики модели. Выбор аналогии-отображения вряд ли можно формализовать, более того, кроме простейших очевидных случаев, почти всегда выбранную аналогию можно критиковать с формальных позиций. Формальных принципов оценки предлагаемых аналогий на адекватность тоже нет – весьма вычурная на первый взгляд аналогия может стать основой модели, используемой длительное время. Одним словом, выбор аналогии – это в значительной мере искусство, а не наука.

Структурализм

Глокая куздра штеко булданула бокра и кудрячит бокренка.
Л.В. Щерба

В основе метода структурализма лежит выявление структуры как совокупности отношений на базисных множествах, которая сохраняется при некоторых преобразованиях этих множеств [9]. Поэтому внимание исследователя переносится с объектов базисных множеств и их свойств на отношения между этими объектами и определяемые ими общесистемные свойства.

Характеристики атрибутов изучаемого явления изменяются со временем, однако в этих изменениях заключается нечто постоянное – закономерность их связи между собой, которая и является предметом выявления и изучения путем математического моделирования. Аналогия задает некоторое отображение атрибутов предмета моделирования во множество характеристик будущей математической модели.

Построить модель – значит задать связи между ее характеристиками так, чтобы они сохраняли закономерность связей атрибутов объекта моделирования. Лучшее, что можно сделать – это придумать такие соотношения между характеристиками модели, которые бы в максимальной степени уподобляли бы их изменения изменениям их прообразов – атрибутов моделируемого объекта.

Математика накопила запас самых различных структур, которыми можно связывать базисные множества. В качестве примеров можно начать с геометрической кинематики модели Птолемея, затем появились системы алгебраических уравнений, например, «у Маши и Пети пять яблок, у Пети на одно больше». Структура может быть задана таблицей, например, таблица Менделеева. Попытки обобщить и универсализировать различные математические структуры привели к появлению понятий родов структур Н. Бурбаки [7], алгебраических моделей, категорий [14]. Нужно отметить, что все перечисленные выше структуры статичны. Возможно, поэтому, например, известно использование бурбаковских структур для проектирования баз данных [16, 17]. Некоторые авторы, например [9], на этом основании даже делают вывод, что недостатком структурализма как метода является его статичность. Придать динамичность статичной структуре можно, например, с помощью программы (в смысле информатики), т.е. последовательного выполнения некоторого алгоритма. В модели Птолемея, например, таким алгоритмом было равномерное движение по окружностям эпициклов и планет.

Особое место среди математических структур занимают дифференциальные уравнения. Если такое уравнение содержит производную по времени – этим сразу преодолевается статичность перечисленных выше структур. Собственно, поэтому дифференциальные уравнения с момента их изобретения стали основным инструментом для построения самых разных математических моделей настолько, что часто под математическим моделированием понимают исключительно составление и последующее решение на компьютере или суперкомпьютере систем дифференциальных уравнений в частных производных.

Еще одним примером динамических структур (на наш взгляд, очень перспективных, но пока недооцененных в моделировании) являются компьютерные программы, а точнее, операционные системы, чье назначение – реализация поведения, т.е. способность установленным образом отвечать на стандартные запросы среды. Операционная система – объект информатики, а не математики (покуда не создана всеобъемлющая математическая теория операционных систем). На наш взгляд, она идеально подходит для моделирования объектов, обладающих поведением.

Могут быть возражения – операционная система слишком сложна (миллионы операторов исходного текста, регулярные «заплатки» на протяжении десятилетий и

т.д.), для того чтобы стать инструментом моделирования. На самом деле, в [1, 2] для достаточно широкого класса объектов, обладающих поведением, строятся реализующие их поведение функциональные аналоги операционных систем, на основе семейства родов структур в смысле Н. Бурбаки и не слишком сложной универсальной компьютерной программы, обеспечивающей динамику поведения любому представителю упомянутого семейства родов структур.

По-видимому, в дальнейшем роль систем, реализующих поведение, функциональных аналогов операционных систем, будет расти, и одна из задач информатики – изучение таких систем. Во Вторую мировую войну у боевого самолета не было операционной системы, ее функции выполнял пилот. В современном военном самолете сетевая операционная система, не менее (а уже в следующем поколении самолетов, скорее всего, будет более) важна, чем ее базисные множества: двигатель, планер, радар, вооружение, средства связи.

Дифференциальные уравнения

> «Моделист» находится в плену существующей математики: он пытается описать явления в новых областях с помощью известных математических структур – в основном дифференциальных уравнений…
> *А.А. Дородницын*

В настоящее время дифференциальные уравнения являются основным инструментом построения математических моделей. Достоинства этого инструмента очевидны: во-первых, если в системе присутствует производная по времени, это сразу дает динамику и прогноз; во-вторых, к модели можно применить готовый аппарат, связанный с понятием корректности решения, что немаловажно. Действительно, если чего-то нет из решения, его единственности, непрерывной зависимости от начальных условий, устойчивости в каком-либо смысле, как можно будет доверять такой модели!?

Как придумать модель на основе дифференциальных уравнений? Вообще говоря, это искусство, а не наука. Имеются лишь рекомендации, как добиться выполнения моделью некоторых необходимых условий адекватности для самых простых случаев. Например, можно ограничиться линейным случаем, «подогнать» оператор модели под имеющиеся наблюдения, решив обратную задачу (которую, возможно, придется регуляризировать [20]). При этом решение обратной задачи – это выполнение необходимого условия адекватности модели, достаточное не известно.

Тем не менее существует (например, в физике) множество успешных математических моделей, основанных на дифференциальных уравнениях. Самая известная из них, и дольше всего волновавшая человечество – модель движения планет вокруг Солнца. Всего лишь около 200 лет назад П.С. Лаплас издал книгу [13], само название которой «Изложение системы мира» говорило о том, что собственно наука уже закончена, остались только частные технические задачи – получить начальные данные для дифференциальных уравнений и запастись достаточно мощным вычислителем, и тогда и будущее, равно как и прошлое, могут быть определены.

Продолжением достоинств дифференциальных уравнений как инструмента моделирования являются их недостатки, главный из которых – дифференциальные уравнения не слишком хорошо подходят для описания поведения. Если мы имеем корректную задачу – наша траектория единственна, непрерывно зависит от начальных условий и устойчива – и это не оставляет ей никаких поведенческих альтернатив. Солнце всходит и заходит каждый день в известное время, оно не может уйти в отпуск или заболеть, или на некоторое время уехать в гости, или просто присесть отдохнуть.

Известны попытки преодолеть указанный недостаток. Например, замечательный профессор МФТИ Георгий Васильевич Коренев (1902 – 1980), которого можно назвать Циолковским робототехники, для описания целенаправленных действий предлагал [11]

в правые части дифференциальных уравнений вводить целевые функции. Нечто подобное предлагается и в позиционных дифференциальных играх [12]. Однако дифференциальные игры – весьма сложный математический объект. До конца удается проанализировать лишь самые простейшие случаи (например, [3]), и даже в этих простейших случаях может оказаться, что состояния равновесия игры очень сильно отличается от состояний равновесия системы ее дифференциальных ограничений с фиксированными управлениями. Практика постоянно сталкивает с системами, где сотни и тысячи агентов действуют целенаправленно.

Первое такое столкновение в конце XIX века, когда наука заинтересовалась атомистическими моделями идеального газа, закончилось весьма успешно: по причине простоты поведения молекул удалось воспользоваться статистическими методами и работать с их распределениями. В результате даже удалось интерпретировать важнейшие параметры факторизованных моделей классической термодинамики через параметры «новых» атомистических моделей.

Через несколько десятилетий, по мере развития атомистических представлений, пришлось столкнуться с системами микромира, обладающими по-настоящему сложным поведением. Попытки применить здесь удачно работавший ранее инструментарий – дифференциальные уравнения, стохастические методы и некоторые «модные» в то время представления функционального анализа, – привели к таким «ужасным» инструментам моделирования, как уравнение Шредингера, наблюдаемые – операторы в гильбертовом пространстве и т.д. Тем не менее модели, построенные с помощью этих инструментов, работают, а лучших пока нет.

Моделирование поведения

> Поведение – определенный сложившийся образ взаимодействия объекта с окружающей средой. Определяется способностью изменять свои действия под влиянием внутренних и внешних факторов.
> *Википедия*

С поведением сложных систем и их компонент автору пришлось столкнуться, моделируя сложные организационно-технические системы [6]. Особенность таких систем – они не являются кантовской «вещью в себе», которую предстоит познать с помощью модели – они или созданы людьми, или могут быть созданы, поэтому поведение моделей их компонент не нужно придумывать – оно определяется или проектными, или нормативными документами, или разведданными – и остается лишь его воспроизвести. Сложность здесь в том, что обычно досконально известно поведение отдельных агентов и существующие связи между ними, а воспроизвести хочется поведение всей сложной системы в целом, со всеми ее системными эффектами.

В работе [2] выделен класс систем, для которых возможно построение модели – некий аналог теорем существования решения для дифференциальных уравнений. Это класс замкнутых в каждой временной точке моделей, с кусочно-непрерывной и непрерывной слева траекторией. Непрерывность слева оговаривается для того, чтобы избежать ситуаций, подобных «мухе фон Неймана» [4] или «лампе Томпсона» [21], когда нарушается обусловленность некоторых состояний системы их предысторией. Замкнутость модели в точке означает способность по значениям ее внутренних и внешних переменных в этой точке детерминировано вычислить, есть ли в ней разрыв траектории первого рода, если есть – вычислить скачок, далее определить некоторый положительный интервал прогноза и вычислить непрерывную эволюцию траектории модели на нем.

Остальные компоненты традиционной корректности постановки задачи: единственность, непрерывная зависимость от начальных условий и устойчивость, –

предлагается выяснять на построенной модели опытно, с помощью имитационных экспериментов.

Далее, в работах [1, 2] предложена сквозная технология описания, синтеза и программной реализации моделей сложных многокомпонентных систем. Основное понятие этой технологии – модель-компонента – представитель однопараметрического семейства родов структур в смысле Н. Бурбаки. В базисные множества моделей-компонент помимо характеристик модели входят также ее методы, вычисляющие скачки, непрерывную эволюцию траектории, а также события, связанные с окончанием интервалов прогноза. Динамику этим структурам обеспечивает универсальная программа выполнения моделей-компонент, способная организовать вычислительный процесс для любого представителя семейства и при этом ориентированная на параллельные и распределенные вычисления. Функционально модель-компонента аналогична операционной системе: она способна давать стандартные ответы на стандартные запросы внутренней и внешней среды.

Семейство моделей-компонент оказывается замкнутым относительно объединения конечного числа компонент в комплекс. Модель-комплекс также является представителем семейства моделей-компонент. Этот факт позволяет строить из моделей-компонент весьма сложные фрактальные конструкции, не опасаясь при этом вычислительной сложности таких конструкций – организация вычислений при этом не меняется, более того, чем сложнее модель, тем больше вычислений может осуществляться параллельно.

Таким образом, для описания широкого класса систем, обладающих поведением, вместо традиционных дифференциальных уравнений предлагается новая структура, представляющая собой сочетание статичной бурбаковской структуры с придающей ей динамику несложной компьютерной программой, ориентированной на параллельность вычислений. Следует отметить, что частным случаем такой структуры может быть и любая система дифференциальных уравнений (реализованная как метод базисного множества), что сохраняет преемственность с прежними методами моделирования.

Заключение

Перечислим основные идеи данной работы.

Гипотеза, лежащая в основе моделирования, утверждает, что атрибуты изучаемых явлений объединены неким постоянным (на интересующем нас отрезке времени) законом, составляющим сущность изучаемого объекта и позволяющим объединить различные наблюдаемые явления в единый объект моделирования.

С помощью аналогий мы отображаем множество атрибутов объекта моделирования в множество характеристик модели. Вообще говоря, такое отображение не формализуемо, субъективно и легко может быть оспорено с формальных позиций, за исключением простейших случаев, когда характеристики очевидны и допускают непосредственное измерение.

На множестве характеристик модели, как на базисном множестве, мы строим модель, как математическую структуру. Это построение структуры не формализуемо за исключением простейших случаев. Построенная структура-модель отражает и представляет для нас сущность объекта моделирования. Вообще говоря, мы не можем гарантировать, что модель верно отражает сущность объекта моделирования, даже если она дает правильный прогноз в миллионах экспериментов на протяжении тысячелетий эксплуатации – совпадение прогноза с экспериментом есть лишь необходимое условие адекватности модели. Достаточных условий мы не знаем.

Модель строится исходя из имеющегося запаса математических структур.

На протяжении последних 300 лет самой популярной и удачной структурой для построения моделей были дифференциальные уравнения. В связи с этим достаточно

распространено мнение, что современное математическое моделирование – это решение на суперкомпьютере систем сложных дифференциальных уравнений в частных производных.

Дифференциальные уравнения с корректно поставленной задачей плохо подходят для моделирования систем с поведением, они слишком детерминированы, устойчивы и поэтому не дают поведенческих альтернатив.

В работах [1, 2] предложена универсальная структура и обоснована ее применимость для моделирования широкого класса объектов, обладающих поведением, и названная там моделью-компонентой. Ее статическая часть представлена семейством родов структур в смысле Н. Бурбаки [7, 18]. Необходимую динамику структуре придает объект информатики – относительно простая универсальная программа, организующая выполнение любого представителя упомянутого выше семейства. Частным случаем модели-компоненты может быть в том числе и любая система дифференциальных уравнений.

Функционально модель-компонента аналогична важному объекту информатики – операционной системе. Ее задача – давать стандартные ответы на стандартные запросы среды. Предлагаемая в [1, 2] технология модельного синтеза и модельно-ориентированного программирования позволяет декомпозировать большие программные комплексы и реализовывать их, избегая императивного программирования, при этом получая код высокой степени параллельности.

В сложных системах всегда была важна составляющая, обеспечивающая их поведение. Но по-настоящему замечать этот факт мы стали сравнительно недавно, и только с развитием информатики появился формальный объект, которому аналогичны такие составляющие – операционная система.

Можно ожидать, что чем сложнее система, тем сложнее структура, обеспечивающая ее поведение, и тем важнее для ее понимания анализ с позиций информатики.

Литература

1. Бродский Ю.И. Роды структур Н. Бурбаки в задаче синтеза имитационных моделей сложных систем и модельно-ориентированное программирование. // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2015. Т.55. №1. С. 153-164.
2. Бродский Ю.И. Модельный синтез и модельно-ориентированное программирование. М.: ВЦ РАН, 2013. 142стр.
3. Бродский Ю.И. Межкультурное взаимодействие как позиционная дифференциальная игра // Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов, 2013. Т. 28. №1(28). С. 124-141.
4. Бродский Ю.И. Распределенное имитационное моделирование сложных систем. М.: ВЦ РАН, 2010. 156 с.
5. Бродский Ю.И., Лебедев В.Ю. Инструментальная система имитации MISS. Москва: ВЦ АН СССР, 1991. 180 с.
6. Бродский Ю.И., Лебедев В.Ю., Огарышев В.Ф., Павловский Ю.Н., Савин Г.И. Общие проблемы моделирования сложных организационно-технических комплексов // Вопросы кибернетики. 1990. №126. С. 42-48.
7. Бурбаки Н. Теория множеств. М.: Мир, 1965. 456 с.
8. Гастев Ю.А. Модель (в науке). // Статья в Большой Советской Энциклопедии, 3-е изд. М: Советская энциклопедия, 1969-1978.
9. Грецкий М.Н. Структурализм (философ.). // Статья в Большой Советской Энциклопедии, 3-е изд. М.: Советская энциклопедия, 1969-1978.

10. Димитриенко Ю.И., Димитриенко О.Ю. Кластерно-континуальное моделирование экономических процессов // Доклады Академии наук. 2010. Т. 435. №4. С. 466-469.
11. Коренев Г.В. Очерки механики целенаправленного движения. М.: Наука, 1980. 192 с.
12. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 458 с.
13. Лаплас П.С. Изложение системы мира. М.: Наука, 1982. 676 с.
14. Маклейн С. Категории для работающего математика. / Перевод с англ. под ред. В.А. Артамонова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 352 с.
15. Михайлов А.П. Математическое моделирование динамики распределения власти в иерархических структурах. // Математическое моделирование. 1994. Т.6. №6. С.108–138.
16. Никаноров С.П. Теоретико-системные конструкты для концептуального анализа и проектирования. М.: Концепт, 2008. 312 с.
17. Павловский Ю.Н. Об использовании языка Н. Бурбаки теории родов структур для проектирования баз данных. // Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов, 2013. Т. 28. №1(28). С. 3-9.
18. Павловский Ю.Н. Формальная математика Н. Бурбаки и роды структур. М.: ВЦ РАН, 2012. 110 с.
19. Павловский Ю.Н. Геометрическая теория декомпозиции и некоторые ее приложения. М.: ВЦ РАН, 2011. 93 с.
20. Тихонов А.Н. О некорректных задачах линейной алгебры и устойчивом методе их решения. // ДАН СССР. 1965. Т. 163. № 3. С. 591-594.
21. Thomson J.F. Tasks and Super-Tasks. // Analysis. 1954. Vol. 15 (1): 1-13.

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ВНЕШНИМ ДОЛГОМ С ПЕРЕМЕННЫМ НАСЕЛЕНИЕМ В ДВУХСЕКТОРНОЙ МОДЕЛИ

***И.Р.Гудков[1], Н.Н. Оленёв[1,2]**

[1]Российский университет дружбы народов
Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д.6.
Факс: +7(495) 433-95-88.
[2]Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук,
Россия, 119333, г. Москва, ул. Вавилова 40,
тел.: (499) 783-33-28, факс: (499) 135-61-59,
e-mail: nolenev@mail.ru

Аннотация. Поставлена задача оптимального управления внешним долгом в двухсекторной модели экономики с переменным населением. В этой модели первый сектор производит сырье и продукцию первичной переработки, а второй – продукцию конечного потребления (потребительские товары и фондообразующую продукцию для обоих секторов. Здесь мы предполагаем переменное население, что существенно усложняет задачу оптимального управления по минимизации внешнего долга. Суммарное население растет с заданным извне темпом. Численность занятых в производстве считается постоянной долей всего населения, а вот распределение населения между секторами – доля работников в первом секторе – является одним из управлений. Производство продукции в каждом секторе описывается однородной производственной функцией с постоянной отдачей. Баланс использования продукта зависит от сектора. Продукция первого сектора идет на экспорт и на промежуточное потребление в обоих секторах, изменением запаса пренебрегаем. Продукция второго сектора идет на инвестиции в сектора и неинвестиционное потребление (на потребление домашних хозяйств, правительства и общественных организаций). Здесь изменением запаса снова пренебрегаем и кроме того пренебрегаем экспортом продукции второго сектора. Динамику внешнего долга определяют потоки экспорта и импорта.

Ключевые слова: двухсекторная модель экономики, оптимальное управление, динамика внешнего долга

Введение

Целью настоящей работы является раскрытие сущности двухсекторной модели экономического роста. Но прежде мы хотели бы уточнить само понятие экономического роста, чтобы вы имели четкое представление о том, что это такое.

Экономический рост - это количественное и качественное совершенствование общественного продукта за определенный период времени, который направлен на повышение жизненного уровня населения. Перед Россией в настоящее время остро встала необходимость в увеличении темпов экономического роста в связи с отсталостью национальной экономики.

Давайте теперь немного поговорим об истории исследования экономического роста. Эти исследования ведутся довольно давно и в основном посвящены поиску новых

факторов экономического роста либо рациональному распределению дохода между потреблением и сбережением. И лишь очень незначительное число работ связано с проблемой рациональной структуры экономики, соотношением двух ее основных секторов: частного и государственного. Идея инфраструктурного влияния на динамику экономического роста приобрела свою популярность и стала развиваться в 70-е годы XX века благодаря исследованиям Д. Ашера. Роль государства в процессе экономического роста стала рассматриваться чуть позже в работах Р. Барро и Г. Караса.

Барро сформулировал модель с общественными благами, на основе которой решена задача оптимального размера государства в экономике в терминах налоговой нагрузки и государственных расходов.

Карас, рассматривая коммерческий и государственный сектора (но в рамках единой технологии) доказывает, что оптимальная величина затрат государственного капитала достигается при выравнивании величин предельной производительности государственного и частного капитала.

Описание модели

В данной модели представлены два сектора с различными технологиями производства продукции [1]. В одном из них производятся однородные *капитальные* блага (так называемые ***средства производства***), в другом же – однородные *потребительские* блага (или ***предметы потребления***).

Рассмотрим следующую двухсекторную модель экономики, в которой

первый сектор – частный сектор, направленный на увеличение экспорта;

второй сектор - государственный сектор, направленный на увеличение импорта;

I_0 – итоговый импорт начального года;

E_0– итоговый экспорт начального года;

$N_0 = N(0)$ – количество людей на конец прошлого года:

$N(t) = N_0 e^{nt}$;

$\omega_0 = \omega(0)$ – доля людей 1-го сектора на конец прошлого года:

$$\omega(t) = \frac{L_1(t)}{L(t)},$$

$$\omega(t) = \frac{L_1}{L_1 - L_2};$$

$1 - \omega_0 = 1 - \omega(0)$ – доля людей 2-го сектора на конец прошлого года:

$$1 - \omega(t) = \frac{L_2}{L_1 - L_2};$$

$\dot{\omega}(t) = \frac{\dot{L_1}(t)L(t) - \dot{L}(t)L_1(t)}{L^2(t)}$ – динамика изменения количества людей в первом секторе;

λ – коэффициент работающего населения;

$V_1(t) = \frac{V_{10}}{\omega_0 N_0 \lambda} \omega N(t) \lambda$ – инвестиции в 1-й сектор;

$V_2(t) = \frac{V_{20}}{(1-\omega_0) N_0 \lambda} (1-\omega) N(t) \lambda$ – инвестиции во 2-й сектор;

$L_1(t)$ – количество работников в первом секторе;
$L_2(t)$ – количество работников во втором секторе;
n – коэффициент роста населения

$$E(t) = E_0 \left(\frac{\omega(t)}{\omega_0}\right),$$
$$I(t) = I_0 \left(\frac{1-\omega(t)}{1-\omega_0}\right).$$

Очевидно, что при росте $L_1(t)$ следует рост E, а при уменьшении $L_1(t)$ следует уменьшение E, аналогично при росте $L_2(t)$ следует рост I, а при уменьшении $L_2(t)$ следует уменьшение I.
δ – обслуживание долга (кредитные %);
α – инфляция прошлого года;
$D_0 = D(0)$ – внешний долг;
β – расходы государства начального года (учителя, больницы и т.д.);
Pr – доходы (предполагаемые доходы от налогов и т.д. частично идут на погашение внешнего долга).
Динамика внешнего долга определяется следующим уравнением:

$$\dot{D}(t) = \delta D(t) + V_1 + V_2 - E + I - Pr + \beta - \gamma \dot{\omega}^2(t),$$

т.е.

$$\dot{D}(t) = \delta D(t) + \frac{V_{10}}{\omega_0 N_0 \lambda} \omega N_0 e^{nt} \lambda + \frac{V_{20}}{(1-\omega_0) N_0 \lambda} (1-\omega) N_0 e^{nt} \lambda - E_0 \frac{\omega(t)}{\omega_0} + I_0 \frac{1-\omega(t)}{1-\omega_0} - Pr + \beta - \gamma \dot{\omega}^2(t),$$

$$\dot{D}(t) = \delta D(t) + \frac{V_{10} \omega e^{nt}}{\omega_0} + \frac{V_{20}(1-\omega(t)) e^{nt}}{(1-\omega_0)} - \frac{E_0 \omega(t)}{\omega_0} + \frac{I_0 (1-\omega(t))}{(1-\omega_0)} - Pr + \beta - \gamma \dot{\omega}^2(t).$$

Отсюда

$$\dot{D}(t) = \delta D(t) + \frac{(V_{10} e^{nt} - E_0)}{\omega_0} \frac{L_1}{L_1 - L_2} + \frac{(V_{20} e^{nt} + I_0)}{(1-\omega_0)} \frac{L_2}{L_1 - L_2} - Pr + \beta - \gamma \dot{\omega}^2(t).$$

Отсюда

$$\dot{D}(t) = \delta D(t) + \frac{(V_{10} e^{nt} - E_0)}{\omega_0} \frac{L_1}{L_1 - L_2} + \frac{(V_{20} e^{nt} + I_0)}{(1-\omega_0)} \frac{L_2}{L_1 - L_2} - Pr + \beta - \gamma \dot{\omega}^2(t).$$

Задача оптимального управления и ее решение

Рассматривается задача о минимизации внешнего долга при наличии ограничений.

Будем решать задачу оптимального управления по уменьшению внешнего долга. Рассмотрим следующие условия:

$$\int_0^T \dot{D}\,(\omega, \dot{\omega}, t)dt \to min,$$

$$\omega_0 = \omega(0),$$

$$\dot{\omega}(T) = 0.$$

(Второе условие трансверсальности.)

Запишем уравнение Эйлера-Лагранжа для данной задачи:

$$\frac{V_{10}e^{nt}}{\omega_0} - \frac{V_{20}e^{nt}}{1-\omega_0} - \frac{E_0}{w_0} - \frac{I_0}{1-\omega_0} - 2\gamma\ddot{\omega} = 0.$$

Заметим, что использование последних двух параметров сильно усложняют вычисления, поэтому мы их исключим и рассмотрим более широкое уравнение,
т.е. допускаем, что $Pr = \beta$

$$\ddot{\omega} = \frac{1}{2\gamma}\left(\frac{V_{10}e^{nt}}{\omega_0} - \frac{V_{20}e^{nt}}{1-\omega_0} - \frac{E_0}{w_0} - \frac{I_0}{1-\omega_0}\right);$$

$$\dot{\omega} = \int \frac{1}{2\gamma}\left(\frac{V_{10}e^{nt}}{\omega_0} - \frac{V_{20}e^{nt}}{1-\omega_0} - \frac{E_0}{w_0} - \frac{I_0}{1-\omega_0}\right)dt;$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{2\gamma}\left(\frac{V_{10}e^{nt}}{n\omega_0} - \frac{V_{20}e^{nt}}{n(1-\omega_0)} - \frac{E_0 t}{w_0} - \frac{I_0 t}{1-\omega_0}\right) + C.$$

Найдём C из условия $\dot{\omega}(T) = 0$:

$$\omega = \int \left(\frac{1}{2\gamma}\left(\frac{V_{10}e^{\lambda t}}{\lambda\omega_0} - \frac{V_{20}e^{\lambda t}}{\lambda(1-\omega_0)} - \frac{E_0 t}{w_0} - \frac{I_0 t}{1-\omega_0}\right) + C\right)dt = 0;$$

$$\omega = \frac{1}{2\gamma}\left(\frac{V_{10}e^{\lambda t}}{\lambda^2\omega_0} - \frac{V_{20}e^{\lambda t}}{\lambda^2(1-\omega_0)} - \frac{E_0 t^2}{w_0} - \frac{I_0 t^2}{1-\omega_0}\right) + Ct + C_1 = 0.$$

Вторую константу C_1 можно найти из условия $\omega_0 = \omega(0)$, для этого используются численные методы, результаты которых будут представлены на конференции.

Заключение

Полученные результаты решения задачи оптимального управления предполагается использовать для описания экономики в целом, а модель использовать в дальнейших аналитических [2] и численных исследованиях [3].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследования (код проекта 15-07-08952) и Программы РАН 1.5П ИИТС (проект 104).

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ по Программе повышения конкурентоспособности РУДН «5-100» среди ведущих мировых научно-образовательных центров за 2016-2020 гг.

Литература

1. Абрамов А.П., Дикусар В.В. Нерегулярные точки в двухсекторной экономической модели внешнего долга// Дифференц. уравнения, 1997.Т.33,№12. С. 1587–1591.
2. Aghion P., Bloom N., Blundell R. (2002) Competition and Innovation. An Inverted U Relationship.
3. Евтушенко Ю.Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. М.: Наука, 1982. 432 с.

МЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МНОГОМЕРНЫХ СОЦИОЛОГИЧЕСКИХ ВЫБОРОК[3]

***Г.К. Каменев[1], И.Г. Каменев.[1,2]**

[1]Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН; Россия, 119333, г. Москва, ул. Вавилова, 40; тел.: (499)135-12-09, факс (499) 1356159,
e-mail: gkk@ccas.ru

[2]НОЧУ ВО «Синергия», Россия, 105318, г. Москва, ул. Измайловский вал, 2;
e-mail: igekam@gmail.com

Аннотация. Многие теоретические и прикладные задачи в общественных науках сегодня сводятся к анализу многомерных статистических данных. Такая задача не может быть достоверно решена без использования анализа в многомерном пространстве. Проблема состоит в том, что при анализе распределения в многомерном пространстве характеристик субъекты, не попавшие в выборку, пренебрежимо немногочисленны, но метрически значимы. Например, они могут быть расположены компактно и удаленно от основных, т.е. обладать схожими характеристиками и значимо влиять на динамику социально-экономических систем. Таким образом, становится актуальной разработка новых математических методов анализа метрической надежности данных выборочных исследований в многомерном пространстве, которые бы учитывали как частотность, т.е. меру, так и удаленность, т.е. метрику. В настоящей работе предлагается проводить метрический анализ надежности многомерных социологических выборок с помощью методов построения для генеральной совокупности (ε,δ)-сетей (К. Э. Шеннон). В качестве примера приведены результаты исследования данных ООН по различным индексам, характеризующим развитие человечества.

Ключевые слова: многомерный статистический анализ; генеральная совокупность, социологическая выборка; big data; метрические сети; аппроксимация; покрытие шарами; полнота; точность; надежность; визуализация больших данных; методы аппроксимации и визуализации неявно заданных множеств; диалоговые карты решений; индекс развития человечества ООН.

Введение

Многие теоретические и прикладные задачи в общественных науках сегодня сводятся к анализу многомерных множеств. В общем виде они могут быть описаны как набор количественных характеристик субъектов (потребителей, избирателей, работников, предприятий, сообществ и др.). Исходя из различных сочетаний характеристик, субъекты подразделяются на категории (классы), каждому из которых приписывается определенная модель поведения. Подобным образом могут изучаться потребительское поведение, модели стратегического управления, свойства человеческого капитала, политические предпочтения и т.д. Поскольку возможности сбора массовой статистики

[3] Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ, проект 14-11-00432.

ограничены, для построения таких моделей используются данные выборочных обследований, а в последнее время, по некоторым данным, и big data.

Использование любых данных выборочных исследований в экономическом моделировании и прогнозировании возможно лишь после того, как обосновано, что выборка надежно репрезентует генеральную совокупность. Но в последние годы все чаще звучит критика выборочных исследований. Во-первых, социологи ставят вопрос о наличии систематических ошибок в выборке [1]. Однако эта хорошо исследованная проблема – не единственное препятствие к использованию выборочных данных. Методики оценки надежности выборочных исследований, используемые социологами, отличаются с точки зрения применимости этих данных к экономике еще двумя недостатками. Во-первых, при сборе данных о нескольких характеристиках субъекта необходимо оценивать не вероятность ошибки в каждой характеристике отдельно, а вероятность ошибок в сочетании характеристик. Таким образом, поставленная задача не может быть достоверно решена без использования анализа в многомерном пространстве. Во-вторых, в современной постиндустриальной экономике и обществе существенно выросла значимость меньшинств, то есть групп, отличающихся по своим свойствам от большинства.

Эта проблема впервые была описана Э. Тоффлером [2] и получила всеобщее признание в последние годы на фоне многочисленных ошибок социологов при прогнозировании социально-экономических процессов (таких, как выход Великобритании из ЕС или неожиданные результаты выборов в США и других странах). Системный характер этой ошибки состоит в том, что при анализе распределения в многомерном пространстве характеристик субъекты, не попавшие в выборку, пренебрежимо немногочисленны, но метрически значимы. Например, они могут быть расположены компактно и удаленно от основной массы объектов, т.е. обладать схожими характеристиками и значимо влиять на динамику социально-экономических систем. Их игнорирование при построении моделей приводит к существенному расхождению между фактическими данными и результатами моделирования, тем самым к систематическим ошибкам выборки.

Таким образом, становится актуальной разработка новых математических методов анализа метрической надежности данных выборочных исследований в многомерном пространстве, которые бы учитывали как частотность, т.е. меру, так и удаленность, т.е. метрику. В настоящей работе предлагается проводить метрический анализ надежности многомерных социологических выборок с помощью методов построения [3] для генеральной совокупности (□,□)-сетей (К. Э. Шеннон [4]).

Построение многомерного пространства

Многомерное пространство характеристик представляет собой совокупность свойств, одновременно приписываемых субъекту (актору, агенту). Это может быть пространство ценностей в политологии; пространство социальных характеристик (пол, возраст, образование, здоровье и т.п.) в социологии; пространство психических свойств (локус контроля, темперамент, самооценка и т.п.) в психологии; пространство финансовых показателей (производительность труда, рентабельность инвестиций и отдача от капитала, отношение собственных средств к заемным и т.п.) в экономике фирмы… Общий принцип данного подхода состоит в том, что закономерности поведения субъекта определяются сочетанием его изучаемых характеристик. Каждая характеристика должна быть не качественной, а количественной (предпочтительно, непрерывной), т.е. предполагать определенный метод количественного измерения. Однако эти методики заведомо индивидуальны для каждого изучаемого субъекта и каждой характеристики, поэтому в данном исследовании мы принимает за данность существование методик измерения различных характеристик субъекта.

Методически пространство характеристик представляет собой развитие факторного анализа в рамках поведенческого подхода: каждая характеристика представляет собой фактор (вход), а поведение субъекта – функцию (выход). Однако следующим шагом является анализ положения субъектов в пространстве, их типизация и классификация. Тот же принцип может применяться и к институтам и механизмам, для которых корректным термином на выходе будет не «поведение», а «функционирование».

Попытки классификации субъектов и описания особенностей их поведения достаточно часто предпринимаются в различных общественных науках. К примеру, в политологии так устроены классификации политических режимов и политических идеологий, а в экономике и менеджменте – рынков и их сегментов, национальных моделей управления, категорий трудовых ресурсов. В особенности это касается категорий и типов, выделяемых на основе совокупностей признаков, и многоуровневых классификаций. Ввиду недостаточной распространенности методик количественного многомерного анализа, эти модели зачастую искусственно преобразуются в качественные. В частности, субъекты и институты могут группироваться в две противоположные категории (либо несколько категорий по числу характеристик, как в «матрице Бостонской консалтинговой группы», «матрице Эйзенхауэра» и «модели темпераментов Айзенка»). Теоретическое обоснование такого подхода впервые сформулировано в теории «идеальных типов» М. Вебера: анализируются «чистые» взаимопротивоположные модели, а все встречающиеся в практике субъекты и институты рассматриваются как сочетание нескольких идеальных типов.

Однако такие модели нуждаются в серьезном эмпирическом обосновании, которое, к сожалению, очень часто оказывается «перевернутым»: обосновывается соответствие конкретных субъектов или институтов ранее выделенным категориям, а не само существование этих категорий. К примеру, традиционно выделяемые «левые и правые» идеологии или «демократические и авторитарные» режимы, «рыночный» и «плановый» способы координации стали неинформативными, и фокус внимания исследователей постепенно сосредотачивается на выявлении различий между многочисленными «смешанными» типами. Быстрая эволюция социальных систем требует создания методик, позволяющих непосредственно в процессе исследования пересматривать категоризацию и корректировать выделяемые классы. Соответственно факторный анализ должен быть дополнен анализом распределения субъектов в пространстве и группировки их в структуры. Это требует пересмотра подходов не только к интерпретации фактических данных, но и к анализу их надежности.

Алгоритм изучения многомерного пространства характеристик

Изучение многомерного пространства характеристик предлагается осуществлять, четко следуя алгоритму действий:

1. Сбор данных по характеристикам. Субъекты или формы организации, изучаемые с помощью данного подхода, обобщенно формируют так называемую генеральную совокупность. Под генеральной совокупностью понимается [8] «совокупность всех мыслимых наблюдений [измерений], которые могли быть произведены при данном реальном комплексе условий» (или «совокупность всех мыслимо возможных объектов наблюдения интересующего нас типа»). По причинам организационным (ограниченность ресурсов), техническим (недоступность некоторых объектов для наблюдения в конкретный момент), субъективно-методическим (наличие у субъектов, выступающих в качестве объектов наблюдения, свободной воли или функциональных особенностей, побуждающих их противодействовать наблюдению и измерению с помощью выбранных методов), во многих случаях невозможно собрать данные по всей генеральной совокупности. В связи с этим возникает необходимость проведения выборочного исследования. Значения характеристик определяются с помощью

предварительно разработанных методов. Может использоваться один из следующих подходов: социологический (выборочные опросы), аудиторский (выборочное обследование документации), big data (выборочное обследование данных, являющихся побочными продуктами работы информационно-технологических систем) и другие. Различные подходы имеют свои преимущества и недостатки (к примеру, big data позволяют избежать систематических ошибок наблюдения, вызванных присутствием наблюдателя, но подвержены ошибкам хранения данных).

2. Отбор характеристик. Корректное применение методов математической обработки выборочных данных требует проверки значимости характеристик. В данном случае наиболее важна не их независимость (как при классическом факторном анализе и построении простейших регрессионных моделей), а их неравномерность. Что касается характеристик, имеющих распределение, близкое к равномерному, то их следует исключить из рассмотрения, поскольку их учет может существенно исказить расчеты полноты и надежности многомерного распределения. Что же касается характеристик, имеющих распределение, подобное нормальному (с пиком на определенном значении и однозначно описывающимся убыванием при удалении от него), то они могут быть включены в модель. Однако существенно новыми качествами обладает формализация через многомерное пространство, в котором некоторые измерения (характеристики) распределены не нормально и могут образовывать локальные группы в пространстве (значимые и решающие меньшинства).

3. Построение многомерного пространства. На основе отобранных характеристик может быть построено многомерное пространство. Для этого необходимо установить соотношение масштабов шкал. Взаимное расположение шкал не имеет принципиального значения; именно масштабирование шкал влияет на измерение расстояний между объектами изучения (субъектами и механизмами), помещенными в это пространства. В данном исследовании мы исходим из предположения, что многомерное пространство показателей евклидово.

4. Восстановление генеральной совокупности. Надежность, точность и полнота представления генеральной совокупности выборкой не могут быть обеспечены традиционными статистическими проверками отдельных характеристик. Необходимо применить математические методы анализа многомерного пространства, что будет подробно рассмотрено в следующем разделе.

5. Структурный и визуальный анализ. Расположив в многомерном пространстве объекты наблюдения, следует выделить среди них типы, классы, обособленные группы на основе пространственной близости. Для этого может применяться визуализация, кластерный анализ, структурный анализ, различные прикладные математические методы, включая построение проекций в пространства меньшей размерности.

6. Обобщение характеристик и изучение особенностей поведения выделенных классов. Выделенные группы объектов наблюдения (субъектов, механизмов) следует подробно описать, выделив ключевые характеристики, определенное (сходное) значение которых определяет близость их расположения. В дальнейшем становится возможным более глубокий факторный анализ каждого класса и описание особенностей его поведения (функционирования).

Метрический анализ выборки

Рассмотрим теперь вопрос о построении и визуализации многомерных генеральных совокупностей (Statistical population), лежащих в основе многомернгых социологических выборок. В качестве генеральной совокупности мы будем рассматривать случайную векторную величину $a=(a_1, \dots a_m)\in\mathbf{R}^m$, принимающую конечное, возможно, очень большое число различных значений из множества $A=\{a^1, \dots a^L\}\subset\mathbf{R}^m$. Пусть на совокупности A задана некоторая многомерная случайная

величина Ξ, в самом общем виде отражающая процесс получения социологической информации. Нас будет интересовать не закон распределения этой величины, а способ метрического восстановления генеральной совокупности A по некоторому подмножеству из A и независимой выборке объема N.

Универсальным средством аппроксимации сложных метрических объектов являются метрические ε-сети. Пусть A и U – непустые подмножества пространства $\mathbf{R}$ с метрикой ρ. Множество U называется метрической *ε-сетью для A*, если любая точка A расположена на расстоянии не большем, чем ε, от некоторой точки U [5]. Если конечное U является метрической ε-сетью для A, то множество A имеет *аппроксимацию* в виде *ε-покрытия*, состоящего из системы шаров радиуса ε с центрами в точках U. Эффективные методы построения ε-сетей известны лишь в простейших случаях. В настоящей статье будет использован подход, разработанный в [3] для стохастически заданных множеств, т.е. для множеств с заданной на них вероятностной мерой. Предполагается, что имеется возможность получения независимых выборок значительного объема, т.е. случайных точек, принадлежащих ограниченному носителю в заданном метрическом пространстве. Заметим, что при стохастическом подходе к построению метрических сетей и покрытий возникает дополнительная проблема надежности оценок точности и качества. Пусть задано некоторое конечное множество $T \subset \mathbf{R}$, которое мы будем в дальнейшем называть *базой* сети или покрытия. Обозначим через $(T)_\varepsilon$ его открытую ε-окрестность, т.е. множество $(T)_\varepsilon = \{a \in \mathbf{R}: \exists t \in U, \rho(t, a) < \varepsilon\}$, обозначим также $[T]_\varepsilon = \{a \in \mathbf{R}: \exists t \in T, \rho(t, a) \le \varepsilon\}$. Пусть на борелевской σ-агебре $\mathbf{B}(A)$ задана вероятностная мера $\mu(\cdot)$, $\mu(A)=1$. Множество T называется *(ε,δ)-сетью* для A (в смысле определения К. Э. Шеннона), если $\mu(A/[T]_\varepsilon) \le \delta$, т.е. любая точка A, за исключением множества меры δ, расположена на расстоянии не большем, чем ε, от некоторой точки U [4].

Множество $T \subset \mathbf{R}$ назовем *ε-сетью* для A *полноты* η, если $\mu((T)_\varepsilon \cap A) \ge \eta$. Величину $\pi((T)_\varepsilon \cap A)$ – *полнотой* этого покрытия. Поскольку $A/[T]_\varepsilon \subset A/(U)_\varepsilon$, то *$\varepsilon$-сеть полноты η* является $(\varepsilon, 1\text{-}\eta)$-сетью.

Рассмотрим вопрос об оценке полноты аппроксимации. Пусть конечное $T \subset A$ задано, обозначим $A^T(s) = \{a \in A: a \in (T)_s\}$. Ясно, что $A^T(s) \in \mathbf{B}(A)$. Обозначим через $\eta^T(s)=\mu(A^T(s))$ функцию распределения случайной величины ξ, равной расстоянию от случайной точки из A до множества T: $\xi=\rho(\Xi, T)$. Воспользуемся контрольной выборкой $H_N := \{a_1, ..., a_N\}$ из A для оценки величины $\eta^T(s)$.

Обозначим через card число элементов (мощность) множества. Обозначим через $\eta^{(T)}(s, H_N)$ выборочную функцию распределения для $\eta^T(s)$:

$\eta^{(T)}(s, H_N) = n(s)/N$, $n(s) = \text{card}\{t \in H_N: \rho(t, T) < s\}$.

Возникает вопрос, насколько хорошо выборочная функция распределения $\eta^{(T)}(s,H_N)$ представляет подлинную функцию распределения $\eta(s)$? Воспользуемся методами статистики. Обозначим через $\mathbf{P}$ вероятность, определенную на пространстве выборок объема N из множества A. Согласно [3] справедливо

$$\Delta(\chi, N) = \sqrt{-\frac{\ln(1-\chi)}{2N}}.$$

Тогда оценка вероятности правильной оценки значения $\eta(s)$ по выборочной величине $\eta(s, H_N)$ имеет вид

$\mathbf{P}\{\eta^T(\varepsilon) > \eta^{(T)}(\varepsilon, H_N) - \Delta(\chi, N)\} \ge \chi$.

Это значит, что доля тестовых выборок, в которых подлинное значение величины $\eta(s)$ можно оценить величиной $\eta^{(T)}(s, H_N) - \Delta(\chi, N)$, не менее χ. Поэтому величину χ можно назвать *надежностью* выборочной оценки. Поскольку за счет увеличения N значение

$\Delta(\chi, N)$ может быть сделано сколь угодно малым, из приведенного утверждения вытекает возможность оценки полноты ε-сети с любой, меньшей единицы, надежностью и любым малым отклонением от выборочного значения. При минимальном ε^* таком, что $\eta^{(T)}(\varepsilon^*, H_N)=1$, имеем оценку $\eta^T(\varepsilon^*) > 1 - \Delta(\chi, N)$, которая при данных χ, N не может быть улучшена. Поэтому величину $\eta^*(\chi, N) = 1 - \Delta(\chi, N)$ назовем *предельной полнотой покрытия*. Заметим, что она не зависит от выборки. Величину $\varepsilon^*(H_N)$ назовем *выборочным радиусом покрытия*.

Для N=150 и χ=0.95 имеем $\Delta(\chi, N)$=0.1. Это значит, что приблизительно для 95 тестовых выборок из 100 подлинное значение величины $\eta(s)$ можно оценить величиной $\eta(s)$-0.1 и предельная полнота покрытия η^* равна 0.1. Для N=30000 и χ=0.999 имеем $\Delta(\chi, N)$=0.01. Это значит, что приблизительно для 999 тестовых выборок из 1000 подлинное значение величины $\eta(s)$ можно оценить величиной $\eta(s)$-0.01 и предельная полнота покрытия η^* равна 0.01.

Пусть задано $T \subset A$. Воспользуемся независимой выборкой H_N объема N из этой совокупности для получения выборочного распределения $\eta^{(T)}(s, H_N)$ случайной величины ξ, равной расстоянию от случайной точки из A до множества T: $\xi=\rho(\Xi, T)$. Тогда множество T будет представлять собой $(\varepsilon, 1-\eta^{(T)}(\varepsilon, H_N)-\Delta(\chi, N))$-сеть для A в смысле определения Шеннона, а объединение метрических шаров $(T)_\varepsilon$ гарантирует метрическую аппроксимацию A с точностью ε, полнотой $\eta^{(T)}(\varepsilon, H_N)-\Delta(\chi, N)$ и надежностью χ.

Возможности такого подхода определяются возможностями выбора базы T объемом тестовой выборки N. В случае big data имеется возможность получать независимые выборки из генеральной совокупности любого объема. В этом случае для отбора элементов базы T может быть использован алгоритм [3], фильтрующий поток случайных данных и позволяющий строить базу с почти оптимальным числом элементов (мощностью), определяющимся энтропией генеральной совокупности. В этом случае выбор мощности базы и объема выборки N определяются исключительно имеющимися вычислительными мощностями и аппроксимация генеральной совокупности может быть осуществлена с любыми заданными точностью, полнотой и надежностью.

В настоящем исследовании мы рассмотрим более сложный случай, когда в распоряжении исследователя имеется только одна независимая выборка объема M. Обозначим ее через H_M.

Предположим сначала, что M достаточно велико (M>1000). Тогда оно может быть разбито на две совокупность – базу покрытия T с числом элементов (мощностью) N_T и тестовую выборку H_N: $H_M=T \cup H_N$, $M=N_T+N$, где величина N определяется требованиями к предельной полноте покрытия и надежности. Выбор конкретных элементов для базы T мощности N_T может быть как случайным, так и с использованием некоторого алгоритма фильтрации, например [3]. По тестовой выборке тогда определяем точность ε, обеспечивающую достаточную полноту покрытия. Например, при выборочном радиусе покрытия $\varepsilon^*(H_N)$ это будет предельная полнота $\eta^*(\chi, N)$. Поскольку функция полноты монотонна по включению, то в качестве аппроксимации генеральной совокупности в этом случае можно выбрать $(H_M)_\varepsilon$, а не $(T)_\varepsilon$, так как для всех s справедливо $\eta^{H_M}(s) \le \eta^T(s)$.

Предположим, что M достаточно мало (100<M<1000). Тогда при разделении на базу и тестовую выборку малого объема (10<M<50) могут быть использованы различные методы генерации статистического бутстрепа (bootstrapping) [6]. Рассмотрим один из таких подходов [7]. Пусть

$$\eta_1^{(T)}(s, H_M) = n_1(s)/M_1,\ n_1(s) = \text{card}\ \{t \in H_M:\ \rho(t, H_M/\{t\}) < s\},\ M_1 = M.$$

В этом случае при построении выборочного распределения мы оцениваем расстояние от элемента выборки до выборки, из которой исключен этот элемент. В результате этого из случайных элементов t_i выборки T объема M мы получаем M_1 единичных реализаций случайных величин ξ_i, характеризующих расстояние от случайного элемената Ξ генеральной совокупности A до случайного множества $T_i = T/\{t_i\}$. Поскольку $\eta^{T_i}(s) \le \eta^T(s)$, то функция $\eta_1^{(T)}(s, H_M)$ может быть использована для нижней оценки $\eta^{(T)}(s, H_N)$. Заметим, что функция $\eta_1^{(T)}(s, H_M)$ допускает и следующую интерпретацию: она есть выборочная функция для случайной величины ζ_1, равной расстоянию от случайного элемента генеральной совокупности до случайной независимой выборки объема M-1.

Совершенно аналогично может быть определена выборочная функция

$$\eta_2^{(T)}(s, H_M) = n_2(s)/M_2,\ n_2(s) = \text{card}\ \{\{t_1, t_2\} \in H_M:\ \rho(t, H_M/\{t_1, t_2\}) < s\},\ M_2 = (M-1)M/2.$$

Как и $\eta_1^{(T)}(s, H_M)$, функция $\eta_2^{(T)}(s, H_M)$ может быть использована для нижней оценки $\eta^{(T)}(s, H_N)$. Эта функция допускает следующую интерпретацию: она есть выборочная функция для случайной величины ζ_2, равной расстоянию от случайного элемента генеральной совокупности до случайной независимой выборки объема M-2.

Случайные величины ζ_1 и ζ_2 могут быть напрямую использованы для оценки качества аппроксимации генеральной совокупности A множеством $(H_M)_\varepsilon$, и для них может быть использован изложенный выше аппарат оценки полноты и надежности ε-покрытий, позволяющий строить (ε, δ)-сети.

После построения аппроксимации генеральной совокупности в виде совокупности метрических шаров, соответствующих заданной точности, анализ такого множества может проводиться средствами Диалоговых Карт Решений [10], разработанных в ВЦ РАН в рамках метода аппроксимации и визуализации неявно заданных множеств [11-12].

Пример

Рассмотрим данные ООН по различным индексам развития человечества (Human Development Data) за 1990-2015 гг. [9]. Объектами наблюдения в данном случае являются страны. Выделим из них ряд показателей, связанных с человеческим капиталом. Это:

- Expected years of schooling (years) - ожидаемая длительность образования (в годах).
- Employment to population ratio (% ages 15 and older) - занятость населения (в % от населения старше 15 лет).
- Education Index - индекс образованности.
- Inequality in income (%) - неравенство в доходах (в %).
- Inequality in life expectancy (%) - неравенство в ожидаемой продолжительности жизни (в %).
- Internet users (% of population) - пользователи интернета (в % от населения).
- Life expectancy at birth (years) - ожидаемая продолжительность жизни при рождении (в годах).
- 2014 Public health expenditure (% of GDP) - общественные расходы на здравоохранение (в % от ВВП).

Наиболее полные данные имеются за 2015 г. Вся совокупность значений выбранных показателей (характеристик стран) присутствует для 152 стран из общего списка, включающего 195 стран. Требуется метрически охарактеризовать всю совокупность стран с точки зрения выбранных показателей и, по возможности, выделить в ней

различные содержательные структуры. Заметим, что в этом случае мы имеем дело со случаем выборок малого объема.

Рассмотрим всю совокупность данных как множество точек в 8-мерном евклидовом пространстве. В качестве метрики выберем расстояние по Чебышеву: в этом случае расстоянием между двумя точками является максимальная среди компонент разность точек, умноженная на веса, пропорциональные имеющимся диапазонам совокупности данных. Рассмотрим различные проекции генеральной совокупности на двумерные и трехмерные подпространства показателей, аппроксимированные системами метрических шаров (для расстояния по Чебышеву – это кубы), согласно изложенной выше методике. Точность аппроксимации в рассматриваемых ниже аппроксимациях составляет около 7%.

Прежде всего, заметим, что часть показателей в рассматриваемой выборке в большей или меньшей степени коррелируют друг с другом, т.е. увеличение одного из них влечет за собой увеличение другого (положительная корреляция) или уменьшение другого (отрицательная) практически во всех точках выборки. В качестве примера рассмотрим аппроксимацию генеральной совокупности в пространстве трех коррелирующих параметров (рис. 1):

- Expected years of schooling (years) - ожидаемая длительность образования (в годах).
- Education Index - индекс образованности.
- Inequality in life expectancy (%) - неравенство в ожидаемой продолжительности жизни (в %).

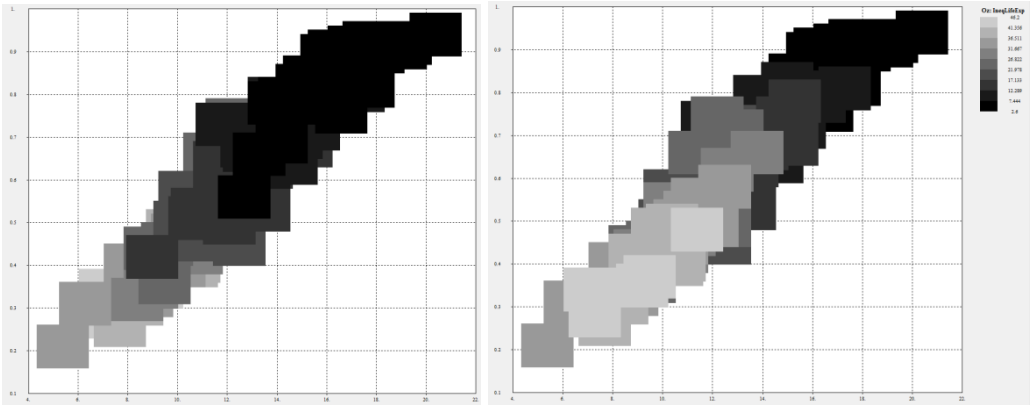


Рис.1. Проекция аппроксимации генеральной совокупности в подпространство трех коррелирующих показателей

На рис. 1 по оси абсцисс отложена величина показателя Expected years of schooling, по оси ординат – показателя Education Index, цветом (ось аппликаты) изображены слои с близкими значениями показателя Inequality in life expectancy. Соответствие штриховки (в компьютерном оригинале цвета) значениям Inequality in life expectancy представлено на шкале в правом верхнем углу правого изображения. На левом изображении слои с меньшим значением Inequality in life expectancy наложены на слои с большим значением (вид множества «снизу»), на правом изображении – слои с большим значением Public health expenditure наложены на слои с меньшим значением (вид множества «сверху»). Из рисунка видно, что между показателями Expected years of schooling и Education Index имеет место положительная корреляция в генеральной совокупности, а между показателем Expected years of schooling и Inequality in life expectancy – отрицательная. Особенности этой корреляции также видны из рисунка. Например, при больших значения Expected years of schooling величина Education Index достигает своего насыщения, перестает расти (верхняя правая часть множества на

обеих изображениях). Также при больших значениях Inequality in life expectancy генеральная совокупность отступает от минимальных значений других двух показателей («островок» самой светлой штриховки на изображении справа в левом нижнем углу).

Исследование показывает, что в рассматриваемой генеральной совокупности в большей или меньшей степени коррелируют друг с другом показатели

- Expected years of schooling (years) - ожидаемая длительность образования (в годах).
- Education Index - индекс образованности.
- Inequality in life expectancy (%) - неравенство в ожидаемой продолжительности жизни (в %).
- Internet users (% of population) - пользователи интернета (в % от населения).
- Life expectancy at birth (years) - ожидаемая продолжительность жизни при рождении (в годах).

Это позволяет ограничиться в дальнейшем исследованием одного показателя из этой группы, например Education Index.

Рассмотрим аппроксимацию генеральной совокупности в пространстве трех некоррелирующих параметров (рис. 2):

- Education Index - индекс образованности.
- Inequality in income (%) - неравенство в доходах (в %).
- 2014 Public health expenditure (% of GDP) - общественные расходы на здравоохранение (в % от ВВП).

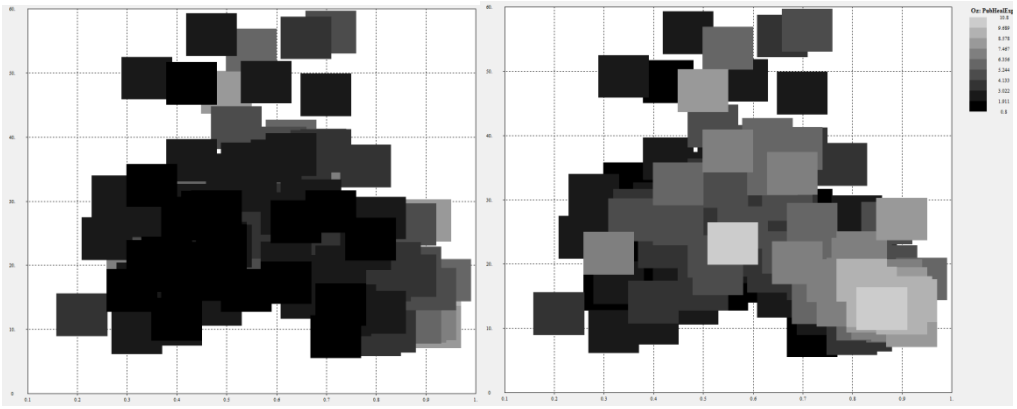


Рис.2. Проекция аппроксимации генеральной совокупности в подпространство трех не коррелирующих показателей

На рис. 2 по оси абсцисс отложена величина показателя Education Index, по оси ординат – показателя Inequality in income, цветом (ось аппликаты) изображены слои с близкими значениями показателя Public health expenditure. Соответствие штриховки (в компьютерном оригинале цвета) значениям Public health expenditure представлено на шкале в правом верхнем углу правого изображения. На левом изображении слои с меньшим значением Public health expenditure наложены на слои с большим значением (вид множества «снизу»), на правом изображении – слои с большим значением Public health expenditure наложены на слои с меньшим значением (вид множества «сверху»).

Можно выделить 4 компоненты генеральной совокупности (рис. 3).

I. Страны с хорошим уровнем социально-демографических показателей (высокими Education Index и Public health expenditure и низким Inequality in income). Эта структура находится в нижнем правом углу правого изображения на рис. 2, 3 и включает слои светлой штриховки. Условно ее можно описать как кластер с ограничениями:

Education Index ≥ 0.8,
Inequality in income ≤ 20,
Public health expenditure ≥ 5.
Заметим, что на левом изображении рис. 2 в этом месте темных слоев нет, так как в генеральной совокупности отсутствуют страны с высоким значением Public health expenditure и низким значением Inequality in income.

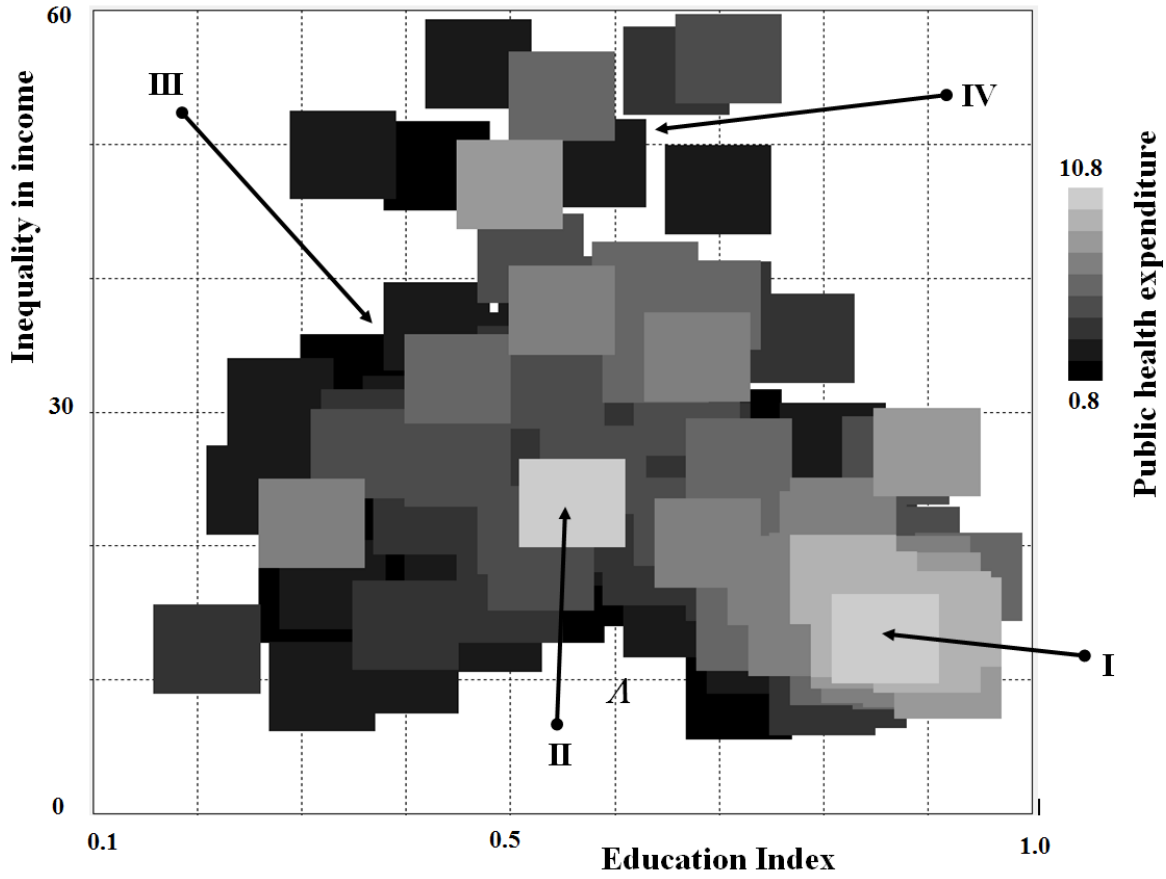


Рис.3. Метрические компоненты генеральной совокупности

II. Уникальный кластер на основе одного выборочного элемента. Этот кластер находится в центре правого изображения на рис. 2 и рис. 3 и имеет светлую штриховку, соответствующую максимальному значению показателя Public health expenditure. Этот кластер можно описать следующим образом:
Education Index ≈ 0.56,
Inequality in income ≈ 23,
Public health expenditure ≈ 10.8 (максимум).
III. Основной массив стран с удовлетворительным уровнем (низкими и средними значениями показателя) Inequality in income. Эта структура генеральной совокупности не является кластером и ее сложно формально отделить от первых трех структур. Условно его можно описать ограничениями:
Inequality in income ≤ 40,
Public health expenditure < 5.
Заметим, что в этой части генеральной совокупности имеется следующая особенность: отсутствуют страны со средним уровнем Education Index и низким уровнем Inequality in income (лакуна в средине нижнего края на обоих изображениях рис. 2 и пустая область *Л* на рис. 3).

IV. Кластер «аутсайдеров» с высоким уровнем показателя Inequality in income. Условно его можно охарактеризовать ограничением:
Inequality in income > 40.
Заметим, что в этой части генеральной совокупности присутствуют страны со средним уровнем Education Index и низким уровнем Inequality in income. Именно в этой части наблюдается недостаток данных, которые желательно дополнить на основе сбора государственной статистики.
В заключение исследования приведем списки стран, входящих в I, II и IV компоненты генеральной совокупности.
I компонента – Австралия, Норвегия, Швейцария, Германия, Дания, Нидерланды, Ирландия, Исландия, Канада, Швеция, Великобритания, Франция, Бельгия, Финляндия, Австрия, Словения, Чешская Республика, Эстония, Словакия, Япония.
II компонента – Мальдивы.
IV компонента – Иран (Исламская Республика), Ботсвана, Южная Африка, Намибия, Гондурас, Кирибати, Замбия, Коморские Острова, Лесото, Центральноафриканская Республика.

Интерпретации этих групп стран очевидны и не требуют комментариев.

Заключение

Обоснование полноты, точности и надежности восстановления генеральной совокупности объектов измерения (акторов, агентов, институтов, механизмов и др.) в многомерном пространстве характеристик, некоторые из которых имеют отличное от нормального распределение, имеет принципиальное значение в общественных науках. Воспроизведение логики поведения большинства более не является достаточным, особенно если большинство по различным характеристикам не образует пространственно целостной группы. Для надежного прогнозирования динамики социальных (социально-экономических, социально-политических, социокультурных) систем необходимо применение математических методов многомерного анализа, в том числе описанных в данной работе.
На основе научно обоснованного пространственного распределения становится возможным изучение структур (как большинства, так и меньшинств), обладающих схожим набором характеристик, и особенностей их поведения (функционирования) относящихся к ним субъектов, что составляет предмет особого исследования. Его методология также должна быть адаптирована к многомерному анализу.

Литература

1. Саганенко Г. И. Структура эмпирического результата в социологии и проблема его надежности // Социология: методология, методы, математическое моделирование, 1994. № 3-4. С. 5-22
2. Тоффлер Э. Метаморфозы власти / Powershift: Knowledge, Wealth and Violence at the Edge of the 21st Century, 1990. М.: АСТ, 2004. –672 с.
3. Каменев Г.К. Аппроксимация вполне ограниченных множеств методом Глубоких Ям // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2001. Т. 41. №11. С. 1751-1760.
4. Шеннон К. Математическая теория связи (1948), приложение 7. // Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Изд.-во иностранной литературы, 1963.
5. Колмогоров А.Н., Тихомиров В.М. Е-энтропия и Е-емкость множеств в функциональных пространствах // Успехи матем. наук. 1959. Т. 14. N2. С. 3-86.
6. B. Efron, R.J. Tibshirani: An introduction to the bootstrap, New York: Chapman & Hall, 1993.

7. Каменев Г.К., Кондратьев Д.Л. Об одном методе исследования незамкнутых нелинейных моделей // Математическое моделирование. 1992. №3. С.105-118.
8. Айвазян С.А. Прикладная статистика: основы моделирования и первичная обработка данных. М.: Финансы и статистика, 1983.
9. http://hdr.undp.org/en/data#
10. Lotov A.V., Bushenkov V.A., and Kamenev G.K. Interactive Decision Maps. Approximation and Visualization of Pareto Frontier. Appl. Optimization. V. 89. Kluwer Academic Publishers. Boston / Dordrecht / New York / London. 2004.
11. *V.A. Bushenkov, O.L. Chernykh, G.K. Kamenev, and A.V. Lotov.* Multidimensional Images Given by Mappings: Construction and Visualization // Pattern Recognition and Image Analysis, Vol. 5, No. 1, 1995. P. 35-56.
12. Лотов А.В., Бушенков В.А., Каменев Г.К., Черных О.Л. Компьютер и поиск компромисса. Метод достижимых целей. М.: Наука, 1997.

ПРОБЛЕМЫ И ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЧЕЛОВЕЧЕСКОГО КАПИТАЛА

И.Г. Каменев

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН; Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, 40; тел.: (499) 1351209, факс (499)135-61-59;
e-mail: igekam@gmail.com
НОЧУ ВО «Синергия», Россия, 105318, г. Москва, ул. Измайловский вал, 2

Аннотация: В данной статье рассматриваются вопросы моделирования человеческого капитала как фактора производства в постиндустриальной экономике, определяются его особенности. Рассматривается внутренняя структура человеческого капитала, и предлагается метод ее моделирования в краткосрочном и долгосрочном периоде, включая механизм инвестиций в человеческий капитал и перенос человеческого капитала между временными периодами. Предлагается обобщенная структура модели человеческого капитала, и ставится ряд дополнительных проблем, решение которых необходимо для построения полноценной модели человеческого капитала.

Ключевые слова: человеческий капитал, математическое моделирование, инвестиции, рынок образования, рынок здравоохранения, рынок труда.

Введение

Современная постиндустриальная экономика – это экономика знаний и информации, но в то же самое время это и экономика человеческого фактора. Ключевая роль человека в современной экономике связана с тем, что он выступает в качестве носителя знаний (в особенности, неявных) и обеспечивает функционирование сферы услуг. В связи с этим возникает необходимость разработки общих подходов к построению экономических моделей, в которых не физический капитал, а человеческий капитал играл бы ключевую роль.

Человеческий капитал – концепция, в рамках которой объединяется совокупность факторов производства, не отчуждаемых от человека. Концепция человеческого капитала длительное время эволюционировала, различные исследователи используют этот термин в совершенно различном смысле. В результате этот термин используется наряду с понятиями «трудовые ресурсы», «человеческие ресурсы», «человеческий потенциал», «социальный капитал», «интеллектуальный капитал» и другие, зачастую, в качестве синонимов. Целью данного исследования является рассмотрение существующих подходов к моделированию человеческого капитала и выработка общего подхода в этой сфере.

Человеческий капитал как фактор производства

В рамках данного исследования мы рассматриваем человеческий капитал как современную интерпретацию фактора производства «труд» (см. табл.1). Более подробный анализ данной классификации, как и точная интерпретация иных форм капитала, не входят в цели исследования. Соотнося человеческий капитал с «классическими» пятью факторами производства, необходимо подчеркнуть, что он включает в себя не только труд. В него входит и предпринимательская способность, а также та часть информации, которая существует в сознании человека (а не на материальных носителях).

Человеческий капитал рассматривается как капитал, т.е. продукт человеческого труда: человек появляется и развивается в результате трудовых усилий, совершаемых различными институтами социализации (семьей, школой и др.). Часть этих усилий традиционно рассматривалась экономистами как домашний труд и исключалась из предмета экономики, однако в работах по человеческому капиталу они играют ключевую роль. После того как человек достигает трудоспособного возраста, его человеческий капитал также продолжает изменяться благодаря его личным трудовым усилиям и усилиям всего общества. Инвестиции в человеческий капитал происходят в секторах образования, здравоохранения, рекреации и т.д. (отрасли, составляющие «пятеричный сектор экономики» [1]).

Таблица 1. Факторы производства в постиндустриальной экономике

Фактор	Подвид(ы)	Носитель	Форма фактора	Факторный доход
Нематериальный капитал	Бренд, имидж и др.	социальные отношения	нет	прибыль (?)
Социальный капитал	Связи, организация производства и др.		нет	прибыль (?)
Труд (человеческий капитал)	Чистый труд	человек	услуга	заработная плата
	Предпринимательская способность		услуга	нормальная прибыль
	Информация (интеллектуальный капитал)		услуга	заработная плата
Капитал (физический)		имущество	товар	роялти
	Физический капитал		товар	процент
Земля	Природный ресурс	природа	товар	рента

С другой стороны, человеческий капитал находится в исключительной собственности своего носителя-человека (если рассматривать современную экономику с запретом принудительного труда). Он не может быть перепродан, но может быть арендован работодателем (наемный труд) или использоваться непосредственно собственником (самозанятость). Этим обусловлено его особое положение по сравнению с капиталом физическим. Что же касается капитала социального и нематериального, подробное установление их отношений в данной работе не требуется, но ключевое отличие от них человеческого капитала состоит в том, что человек-носитель человеческого капитала способен самостоятельно им распоряжаться.

Человеческий капитал как объект моделирования требует решения ряда задач, некоторые из которых достаточно стандартны, а другие требуют разработки специальных решений. Наиболее существенная особенность человеческого капитала, определяющая его роль в современных моделях производства, состоит в том, что его воспроизводство и износ описываются демографическими законами, а отдача от инвестиций в капитал ребенка связана с большим временным лагом. Это обуславливает целесообразность введения человеческого капитала как самостоятельного фактора производства в математических моделях экономики и изучения его особенностей, которые имеют мало общего с особенностями труда в классических моделях.

Задача о (внутренней) структуре человеческого капитала: основные компоненты

Человеческий капитал традиционно описывается через различные параметры, в числе которых исследователями называются [2, 3]:

- квалификация (знания, умения, навыки);

- способности (к труду, предпринимательские и др.);
- здоровье;
- мотивация к чистому труду (мотивы, установки и стереотипы).

Простейшая интерпретация квалификации – максимальный уровень сложности трудовых задач, и, соответственно, максимальное количество (суммарная стоимость) благ, которые человек может произвести за единицу времени. На сегодняшний день существуют два основных подхода к описанию квалификации: через знания, умения и навыки [4] и через компетенции [5] (комплексные характеристики, формирующиеся в практической деятельности и включающие в себя также необходимые для нее установки и стереотипы). Несмотря на то, что компетентностный подход является более современным и перспективным, в данной работе мы будем понимать под квалификацией знания, умения и навыки человека, поскольку этот подход существует дольше и хорошо проработан. В интересах будущего развития методологии отметим, что переход к компетентностному подходу требует интеграции выделяемых нами категорий «квалификация» и «мотивация». Существующие подходы к оценке квалификации сталкиваются с проблемой несоответствия между сложностью работы и рыночной стоимостью благ, что делает невозможным прямое использование показателей производительности труда для оценки квалификации. Гораздо чаще для ее оценки используют продолжительность образования, что, однако, не позволяет учесть качество и актуальность получаемых знаний, умений, навыков.

Способности выступают в качестве ограничителей максимального уровня квалификации или скорости ее приобретения. Они могут развиваться (в первую очередь, в детском возрасте). Некоторые исследователи трактуют способности как природный ресурс [6], однако, на наш взгляд, такой подход не может быть признан достаточно обоснованным. Даже природные задатки, с которыми рождается индивид, вместе с ним являются результатом деятельности, усилий родителей. Способности формируются и развиваются только в результате вложения в ребенка трудовых усилий и материальных ресурсов родителей; общеизвестно, что индивид, исключенный из общества, не развивает в себе необходимые человеческие способности. В соответствии с этим способности человека также должны рассматриваться в составе человеческого капитала.

Здоровье человека определяет, какую часть своего времени он может полезно использовать (оставшуюся вынужден тратить на восстановление сил: сон, гигиену, медицинские процедуры и т.д.). Снижение показателей здоровья приводит к тому, что человек меньшее время может выделить на труд или потребления. При моделировании здоровья традиционно используют статистические показатели продолжительности жизни и продолжительности здоровой жизни [7], отождествляя полную потерю здоровья со смертью. Такой подход содержит ряд условностей, но в целом достаточен для моделирования экономической деятельности взрослого человека.

Мотивация отражает готовность человека тратить свое время на продуктивный труд (а не, к примеру, отлынивать от работы или отдыхать). Мотивация формируется в результате управленческой деятельности и в процессе самоменеджмента, т.е. является объектом инвестирования, продуктом труда и подпадает под определение человеческого капитала. Однако она непосредственно расходуется в процессе труда, т.е. представляет собой аналог оборотного капитала. Наиболее точной аналогией является энергия: для того чтобы станок производил из сырья продукт, необходимо обеспечить его электричеством. Для того чтобы человек производил из сырья продукт, необходимо обеспечить его мотивацией. Взаимосвязь мотивации и чистого труда, а также роль стимулирования в этом процессе нуждаются в описании отдельно, однако эти вопросы важны при создании микроэкономических моделей человеческого

капитала. Они достаточно хорошо изучены в рамках менеджмента (управления человеческими ресурсами), но нуждаются в экономико-математической формализации.

Задача о (внутренней) структуре человеческого капитала: краткосрочный период

Таким образом, человеческий капитал включает в себя квалификацию (Е), способности (А), здоровье (Н) и мотивацию (М) человека, которые формируются за счет вложения (инвестирования) трудового времени и материальных благ в человека в домашнем хозяйстве и в таких отраслях национальной экономики, как образование, здравоохранение, рекреация и индустрия развлечений. Дальнейший анализ структуры и построение модели человеческого капитала требует установления взаимосвязей между этими переменными.

Для установления внутренней структуры человеческого капитала необходимо рассмотреть причины, по которым он приобретает определенную стоимость на рынке труда: его способность производить продукт труда.

Общая полезность, которую производитель получает от человека (обычного наемного работника, менеджера, предпринимателя и др.), формируется из того, какова производительность человека в единицу времени и какое время он работает. Таким образом, в краткосрочном периоде продуктивность человеческого капитала определяется формулой

$$ПЧК = Н* Е*М, \quad (1)$$

где Н – количество часов, которое человек физиологически может работать (человеко-часы);

Е – мультипликатор квалификации (образования), указывающий, какому количеству часов работы неквалифицированного человека соответствует час работы данного человека (безразмерный);

М – мультипликатор интенсивности (мотивации), указывающий, в какой степени человек использует свое время для продуктивного труда, а не отдыха, развлечения, решения непроизводственных задач и др. (безразмерный).

ПЧК – продуктивный человеческий капитал (счетная единица, заменяющая в моделировании труд, измерявшийся в человеко-часах). ПЧК имеет ту же размерность: человеко-часы. Его экономическая интерпретация остается той же: как фактор производства он вместе с капиталом (физическим) обеспечивает создание полезного продукта. Для этого может использоваться классическая двухфакторная формула:

$$Y = ПЧК^{\alpha}*К^{(1-\alpha)} \quad (2)$$

Для доиндустриальных обществ может быть целесообразно использование в двухфакторной модели земли вместо капитала, как это делают многие авторы, моделирующие роль человеческого капитала в экономике. Однако в индустриальном и постиндустриальном обществе первичный сектор в экономике слишком сильно зависим от капитала (извлечение природных ресурсов ограничивается технологиями и техникой добычи в большей степени, чем наличием месторождений, примером чего является недавняя «сланцевая революция»). Соответственно мы рекомендуем при моделировании современной экономики использовать два фактора: человеческий капитал и физический капитал.

Альтернативным является представление, при котором Н рассматривается в диапазоне [0,1] (от здорового человека до нетрудоспособного человека), где количество человеко-часов, которые может отработать здоровый человек, принято за 1. В этом

случае ПЧК сам превращается в безразмерный мультипликатор, который должен умножаться на количество сотрудников соответствующего уровня квалификации.

В краткосрочном периоде организация не способна повлиять ни на образование, ни на здоровье работника: как набор квалификации, так и исправление здоровья требуют времени. Соответственно в краткосрочном периоде эти параметры представляют собой внешне заданные константы, в то время как мотивация – переменная-управление. Таким образом, предложенная нами формализация человеческого капитала сводится к классической модели труда при следующих предпосылках:

- рассматривается краткосрочный период;
- капитал рассматривается как «медленный» (неизменяемый) фактор производства;
- труд конкретного человека за единицу времени одинаково продуктивен (мотивация трактуется как готовность заключить договор с работодателем на выполнение определенного объема работы при заданной заработной плате, и не рассматривается возможность «отлынивания» работника).

Эти предпосылки выполняются для высокостандартизированного труда, особенно при сдельной оплате труда. Соответственно они хорошо описывают частный случай массового индустриального производства, однако неприменимы для частного случая творческого, креативного труда в сфере услуг постиндустриальной экономики, для которого и целесообразно использовать предложенную нами формализацию. В таком случае мотивация должна трактовать более широко, включая готовность человека трудиться более или менее интенсивно. Это подтверждается активным использованием материального и нематериального стимулирования, многообразием систем мотивации персонала в практике современного бизнеса.

Задача об инвестировании в человеческий капитал

Человеческий капитал представляет собой продукт труда и объект инвестирования [8]. Как было показано ранее, приращение стоимости человеческого капитала происходит по-разному при инвестициях в разные его компоненты, поскольку характерное время изменений различается: быстрее всего меняется мотивация, медленнее всего – здоровье и способности. Соответственно динамика человеческого капитала в долгосрочном периоде определяется инвестициями в него со стороны различных экономических агентов: работников, фирм, государства. Эти инвестиции осуществляются через два экономических механизма:

- рыночный (рынки образования, здравоохранения, рекреации и досуга);
- плановый (внутрифирменное обучение, корпоративный отдых и т.д.).

Соотношение этих механизмов в управлении человеческим капиталом различных работников требует особого изучения, но можно предположить, что в бюджетном секторе экономики и крупных корпорациях должен преобладать плановый механизм, а в секторе работников-фрилансеров – рыночный механизм. Заслуживает рассмотрения вопрос выделения самообслуживания (самообучения, самостоятельного отдыха и, в меньшей степени, самолечения) в отдельный механизм из рыночного механизма. В то же время на определенном уровне абстракции (в масштабах национальной экономике) от разницы между внутрифирменным и внешним механизмами инвестирования можно абстрагироваться, что позволяет рассматривать их как отдельные рынки.

Продуктивность инвестиций в каждый параметр человеческого капитала (способности, здоровье, квалификацию, мотивацию) зависит от человека и прежде всего от его возраста. Зависимость эта носит общий характер для всех рынков: более молодые сотрудники легче развиваются. В качестве универсальной основы можно использовать применяемый в демографии при описании здоровья человека подход.

Показатель «ожидаемой продолжительности жизни» отражает общую продолжительность жизни человека (ОПЖ) (в среднем для каждого года рождения). Показатель «ожидаемой продолжительности здоровой жизни» описывает продолжительность его жизни, в течение которой он реально трудоспособен. Оба этих показателя отражают накопленное человеком здоровье и, следовательно, могут быть представлены как функция от инвестиций в здоровье (HI).

Таким образом, мы можем описать динамику здоровья человека через инвестиции в его здоровье в разных возрастах (см. рис. 1):

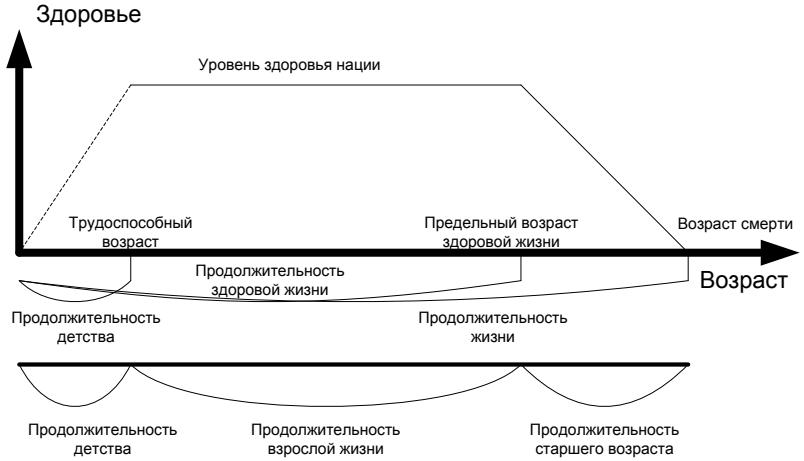


Рис. 1. Здоровье работников и периодизация их жизни

$$ОПЖ = \tau c + \tau m + \tau s, \quad (3)$$

где τc – продолжительность детства; τm – продолжительность взрослой жизни; τs – продолжительность жизни с хроническими болезнями, старения (старшего возраста); Продолжительность детства стабильно возрастает с ростом общей продолжительности жизни, т.е. отношение τc к ОПЖ может быть представлено как константа, принадлежащая диапазону (0,1]. Существуют некоторые исследования, указывающие на то, что продолжительность детства в постиндустриальном обществе может увеличиваться не по биологическим, а по социальным причинам, вплоть до достижения ею значения в 100% общей продолжительности жизни, однако на данном этапе развития этот эффект наблюдается недостаточно продолжительное время, чтобы можно было выявить общую тенденцию или ее отсутствие.

Зависимость продолжительности старшего возраста от общей продолжительности жизни на практике носит более сложный характер. Страны с различным уровнем развития медицины и социальной инфраструктуры по-разному решают проблемы, связанные с хроническими болезнями старшего возраста. Их излечение ведет к уменьшению τs при росте ОПЖ, в то время как купирование их симптомов – к увеличению τs при росте ОПЖ. Не включая в модель многосекторальную структуру рынка здравоохранения и рассматривая лишь общие инвестиции в здоровье HI, мы можем лишь установить усредненную зависимость, при которой τc растет медленнее, чем ОПЖ.

Исходя из существующей сегодня статистики здоровья населения России, мы можем использовать соотношение $\tau c/\tau m/\tau s$ как 2/3/2 при ОПЖ=70. Однако для других стран и других периодов времени данный расчет нуждается в корректировке. Кроме того, во всех случаях при моделировании человеческого капитала необходимо исключить из расчета ОПЖ младенческую смертность (в противном случае происходит серьезное занижение ОПЖ трудоспособного человека и преувеличение расходов на

формирование человеческого капитала). Эта поправка особенно существенна для доиндустриальных стран (в т.ч. и существующих сегодня).

В старшем возрасте трудоспособность человека постепенно снижается (вплоть до нуля). Если предположить, что уровень здоровья нации в трудоспособном возрасте равен 100% (что, строго говоря, не всегда верно, но определяется экологией, которая не включена в рассматриваемую модель), то в период τm трудоспособность человека H равна 100%, а в период τs она убывает со скоростью 1/(τs) ежегодно (т.е. обратно пропорционально продолжительности τs). Соответственно трудоспособность человека H зависит от τs и τm, которые зависят, как это было показано выше, от ОПЖ, которая зависит от инвестиций в здоровье HI. Из всей цепочки связей не определенным остается соотношение HI и ОПЖ. Оно, очевидным образом, не может быть универсальным: расходы на здравоохранение в мире не связаны однозначно с продолжительностью жизни. К примеру, США, имея очень дорогостоящую систему здравоохранения, существенно уступают по ОПЖ Японии. Следовательно,

$$ОПЖ = \mu H * HI, \quad (4)$$

где μH – коэффициент, определяющий потенциал (уровень развития институтов и инфраструктуры) системы здравоохранения; μH<<1.

Наиболее сложным в моделировании здоровья человека представляется вопрос об их распределении по жизни человека. Сформировав зависимость между суммарными инвестициями за всю жизнь HI и ОПЖ, мы, однако, не можем однозначно сказать, в какой момент и в каком объеме эти инвестиции осуществляются, а значит, не можем и определить их реальную стоимость с учетом дисконтирования. Простейшим будет предположение, что инвестиции осуществляются равномерно, а однократный «подрыв здоровья» (уменьшение объема инвестиций) не может быть компенсирован (мгновенно приводит к уменьшению ОПЖ до той величины, которая соответствует уменьшенному объему). Однако такая интерпретация достаточно сильно расходится с реальностью, чтобы сделать актуальным поиск иных решений. Подробнее эта проблема будет рассмотрена в разделе, посвященном «хранению» человеческого капитала.

Квалификация (образование) человека тоже может быть рассмотрена на трех периодах, которые в действительности не обязаны совпадать с физиологической динамикой человека, но могут быть приравнены для упрощения модели. В этом случае, в период τc происходит формирование способностей человека, в период τm – развитие его квалификации, а в период τs она перестает увеличиваться. Предложенный подход в корне отличается от того, как квалификация моделируется другими исследователями человеческого капитала: они, как правило, рассматривают детство как возраст, в котором человек получает образование и формирует свою квалификацию на всю дальнейшую жизнь. Однако, на наш взгляд, необходимо различать тот потенциал способностей, которые закладываются в ребенка в рамках системы общего образования, и трудовые качества, вырабатываемые на старших курсах системы профессионального образования в рамках прикладных дисциплин и практик, а также в процессе трудовой деятельности и при получении дополнительного профессионального образования. Таким образом, инвестиции в образование могут быть представлены в двух переменных: EmaxI – инвестиции в способности (как накопленная сумма за все годы младшего возраста τc); EI – инвестиции в квалификацию (как накопленная сумма за все годы трудоспособного возраста τm). Максимальный уровень квалификации Emax зависит от инвестиций в способности:

$$Emax = \mu Emax * EmaxI, \quad (5)$$

$E = \min(Emax, \mu E * EI)$. (6)

Что касается инвестиций в мотивацию MI (в нашей модели включающую в себя и стимулирование), то они достаточно хорошо изучены в рамках теорий «управления персоналом». Их описание заслуживает отдельной статьи, поскольку данная зависимость нелинейна.

$M = \mu M(MI)$, где μM представляет собой сложную функцию. (7)

Изучение структуры инвестиций в человеческий капитал позволяет установить характер зависимости между их величиной и состоянием человеческого капитала, но это лишь первый шаг на пути к анализу эффективности инвестирования в него средств.

Задача о хранении человеческого капитала

Изменения ЧК во времени связаны не только с инвестициями, но и с его потерей. Как и в отношении физического капитала (сырья, оборудования и др.), перенос человеческого капитала из одного временного периода в другой требует формализации процедуры хранения. Возможны два подхода к описанию хранения: через скорость уменьшения человеческого капитала и через расходы на его поддержание. Несмотря на внешнюю схожесть, эти процедуры имеют разный экономический смысл и моделируются по-разному. Уменьшение человеческого капитала со временем фактически эквивалентно его дисконтированию (подобно финансовым активам). С другой стороны, формализация через стоимость расходов на его поддержания эквивалентна производственному процессу, имеющему свою стоимость. На наш взгляд, производственная формализация имеет то преимущество, что позволяет напрямую сопоставлять сохраненный и вновь созданный человеческий капитал в каждом периоде. Кроме того, формализация через дисконтирование, по всей видимости, сложнопременима к способностям человека.

Если использовать описание хранения как производственного процесса, то для каждого периода времени t и для каждого компонента человеческого капитала (H, E, Emax, M) возможно производство его в новом периоде, которое требует амортизационных расходов (HA, EA, EmaxA, MA), причем их величина определяется делением величины компонента на коэффициент (γH, γE, $\gamma Emax$, γM). Величина этих коэффициентов много меньше коэффициентов μ, т.е. поддержание человеческого капитала требует намного меньших расходов, чем его создание. Однако построение более точных моделей требует представления коэффициентов γ как функции от возраста.

Важно учесть, что амортизация человеческого капитала зависит от интенсивности его использования, причем эта зависимость может различаться по компонентам. Так, в отличие от амортизации физического капитала, амортизация квалификации удешевляется при более активном использовании человеческого капитала (что, впрочем, может моделироваться и включением трудового времени в инвестиции в человеческий капитал).

При необходимости эта задача может быть описана не только как переход между периодами, но и в непрерывном времени.

Обобщенная схема модели человеческого капитала

Рассмотрев основные проблемы моделирования человеческого капитала, мы можем представить обобщенную схему модели (рис. 2). Она должна включать в себя:

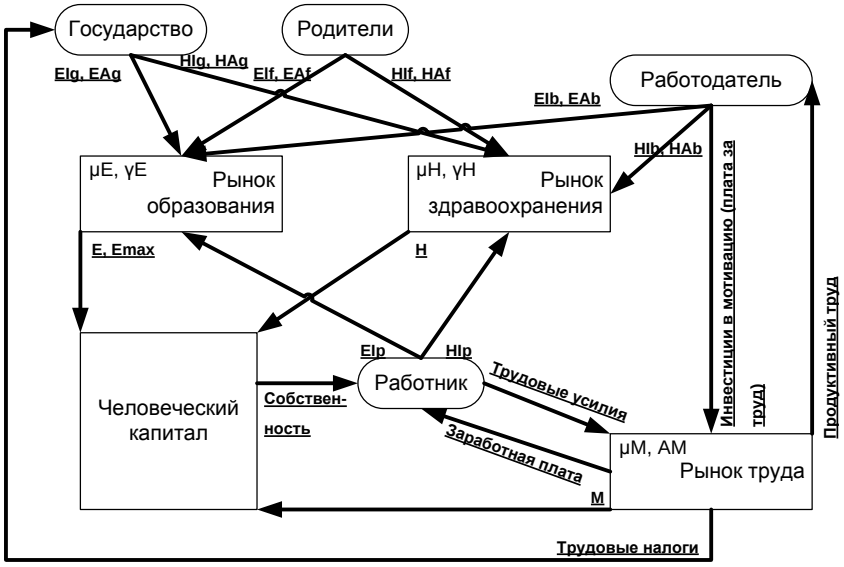


Рис 2. Здоровье работников и периодизация их жизни

- субъекты: человек (работник), семья (родители), государство, работодатель;
- рынки: образования, здравоохранения, труда;
- активы (запасы): здоровье, способности, квалификация, мотивация;
- периоды: детство, трудоспособный возраст, старший возраст;
- управления (потоки): расходы (субъектов) на активы;
- экзогенные переменные: коэффициенты эффективности инвестиций и амортизации для рынков труда, образования и здравоохранения.

Особенностью описанного подхода к моделированию человеческого капитала является рассмотрение рынков образования, здравоохранения и труда как абстрактных механизмов, характеризуемых набором переменных (μ, γ). Только на рынке труда выделяется подобие субъектов спроса и предложения (работник и работодатель), в то время как на рынках образования и здравоохранения спрос не описан вовсе. Соответственно в модели не описывается и не устанавливается равновесие на этих рынках, а только равновесное количество актива (H, Emax, E, M). Такой подход представляется существенным упрощением. Как в традиционных моделях экономики с использованием капитала желательно включать финансовый рынок инвестиций в капитал, так и в моделях экономики с человеческим капиталом желательно включать рынок инвестиций в образование и здравоохранение. Подробное моделирование этих рынков представляет собой задачу следующего этапа развития модели.

Задачи второго уровня в моделировании человеческого капитала

Наряду с моделированием рынков образования и здравоохранения существуют и другие проблемы, подробное рассмотрение которых необходимо при выработке общего подхода к моделированию человеческого капитала. К таким более сложным, комплексным вопросам, заслуживающим отдельного рассмотрения:

1. Использование человеческого капитала и его внешняя (отраслевая) структура. Привлекая через рынок труда человеческий капитал, работодатель использует его для производства товаров и услуг. Однако человеческий капитал различных людей не взаимозаменяем: менеджер не может заменить токаря вне зависимости от того, как соотносятся их зарплаты. Следовательно, человеческий капитал имеет отраслевую структуру, которая нуждается в изучении.

2. Секторальная структура человеческого капитала. Наряду с трудом наемных работников в современной экономике все большее распространение получает труд

временных работников (фрилансеров) и индивидуальных предпринимателей, а также заемный труд. Такие формы взаимодействия работника с работодателем не вписываются в классическую модель рынка труда, поэтому данный рынок предпочтительно рассматривать как несколько взаимосвязанных сегментов, использующих различные механизмы координации трудовой деятельности.

3. Разграничение человеческого капитала и потребления. Если фирма закупит сырья вдвое больше, чем требуется для ведения бизнеса, то такие «инвестиции» приведут лишь к убыткам (расходы на хранение) и будут списаны в связи с его порчей. Так же и человек, потребляющий большее количество благ, чем требуется для восстановления его организма, лишь наносит себе ущерб. Проблема определения величины разумных расходов на рекреацию и отделения их от избыточного потребления достаточно сложна. Решение этой задачи требует исследования особенностей потребления людей с различным человеческим капиталом.

4. Движение человеческого капитала. Возможности и, что важнее всего, издержки перемещения человеческого капитала между различными компаниями и регионами составляют важный самостоятельный предмет изучения. Некоторые исследователи включают потенциал мобильности в состав человеческого капитала. Другие выделяют категорию специфического человеческого капитала, который имеет ценность только в конкретной организации и утрачивается при смене места работы. Эти вопросы нуждаются в отдельном исследовании.

5. Соотношение человеческого капитала, человеческого потенциала и социального капитала. Понятие человеческого потенциала отражает прогноз развития человеческого капитала в будущем и представляет собой сочетание способностей человека с внешними условиями. Человеческий потенциал рассматривается как характеристика среды, а не человека. На наш взгляд, именно к человеческому потенциалу и социальному капиталу следует относить потенциал мобильности и «специфический человеческий капитал», а также институты и инфраструктуру рынков образования, здравоохранения и труда. Внешние условия, влияющие на развитие человеческого капитала, нуждаются в глубоком специальном изучении.

Заключение

Представленный анализ существующих моделей и известных проблем показывает, что моделирование человеческого капитала должно происходить с учетом основных его форм: квалификации и способностей, здоровья, мотивации к труду. Инвестиции в них осуществляются на рынке образования, здравоохранения и труда. Продуктивный человеческий капитал определяется величиной этих форм и находится во владении и распоряжении человека-носителя. Право пользования человеческим капиталом (получение трудовых услуг) является объектом торговли на рынке труда. При моделировании человеческого капитала и включении его в производственную функцию необходимо учитывать, что для всех субъектов инвестирования, кроме самого человека, вложенные средства не порождают прав собственности. На рынках образования и здравоохранения они носят безвозвратный характер, и только на рынке труда вложения работодателя в мотивацию напрямую трансформируются в используемый продуктивный человеческий капитал. Моделирование человеческого капитала на микроэкономическом уровне представляется исключительно сложной задачей, требующей рассмотрения вопросов мобильности и взаимозаменяемости человеческого капитала. На макроэкономическом уровне эти противоречия значительно смягчаются, что позволяет использовать предложенную нами структуру модели при межстрановых сравнениях.

Литература

1. Foote N., Hatt P. Social Mobility and Economic Advancement //American Economic Review. 1953. May. Vol.43. Pp. 364–378.
2. Корчагин Ю.А. Человеческий капитал – интенсивный социально-экономический фактор развития личности, экономики, общества и государственности. М.: НИУ ВШЭ, 2011.
3. Солодухина О.И. Человеческий капитал: понятие, особенности, структура // Новый университет. Серия: Экономика и право. 2015. № 8-9 (54-55). С.4-7.
4. Волкова Е.А., Калинникова Е.В. Повышение конкурентоспособности предприятия на основе совершенствования качества рабочей силы. Ульяновск: УлГТУ, 2010.
5. Сенашенко В.С., Кузнецова В.А, Кузнецов В.С. О компетенциях, квалификации и компетентности. // Высшее образование в России, 2010. №6. С.18-19.
6. Корицкий А.В. Истоки и основные положения теории человеческого капитала // Креативная экономика, 2007. № 5 (5). С. 3-10.
7. Рамонов А.В. Ожидаемая продолжительность здоровой жизни как интегральная оценка здоровья россиян // Экономический журнал Высшей школы экономики, 2011. №4. С.497-518.
8. Каменев И.Г. К вопросу о структуре инвестиций в человеческие ресурсы // Креативная экономика, 2014. №5 (89). С. 4-5.

РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТИ НЕРАЗОРЕНИЯ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ ПРИ СТРАХОВАНИИ УРОЖАЯ

В.Г.Киселев

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН,
Россия, г. Москва, ул. Вавилова 40,
тел.: (499)135-13-98,
e-mail: vgkiselev@yandex.ru

Аннотация. В работе рассматриваются методы вычисления вероятностных характеристик функционирования страховой компании при страховании урожая. Приводятся разностные уравнения для вероятности неразорения страховой компании и другие подходы для оценки финансовой устойчивости страховой компании

Ключевые слова: страхование, вероятность неразорения, цепи Маркова, страховой тариф, перестрахование

Основным способом обеспечения финансовой устойчивости сельскохозяйственных производителей является страхование сельскохозяйственных рисков.

Страхование зародилось еще в период разложения первобытно-общинного строя, поначалу носило натуральную форму, когда за счет запасов зерна, фуража, формируемых путем подушных натуральных взносов, оказывалась материальная помощь отдельным пострадавшим крестьянским хозяйствам. По мере развития товарно-денежных отношений страхование в форме натуральных продуктов уступило место страхованию в денежной форме.

В условиях современного общества страхование превратилось в универсальное средство возмещения ущерба практически во всех отраслях человеческой деятельности.

Практически для всех видов страхования разработаны приемлемые методики, основанные на имеющихся в достаточной мере статистических данных и использующие современные достижения актуарной математики (последние достижения в актуарной математике приведены в переводной монографии [1]). Исключение составляет страхование в сельском хозяйстве и особенно в его растениеводческой отрасли.

В работах [3,4] отмечались основные особенности страхования сельскохозяйственного производства. Основная особенность заключается в том, что для обоснования различных программ агрострахования не хватает основного – достаточной информационной базы. Не исключены такие случаи, когда нет даже минимальной информации – данных о средних значениях урожайности страхуемой культуры, особенно когда речь идет о страховании вновь созданных агрофирм или об использовании инновационных методов производства или о страховании интродуцируемых культур.

Для выработки приемлемых программ страхования урожая необходимы подходы, учитывающие интересы как страховых фирм, так и страхователей-агрофирм а также многие факторы, в частности государственную поддержку (она существует в агрострахования практически во всех странах), механизмы перестрахования и т.д.

Данная работа будет посвящена исследованию финансовой устойчивости страховой компании, занимающейся страхованием сельскохозяйственного производства. Исследования по финансовой деятельности страховой фирмы будем проводить на примере одной реальной программы страхования урожая при некоторых упрощающих предположениях, а именно будем считать, что страхуется урожай одной культуры одним хозяйством.

Пусть y_- и y_+ – минимальная и максимальная урожайности y этой культуры соответственно, а Ey – ее среднее значение. Будем считать, что страхуемая культура выращивается на общей площади S. Пусть цена единицы полученной продукции равна c. Страховая урожайность y_α – то значение урожайности, ниже которой страховая компания выплачивает страховое возмещение, равное стоимости недополученного урожая. Обычно значение страховой урожайности задают в виде $y_\alpha = \alpha Ey$, где $0 < \alpha < 1$ – некоторый коэффициент.

Страховая сумма, исходя из которой определяется величина страхового взноса, равна cSy_α. Страховой взнос (страховая премия) – это плата за страхование – сумма, которую страхователь должен заплатить страховой компании, равен $\pi = \delta cS\, y_\alpha$, где $0 < \delta < 1$ – страховой тариф – ставка страховой компании, задаваемая ею с учетом собственного финансового благополучия. Страховое возмещение равно $r = cS\,(y - y_\alpha)_+$, где нижний знак (+) означает функцию Хевисайда.

Такова программа страхования. В этой программе – три свободных параметра:

- y_α – величина страховой урожайности;
- δ – величина страхового тарифа;
- γ – величина государственной поддержки.

Для заданной программы страхования важной задачей актуарных исследований является оценка влияния этих параметров на финансовое состояние как страховой компании, так и агрофирмы.

В актуарных исследованиях для оценки финансового состояния страховой фирмы используют, как минимум, два типа показателей – средний доход и характеристики, связанные с возможностью разорения фирмы.

Вероятность неразорения страховой компании

Важным критерием оценки деятельности страховой компании является показатель устойчивости ее финансовой деятельности, который в актуарной математике принято оценивать вероятностью неразорения.

Для определения этого понятия при страховании урожая введем следующие обозначения. Деятельность фирмы будем рассматривать на конечном интервале времени в T лет, т.е. время будет принимать дискретные значения $t = 0,1,2,...,T$. Пусть $U(t)$ – капитал страховой фирмы к концу года t, а начальный капитал равен u, т.е. $U(0) = u$. Пусть $\pi(t)$ означает страховые поступления в год t, а $r(t)$ означает выплаты в этот год. Тогда можно записать следующее соотношение: 9

$$U(t) = U(t-1) + \pi(t) - r(t),$$
$$U(0) = u, \quad t = 1,2,...$$

Решая эту задачу Коши, для любого времени t получим

$$U(t) = u + \ddot{I}\ (t) - R(t),$$

где $\ddot{I}(t) = \sum_{\tau=1}^{t} \pi(\tau)$, $R(t) = \sum_{\tau=1}^{t} r(t)$ – суммарные за t лет поступления и выплаты соответственно.

При конкретной реализации процесса $U(t)$ может случиться, что в некоторый момент времени τ требуемые выплаты превысят имеющийся капитал, т.е. $U(\tau) < 0$. Такой момент времени и будет моментом разорения. Вероятность $\Psi(u,t) = P(\tau \le t)$ называют вероятностью разорения до момента t, при условии, что начальный капитал равен u (мы здесь будем рассматривать только практически интересный случай конечного времени, хотя разорению на бесконечном интервале посвящено больше исследований). Соответственно $\varphi(u,t) = 1 - \psi(u,t)$ будет вероятностью неразорения.

Поскольку вероятность неразорения является одной из важных характеристик функционирования страховой компании, изучению этой характеристики посвящено много работ. Для некоторых конкретных распределений случайных величин $r(t)$, используемых в актуарных расчетах различных традиционных видов страхования, получены как оценки, так и точные значения для этой вероятности. Для функций распределения произвольного вида таких результатов существенно меньше. Так, в [1] для функции распределения достаточно общего вида в предположении, что премии постоянны, приводятся как оценки, так и точные значения для $\psi(u)$ – асимптотической вероятности разорения за бесконечный интервал времени. В другой работе [2] приводится нижняя оценка для вероятности неразорения $\varphi(u,t)$ на конечном интервале времени, что является более интересным случаем для агрострахования.

В рассматриваемом нами случае агрострахования мы можем рассчитывать только на эмпирические функции распределения, и поэтому абсолютное большинство известных результатов на агрострахование не распространяются.

Для модели, описывающей динамику наличного капитала страховой компании, получим рекуррентное соотношение для вероятности неразорения. Для этого воспользуемся подходом, используемым для решения аналогичной задачи в работе [2]. В год номера t имеем два несовместимых события:

$y(t) < y_\alpha$ с вероятностью p_α

и

$y(t) \ge y_\alpha$ с вероятностью $(1 - p_\alpha)$.

Пусть условная вероятность того, что в год t не произойдет разорение после получения премий $\pi(t)$ при $y(t) < y_\alpha$, равна $\varphi(u,t \mid y(t) < y_\alpha)$, а такая же условная вероятность при условии $y(t) \ge y_\alpha$ равна $\varphi(u,t \mid y(t) \ge y_\alpha)$. Тогда по формуле полной вероятности

$$\varphi(u,t) = \varphi(u,t \mid y(t) < y_\alpha)\ p_\alpha + \varphi(u,t \mid y(t) \ge y_\alpha)(1 - p_\alpha).$$

Далее, можно показать, что

$$\varphi(u,t \mid y(t) \ge y_\alpha) = \varphi(u + \pi(t), t-1),$$

$$\varphi(u,t \mid y(t) < y_\alpha) = \int_0^{r_{\max}(t)} \varphi(u + \pi(t) - r(t),\ t-1)\ f(r)dr.$$

Действительно, при $y(t) \ge y_\alpha$ нет выплат по рискам и состояние в момент t отличается от состояния в момент $(t-1)$ только дополнительной премией $\pi(t)$, которую мы можем приписать к начальному запасу u и, следовательно, в этом случае вероятность неразорения в момент t равна вероятности неразорения в момент $(t-1)$,

но с начальным запасом $u+\pi(t)$.Это первое из приведенных выше равенств. Второе равенство доказывается аналогично, но в этом случае при $y(t)<y_\alpha$ надо учесть случайную выплату по рискам.. Так как $r_{\max}(t)=\min(u+\pi(t),\ y_\alpha-y(t))$, то

$$\varphi(u,t\mid y(t)<y_\alpha)= = \int\limits_{\min(u+\pi(t),\,y_\alpha-y_-)}^{y_\alpha} \varphi(u+\pi(t)-y_\alpha+y,t-1)\,f(y_\alpha-y)\,dy.$$

Используя все эти соотношения, окончательно получим разностное уравнение для вероятности неразорения:

$$\varphi(u,t)=(1-p_\alpha)\,\varphi(u+\pi(t),t-1)+$$

$$+\ p_\alpha \int\limits_{\min(u+\pi(t),\,y_\alpha-y_-)}^{y_\alpha} \varphi(u+\pi(t)-y_\alpha+y,t-1)\,f(y_\alpha-y)\,dy$$

с начальным условием

$$\varphi(u,0)=1.$$

Заметим, что начальный капитал u не может быть малым. Действительно [4], на первом шаге, чтобы не разориться с вероятностью $(1-p_\alpha)$, компания должна иметь начальный капитал

$$u>y_\alpha-\pi(1)=(1-\delta)y_\alpha=$$

$$=y_\alpha[1-(1+\theta)\int\limits_{y_-}^{y_\alpha}(1-\frac{y}{y_\alpha})\,f(y)\,dy]>y_\alpha[1-(1+\theta)\,p_\alpha].$$

Здесь θ – коэффициент, определяющий доход страховой компании [1]. Для реальных значений $y_\alpha, p_\alpha, \theta$ величина начального капитала u может быть достаточно большой, если учесть, что здесь все рассматривается для единичной площади страхуемой культуры.

Можно предложить и другой подход решения этой задачи, основанный на использовании цепей Маркова.

Состояние финансов страховой компании, определяемое капиталом $U(t)$, при дискретном времени можно рассматривать как конечную цепь Маркова. Действительно, для $\forall t=0,1,2,...,T$ величина капитала страховой компании (случайная величина) принадлежит отрезку $U(t)\in[0,U^+]$, который мы разобьем на конечное число интервалов. Пусть n_Δ – количество таких интервалов, а Δ – величина интервала. Назовем k - м состоянием системы $(k=0,1,...,n_\Delta)$, если ее финансы $U_k\in(k\Delta,\,(k+1)\Delta]$.

Состояние, когда $U<0$ – это состояние разорения. Пусть этому состоянию, не входящему в отрезок допустимых, соответствует индекс $k=-1$. В начальный момент $U(0)=u$ – начальному капиталу компании. Пусть $u\in(k^0\Delta,(k^0+1)\Delta)$, т.е. k^0 – начальное состояние системы. Так как начальное состояние определено, то начальное распределение вероятностей таково:

$$p_{k_0}(0)=1,\ p_k(0)=0,\ k\neq k_0\ .$$

В общем случае на шаге t система находится в состоянии i и независимо от предыстории переходит в состояние j с вероятностью перехода p_{ij}, которую мы можем подсчитать исходя из приведенной выше динамической модели.

Обозначим $h(t)=\pi(t)-r(t)$. Если $y(t)\ge y_\alpha$, то $h(t)=\pi(t)=n_\pi(t)\Delta$ и $p_{ij}=(1-p_\alpha)$ для $j=i+n_\pi(t)$ и $p_{ij}=0$ для $j>i+n_\pi(t)$. Если $y(t)<y_\alpha$, то $h(t)=\pi(t)+y(t)-y_\alpha=\ n_r(t)\Delta$. Далее, $h(t)_{\min}=h(r_{\max}(t))=\pi(t)-y_\alpha+y_-=\pi(t)-N_r\ \Delta$. В этом случае

$$p_{ij}=P(y_\alpha-(n_r+1)\Delta\le y(t)\le y_{\ \alpha}-n_r(t)\Delta \text{ для } j=i+n_\pi(t)-n_r(t),\quad n_r=0,2,...,N_r.$$

Обозначим $p_j(t)$ вероятность того, что система через t шагов будет находиться в состоянии j. Из теории цепей Маркова известно, (смотри, например, [8]), что при наших начальных условиях эта вероятность совпадает с вероятностью $p_{ij}(t)$ того, что система из начального состояния i перейдет в состояние j за t шагов. Если ввести матрицу $P(t)=\left\|p_{ij}(t)\right\|$, $i,j=1,2,...,$ то имеет место следующее равенство:

$$P(0)=I,\quad P(t)=P^t,\ t=1,2,...,$$

где I – единичная матрица, а $P=\left\|p_{ij}\right\|$ – матрица переходных вероятностей. Поскольку начальное состояние системы, когда $U(0)=u$, имеет номер $i=k^0$, а состояние разорения, когда $U(t)<0$, имеет номер $j=-1$, то $p_{k^0,-1}(t)$ – вероятность разорения за t шагов. Проводя вычисления по последней приведенной формуле, мы можем отслеживать эту вероятность. Следует заметить, что вычисления по данной схеме дают возможность проследить изменение вероятности разорения не только для одного конкретного значения начального капитала, но и для любого $u\in\left[0,U^+\right]$.

Другие показатели динамики финансов

Для исследования поведения страховой компании используются и другие показатели финансовой устойчивости страховой фирмы, отличные от вероятности неразорения. В частности, в классической работе [1] обсуждают еще два показателя.

Первый – величина рискового резерва $U(t)$, впервые оказавшегося ниже начального значения u, и второй – максимальные суммарные потери

$$L=\max_{0\le t\le T}\left[R(t)-\ddot{I}\ (t)\right].$$

Эти показатели исследуются при достаточно жестких (не приемлемых для наших целей агрострахования) предположениях, однако можно отметить интересную связь показателя L с вероятностью неразорения, показанную в этой работе. Можно записать следующую цепочку равенств:

$$\varphi(u,t)=P(U(\tau)\ge 0,0\le\tau\le t)=P(u+\Pi(\tau)-R(\tau)\ge 0,0\le\tau\le t)=$$
$$=P(R(\tau)-\Pi(\tau)\le u,0\le\tau\le t)=P(\max_{1\le\tau\le t}(R(\tau)-\ddot{I}\ (\tau))\le u,u\ge 0)=P(L\le u),u\ge 0,$$

которая приводит к соотношению $\varphi(u,t)=P(L\le u),$ связывающему вероятность неразорения и величину максимальных суммарных потерь.

Перестрахование

Важным элементом страховой политики является перестрахование. Механизм перестрахования состоит в следующем. Страховщик при заключении договоров страхования принимает на себя финансовую ответственность за возможные риски и за это получает премию. Если для страховой компании крупные выплаты нежелательны, а это, как мы видели, весьма вероятно в агростраховании, то она может передать часть премии другой страховой компании – перестраховщику взамен за обязательство оплатить часть риска. Существуют разные схемы перестрахования. Некоторые из них мы здесь опишем.

Пропорциональное перестрахование. Для простоты изложения будем считать, что все расчеты ведутся для единичной площади и единичной стоимости продукции страхуемой культуры. В данном случае схема перестрахования следующая. Величина премии страховщика в год t равна $\pi(t)$, а выплаты по риску равны $r(t)$. Часть риска $\beta r(t),\ 0 \le \beta \le 1$ выплачивает страховщик, а остальную $(1-\beta)r(t)$ – перестраховщик. За это перестраховщик получает некоторую часть премии страховщика. Пусть рисковые запасы страховщика и перестраховщика равны θ и θ_1 соответственно. Как правило, $\theta_1 < \theta$, поскольку у перестраховщика меньше издержки. Премия страховщика – то, что он получает от страхователя, равна $\pi(t) = Er(t)(1+\theta)$, а премия перестраховщика $\pi_1(t) = (1-\beta)Er(t)(1+\theta_1)$. В результате перестрахования страховщик получает средний доход

$$E\tilde{D}_I = \pi(t) - \pi_1(t) - \beta Er(t) = Er(t)(\theta - \theta_1(1-\beta)) < \theta Er(t) = ED_I .$$

Таким образом, финансовые показатели страховой компании ухудшаются, но показатели надежности, как это показано для некоторых частных случаев страхования, повышаются. В этом заключается смысл перестрахования – за счет некоторой потери прибыли повысить надежность функционирования системы. В агростраховании все эти характеристики необходимо исследовать для каждой схемы перестрахования.

Средние доходы перестраховщика в рассматриваемом нами пропорциональном перестраховании равны $E\tilde{D} = Er(t)\theta_1(1-\beta)$, а суммарные доходы равны $E\tilde{D}_I + E\tilde{D} = \theta Er(t) = ED_I$, и это естественно.

Перестрахование с безусловной франшизой / перестрахование эксцедента убыточности/ перестрахование превышения потерь. Рассмотрим еще один вид перестрахования. Поскольку терминология в страховом деле в нашей стране еще не устоялась, в заголовок были вынесены три названия одного и того же вида перестрахования, которые встречаются в литературе.

Пусть страховая компания заключила договор страхования урожая с выплатами $r(t)$ и премиями $(1+\theta)Er(t)$.

Заключается следующий договор перестрахования. Устанавливается некоторый уровень выплат d – безусловная франшиза, после чего выплаты страховой компании составят $r(t) = \min(r(t), d)$, т.е. страховщик в любом случае выплачивает не более чем d, а выплаты перестраховщика будут равны $r_1(t) = \max(0, r(t) - d)$, т.е. он компенсирует превышение выплат на уровне d. Отсюда и название этого вида перестрахования.

Среднее значение выплат страховой компании составит

$Er'(t) = \int_0^d x\,dF_r(x) + d(1 - F_r(d))$, а перестраховщика $Er_1(t) = \int_d^{r_{\max}} (x-d)\,dF_r(x)$. Суммарные средние выплаты, как и в предыдущем случае, равны $Er(t)$.

Премия перестраховщика равна $\pi_1 = (1+\theta_1)Er_1(t)$, и она получается за счет доходов страховой компании.

Средний доход перестраховочной компании равен $ED_1(t) = (1+\theta_1)Er_1(t) - Er_1(t) = \theta_1 Er_1(t)$, а средний доход страховой компании $ED'(t) = (1+\theta)Er(t) - \pi_1 - Er'(t)$ и можно показать (см. [3]), что он равен $ED' = \theta Er(t) - \theta_1(r_{\max} - d)(1+\xi)$, где $0 < \xi < 1$. Отсюда следует, что перестрахование с безусловной франшизой также приводит к финансовым потерям страховой компании,

однако для некоторых видов страхования показано, что и в этом случае повышается ее финансовая надежность.

Литература

1. Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбит С., Хикман Дж. Актуарная математика, М: Янус-К, 2001, 655 с.
2. Бойков А.В. Страхование: актуарные расчеты и математические модели страхования, М.: ОРГСЕРВИС-2000, 2008, 172 с.
3. Киселев В.Г. Системный анализ основных систем агрострахования. М: ВЦ РАН, 2012. 28 с.
4. Киселев В.Г. Актуарная математика в агростраховании. М: ВЦ РАН, 2011. 29 с.
5. Киселев В.Г. Информационная база региональной системы агрострахования. //Труды 5-й международной конференции «Управление большими системами» М.: ИПУ РАН, 2011.

МЕТОДОЛОГИЯ СЦЕНАРНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ КАК РАЗВИТИЕ КЛАССИЧЕСКИХ СХЕМ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

*** Д.А. Кононов, Р.О. Пономарев**

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва
Россия, 117997, г. Москва, Профсоюзная ул., 65.
Тел.: 495-334-89-59, факс 495-334-89-59,
e-mail: dmitrykon52@gmail.com
e-mail: roman3457@yandex.ru

Аннотация. Представлены результаты разработки моделей и методов сценарного исследования сложных систем как новых инструментальных средств исследования операций. Рассмотрены основные понятия методологии, а также приложения по исследованию прикладных систем.

Ключевые слова: сценарное исследование, сложная система, методология, приложения.

Введение

Разработка методов анализа, предсказания путей развития и эффективного управления сложными системами в условиях неопределенности являются прикладными целями исследования операций [1]. При усложнении условий функционирования и развития изучаемых объектов требуется создание технологий исследования и проектирования, позволяющих адекватно отображать последовательность их состояний [2]. Однако сегодня наблюдается определенный кризис применения методов моделирования для исследования сложных систем (СС) [3].

Объектно-субъектный подход в сочетании с методологией структурного анализа является эффективным средством изучения динамики поведения сложных, в том числе социально-экономических систем (СЭС). Вместе с тем при моделировании ее поведения и развития следует провести математическую формализацию, при этом могут быть построены экспертные системы, позволяющие изучать различные аспекты развития ситуаций на основе автоматизированной генерации формализованных сценариев их поведения. Такой подход к изучению СЭС назовем «сценарным анализом социально-экономической системы». Построение желательного сценария (спектра сценариев) поведения и развития назовем «сценарным синтезом развития СЭС». В настоящей работе рассматривается формальные средства (методология) и примеры применения сценарного исследования.

Сценарная методология как инструмент научного исследования и практического использования содержит основные компоненты: сценарная система, система сценарного анализа и система сценарного синтеза. Каждая из них задает формализованное представление необходимых элементов динамики поведения реального объекта, при этом используются средства формального конструирования сценария и операций над его элементами, которые развивают классические схемы исследования операций. Результатом применения инструментария является спектр сценариев функционирования и развития изучаемой сложной системы. Сценарий поведения объекта является промежуточным звеном между этапами целеполагания и

формирования конкретных планов работ. Исходные понятия получили формализованные описания в рамках формальной теории систем [4, 5]. Указанные средства разработаны в ИПУ РАН.

1 Методологические принципы исследования

Предлагаемая формализованная методология исследования информационного управления предполагает рассмотрение этого процесса на основе интеграции системно-логического, структурно-социального и сценарного подходов.

Системно-логический подход предполагает описание и изучение объектов исследования с позиций системного анализа, в основу которого положено понятие «формальный системный объект». Это позволит изучать объекты и процессы с точки зрения формальных логических и математических методов.

Структурно-социальный подход предполагает описание и изучение социально-экономических объектов управления на основе определения и структуризации видов человеческой деятельности. Это должно позволить изучать объекты и процессы в социальных системах на различных стратах социального устройства общества, выделяя основные социальные объекты, социальные структуры и описывать на этой основе различные социальные процессы.

При формализованном отображении объекта моделирования в предлагаемой концепции используется понятие «расширенное фазовое пространство», которое формируют в зависимости от цели исследования на определенной страте поля описания. Принципиальная практическая значимость изучения различных фазовых пространств в процессе управления различными стратифицированными описаниями реализуется в понятии «метанабор описания системы». Это дает возможность «сквозного» структурно-системного описания с единых методологических позиций различных структурных элементов СЭС.

Объединение системно-логического и структурно-социального подходов позволяет изучать деятельность человека в качестве основной движущей причины развития СЭС, рассматривая ее как структурированный спектр формализованных процессов изменения состояний социально-экономических объектов и субъектов действия.

Сценарный подход предполагает исследование процессов, происходящих в социально-экономических системах, на основе построения и изучения сценариев поведения (синергические сценарии) социальных субъектов действия и сценариев управления (аттрактивные сценарии) социальными объектами.

Объединение системно-логического, структурно-социального и сценарного подходов позволяет изучать многоаспектные проблемы, подвергать сценарному анализу и синтезировать сценарии поведения различных социальных субъектов действия, и перейти к созданию системы обеспечения безопасности заданного социального объекта, социальной структуры или социального процесса.

Для эффективного изучения информационного управления [14-16] предлагается использовать *информационно-логический подход*. Здесь описание и изучение информационных объектов проводится на основе формирования информационных совокупностей, обеспечивающих процессы деятельности и взаимодействия заданных формальных системных объектов на рассматриваемых стратифицированных многообразиях. Основными используемыми понятиями являются «формальная информационная система», «информационная связь», «информационный потенциал», «информационное поле», «информационная акция».

Введенное понятие «информационная акция» [16] позволяет предложить формализованные способы описания стратегий поведения субъектов действия в различных ситуациях информационного взаимодействия.

Объединение системного и информационно-логического подходов позволяет изучать процедуры формирования, преобразования и использования информации как формальные процессы изменения информационных состояний (внутренних, внешних и расширенных) формальных системных объектов.

Объединение системно-логического, структурно-социального и информационно-логического подходов позволяет изучать информационные влияния и воздействия в социальных системах, рассматривая их как формализованные процессы изменения информационных состояний социальных объектов и субъектов действия, в том числе индивидуальные и коллективные действия людей, учитывая обстоятельства, в которых осуществляется процесс управления. Такой синтез позволяет рассматривать информационное поведение (развитие) СЭС в целом, а также отдельных ее элементов.

Объединение системно-логического, структурно-социального, информационно-логического и сценарного подходов позволяет изучать многоаспектные информационные проблемы, анализировать и синтезировать сценарии рационального информационного поведения различных социальных субъектов действия и, в конечном счете, перейти к созданию системы информационной безопасности заданного социального объекта, социальной структуры или социального процесса, в условиях ведения комплексного информационного взаимодействия.

2 Формальные средства сценарного исследования сложных систем

В основу формального построения сценария положена следующая иерархия понятий: ожидаемое событие, экспертно-значимое событие (ЭЗС), ситуация, обстановка, сценарий поведения [5]. В указанных терминах сценарий представляет собой последовательность экспертно-значимых обстановок в расширенном фазовом пространстве.

2.1 Компоненты сценарной системы

Для автоматической генерации сценариев следует построить сценарную систему, в которой формализованы основные компоненты функционирования и развития реального исследуемого объекта.

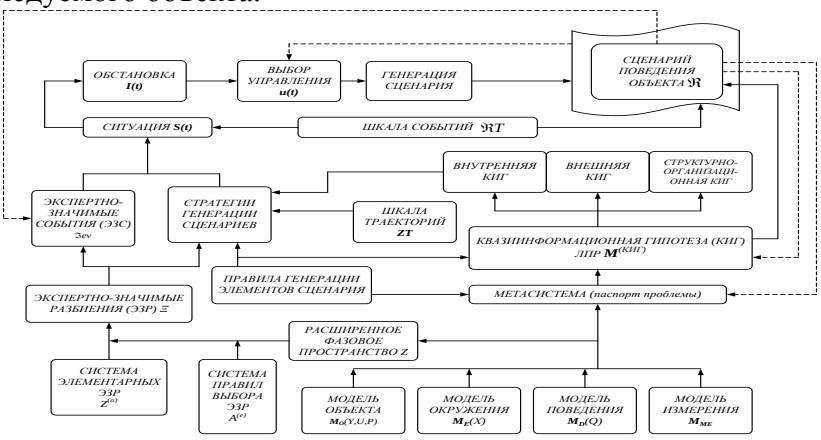


Рис. 1. Сценарная система и схема формирования сценария

Формальное описание динамической модели поведения объекта (совместное поведение объекта исследования и окружения) представлено основным метанабором **M**, в котором формализованы модель объекта, окружения, динамики поведения, моделей измерения, принятия решений и т.п.

Формализованное описание предметной области содержит основные структурные элементы, необходимые для исследования поведения объекта: стратификацию предметной области, экспертно-значимые разбиения расширенного фазового пространства (ЭЗР), условия осуществления ЭЗС, формальные описания объектов и субъектов действия, классификацию целей, структуры взаимодействия и другие компоненты. Для формального стратифицированного описания предметной области введено понятие сценарного пространства.

Формальное описание (модель) неопределенности представлено понятием квазиинформационная гипотеза (КИГ), которая является расширением понятия информационная гипотеза в исследовании операций. Здесь формализуются основные учитываемые неопределенности в виде структур неопределенности. Назначение КИГ – определить конкретную ситуацию в терминах условных решений, т.е. выделить и структурировать область множества условных решений, в которой будут разворачиваться дальнейшие возможные события сценария. Каждая выделенная подструктура характеризуется тем, что с точки зрения заданного критерия она содержит однородные элементы, в том числе правил выбора различных компонентов сценарной системы, единой применяемой модели учета неопределенности, информированности и т.п. [5].

Формализация основных элементов сценария позволило ввести формальные операции: детализация сценария, объединение и пересечение сценариев, операции фрагментирования, ветвления и т.п. [6].

Указанные формальные средства позволяют генерировать в автоматическом режиме спектр сценариев.

2.2 Сценарный анализ поведения сложной системы

Сценарный анализ – это способ установления логической последовательности событий с целью определения альтернатив функционирования и развития сложных систем. В то же время «сценарий» – это прогноз изменения системных параметров в будущем на основании определенных предположений об их свойствах в зависимости от осуществляемых обстоятельств. В любом случае построение сценария предполагает:

– выделение базовых моментов развития объекта и разработка различных вариантов динамики его развития;

– анализ и оценку полученных вариантов, изучение особенностей для построения планов и программ их реализации.

Для проведения сценарного анализа сформированного спектра сценариев определены формальные характеристики сценария, его элементов, развития ситуаций, реализуемости и т.п. на выбранном горизонте исследования [5].

2.3 Сценарный синтез

Сценарный синтез, т.е. выбор желательного сценария функционирования и развития объекта может быть средствами предлагаемой методологии осуществлен рядом способов. Оптимальность сценария может быть рассмотрена с двух точек зрения.

Первая заключена в самой вербальной постановке проблемы построения сценария как выбора наиболее рационального (оптимального) экспертного описания проблемных ситуаций, фиксирующих наиболее существенные свойства рассматриваемого процесса поведения сложной системы. Свойство оптимальности является основополагающим для формируемого сценария, поскольку отличает этот объект исследования от таких смежных понятий, как прогноз, план и траектория развития: именно выбор очередного ЭЗС, а не всех возможных путей достижения цели в терминах расширенного фазового

пространства определяет формируемый сценарий. Указание соответствующей последовательности при заданных предположениях о ходе развития объекта зависит от целей исследования или управления.

Пошаговое формирование сценария реализуется посредством формальных процедур: отображение текущей ситуации во множество условных решений; отображение текущей КИГ во множество экспертно-значимых событий; выбор очередного события из множества событий. Многошаговое формирование сценария реализуется посредством многошаговой игры в рассматриваемых сценарных пространствах.

Альтернативная концепция оптимальности сценария формулируется как выбор оптимального сценария из заданного множества сценариев, т.е. оптимальность рассматривается как многоместная операция в заданном сценарном пространстве в условиях заданной неопределенности [4, 5].

Поскольку в основном метанаборе могут быть представлены различные математические модели объекта, окружения и динамики, то для нелинейных моделей обычно имеются сложности поиска оптимального сценария. Задача упрощается, когда в соответствующей модели установлены магистральные свойства оптимальных траекторий. Соответствующие средства синтеза оптимального сценария предложены в [17].

3 Приложения сценарного исследования

Приложения сценарной методологии весьма разнообразны: от построения конкретных сценариев до исследования безопасности сложной системы.

Предлагаемая методология исследования опробована для ряда прикладных проектов развития систем различного класса и назначения. Отметим следующие.

Анализ развития системы образования РФ

Решение стратегических задач, выдвигаемых сегодня в области образования, требует комплексного подхода к исследованию на всех уровнях управления. Основным средством для этого является построение укрупненной модели взаимодействия существенных страт с обязательной структуризацией ее базовых компонентов (науки, образования, промышленности, сельского хозяйства, экологии и т.п.) и с учетом внешних условий глобализации отношений. Принципы, методы и примеры моделей импульсного моделирования указанных систем представлены в [10].

Организационно-технические системы: стойкость, живучесть и уязвимость

В рамках ряда прикладных проектов разработаны модели и методы управления безопасностью, стойкостью и живучестью объектов инфраструктуры железнодорожного транспорта на основе предложенных сценарного и индикаторного подходов [12].

Исследование развития региональных систем

Федеративное устройство России, существенные различия региональных систем требуют разработки консолидированных проектов развития субъектов Федерации. Региональные социально-экономические системы с точки зрения теории и практики управления представляют собой сложные системы, имеющие как общие, так и специфические свойства и характеристики. Анализ их поведения в кризисных и чрезвычайных ситуациях представляет собой достаточно трудоемкую и неоднозначную задачу.

На основе импульсного моделирования проведен анализ стратегий развития ряда регионов России. Изучены «окна уязвимости» при различных вариантах реализации угроз, а также структурная уязвимость их социально-экономического состояния с

целью поиска стратегий безопасного развития в кризисных, критических и чрезвычайных ситуациях [7, 11].

Исследование экологических систем

Существование острой проблемы загрязнения окружающей среды не вызывает сомнения: оно во многих регионах нашей страны может быть охарактеризовано как критическое или чрезвычайное, носящее характер экологического бедствия. В таких условиях особенно важно оптимизировать методы экологического менеджмента, в частности управления социально-экологическими объектами различного уровня (от единственной производственной единицы до регионального масштаба) с целью обеспечения их экологической безопасности. Ряд примеров сценарного исследования указанной проблемы можно найти в [11, 13, 14, 17].

Заключение

Опыт применения методологии сценарного исследования сложных, в том числе социально-экономических систем подтверждает уверенность в том, что использование математических методов исследования операций может получить новый импульс развития.

Предлагаемая методология представляется достаточно продуктивной для комплексного исследования сложных систем различного класса и назначения с последующей реализации предложенной методологии в интеллектуальных системах поддержки принятия решений.

Литература

1. Моисеев Н.Н. Судьба цивилизации. Путь разума. М.: МНЭПУ, 1998.
2. Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего. М.: Наука, 1997.
3. Поспелов И.Г. Модель современной экономики России: методы, технология, результаты. // Экономические стратегии, 2010. №10. С. 1-11.
4. Кульба В.В., Кононов Д.А., Косяченко С.А., Шубин А.Н. Методы формирования сценариев развития социально-экономических систем /Серия «Системы и проблемы управления». М.: СИНТЕГ, 2004. 296 с.
5. Модели и методы анализа и синтеза сценариев развития социально-экономических систем. Кн.1, 2./ Под ред. В.Л. Шульца, В.В. Кульбы. М.: Наука, 2012.
6. Kononov D. Scenario calculus as effective tool for scenario analysis //Тезисы докладов 3-й Московской международной конференции по исследованию операций (ORM2001) (Москва, 4-6 апреля 2001). М.: ВЦ РАН. 2001. С. 56-57.
7. Кононов Д.А., Лепе Н.Л., Пономарев Р.О. Управление чрезвычайными ситуациями в региональных системах методами ситуационного анализа //Вестник РГГУ. Серия «Управление», 2016. № 4 (6). С. 58-70.
8. Пономарев Р.О., Кононов Д.А., Пономарев Н.О. Сценарное исследование сложных систем: уязвимость и чрезвычайные ситуации /Труды НИИСИ РАН. М.: ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, 2016. Т. 6. № 2. С. 21-25.
9. Гладков Ю.М., Кононов Д.А., Крапчатов А.И. Сценарное исследование социально-экономических систем: методология, задачи, практика применения //Вестник РГГУ. 2007. № 12/07. С.100-119.
10. Кононов Д.А., Пономарев Н.О., Андреев А.П. Сценарный анализ в управлении образованием на основе импульсивного моделирования /Труды Международной научной конференции «Актуальные проблемы управления. Маркетинг и

менеджмент в образовании» (Москва, 2016). М.: Издательский Центр РГГУ, 2016. С. 205-215.
11. Архипова Н.И., Кононов Д.А., Кульба В.В. Проблемы и задачи исследования региональных социально-экономических систем //Актуальные проблемы управления. Материалы Международной научной конференции. М.: РГГУ. 2015. С. 3-9.
12. Кононов Д.А., Швецов Д.А., Пономарев Н.О., Пономарев Р.О. Сценарное исследование уязвимости сложных организационно-технических систем /Труды НИИСИ РАН Москва. 2014. С. 61-68.
13. Кононов Д.А., Кульба В.В. Экологический менеджмент: сценарии развития объектов и управление экологической обстановкой //Инженерная экология. № 6. 1996. С. 78-99.
14. Кононов Д.А., Кульба В.В., Малинецкий Г.Г. Сценарии поведения сложных систем в чрезвычайных ситуациях /Проблемы безопасности при чрезвычайных ситуациях. М.: ВИНИТИ. № 5. 2001. С. 4-18.
15. Кононов Д.А., Кульба В.В., Шубин А.Н. Информационное управление в социально-экономических системах: формализованное описание информационных элементов //Проблемы управления. № 2, 2004. С. 45-51.
16. Кононов Д.А., Кульба В.В., Шубин А.Н. Информационное управление в социально-экономических системах: элементы управления и способы информационного воздействия //Проблемы управления. № 3. 2004. С. 25-33.
17. Кононов Д.А., Кульба В.В., Шубин А.Н. Информационное управление в социально-экономических системах: информационные акции в информационных полях //Проблемы управления. № 4. 2004. С. 81-97.
18. Кононов Д.А. Модели и методы анализа и синтеза сценариев развития социально-экономических систем. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук (рукопись) М.: ИПУ РАН. 2010. 432 с.

ПРЕДСКАЗУЕМОСТЬ ДОХОДНОСТЕЙ ВЫСОКОЛИКВИДНЫХ АКТИВОВ: ЗНАКИ И АБСОЛЮТНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ[4]

***Д.И. Малахов, Д.Т.Хайдаров**

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
Факультет экономических наук, департамент прикладной экономики
Россия, 101000, г. Москва, ул. Мясницкая, д.20.
Тел: 8 496 7729590 доб. 26051,
e-mail: dmalakhov@hse.ru

Аннотация. Предсказывание доходностей является задачей, которая многие года сохраняет актуальность в академической среде, поскольку неразрывно связана с проблемой определения справедливой цены актива. На предсказуемость цен и доходностей активов также влияет эффективность рынка. Однако после публикации оригинальной работы Фамы 1970 года вышло достаточно много работ, показывающих, что возникают возможности предсказать поведение цены и извлечь прибыль выше рыночной. В нашей работе мы опираемся на идею декомпозиции доходности, в которой доходность рассматривается как произведение знака и абсолютной величины, и рассматривается ее применение в стандартных моделях с фундаментальными предикторами на данных месячной и квартальной частотности. Используя методы машинного обучения (градиентный и адаптивный бустинги, метод опорных векторов и др.), мы показываем на данных недельной частотности, что в течение последних трех лет существует значительная возможность предсказания поведения самого индекса SP500 и его фьючерса (корреляция пошагового прогноза доходностей скользящим окном и истинных значений доходностей составляет 30% для индекса и 29% для фьючерса), что превосходит известные результаты относительно предсказуемости.

Ключевые слова: эффективность рынка, предсказуемость доходностей, торговые стратегии, машинное обучение

1. Введение

Проблема прогнозируемости доходностей активов играет важную роль как в контексте построения торговых стратегий и анализа эффективности рынка, так и для понимания принципов ценообразования активов. В данной статье показывается, что прогнозирование отдельных множителей декомпозиции доходностей $r_t = sign(r_t) \cdot |r_t|$ с помощью методов машинного обучения позволяет получить высокую точность прогноза самих доходностей по сравнению с существующими работами (например,[2]).

Гипотеза эффективного рынка была изначально сформулирована в достаточно жесткой форме [8]: рынок является эффективным по отношению к информации Ω, если используя всю информацию Ω, невозможно извлечь сверхприбыль. Тем не менее со временем появилось большое количество работ, в которых представлены значительные свидетельства того, что рынки не являются полностью эффективными, и

[4] Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №14-11-00432).

можно предсказать будущие доходности акций или индексов с достаточно высокой точностью (например, [1-3,20]]). Более того, в исследованиях [5, 9-11, 25] показано, что предсказуемость не является несовместимой с концепцией рыночной эффективности. В данных исследованиях показываются, что такие показатели, как темпы роста денежной массы, изменения в промышленном производстве, темпы инфляции и различные процентные ставки, являются статистически важными для прогнозирования доходности акций, но и технические индикаторы играют значительную роль при построении прогнозов [21].

В связи с этим одно из последних определений данной гипотезы имеет следующую формулировку [29]: рынок является эффективным в отношении множества информации Ω_t, множества прогнозных моделей M_t и множества методов выбора моделей S_t, если невозможно получать прибыль путем торговли на основе прогнозной модели из M_t, выбранной с помощью метода из S_t и построенной с использованием предикторов из Ω_t, на большем промежутке времени, чем заданный. Примером множества информации Ω_t могут быть экономические переменные, такие как процентные ставки, обменные курсы, темпы роста промышленного производства, потребительские цены и т.д. и информация о компаниях, такая как отчет о прибылях и убытках и дивидендная доходность. Множество M_t может состоять из всех доступных на данный момент моделей прогнозирования. Данное множество растет с течением времени, так как исследователи все больше и больше разрабатывают новые методы предсказывания, и вычислительная мощность используемых техник позволяет рассчитывать все более сложные модели. В то же время и множество S_t, состоящее из методов выбора той или иной модели прогнозирования из M_t, расширяется со временем.

Стоит отметить, что прогнозы (условных) моментов и квантилей распределения доходностей имеют разную точность. К примеру, модели прогнозирования дисперсии (модели из семейства GARCH и модели стохастической волатильности) позволяют получить достаточно точные прогнозы для соответствующего момента [4]. Прогнозирование квантилей условного распределения доходностей (VaR) также является одной из основных задач риск-менеджмента, но тем не менее задача прогнозирования квантиля достаточно сложна, но некоторые методы зарекомендовали себя как подходящие для соответствия требованиям регуляторов [18]. Однако проблема построения аккуратного точечного прогноза (зачастую в качестве точечного прогноза рассматривается условное математическое ожидание) стоит достаточно остро. Трудность в построении точечных прогнозов объясняется во многом сложным процессом ценообразования активов (обычно точечный прогноз доходности сильнее привязан к ценообразованию, чем прогноз дисперсии или VaR), а также действиями участников рынка, приводящими к проблемам в выявлении закономерностей в динамике доходностей [14].

Поэтому для получения точных прогнозов зачастую необходимо использовать нестандартные способы построения прогнозных моделей. Одним из таких способов является представление доходности как произведения двух величин, $sign(r_t)$, отвечающий за знак доходности, и множитель, $|r_t|$, отвечающий за абсолютное значение доходности. Подобная декомпозиция была рассмотрена в статье [23], и далее рассмотрена в работах [2, 7]. Исходя из результатов данных статей, можно сказать, что использование данной декомпозиции позволяет получить достаточно точные прогнозы. Более того, отдельные множители являются интерпретируемыми. В частности, знак доходности определяет направление движения рынка, что является важным фактором при построении торговых стратегий и анализе влияния шоков.

В работах [2,3,7,30] приводятся убедительные свидетельства предсказуемости знаков доходности активов для различной частоты данных. В [19] обнаружили, что модели прогнозирования направления движения цен активов намного превосходят модели прогноза их доходности в уровнях с точки зрения прогноза знака изменения фондового рынка и максимизации прибыли от инвестиционной торговли. В последнее время тенденция применения различных методов машинного обучения для решения данной задачи становится все более заметной. В ряде исследований сопоставляются эффективность методов машинного обучения с традиционными моделями, такими как логистическая регрессия, линейная регрессия и т. д. Среди данного пула можно выделить следующие работы: [16, 19,27,28] и т.д.

Предсказанию абсолютных значений доходностей в существующей литературе уделено было гораздо меньше внимания. Стоит отметить, что в целом модули доходностей проявляют достаточно сильную корреляцию ([13]) и могут выступать в качестве прокси для волатильности. Однако по факту специфические модели для их прогнозирования предложены не были.

Таким образом, в данной работе мы используем модели машинного обучения для предсказания знака доходностей и их модулей, чтобы учесть их нетривиальную динамику [7]. Из-за сложностей используемых моделей, мы не используем копулы или другие связующие элементы для одновременного оценивания моделей для знака и модулей доходностей. Тем не менее, как показано в [2], для американского рынка (что релевантно для нашего случая) коэффициенты в копуле получаются незначимыми. Также мы рассматриваем недельную частоту данных, чтобы учесть влияние как технических индикаторов, так и фундаментальных. На наш взгляд, также указанная частотность сохраняет соотношение “сигнал/шум” на приемлемом для рассматриваемых моделей уровне, при этом размер обучающей выборки остается достаточным для корректного оценивания. Мы показываем, что сам индекс S&P500 и фьючерс на этот индекс имеют значительную степень предсказуемости в течение последних трех лет. Как следствие, можно говорить о том, что в рассматриваемых рядах присутствует инерция нелинейного характера.

Структура данной работы выглядит следующим образом. В разд. 2 рассматриваются модели, используемые для прогнозирования знака и модуля доходностей. В разд. 3 обсуждаются технические и фундаментальные предикторы. В разд. 4 приводятся результаты оценивания и прогнозы. В заключении подводятся итоги.

2. Модели прогнозирования доходностей

2.1. Модели для прогнозирования знака доходностей

Для прогнозирования движения рынка мы использовали разнообразные классификаторы, которые в предыдущих исследованиях и соревнованиях высоко зарекомендовали себя. В силу известности данных методов далее приведено лишь их краткое описание.

Одна из базовых моделей классификации – дерево принятия решений (DT). Дерево принятия решений (или дерево классификации и регрессии) является непараметрическим классификационным методом. Данный алгоритм рекурсивно разбивает набор данных на подмножества с использованием выявленных закономерностей в глубину или в ширину до тех пор, пока все элементы данных не будут принадлежать определенному классу. C5.0 является расширением алгоритма дерева принятия решений. Он получен из более раннего алгоритма под названием ID3 (Iterative Dichotomiser 3), где ID3 обозначает индукцию деревьев принятия решений. Это алгоритм классификации, который применяется для анализа больших наборов

данных и является лучшим по сравнению с его предшественниками в скорости, эффективности и зачастую точности [22].

Следующая модель - метод опорных векторов (SVM). Основная идея SVM состоит в том, чтобы отобразить обучающую выборку в пространство более высокой размерности с помощью функции нелинейного отображения и найти в этом пространстве разделяющую гиперплоскость с максимальным зазором.

В 1990 г. в [24] был предложен новый метод под названием бустинг (ADABOOST), описывающий метод «преобразования слабого алгоритма обучения в тот, который достигает высокой точности» [24]. Этот метод можно использовать для повышения эффективности любого алгоритма машинного обучения, причем лучше всего использовать со слабыми алгоритмами. К таким алгоритмам можно отнести те, которые в задаче классификации достигают точности чуть выше 50%. Наиболее подходящим и, следовательно, наиболее распространенным алгоритмом, используемым с адаптивным бустингом, является дерево принятия решений с одним уровнем. В последнее время данный метод активно используется для прогноза знака доходностей [17,26] и т.д. Используя связь между бустингом и оптимизацией, [21] предложил градиентный бустинг (GBM). В данном методе функциональная аппроксимация рассматривается с точки зрения численной оптимизации в функциональном пространстве, а не в пространстве параметров. GBM входит в семейство неметрических классификаторов и основан на концепции деревьев принятия решений. Основная идея этого алгоритма заключается в конструировании новых базовых классификаторов, которые максимально коррелируют с отрицательным градиентом функции потерь, связанной со всем ансамблем.

В большинстве исследований, посвященных прогнозированию категориальных переменных, в качестве бенчмарка используются логистические модели (Logit). Поэтому целесообразно использовать логит-модель для прогнозирования направления движения цены индекса в качестве базы для сравнения.

Для отбора наиболее важных факторов в классификационные модели была использована модель случайного леса. Подход выбора предикторов с помощью данной модели можно отнести к методам фильтрации.

2.2. Модели для прогнозирования модуля доходностей

В данной работе были использованы обычная линейная регрессия, оцениваемая с помощью метода наименьших квадратов, и градиентный бустинг линейной регрессии (см.[21]). Данные методы были выбраны из-за того, что специфические зарекомендовавшие себя методы прогнозирования модулей доходностей по факту сейчас не предложены, а данные модели позволяют учитывать нетривиальные взаимосвязи при сохранении экономности. Итоговый набор факторов формировался с помощью перебора наиболее релевантных групп факторов при выполнении условий точного и стабильного прогноза.

3. Данные

Для анализа были взяты дневные данные по индексу S&P500 и его фьючерсам, состоящие из цены открытия, цены закрытия, максимальной цены, минимальной цены и объема торговли, за период с 01.01.2003 по 01.03.2017 (источники: www.finance.yahoo.com; www.quandl.com). Данные финансовые переменные были отобраны для анализа, исходя из их экономической значимости и того факта, что торги по ним проводятся активно и многими игроками. Стоит отметить, что значения цен индекса и фьючерса очень близки. Затем данные дневной частотности были

переведены в данные недельной частотности. Как было сказано, в данной работе были использованы как предикторы технического характера, так и фундаментальные, поскольку использование обеих групп показателей может увеличить точность прогноза.

К техническим предикторам относятся прошлые значения цены, знака цены, иные формулировки технических индикаторов, а также основные индикаторы, посчитанные для абсолютных значений доходности. Также был использован показатель VIX, который представляет собой предполагаемую волатильность рынка. Также была посчитана условная дисперсия с помощью EGARCH(1,1,1) модели с t распределением, рассчитаны значения безусловной скошенности (асимметрии) и куртозиса. Все технические индикаторы в модели были добавлены с первым лагом.

Поскольку в работе рассматривались недельные данные, то множество доступных фундаментальных факторов было не столь значительным. Были взяты цены на нефть и на различные виды металлов, курс американского доллара по отношению к другим мировым валютам и рыночные ставки ценных бумаг Казначейства США с различным сроком погашения. Также были использованы цены других фондовых индексов как самых США (NASDAQ и NYA), так и Великобритании, Германии, Канады, Японии и Китая. Для указанных переменных также были посчитаны технические показатели.

Таким образом, были рассмотрены 110 как технических, так и фундаментальных факторов. Список всех предикторов вместе с формулами расчета доступны по запросу. В итоге выборка для индекса S&P500 (для фьючерса на S&P500) состояла из 718 (717) наблюдений, из которых 540 являются обучающей и 178 (177) тестируемой выборкой.

4. Результаты прогноза

4.1. Результаты прогноза знака доходностей

С помощью каждой модели классификации производился пошаговый прогноз со скользящим окном в 540 наблюдений на 1 шаг вперед последовательно для всей тестовой выборки. Для интерпретации прогнозной способности моделей были посчитаны следующие показатели:

$$\text{Общая точность} = \frac{\text{Количество правильно предсказанных состояний "Up" и "Down"}}{\text{Общее количество наблюдений}}$$

$$\text{Специфичность} = \frac{\text{Количество правильно предсказанных состояний "Up"}}{\text{Общее количество состояний "Up"}}$$

$$\text{Чувствительность} = \frac{\text{Количество правильно предсказанных состояний "Down"}}{\text{Общее количество состояний "Down"}}$$

В табл. 1 приведены результаты пошагового прогноза с использованием 30 наиболее значимых факторов, отобранных по методу случайного леса (модели с учетом всех 110 факторов показали менее точные результаты). Стоит отметить, что подавляющее большинство отобранных предикторов технического характера. Все модели, кроме логит, показали более высокую общую точность по сравнению с наивной моделью (как для самого индекса, так и для фьючерса). При этом показатель специфичности для многих моделей достигает почти 90%, хотя показатель чувствительности крайне мал. Такой результат можно объяснить тем, что состояния падения обычно более неожиданные как в силу реакции трейдеров, так и вследствие специфики негативной информации. Среди моделей наибольшую точность как в задаче прогноза индекса, так и фьючерса показала модель SVM (61.8% и 66.1% соответственно).

Таблица 1. Результаты пошагового прогноза знака с использованием 30 наиболее важных предикторов согласно методу случайного леса

	DT[5]	SVM	C5.0	ADA BOOST	GBM	Logit
Индекс S&P500						
Общее количество наблюдений	178	178	178	178	178	178
Доля наблюдаемых состояний "Up"	59%	59%	59%	59%	59%	59%
Доля наблюдаемых состояний "Down"	41%	41%	41%	41%	41%	41%
Общая точность	55.06%	**61.80%**	61.24%	58.99%	58.99%	48.31%
Чувствительность	10.96%	12.33%	10.96%	27.40%	27.40%	**42.47%**
Специфичность	85.71%	**96.19%**	**96.19%**	80.95%	80.95%	52.38%
Фьючерс на индекс S&P500						
Общее количество наблюдений	177	177	177	177	177	177
Доля наблюдаемых состояний "Up"	61.6%	61.6%	61.6%	61.6%	61.6%	61.6%
Доля наблюдаемых состояний "Down"	38.4%	38.4%	38.4%	38.4%	38.4%	38.4%
Общая точность	61.58%	**66.10%**	61.58%	55.37%	59.32%	38.42%
Чувствительность	20.59%	16.18%	1.47%	7.35%	7.35%	**66.18%**
Специфичность	87.16%	97.25%	**99.08%**	85.32%	91.74%	21.10%

Общеизвестно, что ансамбли моделей предсказывают в основном лучше, чем отдельные модели. Поэтому далее рассматривалось улучшение результатов пошагового прогноза индивидуальных моделей путем их объединения. Объединение моделей в данном исследовании производилось следующим образом: результат равен состоянию «Up», если обе модели прогнозируют повышение цены актива, и «Down», если хотя бы одна модель предсказывает понижение. В табл. 2 приведены полученные результаты после объединения. Как видно, общая точность прогноза для индекса увеличилась, а для фьючерса осталась равна прошлому результату модели SVM. Важно заметить существенное увеличение показателя чувствительности и незначительное падение показателя специфичности.

Таблица 2. Результаты объединения двух наилучших моделей, для построения которых использовались 30 наиболее важных предикторов

	Индекс S&P500	**Фьючерс на индекс S&P500**
Общее количество наблюдений	178	177
Доля наблюдаемых состояний "Up"	59%	61.6%
Доля наблюдаемых состояний "Down"	41%	38.4%
Общая точность	64.04%	66.10%
Чувствительность	21.91%	17.65%
Специфичность	93.33%	96.33%

Также были построены торговые стратегии на основе результатов прогноза моделей для знака доходностей. Для сравнения результатов были посчитаны следующие показатели эффективности стратегий: среднегодовая доходность,

[5] Заданные параметры: максимальный размер дерева = 5 (для индекса) и 3 (для фьючерса).

стандартное отклонение, коэффициент Шарпа (отношение среднегодовой доходности к стандартному отклонению) и максимальная просадка (максимальное падение доходности за весь рассматриваемый период). Стратегия строилась следующим образом: войти в длинную позицию на индекс (фьючерс), если модель прогнозирует повышение цены и войти в короткую позицию, если модель прогнозирует понижение цены. Помимо стратегий на основе моделей для сопоставления приведены результаты простой стратегии «купить и держать» (B&H). Для экономии места далее приведены результаты только для комбинированной модели (она показала, как и в случае прямого сопоставления прогноза, наилучший результат). Как можно заметить из табл. 3 для обоих активов стратегия по комбинированной модели является более прибыльной (выше среднегодовая доходность) и надежной (выше коэффициент Шарпа, ниже стандартные отклонения), чем простая стратегия «Купить и Держать».

Таблица 3. Результаты торговых стратегий объединения моделей, для построения которых использовались 30 наиболее важных предикторов

	B&H (S&P)	SVM+C5.0 (S&P)	B&H (Futures)	SVM+C5.0 (Futures)
Среднегодовая доходность	9.92%	**21.06%**	9.77%	**21.10%**
Стандартное отклонение	12.00%	**11.76%**	12.13%	**11.90%**
Коэффициент Шарпа	82.68%	**179%**	80.53%	**177.41%**
Максимальная просадка	**13.15%**	14.65%	13.41%	**6.32%**

На двух приведенных ниже графиках приведена среднегодовая[6] доходность по стратегиям для индекса и фьючерса.

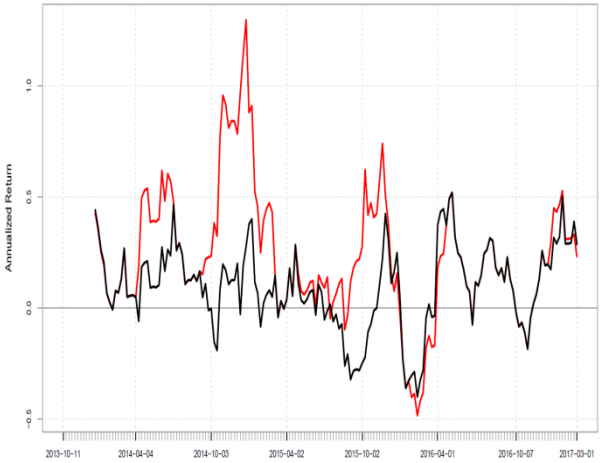


Рис. 1. Среднегодовая доходность индекса S&P500 по модельной торговой стратегии (красная линия) и торговой стратегии B&H (черная линия)

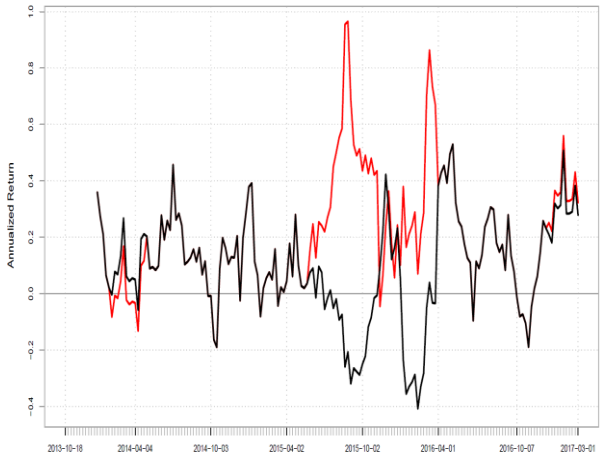


Рис. 2. Среднегодовая доходность фьючерса по модельной торговой стратегии (красная линия) и торговой стратегии B&H (черная линия)

Если для индекса S&P500 периоды прибыльности распределялись по всей тестируемой выборке относительно равномерно, то для фьючерса наблюдается совсем иная ситуация. Период прибыльности приходится на начало второй части тестируемой выборки (с июля 2015 г. по июль 2016 г.), что подтверждает результаты, полученные [29] в 2004 г.

Таким образом, указанные модели предсказания движения рынка позволяют получить как хороший прогноз с точки зрения формальных показателей (держа общую точность в среднем на уровне 65%), так и доходность построенных на их основе

[6] Среднегодовая доходность для конкретной точки считается как доходность для выбранной недели, умноженная на 52.

стратегий (среднегодовая доходность в 21%), несмотря на высокую ликвидность данных активов.

4.2. Предсказание абсолютных значений

Для прогнозирования абсолютных значений, как было указано ранее, использовалась обычная OLS модель и градиентный бустинг. Напрямую прогноз модулей не имеет экономического смысла, он необходим лишь как элемент для построения итогового прогноза, поэтому сравнения с другими моделями производиться не будет. Более того, может сложиться такая ситуация, что при более точном прогнозировании модулей итоговый прогноз может стать менее точным. Для экономии места приведем результаты только для градиентного бустинга, так как данная модель показала наилучшие результаты. Точность прогнозов свидетельствует о том, что данная модель может достаточно аккуратно предсказывать абсолютное значение доходностей (см. табл. 4).

Таблица 4. Критерии качества прогноза по градиентному бустингу для абсолютных значений

	Индекс S&P500	**Фьючерс на индекс S&P500**
Корреляция	38.05%	32.16%
RMSE	0.011	0.012
MAPE	561.8%	264.1%

4.3. Объединение моделей

Последним заключающим шагом являлось объединение результатов прогнозирования направления движения и абсолютных значений доходностей активов. Для представления результатов объединения были посчитаны показатели качества прогноза и также следующие показатели:

Cor_Pred – корреляция истинных значений доходности и объединения прогноза абсолютных значений с прогнозами знаков доходности;

Cor_Naive – корреляция истинных доходностей с истинными доходностями за прошлый период. Данный показатель представляет собой корреляцию при наивном прогнозе, т.е. завтрашняя доходность равна сегодняшней. Эта модель является распространенной базой для сравнения [3].

Остальные показатели рассчитывались по тому же принципу.

Таблица 5. Критерии качества прогноза доходностей для наивной модели и модели декомпозиции

Показатель	**Индекс S&P500**	**Фьючерс на индекс S&P500**
Cor_Pred	**31.80%**	**29.77%**
Cor_Naive	-10.09%	-9.28%
RMSE_Pred	**0.019**	**0.019**
RMSE_Naive	0.025	0.025
MAPE_Pred	**624.2%**	**312.3%**
MAPE_Naive	843.4%	420.1%

Согласно выводам [6] полученные результаты могут свидетельствовать о высокой прибыльности с точки зрения торговых стратегий. Стоит также отметить, что отрицательная корреляция у модели случайного блуждания вполне объяснима с

помощью эффекта “возврата к среднему”. Предложенная нами модель превосходит наивную по всем критериям качества; таким образом, декомпозиция доходностей позволяет лучше предугадывать движения цен активов. Стоит отметить, что корреляция 30% означает, что R^2 в модели Минцера-Зарновича (регрессия истинного значения переменной на прогноз и константу) будет равен примерно 9%, что говорит о том, что с помощью указанной декомпозиции можно объяснить существенную часть вариации в доходностях столь высокоторгуемых активов (данный результат в больше чем в три раза превосходит результат [2]). Стоит отметить, что успех данного подхода позволяет судить о наличии значительной инерции нелинейного характера в доходностях индекса и фьючерса (большая часть предикторов в моделях – технические индикаторы), что в свою очередь ставит вопрос о возможном изменении подхода к спецификации среднего в моделях финансовой эконометрики.

5. Заключение

В настоящей работе исследовалась прогнозируемость доходностей индекса S&P500 и фьючерса на индекс S&P500 путем отдельного рассмотрения их абсолютных значений и знаков. Были собраны недельные данные за период с 01.01.2003 по 01.03.2017 и посчитаны 110 технических и фундаментальных индикаторов. Обучающая выборка – первые 540 наблюдений, тестовая выборка для одношагового прогноза скользящим окном - 177 (178 для фьючерса).

На первом этапе с помощью моделей классификации были предсказаны направления движения рынка. Благодаря объединению разных моделей удалось достичь общей точности в 64% и 66% для индекса и фьючерса соответственно. При этом точность прогноза движения вверх в нсколько раз выше точности прогноза движения вниз. Вероятно, это можно объяснить тем фактом, что движение вниз связано с большим риском, поэтому агенты в целом не столь интенсивно используют подобные возможности для заработка, что находит отражение в предыстории, что в свою очередь влияет на прогноз моделей. Торговая стратегия, построенная на основе моделей классификации, показала среднегодовую доходность в 21% как для фьючерса, так и для индекса, стратегия «Купить и Держать» показала среднегодовую доходность в 10%, при этом рискованность модельной стратегии в целом ниже.

Для предсказания абсолютных значений доходностей был использован градиентный бустинг линейной регрессии. Поскольку абсолютные значения доходностей напрямую не представляют экономического интереса, то в рамках данной работы подробно прогнозируемость данных величин не разбирается, так как максимизация точности прогноза отдельно по множителям не обязательно приведет к более высокой точности итогового прогноза.

Далее было произведено объединение прогнозов знака и модулей доходностей. По всем критериям качества модель декомпозиции обходит наивную модель случайного блуждания. Корреляция в 30% между истинными и прогнозными значениями (как для индекса, так и для фьючерса) показывает, что модель декомпозиции позволяет получить стабильный точный прогноз. При этом объясняющая сила данного прогноза составляет 9% на основе R^2 в модели Минцера-Зарновича, что превосходит предыдущие результаты чуть больше, чем в три раза. Исходя из полученных результатов можно заключить, что в доходностях даже столь высоколиквидных активов существует значительная инерция нелинейного характера.

С учетом обилия моделей машинного обучения и факторов, потенциально влияющих на рынок, перспективы данного исследования достаточно широки. В приоритете – подбор большего количества технических индикаторов и более подробный анализ моделей для прогноза абсолютных значений.

Литература

1. Anatolyev S., Gerko A. A trading approach to testing for predictability //Journal of Business & Economic Statistics. 2005. Т. 23. №. 4. С. 455-461.
2. Anatolyev S., Gospodinov N. Modeling financial return dynamics via decomposition //Journal of Business & Economic Statistics. 2010. Т. 28. №. 2. С. 232-245.
3. Anatolyev S. et al. Foreign exchange predictability and the carry trade: A decomposition approach //Journal of Empirical Finance. 2017. Т. 42. С. 199-211.
4. Andersen T. G., Bollerslev T. Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts //International economic review. 1998. С. 885-905.
5. Balvers R. J., Cosimano T. F., McDonald B. Predicting stock returns in an efficient market //The Journal of Finance. 1990. Т. 45. №. 4. С. 1109-1128.
6. Campbell J. Y., Thompson S. B. Predicting excess stock returns out of sample: Can anything beat the historical average? //The Review of Financial Studies, 2007. Т. 21. №. 4. С. 1509-1531.
7. Christoffersen P. F., Diebold F. X. Financial asset returns, direction-of-change forecasting, and volatility dynamics //Management Science. 2006. Т. 52. №. 8. С. 1273-1287.
8. Fama E. F. Efficient capital markets: A review of theory and empirical work //The journal of Finance. 1970. Т. 25. №. 2. С. 383-417.
9. Fama E. F., French K. R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds //Journal of financial economics. 1993. Т. 33. №. 1. С. 3-56.
10. Fama E. F., French K. R. Multifactor explanations of asset pricing anomalies //The journal of finance. 1996. Т. 51. №. 1. С. 55-84.
11. Fama E. F., French K. R. International tests of a five-factor asset pricing model //Journal of Financial Economics. 2017. Т. 123. №. 3. С. 441-463.
12. Friedman J. H. Greedy function approximation: a gradient boosting machine //Annals of statistics. 2001. С. 1189-1232.
13. Jondeau, E., Poon, S. H., & Rockinger, M. Financial modeling under non-Gaussian distributions.- Springer Science & Business Media, 2007.Pp. 541.
14. Kara Y., Boyacioglu M. A., Baykan Ö. K. Predicting direction of stock price index movement using artificial neural networks and support vector machines: The sample of the Istanbul Stock Exchange //Expert systems with Applications, 2011. Т. 38. №. 5. С. 5311-5319.
15. Khaidem L., Saha S., Dey S. R. Predicting the direction of stock market prices using random forest //arXiv preprint arXiv: 1605.00003. 2016.
16. Kim K. Financial time series forecasting using support vector machines //Neurocomputing, 2003. Т. 55. №. 1. С. 307-319.
17. Krauss C., Do X. A., Huck N. Deep neural networks, gradient-boosted trees, random forests: Statistical arbitrage on the S&P 500 //European Journal of Operational Research, 2017. Т. 259. №. 2. С. 689-702.
18. Kuester K., Mittnik S., Paolella M. S. Value-at-risk prediction: A comparison of alternative strategies //Journal of Financial Econometrics, 2006. Т. 4. №. 1. С. 53-89.
19. Leung M. T., Daouk H., Chen A. S. Forecasting stock indices: a comparison of classification and level estimation models //International Journal of Forecasting, 2000. Т. 16. №. 2. С. 173-190.
20. Lo A. W., MacKinlay A. C. Stock market prices do not follow random walks: Evidence from a simple specification test //Review of financial studies, 1988. Т. 1. №. 1. С. 41-66.
21. Neely C. J. et al. Forecasting the equity risk premium: the role of technical indicators //Management Science, 2014. Т. 60. №. 7. С. 1772-1791.

22. Patel M. B. R., Rana M. K. K. A Survey on Decision Tree Algorithm for Classification. IJEDR [Online] 2 (1). 2014.
23. Rydberg T. H., Shephard N. Dynamics of trade-by-trade price movements: decomposition and models //Journal of Financial Econometrics. 2003. Т.1. №. 1. С. 2-25.
24. Schapire R. E. The strength of weak learnability //Machine learning,1990. Т. 5. №. 2. С. 197-227.
25. Schwert G. W. Stock returns and real activity: A century of evidence //The Journal of Finance, 1990. Т. 45. №. 4. С. 1237-1257.
26. Sosvilla-Rivero S., Rodríguez P. N. Linkages in international stock markets: evidence from a classification procedure //Applied Economics. 2010. Т. 42. №.16. С. 2081-2089.
27. Tay F. E. H., Cao L. Application of support vector machines in financial time series forecasting //Omega, 2001.Т. 29. №. 4. С. 309-317.
28. Ticknor J. L. A Bayesian regularized artificial neural network for stock market forecasting //Expert Systems with Applications, 2013. Т. 40. №. 14. С. 5501-5506.
29. Timmermann A., Granger C. W. J. Efficient market hypothesis and forecasting //International Journal of forecasting, 2004. Т. 20. №. 1. С. 15-27.
30. Van Gestel T. et al. Financial time series prediction using least squares support vector machines within the evidence framework //IEEE Transactions on neural networks, 2001. Т. 12. №. 4. С. 809-821.

МОДЕЛЬ IPO ФИРМ ВЕНЧУРНОГО СЕКТОРА ЭКОНОМИКИ

В.А. Остапов

Российский университет дружбы народов,
факультет физико-математических и естественных наук,
кафедра нелинейного анализа и оптимизации.
Россия, 115419, г. Москва, Орджоникидзе, д. 3,
Тел.: (495) 952-26-44,
e-mail: vaostapov@gmail.com

Аннотация. Венчурный капитал составляет значительную долю инвестиций в инновационные проекты. Рассматривается динамическая модель двухсекторной экономики с учетом венчурного капитала. Предполагается существование сектора, производящего промежуточный или фондообразующий товар, и сектора конечной продукции, производящего потребительский товар.

Продукция идет на создание новых мощностей в обоих секторах, а также используется при производстве продукции обоих секторов экономики. В модели фирмы сырьевого сектора не различаются между собой; таким образом, можно считать, что существует единственная фирма, отождествляемая со всем сектором

Потребительский сектор экономики в свою очередь состоит из двух подсекторов: венчурного и традиционного. Товары сектора конечной продукции потребляются населением, выделенным в отдельного агента, и используются при производстве в обоих секторах. Основной целью исследования является оптимизация деятельности венчурных фондов и решение задачи о максимизации прибыли инвесторов (фондов), которые также выделены в отдельного экономического агента, при продаже фирм.

Считается, что новые потребительские фирмы создаются в венчурном секторе на деньги, предоставляемые венчурными фондами. Задачей фирмы является максимизация капитализации за конечное время. При этом неэффективные фирмы ликвидируются инвесторами до их продажи. Задача о максимизации прибыли решается инвесторами, которые определяют, распродавать ли мощности фирм с низкой нормой прибыли или ждать момента продажи фирмы в традиционный сектор.

Ключевые слова: Венчурное инвестирование, математическое моделирование, оптимальное управление, численные методы, математическая экономика.

Введение

Рынок венчурных инвестиций в XXI в. постоянно расширяется. В современную эпоху актуальной является теория экономического разнообразия основным постулатом которой является то, что постоянное расширение ассортимента потребительских товаров стимулирует потребительскую активность населения. Таким образом, очевидно, что население будет обеспечивать больший спрос на инновационные товары. Венчурный капитал в наше время является основным источником инвестиций в инновационные проекты. Тем самым обоснованной является необходимость

построения модели инвестиционной политики фирм, учитывающей венчурный капитал и выделяющей инновационный сектор в отдельный сектор производства.

В статье рассматривается динамическая макроэкономическая модель венчурного инвестирования. Считаем, что в экономике взаимодействуют 5 агентов: крупное производство, инновационный сектор, банковский сектор, население и торговый посредник. Производство определяется двумя секторами: первый - крупный, второй - инновационный [3].

Предполагается, что в каждый момент времени в инновационном секторе создается определенное число фирм, параметры которых задаются с помощью нормального распределения. В первом секторе в каждый момент времени создается одна фирма за счет перехода из инновационного сектора фирмы с наименьшей трудоемкостью [2].

В модели считается, что в крупном секторе технологии только устаревают, а мощности воспроизводятся только за счет создания новых фирм. В инновационном секторе начальная трудоемкость задается случайно, при этом сама технология может как развиваться, так и деградировать.

В инновационном секторе фирмы создаются за счет инвестирования собственных средств венчурного инвестора и кредитов, которые он берет в банке. Доходы и расходы инновационных фирм контролируются инвестором, который получает доход при выходе фирмы из инновационного сектора, а также от владения активами крупного сектора.

Описание модели начнем с постановки общих для модели оптимизационных задач. Затем идет описание секторов производства и определяется рынок товаров. Далее приводится описание экономической деятельности населения. Завершается описание модели описанием банковской системы.

В заключении приводятся предложения по дальнейшему развитию предложенной модели.

1 Общие задачи

Введем обозначение

$$S_t \circ f(t) := \int_t f(t)dt.$$

1.1 Описание функционирование мощностей

1.1.1 Задача о дисконтированной прибыли ($P1$)

Постановка

Задача заключается в максимизации прибыли $\Pi(t)$ за время $T > 0$ с коэффициентом дисконтирования $\Delta \in [0,1]$:

$$-\int_0^T \Pi(t) \cdot e^{-\Delta \cdot t} dt \to \inf_{y,u}$$

Мощность $m(t)$ убывает с темпом μ и может распродаваться с достаточно большим темпом $u \in \left[0, \frac{1}{k}\right], k \to 0$. В начальный момент для создания мощности с коэффициентом начальной фондоемкости b_0 на инвестиции Φ_0 закупается фондообразующий товар по цене p_J.

$$\dot{m}(t) = -(\mu + u) \cdot m(t), \qquad m(0) = \frac{\Phi_0}{p_I \cdot b_0}.$$

Доходы фирмы складываются из доходов от продажи выпуска $y(t) \in [0, m(t)]$ по цене p и распродажи мощностей с текущей фондоемкостью $b(t)$, убывающей с темпом β. Расходы состоят из заработной платы по ставке s на одного рабочего и затрат на сырьевой продукт с нормой s по цене p_a. Спрос на рабочую силу R пропорционален выпуску y с коэффициентом трудоемкости $\lambda(t)$, возрастающей с темпом μ с начальным значением ν. Отсюда получим выражение для прибыли:

$$\Pi(t) = (p - \lambda(t) \cdot s - a \cdot p_a) \cdot y + u \cdot p_I \cdot b(t) \cdot m(t),$$

$$\dot{b}(t) = -\beta \cdot b(t), \quad b(0) = b_0, \qquad \dot{\lambda}(t) = \mu \cdot \lambda(t), \quad \lambda(0) = \nu.$$

Текущую стоимость основных фондов обозначим за k и будем называть капиталом, тогда

$$k(t) = p_I \cdot b(t) \cdot m(t), \qquad \dot{k}(t) = -(\mu + u + \beta) \cdot k(t), \qquad k(0) = \Phi_0.$$

Оптимальный процесс

Выпуск отличен от нуля в случае доходности фирмы:

$$y(t) = \begin{cases} m(t), & [p - \lambda(t) \cdot s - p_a \cdot a] > 0; \\ 0, & [p - \lambda(t) \cdot s - p_a \cdot a] \le 0. \end{cases}$$

При этом мощность продается моментально, как только норма прибыли $\rho(t)$ станет меньше δ, т. Е. нарушится неравенство

$$\rho(t) = \frac{p - \lambda(t) \cdot s - p_a \cdot a}{p_I \cdot b(t)} - \mu - \beta \ge \Delta.$$

1.1.2 Задача о долге и депозите $(P2)$

Постановка

Введем новый терминальный функционал, максимизирующий депозит:

$$-d(T) \to \inf_{u,v,y},$$

и две фазовые переменные - долг $l(t)$, увеличивающийся за счет начисления процента r_1 и уменьшающийся за счет выплат $h(t)$, а также депозит $q(t)$, увеличивающийся за счет начисления процента r_2 и дивидендов $d(t)$.

$$\dot{l}(t) = r_1 \cdot l(t) - h(t), \qquad l(0) = \Phi_0, \qquad l(T) = 0,$$

$$\dot{q}(t) = r_2 \cdot q(t) + d(t), \qquad q(0) = 0.$$

При этом считаем, что на выплаты и дивиденды расходуется вся прибыль:

$$\Pi(t) = h(t) + d(t).$$

Следовательно, можно ввести коэффициент $v \in [0,1]$ распределения прибыли, такой что:

$$h(t) = v \cdot \Pi(t), \qquad d(t) = (1 - v) \cdot \Pi(t).$$

Оптимальный процесс

В этой задаче условие на $y(t)$ аналогично предыдущему случаю, а условие распродажи принимает вид

$$\rho(t) = \frac{p - \lambda(t) \cdot s - p_a \cdot a}{p_I \cdot b(t)} - \mu - \beta < r_2 + (r_1 - r_2) \cdot \frac{l(t)}{k(t)}.$$

Выплаты по дивидендам в случае $r_1 > r_2$ начинаются, как только будет погашен долг:

$$h(t) = \begin{cases} \Pi(t), & l(t) > 0; \\ 0, & l(t) = 0. \end{cases}$$

1.1.3 Задача о цене $(P3)$

Постановка

Видоизменим задачу $(P1)$, считая цену p управлением и предположив, что спрос $C(p)$ на товар зависит от цены следующим образом:

$$C(p) = \frac{\phi^r \cdot p^{-r} \cdot C_N}{\tilde{C} + \phi^r \cdot p^{1-r}} = \frac{C_N}{\frac{\tilde{C}}{\phi^r} \cdot p^r + p}, \qquad r > 1, \qquad \phi, \tilde{C}, C_N > 0.$$

При этом должно быть выполнено естественное условие $y(t) \geq C(p(t))$. Здесь C_N - затраты населения на потребление, ϕ - интерес к продукту, $\tilde{C}$ - константа, зависящая от цен на продукцию других фирм и интереса к ней. Доход от работы мощности примет вид

$$p \cdot C(p) = \frac{C_N}{\frac{\tilde{C}}{\phi^r} \cdot p^{r-1} + 1}.$$

Оптимальный процесс

Оптимальной будет цена p^*, при которой достигается равенство $C(p) = y(t)$. Из этого условия получим

$$\frac{\tilde{C}}{\phi^r} \cdot p^{*r} + p^* - \frac{C_N}{y} = 0. \qquad (1.1.3.1)$$

Из (1.1.3.1) можно получить зависимость $p^*(y)$, после чего из условий оптимальности находится оптимальное значение выпуска y^*, которое может оказаться больше максимального, т.е.:

$$y(t) = \begin{cases} y^*(t), & y^*(t) < m(t); \\ m(t), & y^*(t) \geq m(t). \end{cases}$$

Очевидно, что в случае $y^*(t) \geq m(t)$ мы попадаем в условие задачи $(P1)$. Второй случай мы будем считать неинтересным для инвестора, так как подобная фирма не имеет отдачи от новых вложений.

1.2 Задача потребления населением

Рассмотрим задачу о максимизации дисконтированного потребления $c = \frac{C_N}{R}$ на одного рабочего.

В качестве функции полезности возьмем

$$u(c) = \frac{c^{\sigma+1} + 1}{\sigma + 1}. \qquad (1.2.0.1)$$

Депозит D населения растет по ставке r_2, увеличивается за счет начисления прибыли Π и уменьшается за счет потребления C_N. Население растет с темпом α, т.е.

$$\begin{cases} \dfrac{dD}{dt} = r_2 \cdot D + \Pi - C_N, \\ \dfrac{dR}{dt} = \alpha \cdot R, \\ D(0) = D_0, R(0) = R_0. \end{cases} \quad (1.2.0.2)$$

Заменой переменных $\frac{D}{R} = q$, $\frac{\Pi}{R} = \pi$, $\frac{C_N}{R} = c$, $\frac{D}{R}(0) = q_0$ систему (1.2.0.2) можно свести к одному уравнению:

$$\frac{dq}{dt} = (r_2 - \alpha) \cdot q + \pi - c, \qquad q(0) = q_0 \quad (1.2.0.3)$$

Задача заключается в максимизации функционала:

$$\int_0^{+\infty} u(c) \cdot e^{-\delta \cdot t} dt \to \sup_c. \quad (1.2.0.4)$$

Оптимальным будет следующее протребление:

$$\dot{c} = \frac{r_2 - \alpha - \delta}{\sigma} \cdot c, \qquad c(0) = c_0. \quad (1.2.0.5)$$

Из (1.2.0.5) можно получить общие затраты на потребление:

$$\frac{dC_N}{dt} = \frac{r_2 - \delta - \alpha \cdot (1 - \sigma)}{\sigma} \cdot C_N, \qquad C_N(0) = C_N^0. \quad (1.2.0.6)$$

1.3 Описание формирования спроса и цены

1.3.1 Спрос на товары потребления и фондообразующие товары

Рассмотрим задачу определения спроса C_i на товар фирмы i при условии заданных цен p_j и коэфициента спроса β_i для всех $j = 1,..n$, и общего бюджета C_N. Будем считать, что функция полезности потребителя задана в в виде функции с постоянной эластичностью замещения, и дано бюджетное ограничение:

$$U(C_1,...,C_n) = \left(\sum_{i=1}^{n} \beta_i \cdot C_i^{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \to \max \ , \quad (1.3.1.1)$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_i \cdot C_i \le C_N. \quad (1.3.1.2)$$

Из необходимого условия экстремма получим

$$\frac{\beta_i \cdot C_i^{\alpha-1}}{\beta_j \cdot C_j^{\alpha-1}} = \frac{p_i}{p_j}. \quad (1.3.1.3)$$

Спрос в задаче выражается следующим образом:

$$C_i = \frac{p_i^{-r} \cdot \beta_i^r}{\sum_{j=1}^{n} p_j^{1-r} \cdot \beta_j^r} \cdot C_N, \qquad r = \frac{1}{1-\alpha}. \quad (1.3.1.4)$$

1.3.2 Цена на потребительский товар при заданном спросе

Предположим, что $c_i = y_i$, т.е. фирма распродает весь товар, тогда $\frac{y_i}{y_j} = \frac{(\frac{\beta_i}{p_i})^r}{(\frac{\beta_j}{p_j})^r}$.

Отсюда получим, что $p_i = \beta_i y_i^{-\frac{1}{r}} \cdot \frac{p_j}{\beta_j y_j^{-\frac{1}{r}}}$. Умножая последнее равенство на y_i и суммируя по i, можно получить зависимость цены на товар i-й фирмы от выпусков в секторе:

$$p_i = \frac{\beta_i y_i^{-\frac{1}{r}}}{\sum_{j=1}^{n} \beta_j y_j^{-\frac{1}{r}}} C_N \qquad (1.3.2.1)$$

1.3.3 Спрос на сырье

Рассмотрим задачу минимизации затрат при фиксированном потреблении J:

$$U(C_1,...,C_n) = \left(\sum_{i=1}^{n} p_i \cdot C_i^{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \to \min \qquad (1.3.3.1)$$

$$\sum_{i=1}^{n} C_i = J. \qquad (1.3.3.2)$$

Из необходимого условия экстремума получим функцию спроса:

$$C_i = \frac{p_i^r}{\sum_{j=1}^{n} p_j^r} \cdot J, \qquad r = \frac{1}{1-\alpha}. \qquad (1.3.3.3)$$

Таким образом, получим промежуточные затраты, из которых определим цену на сырьевой товар p_A:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i \cdot C_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} p_j^{1+r}}{\sum_{j=1}^{n} p_j^r} \cdot J$$

$$p_A = \frac{\sum_{j=1}^{n} p_j^{1+r}}{\sum_{j=1}^{n} p_j^r}. \qquad (1.3.3.4)$$

2 Описание секторов производства

В модели предполагается, что производство разделено на два сектора: потребительский и фондообразующий, причем потребительский сектор тоже разделяется на два подсектора, существующих по своим законам: инновационный и традиционный. В инновационном секторе создаются фирмы, производящие потребительский продукт, которые после выхода на IPO переходят в традиционный сектор. В фондообразующем секторе производится сырье для продукции и создания мощностей. Мы предполагаем, что в потребительском секторе в каждый момент

времени существует n_C фирм, в то время как в фондообразующем только одна. Дадим более подробное описание.

2.1 Инновационный (венчурный) сектор

Мы считаем, что длина инвестиционного периода T_{IPO} фиксирована. Фирма, созданная в момент τ, выйдет на IPO в момент времени $\tau + T_{IPO}$.

2.1.1 Описание мощности

В модели предполагается, что оптимальный процесс для мощностей, созданных в момент τ, дает решение задачи $(P1)$.

Введем момент $t_j < \tau + T_{IPO}$ создания мощности i-й фирмы, $1 \le i \le n_C$, созданной в момент τ. Уравнения для переменных, характеризующих производственную мощность, запишутся в следующем виде.

Мощность и капитал:

$$\begin{cases} \dot{m}^i(t,\tau,t_j) = -\left[\mu_\tau^i + u^i(t,\tau,t_j)\right]\cdot m^i(t,\tau,t_j), & m^i(t_j,\tau,t_j) = \dfrac{\Phi^i(t_j,\tau)}{p_I(t_j)\cdot b_{0,\tau}^i}; \\ \dot{k}^i(t,\tau,t_j) = -\left[\mu_\tau^i + \beta_\tau^i + u^i(t,\tau,t_j)\right]\cdot k^i(t,\tau,t_j), & k^i(t_j,\tau,t_j) = \Phi^i(t_j,\tau). \end{cases}$$

Трудоемкость и фондоемкость:

$$\lambda^i(t,\tau,t_j) = \nu_\tau^i \cdot e^{\mu_\tau^i\cdot(t-t_j)}, \qquad b^i(t,,\tau,t_j) = b_{0,\tau}^i \cdot e^{-\beta_\tau^i\cdot(t-t_j)}.$$

Прибыль с единицы выпуска:

$$\pi_y^i(t,\tau,t_j) = p^i(t,\tau) - \lambda^i(t,\tau,t_j)\cdot s_v(t) - a_\tau^i \cdot p_a(t),$$

Выпуск:

$$y^i(t,\tau,t_j) = \begin{cases} m^i(t,\tau,t_j) & \pi_y^i(t,\tau,t_j) > 0; \\ 0, & \pi_y^i(t,\tau,t_j) \le 0. \end{cases}$$

Условие существования, определяющее норму прибыли мощности ρ:

$$\rho^i(t,\tau,t_j) = \frac{\pi_y^i(t,\tau,t_j)}{p_I(t)\cdot b^i(t,t_j)} - \mu_\tau^i - \beta_\tau^i \ge \delta(t,\tau). \qquad (2.1.1.1)$$

2.1.2 Описание фирмы

Фирма i в модели определяется как сумма всех своих мощностей от момента создания фирмы τ до текущего момента t. Фирма расширяется за счет собственных инвестиций Φ_i на создание новых мощностей. Создается фирма за счет инвестиций венчурного капиталиста Φ_{seed}^i.

$$\begin{cases} \dot{m}^i(t,\tau) = S_{t_j} \circ \dot{m}^i(t,\tau,t_j) + \dfrac{\Phi^i(t,\tau)}{p_I(t)\cdot b_{0,\tau}^i}, \\ m^i(\tau,\tau) = \dfrac{\Phi_{Seed}^i(\tau)}{n_C \cdot p_I(\tau)\cdot b_{0,\tau}^i}, \\ \dot{k}(t,\tau) = S_{t_j} \circ \dot{k}^i(t,\tau,t_j) + \Phi^i(t,\tau), \\ k^i(\tau,\tau) = \dfrac{\Phi_{Seed}^i(\tau)}{n_C}. \end{cases} \qquad (2.1.2.1)$$

Выпуск:

$$y^i(t,\tau) = S_{t_j} \circ y^i(t,\tau,t_j), \qquad (2.1.2.2)$$

Выпуск фондообразующего товара:

$$y_I^i(t,\tau) = S_{t_j} \circ u_i(t,\tau,t_j) \cdot b_i(t,\tau,t_j) \cdot m_i(t,\tau,t_j), \qquad (2.1.2.3)$$

Спрос на рабочую силу:

$$R_i^d(t,\tau) = S_{t_j} \circ \lambda_i(t,\tau,t_j) \cdot y_i(t,\tau,t_j), \qquad (2.1.2.4)$$

Прибыль фирмы:

$$\Pi_i(t,\tau) = [p^i(t,\tau) - a_\tau^i \cdot p_a(t)] \cdot y^i(t,\tau) - s_v(t) \cdot R_i^d(t,\tau) + p_I(t) \cdot y_I^i(t,\tau), \qquad (2.1.2.5)$$

Из условия (2.1.1.1) получим норму прибыли единицы вновь создаваемой мощности:

$$\rho^i(t,\tau) = \frac{p^i(t,\tau) - \nu_\tau^i \cdot s_v(t) - a_\tau^i \cdot p_a(t)}{p_I(t) \cdot b_{0,\tau}^i} - \mu_\tau^i - \beta_\tau^i. \qquad (2.1.2.6)$$

Рассмотрим, при каких условиях фирма будет создавать новые мощности. В случае $\rho^i(t,\tau) \le \rho_V(t)$ инвестор не заинтересован держать фирму и начинает ее ликвидацию, получая всю прибыль от распродаж, т.е. $\Pi_i(t,\tau) = \Pi_i^\nu(t,\tau)$. В ином случае все доходы, включая полученные от распродажи неэффективных мощностей, направляются на собственные инвестиции в новые мощности, откуда $\Phi_i(t,\tau) = \Pi_i(t,\tau)$.

2.1.3 Ценообразование

Спрос на потребительский товар обеспечивается населением. Функция спроса и ограничение имеет вид (1.3.1) с коэфициентом $\beta(t-\tau)$, зависящим от возраста фирмы. Цена на товар определяется уравнением (1.3.2.1).

2.1.4 Описание сектора

Венчурный инвестор получает прибыль Π_v^C от доли в прибыли фирм потребительского сектора, Π_v^{IPO} – от продажи доли в венчурных проектах на IPO и от ликвидации неэффективных проектов Π_v^z, т.е.

$$\Pi_v = \Pi_v^C + \Pi_v^{IPO} + \Pi_v^z.$$

$$\Pi_v^z = S_{\tau:t-\tau \le T_{IPO}} \circ \sum_{i=1}^{n_C} \Pi_i^\nu(t,\tau), \qquad \Pi_v^C = S_{\tau:t-\tau > T_{IPO}} \circ \sum_{i=1}^{n_C} \grave{u}_{\tau,\nu}^i \cdot \Pi_i(t,\tau),$$

Прибыль инвестора расходуется на инвестиции Φ_v и дивиденды d_v.

В модели предполагается, что инвестор обладает депозитом D_v, на который поступает прибыль и с которого берутся инвестиции:

$$\dot{D}_v = r_2 \cdot D_v + \Pi_v - \Phi_v, \qquad D_v(0) = D_v^0.$$

2.1.5 IPO

По окончании инвестиционного периода в момент $\tau + T_{IPO}$ фирма, созданная в момент τ, выходит на IPO. В случае если норма прибыли фирмы выше кредитной ставки, банк выдает кредит на ее покупку населением под основных фондов фирмы.

2.2 Традиционный сектор

После IPO фирма начинает относиться к традиционному сектору, причем доли в капитале и доходах $\chi_{t-T_{IPO},\{B,N,v\}}^i$ распределяются следующим образом:

$$\chi_{\tau-T_{IPO},B}^i = \begin{cases} \dfrac{\Phi_B^i(\tau)}{k^i(\tau,\tau-T_{IPO})}, & l^i(t,\tau-T_{IPO}) > 0; \\ 0, & l^i(t,\tau-T_{IPO}) = 0; \end{cases} \qquad (2.2.0.1)$$

$$\chi^{i}_{\tau-T_{IPO},\beta} = 1 - \chi^{i}_{\tau-T_{IPO},B}. \qquad (2.2.0.2)$$

Таким обраом, после погашения задолжности фирма переходит в собственность населения.

2.3 Фондообразующий сектор

2.3.1 Описание мощности

В модели предполагается, что в фондообразующем секторе существует единственная фирма. В каждый момент времени t создается новая мощность на кредит Φ^I_B, взятый в банке. Мощность $m_I(t,\tau)$ убывает в связи с поломками с темпом μ_I и обесценивается с темпом β_I. На кредит начисляется процент r_1.

$$\frac{\partial m_I(t,\tau)}{\partial t} = -(\mu_I + u_I(t,\tau)) \cdot m_I(t,\tau), \qquad m_I(\tau,\tau) = \frac{\Phi^I_B(\tau)}{b^0_I \cdot p_I(\tau)},$$

$$k_I(t,\tau) = p_I(t) \cdot b_I(t,\tau) \cdot m_I(t,\tau),$$

$$\frac{\partial k_I(t,\tau)}{\partial t} = -(\mu_I + \beta_I + u_I(t,\tau)) \cdot k_I(t,\tau), \qquad k_I(\tau,\tau) = \Phi^I_B(\tau),$$

Прибыль $\Pi_I(t,\tau)$ от продажи продукции, произведенной на мощности, направляется на выплаты $h_I(t,\tau)$ по задолжности $l_I(t,\tau)$, либо на депозит $q_I(t,\tau)$ в виде дивидендов $d_I(t,\tau)$.

$$\frac{\partial l_I(t,\tau)}{\partial t} = r_1(t) \cdot l_I(t,\tau) - h_I(t,\tau), \qquad l_I(\tau,\tau) = \Phi^I_B(\tau), \qquad l(\tau + T_I,\tau) = 0,$$

$$\frac{\partial q_I(t,\tau)}{\partial t} = r_2(t) \cdot q_I(t,\tau) + d_I(t,\tau), \qquad q_I(\tau,\tau) = 0,$$

Складывается прибыль из доходов от продажи выпускаемой продукции $y_I(t,\tau)$ по цене $p_I(t)$, расходов на заработную плату сотрудникам $R^d_I(t,\tau)$ по ставке $s_I(t)$ и затрат на промежуточный продукт по цене $p_C(t)$ с нормой затрат a_I, а также доходов от распродажи мощностей с темпом $u_I(t,\tau)$. Предполагается, что трудоемкость $\lambda_I(t,\tau)$ растет с темпом μ_I, а фондоемкость падает с темпом b_I. Начальные значения фондоемкости и трудоемкости для мощности равны соответственно ν_I и b^0_I.

$$\Pi_I(t,\tau) = \left(p_I(t) - s_I(t) \cdot \lambda_I(t,\tau) - p_C(t) \cdot a_I\right) \cdot y_I(t,\tau) + \\ + p_I(t) \cdot b_I(t,\tau) \cdot u_I(t,\tau) \cdot m_I(t,\tau), \qquad (2.3.1.1)$$

$$\frac{\partial \lambda_I(t,\tau)}{\partial t} = \mu_I \cdot \lambda_I(t,\tau), \qquad \lambda_I(\tau,\tau) = \nu_I,$$

$$\frac{\partial b_I(t,\tau)}{\partial t} = -\beta_I \cdot b_I(t,\tau), \qquad b_I(\tau,\tau) = b^0_I,$$

$$y_I(t,\tau) \in [0, m_I(t,\tau)],$$

$$\Pi_I(t,\tau) = h_I(t,\tau) + d_I(t,\tau), \qquad h_I(t,\tau) \geq 0, \qquad d_I(t,\tau) \geq 0$$

Задачей является максимизация дисконтированной прибыли, что эквивалентно максимизации депозитного счета за время $T_I > 0$:

$$-D_I(\tau + T_I) \to \inf_{h_I, d_I, y_I},$$

Из (1.1.2) получим условие распродажи:

$$\rho_I(t,\tau) = \frac{p_I(t) - \lambda_I(t,\tau)\cdot s_I(t) - p_C(t)\cdot a_I}{p_I(t)\cdot b_I(t,\tau)} - \mu_I$$
$$-\beta_I < r_2(t) + (r_1(t) - r_2(t)\cdot \frac{l_I(t,\tau)}{k_I(t,\tau)}, \qquad (2.3.1.2)$$

Распродажа начинается в момент t^*, когда начинает выполняться условие (2.3.1.2) и происходит мгновенно, т.е.

$$u_I(t,\tau) = \delta(t - t^*(\tau)),$$

выплаты по дивидендам в случае $r_1(t) > r_2(t)$ начинаются, как только будет погашен долг:

$$h_I(t,\tau) = \begin{cases} \Pi_I(t), & l_I(t,\tau) > 0; \\ 0, & l_I(t,\tau) = 0. \end{cases}$$

Выпуск:

$$y_I(t,\tau) = \begin{cases} m_I(t,\tau), & p_I(t) - \lambda_I(t,\tau)\cdot s_I(t) - p_C(t)\cdot a_I > 0, \\ 0, & p_I(t) - \lambda_I(t,\tau)\cdot s_I(t) - p_C(t)\cdot a_I \le 0 \end{cases}.$$

2.3.2 Описание фирмы

В фондообразующем секторе существует единственая фирма, которую мы будем отождествлять со всем сектором. Все доходы d_I в модели идут на депозит населению.

Общая мощность M_I, капитал K_I, задолжность L_I, выпуск Y_I, распроданные мощности Y_I^s, спрос на рабочую силу R_I^d и дивиденды d_I:

$$M_I(t) = S_\tau \circ m_I(t,\tau),$$
$$K_I(t) = S_\tau \circ k_I(t,\tau),$$
$$L_I(t) = S_\tau \circ l_I(t,\tau),$$
$$Y_I(t) = S_\tau \circ y_I(t,\tau),$$
$$Y_I^s(t) = S_\tau \circ u_I(t,\tau)\cdot b_I(t,\tau)\cdot m_I(t,\tau),$$
$$d_I(t) = S_\tau \circ d_I(t,\tau),$$

норма прибыли ρ_I^0 вновь создаваемой мощности:

$$\rho_I^0(t) = \frac{p_I(t) - \nu_I\cdot s_I(t) - p_C(t)\cdot a_I}{p_I(t)\cdot b_I^0} - \mu_I - \beta_I. \qquad (2.3.2.1)$$

Новые мощности создаются только за счет банковского кредита; таким образом, из (2.3.1.2) и (2.3.2.1) получим необходимое условие для получения кредита, спрос на который ограничен лишь предложением банковской системы:

$$\Phi_B^I(t) = \begin{cases} \Phi_B^{I\,s}(t), & \rho_I^0(t) > r_1(t), \\ 0, & \rho_I^0(t) \le r_1(t). \end{cases}$$

Отсюда получим спрос на фондообразующую продукцию в этом секторе:

$$C_I^I(t) = \frac{\Phi_B^I(t)}{p_I(t)\cdot b_I^0}.$$

2.3.3 Ценообразование

Запасы фондообразующего продукта Q_I на рынке увеличиваются за счет выпусков Y_I и Y_I^s, а также за счет распродажи мощостей фирм, производящих потребительский продукт. Потребляется он потребительским C_I^C сектором на создание новых мощностей в венчурном сегменте и как сырье в обоих сегментах. Также

расходуется на собственные инвестиции для создания новых мощностей в фондообразующем секторе C_I^I:

$$\dot{Q}_I(t) = Y_I(t) + Y_I^s(t) + S_\tau \circ y_I(t,\tau) - C_I^C(t) - C_I^I(t), \qquad Q_I(0) = Q_I^0.$$

Цена p_I на фондообразующий продукт меняется в зависимости от его запасов на рынке:

$$\frac{dp_I(t)}{dt} = -\alpha_p \cdot \frac{Q_I(t)}{M_I(t)} \cdot p_I(t), \qquad p_I(0) = p_I^0,$$

3 Описание деятельности населения

В модели предполагается, что население работает на производстве и может накапливать депозиты. Всего в экономике существует R рабочих, численность которых изменяется с темпом α, т.е

$$\dot{R} = \alpha \cdot R, \qquad R(0) = R_0.$$

Рабочая сила распределяется по секторам в зависимости от уровня занятости в секторе, т.е.

$$R_j^s = \chi_j \cdot R, \qquad \chi_j \geq 0, \qquad \sum_{j=I,C,v} \chi_j = 1, \qquad j \in \{I,C,v\},$$

$$\dot{\chi}_j = \frac{1}{\Delta_L} \cdot \sum_{i \neq j} \left(\frac{R_i^s}{R_i^d} - \frac{R_j^s}{R_j^d} \right).$$

Рабочие получают заработную плату по ставке s_j, растущей в случае нехватки рабочей силы. Обозначим реальное число за R_j^L, тогда

$$R_j^L = \min\{R_j^s, R_j^d\},$$

$$\dot{s}_j = \frac{1}{\Delta_s} \cdot \left(1 - \frac{R_j^L}{R_j^d} \right), \qquad s_j(0) = s_j^0.$$

Рабочие накапливают сбережения на депозитном счете D_L в банке:

$$\frac{dD_L}{dt} = r_2 \cdot D_L + \sum_{j=I,C,v} s_j \cdot R_j^L - C_N^L, \qquad D_L(0) = D_L^0.$$

Задачей рабочих является максимизация дисконтированного потребления на одного рабочего с функцией (1.2.0.1), т.е.

$$-\int_0^{+\infty} u\left(\frac{C_N^L}{R}\right) \cdot e^{-\delta_L \cdot t} dt \to \inf_{\frac{C_N^L}{R}}, \tag{3.0.0.1}$$

$$\frac{d\frac{D_L}{R}}{dt} = (r_2 - \alpha) \cdot \frac{D_L}{R} + \sum_{j=I,C,v} \left[s_j \cdot \frac{R_j^L}{R} \right] - \frac{C_N^L}{R}, \qquad \frac{D_L}{R}(0) = \frac{D_L^0}{R_0}. \tag{3.0.0.2}$$

Эта задача аналогична задаче (1.2.0.6), таким образом,

$$\frac{dC_N^L}{dt} = \frac{r_2 - \delta_L - \alpha \cdot (1-\sigma)}{\sigma} \cdot C_N^L, \qquad C_N^L(0) = C_N^{0,L}. \tag{3.0.0.3}$$

4 Описание банковской системы

Описание банковской системы дано в [1,4] и является традиционным для моделей подобного типа.

Заключение

В рамках предложенной модели удается воспроизвести процесс выхода фирмы из инновационного сектора в традиционный, что в достаточно грубой форме описывает

процесс первоначального размещения акций. Это позволяет говорить о дальнейшем развитии данной модели. Актуальным является более тонкое описания работы банковской системы.

Литература

1. Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А. Опыт математического моделирования экономики. Москва: Энергоатомиздат, 1996. 544 с.
2. Остапов В.А. Задача оптимального инвестирования //Модернизация и инновационное развитие экономических систем. М.: РУДН, 2014. С. 344-362.
3. Оленев Н.Н., Остапов В.А. К динамической модели с учетом венчурного капитала// М.:ВЦ РАН, 2014.
4. Остапов В.А., Оленев Н.Н. Оптимизация в динамической модели инвестиционной политики фирм инновационого сектора// Вестник ТГУ, 2015. Т.20. №5. С.1337-1340.
5. Оленев Н.Н. Исследование влияния структурных изменений на экономику России// Вестник Российского университета дружбы народов, сер. Экономика, 2015. №1. С.150-157.
6. Olenev N.N., Ostapov V.A. Optimal investment problems in a dynamic model ofeconomy with venture capital// OPTIMIZATION AND APPLICATIONS (OPTIMA-2015). M.: ВЦ РАН, 2015.

О ЯДЕРНОМ СДЕРЖИВАНИИ

Ю.Н.Павловский

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН, Россия,
119333, г. Москва, ул. Вавилова 40, тел. +7(499)135-62-04,
e-mail: jpvlsk1@rambler.ru

Аннотация. В статье анализируется возникший с изобретением ядерного оружия механизм, не позволяющий так называемым «развитым» странам обострять отношения друг с другом до такой степени, что война между ними становится возможной.

Ключевые слова: Математическое моделирование, теория управления, исследование операций, технология «математическое – гуманитарное», вооруженная борьба, глобальные и региональные конфликты, силовые акции, ядерное оружие, механизмы сдерживания, войны.

Введение.

Автор опубликовал несколько статей, посвященных ядерному сдерживанию (см., например, [1]). Основная мысль этих статей состоит в том, что нравственное развитие человечества отстает от его технологического развития. Со времени публикации [1] прошло довольно много времени, и некоторые аспекты того, что было опубликовано в [1] нуждаются в коррекции. В частности, появилась технология МГ (математическое – гуманитарное) [2, 3] и именно эта технология используется в настоящей статье. Суть этой технологии состоит в использовании простых математических моделей частей сложного процесса, а затем его анализа гуманитарными средствами.

Перечислим сначала математические средства, которые лежали в основе проведенного анализа. Использовались факты теории игр [4,5], а также понятия и представления, возникшие в результате построения и анализа математических моделей вооруженных конфликтов [6-11], математических моделей, позволивших прогнозировать экологические последствия конфликтов с применением ядерного оружия [12], выполнения имитационных игр, основанных на имитационных моделях сложных управляемых процессов [13].

Анализируется также эволюция ядерного сдерживания в результате распространения ядерного оружия. Автор считает, что это распространение сейчас и в обозримом будущем неизбежно.

1. Психологические факторы в вооруженной борьбе

В настоящее время вооруженные силы практически всех так называемых «*развитых*» государств обладают тем, что называется «структура». Если, наблюдая некоторый реальный управляемый процесс, мы видим в нем *структуру*, то это означает, что имеются механизмы, поддерживающие эту *структуру*. Вооруженный конфликт группировок двух противников, имеющих современную *структуру* вооруженных сил, может продолжаться только до тех пор, пока имеются механизмы, поддерживающие эту *структуру*.

Внесение предположения о сохранении *структуры* вооруженных сил в современные модели вооруженной борьбы приводит к их приближенной декомпозиции, состоящей в том, что от сложных уравнений, описывающих происходящие при боевых действиях процессы вывода из строя разнородных сил и средств конфликтующих противников, процессы перемещения войск, процессы материально-технического

обеспечения, процессы передачи, хранения, обработки информации, процессы принятия решений, отделяется простая модель, описывающая процесс выхода из строя *людей* в ходе боевых действий. Своих *целей* в вооруженной борьбе *политики* добиваются при помощи вывода из строя (гибели) *людей*. Для этого вооруженная борьба и предназначена.

В качестве математической формализации используем представления Л.Н. Толстого о вооруженной борьбе, содержащиеся в [7]. В соответствии с этими представлениями «сила» (термин Л.Н. Толстого) вооруженной группировки тем больше, чем больше тех, кто ведет вооруженную борьбу (Л.Н. Толстой называет это *массой* войска), тем больше, чем больше эффективность войска (т.е. чем больше выводит из строя боевых единиц противника одна боевая единица *своего войска*), а также чем больше *своих* потерь может *вынести войско*, прежде чем потеряет *боеспособность.* Процент *своих* потерь, при которой теряется их *боеспособность*, будем называть фактором Л.Н. Толстого.

Потеря *боеспособности* – хорошо известный военачальникам процесс, означающий неспособность *войска* вести боевые действия вследствие *своих* потерь. У Л.Н. Толстого чем больше может *вынести войско своих* потерь, тем больше его *дух.*

2. Четыре аспекта механизма ядерного сдерживания.

Одна из составляющих военной *силы* — фактор Л.Н. Толстого (т.е. сколько *люди* в данной группировке, участвующей в вооруженном конфликте, могут «*вынести*» *своих* потерь не теряя *боеспособности*) — зависит от многих причин. Если в войне между государствами используется ядерное оружие, очень маловероятно, что *свои потери*, которые возникают при этом, могут «*вынести*» вооруженные силы какого-либо государства. Это является одной из причин, по которой война между «*развитыми*» государствами очень маловероятна: нельзя представить себе ту степень ожесточения между *людьми, п*ри которой они *выносят* такие *потери*. Это является первым и основным фактором ядерного сдерживания. Если дело идет к применению ядерного оружия в войне между государствами, это будет означать в глазах *людей,* что соответствующие *политики* некомпетентны и их нужно заменить [10]. Обсуждаемый аспект механизма ядерного сдерживания имеет иногда место и в государствах с диктаторскими режимами, где средства массовой информации контролируются государством. В странах с диктаторскими режимами также имеется соответствующий механизм. Ясно, что в настоящее время не исключена глобальная ядерная катастрофа. Такая катастрофа является *быстрым* процессом, когда никакие механизмы сдерживания не успевают сработать.

Технологический прогресс приводит к появлению все более эффективных средств поражения. Для борьбы с этими средствами возникают контрсредства. В результате средства ведения вооруженной борьбы приобретают характер сложной *структуры*, отдельные элементы которой взаимно обеспечивают друг друга.

Вооруженная борьба является способом разрешения конфликтов только, если средства поражения и контрсредства находятся в некотором равновесии, т.е. если имеет место баланс между ними. Это состояние баланса есть способность системы управления удерживать *структуру* вооруженных сил и их *боеспособность* в процессе боевых действий. Появление у обеих конфликтующих сторон средства поражения, такого что контрсредства не могут обеспечить сохранение *структуры* вооруженных сил и *боеспособности* войск в процессе боевых действий, что и имеет место в случае использования ядерного оружия с обеих сторон, будет приводить к возникновению механизма сдерживания, аналогичного механизму ядерного сдерживания.

Третий аспект механизма ядерного сдерживания состоит в том, что применение ядерного оружия оказывает катастрофическое влияние на мирное население, экономику, экологию не только воюющих государств, но и сопредельных с воюющими, а если масштаб применения ядерного оружия превышает некоторые критические пределы, то и на все государства мирового сообщества. Этот вывод вытекает из результатов математического моделирования климатических последствий ядерной войны, полученных в СССР школой академика Н.Н. Моисеева [12] и подтвержденных затем многочисленными исследованиями других ученых. Результаты, о которых идет речь, основаны на гипотезе о том, что сажа, образовавшаяся в результате пожаров, происходящих от взрывов ядерных боезапасов, сделает на продолжительное время непрозрачными нижние слои атмосферы. При достаточном количестве ядерных взрывов это помутнение атмосферы вследствие процессов конвекции и диффузии примет глобальный характер. Математическая модель общей циркуляции атмосферы позволяет рассчитать климатические последствия помутнения нижних слоев атмосферы в зависимости от количества сажи, оказавшейся в атмосфере. С помощью этих расчетов устанавливается, что широкомасштабная ядерная война может уничтожить существующую сейчас структуру производства материальных благ и поставит под вопрос само существование человечества.

Четвертый аспект механизма ядерного сдерживания, который выше был охарактеризован как *информационный*, оказывал сильное стабилизирующее влияние в то время, когда имела место двухполюсная геополитическая структура. Он является проявлением общего механизма стабилизации течения управляемого процесса, возникающего, когда субъекты, могущие влиять на его течение, обладают возможностью адекватного прогноза последствий как своих действий, так и действий других субъектов. В настоящее время действие обсуждаемого механизма хотя и ослаблено, однако, несомненно, имеет место.

3. Эволюция механизма ядерного сдерживания при распространении ядерного оружия.

Итак, ядерное оружие на самом деле не является оружием, потому что воевать с применением этого оружия *нельзя*. Зачем же оно в таком случае нужно? Дело, конечно, в самом факте обладания ядерным оружием, определяющего статус государства в *современном* мире, отношение к нему со стороны других государств, степень уважения его интересов, а, значит, потенциал его экономического развития. Этот очевидный факт говорит о том, что система международных отношений, где уважают в первую очередь *силу*, в большой мере лишена того, что в бытовых отношениях между *людьми* именуется моральными и нравственными нормами. Речь здесь идет не о том, что говорят государственные деятели, когда они встречаются друг с другом, а о том, какими соображениями *на самом деле* они руководствуются при решении вопросов, связанных с обеспечением национальной безопасности, строительством вооруженных сил и развитием военно-промышленного комплекса.

Далее термины *система межгосударственных отношений* будет употребляться для обозначения именно этой стороны международных отношений. Более подробно этот термин будет означать совокупность представлений правящих структур государств о характере возможных угроз данному государству, о том, какие военно-политические ситуации возможны, т.е. представлений о возможных действиях других государств. Утрируя, чтобы подчеркнуть существо дела, можно сказать, что *система межгосударственных отношений* в *современном* мировом сообществе более близка к отношениям в стае зверей, где верховодят физически сильные особи и где отношение к особи определяется тем, как страшно она может оскалиться, чем к бытовым

отношениям между *людьми* в нормальном человеческом обществе. Моральные и нравственные нормы, превращающиеся постепенно (очень медленно) в правовые нормы, в отношениях между *людьми* в человеческом обществе – это внутренние механизмы самоограничения *людей*, которые в то же время являются механизмами самосохранения, человеческого общества, обеспечивающие ему потенциал для дальнейшего развития. Процесс формирования норм морали и нравственности в межгосударственных отношениях и превращения их в нормы международного права находится сейчас в самом зачаточном состоянии.

Этот процесс отстает от процесса *завязывания* интересов государств во все более тугой узел, происходящего от углубления межгосударственного разделения труда, порождая все большую несогласованность между структурой производства материальных благ в мировом сообществе и организационной структурой этого сообщества. Существующий характер межгосударственных отношений делает все более нерациональной существующую степень взаимной информированности государств о вооруженных силах друг друга и, что наиболее существенно, о целях и намерениях друг друга. Один из выводов общего характера, который следует из результатов изучения теоретико-игровых моделей [4,5], состоит в том, что чем менее противоположны интересы субъектов, могущих влиять на течение некоторого процесса и достигать тем самым целей (при условии, что эти цели является *разумными*), тем более выгодно субъектам иметь достоверную информацию о целях и действиях всех остальных субъектов. Результаты выполнения имитационных игр на соответствующих математических моделях [12] говорят о том, что в описанной ситуации неадекватная оценка некоторым субъектом тех целей, которые достигают другие субъекты, дестабилизирует течение процесса. Если же такая неадекватная оценка имеется у всех субъектов, которые влияют на течение процесса, то это практически неизбежно ведет к катастрофическим последствиям, т.е. к ситуации, когда никакой из субъектов не достигает своих (разумных, мирных) целей, хотя такая возможность, в принципе, имеется.

Жизнь всего нескольких поколений отделяет нас от момента, когда начнут исчерпываться планетарные ресурсы (нефть, газ, вода). При существующей системе межгосударственных отношений в такой ситуации с интересами государств, не обладающими ядерным оружием, никто не будет считаться. Поэтому распространение ядерного оружия неизбежно. Хорошо известно, что количество государств, фактически обладающих ядерным оружием, гораздо больше, чем количество государств, официально входящих в клуб ядерных держав. Несомненно, что, когда количество ядерных государств достигнет некоторого критического предела, дальнейшее распространение ядерного оружия примет характер взрывного процесса.

Распространение ядерного оружия будет приводить к тому, что государства, которые его получили, будут попадать под действие механизма ядерного сдерживания. Несмотря на это, вероятность использования ядерного оружия с его распространением будет повышаться. Для того чтобы донести до *политиков*, какие последствия повлечет за собой использование ядерного оружия, необходимо располагать инструментами, позволяющими дать такой прогноз, в том числе инструментами, основанными на математических средствах. Для этого необходимо, чтобы *политики* достаточно ясно осознавали то, что они сами хотят, к каким целям они стремятся, чтобы они адекватно оценивали те цели, к которым стремятся *политики* в остальных государствах. Для этого, в свою очередь, необходимо, чтобы в государстве существовали аналитические структуры, владеющие инструментами анализа и прогноза, чтобы эти структуры были встроены в систему принятия государственных решений, чтобы *политики* обладали достаточным уровнем образованности и культуры, позволяющим понять такие

прогнозы. Последнее условие является проблемой и для «*развитых*» стран: образованность и культура *политиков* в странах с так называемым «*демократическим*» устройством не может сильно в ту или иную сторону отличаться от образованности и культуры народа.

Мировое сообщество с той системой межгосударственных отношений, которая в нем имеет место, движется к кризису, который станет очевидным, когда ядерное оружие получит достаточное распространение, что неизбежно. Суть кризиса, о котором идет речь, состоит в отставании развития образования и культуры, отставании нравственного развития человечества от его технологического развития. Эту суть в утрированной форме можно выразить так: когда необразованные правители, не понимающие ни того, чего они хотят сами, ни того, что происходит в мире, начнут кидать друг в друга ядерные бомбы, то одной из исходных причин этого явления будет тот факт, что граждане государств, обладающих ядерным оружием, не считают своих *политиков*, таскающих за собой ядерные чемоданчики, вождями племен *дикарей*, раскрашивающих себя для того, чтобы соплеменники ясно видели у кого *власть*, а также для устрашения соседей, а наоборот, они гордятся ими — это пища для их национального тщеславия.

Литература

1. Павловский Ю.Н. Математический и гуманитарный анализ механизма ядерного сдерживания. // Вестник РАН, 2000. Т. 70. № 3. С. 195-202.
2. Павловский Ю.Н., Белотелов Н.В., Бродский Ю.И. Компьютерное моделирование. М.: Физматкнига, 2014. 304 с.
3. Павловский Ю.Н. Простая виртуальная модель и гуманитарный анализ экономического процесса. // Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов, 2015. Т. 30, №1(30). С. 3-37.
4. Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами. М.:Наука, 1976. 328 с.
5. Горелик В.А., Ушаков И.А. Исследование операций. М.: Машиностроение, 1986. 288 с.
6. Краснощеков П.С., Петров А.А. Принципы построения моделей. М.: Фазис, 2000. 411 с.
7. Толстой Л.Н. Война и мир. М.: Художественная литература,1987. Кн. 2. С. 427-428.
8. Савин Г.И. Системное моделирование сложных процессов. М.: Фазис, 2000. 275 с.
9. Иванилов В.Ю., Огарышев В.Ф., Павловский Ю.Н. Имитация конфликтов. М.: ВЦ РАН, 1993. 196 с.
10. Павловский Ю.Н. О факторе Л.Н. Толстого в вооруженной борьбе. // Математическое моделирование, 1993. Т.5, № 1. С. 3-15.
11. Павловский Ю.Н. О сохранении структуры вооруженных сил в вооруженной борьбе // Дискретный анализ и исследование операций. 1998. Сер. 2. Том 5, N 1. С. 40-55.
12. Моисеев Н.Н., Александров В.В., Тарко А.М. Человек и биосфера. Опыт системного анализа и экспериментов с моделями. М.: Наука, 1985, 272 с.
13. Белотелов Н.В., Бродский Ю.И., Павловский Ю.Н. Сложность. Математическое моделирование. Гуманитарный анализ. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2006. 320 с.

МОДЕЛЬ ВНЕШНЕЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ЭКОНОМИКИ РОССИИ

***Н.П. Пильник, А.А. Ужегов**

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление»
Российской академии наук,
лаборатория социального анализа университета Дмитрия Пожарского
Россия, 101000, ул. Мясницкая, 20, u4d@yandex.ru

Аннотация. В работе представлен инструмент, позволяющий анализировать и прогнозировать динамику внешнеэкономической деятельности экономики России, описанную в рамках платежного баланса. Для этого используется модель, состоящая из эконометрических и балансовых соотношений, позволяющая с достаточно высокой точностью описывать несколько десятков показателей платежного баланса. Модель приспособлена для среднесрочного прогнозирования помесячной и квартальной динамики показателей. В качестве демонстрации работоспособности модели представлены соотношения модельных и статистических данных по широкому кругу показателей, включающих в себя валютный курс. Модель позволяет рассматривать различные сценарии состояния платежного баланса России в зависимости от комбинации внешних условий, описывающих цены на мировых товарных рынках, состояние наиболее крупных национальных экономик и проводимой экономической политики.
Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ (грант Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-8181.2016.9).

Ключевые слова: внешнеэкономическая деятельность, платежный баланс, экспорт, импорт, отток капитал, золотовалютные резервы.

1. Введение

Выявление текущих тенденций и прогнозирование развития современной российской экономики невозможны без корректного описания ее взаимодействия с внешним миром. Основная причина этого – сильная зависимость от внешней торговли (как с точки зрения сырьевого экспорта, так и с точки зрения потребительского и инвестиционного импорта) и международных перетоков капитала.

Настоящая работа посвящена моделированию внешнеэкономической деятельности России, статистическая информация о которой собрана в рамках единого документа - платежном балансе. В силу существенной связи процессов такого рода с состоянием всей экономики описанный инструмент может восприниматься как блок более общей модели национальной экономики.

В рамках разд. 2 представленной статьи проводится обзор основных подходов к моделированию внешнеэкономической деятельности страны, встречающихся в современной литературе. Разд. 3 посвящен описанию используемых в работе данных. В разд. 4 описана методология построения модели. Наконец, в разд. 5 продемонстрировано итоговое качество идентификации.

2. Подходы к моделированию внешнеэкономической деятельности

В литературе существует несколько основных концепций моделей внешнеэкономической деятельности национальной экономики. Модели малой открытой экономики часто используются для анализа влияния на экономику кризисов платежного баланса. В [12] рассматривается двухсекторная экономика с совершенными рынками капитала и рациональными ожиданиями частных агентов для определения эффектов кризисов платежного баланса на экономику и вероятности спекулятивных атак на валюту. В работе [10] исследуются кризисы платежного баланса на примере влияния различных типов монетарной политики на подверженность экономики спекулятивным атакам. Классическим примером модели малой открытой экономики является модель IS-LM-BP, рассматривающая совокупное равновесие на товарном, денежном и внешнем рынках. В [2] модель используются для анализа развивающихся рынков с малой открытой экономикой с несовершенной мобильностью капитала. В ряде работ модель IS-LM-BP представлена в неявном виде, например, в [8,9] описываются валютные кризисы третьего поколения на основе эффектов, возникающих в результате смены периодов притока и оттока капитала из страны. Модель малой открытой экономики с ограничением «деньги вперед» (cash in advance) описана, например, в [11], где рассматривается влияние изменений таргетируемого уровня на уровень занятости, потребление, инвестиции и счет текущих операций.

Одним из ведущих направлений в современной макроэкономике, рассматривающих внешнеэкономическую деятельность государства, является модель новой открытой макроэкономики [6]. Автор рассматривает связь между экономиками двух стран и выводит уравнение счета текущих операций на основе объединения решения оптимизационной задачи потребителя и бюджетного ограничения государства. В [7] рассматриваются различные динамические эффекты, связанные с платежным балансом и, в частности, изменением чистых иностранных активов.

В [14] приводится модуль экономического роста с ограничением на платежный баланс (BPC) с предположением о том, что состояние платежного баланса является ограничением для роста выпуска, так как таким образом определяется некоторое ограничение на спрос, к которому может адаптироваться предложение. Авторы моделируют ограничение на темп роста платежного баланса в зависимости от различных переменных, таких как темп роста экспорта или реальные потоки капитала. Развитие данной модели, описано в статье [13], где добавляется возможность накопления внешнего долга.

Динамические стохастические модели общего равновесия (DSGE) с платежным балансом используются часто для прогнозирования [4]. В этой работе построена модель реальных деловых циклов, основанная на [3]. Модель учитывает банковскую систему и позволяет моделировать различные механизмы монетарной политики и влияние экзогенных шоков на экономику. В статье [5] рассматриваются различные вариации проводимых государственных политик. Уравнение платежного баланса выводится из комбинации оптимального решения задачи потребителя, а также бюджетных ограничений центрального банка и государства и сводится к выводу о том, что разница между реальными стоимостями домашних и иностранных облигаций, которыми владеют домохозяйства, в текущем и предыдущем периоде балансируется счетом текущих операций.

Кроме того, платежный баланс также встречается в моделях исследования равновесия реальных обменных курсов, которые основываются на применении различных эконометрических методов, как, например, в статье [1].

3. Описание статистических данных

Платежный баланс служит основным статистическим источником о внешнеэкономической деятельности экономики России и состоит из суммы сальдо счета текущих операций, счета операций с капиталом и финансового счета, которые с учетом статьи «Чистые пропуски и ошибки» балансируются изменением валютных резервов. При этом сам счет текущих операций и финансовый счет разбиваются на ряд показателей. Тем не менее разбивку финансового счета далее мы будем игнорировать, моделируя именно суммарный показатель. Такой подход во многом обоснован текущей политикой Банка России, акцентирующего свое внимание на управлении резервами. Счет операций с капиталом на рассматриваемом временном интервале представляет собой показатель с очень маленькими значениями, который испытывает два резких разовых всплеска в конце 2014 г. Далее отдельно моделировать этот нерегулярный показатель мы не будем, считая, что на всем прогнозном интервале он будет принимать типичные для подавляющего количества месяцев нулевые значения.

Квартальная статистика доступна за весь рассматриваемый промежуток (с 2000 г. по 2016 г.) на сайте Банка России. Месячная статистика доступна только с 2012 г., но именно эти данные в дальнейшем представляют наибольший интерес. Заметим, что месячная разбивка является менее подробной, что приводит к некоторым ограничениям в процессе дальнейшего моделирования. Поэтому дополнительно была использована статистика Росстата по стоимости и объему экспорта отдельных товаров, доступная в месячной разбивке с 2006 г. по 2013 г. При сравнении суммы экспорта всех этих товаров, сгруппированной по соответствующим кварталам, с аналогичной статистикой Банка России было выявлено, что ряды по экспорту нефти, нефтепродуктов и газа оказались практически идентичными.

С сайта агентства Финам были взяты цены нефти марки Brent, обменные курсы мировых валют – курс доллара к рублю, курс евро к доллару. Цена европейского газа была получена с электронного ресурса Quandl. Объемы добычи нефти, газа и объемы производства нефтепродуктов были получены с Росстата. Данные по компонентам ВВП России (частное, валовое накопление основного капитала и изменение запасов, очищенные от сезонности) были получены с сайта Росстата.

4. Методика построения модели

Все экзогенные переменные модели можно разделить на четыре группы. Первая – показатели состояния мировых рынков, в которую попадают цены на нефть и газ, курс евро к доллару и волатильность цены на нефть, которая рассчитывается как отношение внутримесячного стандартного отклонения цены на нефть к ее среднему значению. Вторая группа показателей описывает технологические ограничения в области добычи наиболее важных (с точки зрения экспорта) полезных ископаемых. Третья группа показателей – это характеристики внутреннего спроса экономики на импортные товары и услуги. Поскольку речь идет именно о модели внешнеэкономической деятельности как отдельном блоке модели всей экономики, мы можем считать эти переменные экзогенными. Наконец, последняя группа показателей – показатели проводимой кредитно-денежной политики. В первую очередь здесь следует выделить изменение резервных активов, которые после перехода к политике свободно плавающего курса рубля, напрямую управляемы Банком России. В эту категорию попадают и показатель «Счет операций с капиталом», который уже обсуждался выше. Еще одна управляемая Банком России переменная – ключевая ставка, которая до ее появления в 2013 г. в модели заменяется на ставку аукционов РЕПО. При этом далее в уравнениях модели будет фигурировать не она сама, а ее разность с доходностью десятилетних

государственных облигаций США – так называемый дифференциал процентных ставок.

Таблица 1. Экзогенные переменные модели

Название переменной	Обозначение
Показатели мировых рынков	
Цена на нефть, Brent	brent
Волатильность цены на нефть Brent	v_brent
Цена на натуральный газ, LNG Price	gas_lng
Цена на натуральный газ, европейский рынок	gas_europe
Курс евро/доллар, долл. за евро	usd_eur
Показатели добычи и переработки	
Добыча нефти, включая газовый конденсат, млн. тонн	v_prod_oil
Первичная переработка нефти, млн. тонн	v_prod_op
Добыча газа горючего природного (естественного), млрд. куб. м.	v_prod_gas
Показатели внутреннего спроса	
Потребление домашних хозяйств, млрд. руб.	n_c
ВНОК, млрд. руб.	n_j
Изменение запасов, млрд. руб.	n_ds
Показатели денежно-кредитной политики	
Счет операций с капиталом, млрд. долл.	r_cap_account
Изменение резервных активов, млрд. долл.	dzvr_o
Ключевая ставка, %	rate_repo
Доходность 10Y Treasury, %	rate_tr

Все уравнения модели можно разделить на два типа. Первый тип уравнений – соотношения, которые должны быть выполнены по определению. Например, требование равенства импорта сумме импорта товаров и услуг или равенство стоимости экспорта газа произведению цены на нефть на объем экспорта нефти. Второй тип уравнений – выявленные статистические зависимости между эндогенными и экзогенными переменными. В наиболее общем виде эти зависимости можно описать в виде уравнения

$$y_t = \left(\sum_{k=1}^{12} c_k dum_{kt} \right) \left(a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} b_j x_{jt} \right),$$

где y_t - моделируемая переменная, на значение которой могут влиять ее p прошлых значений, x_{jt} - объясняющая переменная (их общее количество равно q), a_i и b_j – оцениваемые коэффициенты, характеризующие взаимосвязь переменных, dum_{kt} - фиктивные переменные, равные единице в месяце k и нулю – во все остальные, необходимые для учета сезонных колебаний, а, в свою очередь, c_k - коэффициенты,

характеризующие эти сезонные колебания. Во избежание проблем с неоднозначной оценкой коэффициентов считается, что $c_1 = 1$.

В рамках модели все уравнения упорядочиваются в зависимости от того, достаточно ли в них использовать в качестве объясняющих переменных только экзогенные переменные или требуется добавление в правую часть этих уравнений переменных, которые также моделируются, но на более ранних этапах. В последнем случае будут использоваться не статистические ряды, а оценки этих переменных, полученные из соответствующих уравнений. В эконометрике этот подход известен как двухшаговый метод наименьших квадратов (2SLS), однако в данном случае в чистом виде мы его использовать не можем из-за специфики используемых данных.

Основной статистический источник исследования – платежный баланс – обладает целым рядом особенностей, вынуждающим подбирать специальные методы для работы с содержащейся в нем информацией. Данные в месячном формате доступны далеко не за весь период наблюдения, причем по разным показателям эти временные интервалы отличаются. Данные в квартальном формате доступны на всем временном интервале, но представляют меньший интерес для моделирования по сравнению с месячными данными, на которые изначально и ориентирована модель. Оценка параметров модели только на квартальных данных плоха тем, что нет никаких оснований переносить эти связи на месячные данные, для которых может быть свойственна совершенно другая сезонная волна. Оценка параметров модели только на месячных данных осложняется существенной нехваткой данных за весь рассматриваемый период. В связи с этим была разработана специальная процедура, которая позволяет учесть всю доступную информацию независимо от ее частотности.

На первом шаге данной процедуры на квартальных данных оцениваются уравнения для всех зависимых переменных и отбираются показатели, которые могут быть использованы в качестве регрессоров. На втором шаге оцениваются коэффициенты аналогичных уравнений на месячных данных по результатам решения задачи минимизации функционала специального вида. Данный функционал учитывает расхождение между модельными и статистическими месячными данными, на тех интервалах, где они доступны, а также расхождения между статистическими квартальными данными и модельными квартальными данными, рассчитанными на основе месячных (для большинства показателей квартальное значение считается как сумма соответствующих месячных, за исключением курса и волатильности доллара). Таким образом, итоговые соотношения оказываются адаптированными именно на месячные данные, но при этом учитывают информацию о рядах с квартальным шагом, и это позволяет с помощью модели восстановить месячные данные по всем показателям на тех интервалах, где они изначально в статистике недоступны.

В трех следующих таблицах будут описаны уравнения модели в том порядке, в котором они в нее входят, указаны объясняемые переменные, а также дан список объясняющих переменных. В случае, если это принципиально важно, после названия объясняющей переменно ставится пометка (-1), чтобы показать, что используется значение данной переменной в предыдущий месяц. Для остальных переменных указание лаговой структуры зависимости отдельно не приводится в целях экономии места.

В табл. 2 охарактеризованы уравнения для средних экспортных цен, объемов экспорта и стоимости экспорта нефти, нефтепродуктов и газа (включая СПГ).

Таблица 2. Эндогенные переменные. Основные группы товаров

Название объясняемой переменной	Обозначение
Список объясняющих переменных	
Средняя цена экспорта нефти, тыс. долл./тонн	p_exp_oil
brent	
Средняя цена экспорта нефтепродуктов, тыс. долл./тонн	p_exp_op
brent	
Средняя цена экспорта газа, долл./куб. м.	p_exp_gas
gas_lng, gas_europe, brent	
Объем экспорта нефти, млн. тонн	v_exp_oil
p_exp_oil, v_exp_oil, usd_rub(-1)	
Объем экспорта нефтепродуктов, млн. тонн	v_exp_op
usd_rub(-1), usd_eur, v_prod_op, p_exp_op	
Объем экспорта газа, млрд. куб. м.	v_exp_gas
v_prod_gas, p_exp_gas, usd_eur, usd_rub(-1)	
Стоимость экспорта нефти, млрд. долл.	r_exp_oil
p_exp_oil, v_exp_oil	
Стоимость экспорта нефтепродуктов, млрд. долл.	r_exp_op
p_exp_op, v_exp_op	
Стоимость экспорта газа, млрд. долл.	r_exp_gas
p_exp_gas, v_exp_gas	

В табл. 3 показана структура уравнений, описывающих экспорт и импорт с учетом их разбивки на товары и услуги.

Таблица 3. Эндогенные переменные. Суммарные показатели экспорта и импорта

Название объясняемой переменной	Обозначение
Список объясняющих переменных	
Экспорт прочих товаров, млрд. долл.	r_exp_othg
r_exp_oil, r_exp_op	
Экспорт товаров, млрд. долл.	r_exp_goods
r_exp_oil, r_exp_op, r_exp_gas, r_exp_othg	
Импорт товаров, млрд. долл.	r_imp_goods
n_c(-1), n_j(-1), n_ds(-1), usd_rub(-1), r_exp_g	
Импорт услуг, млрд. долл.	r_imp_serv
n_c(-1), n_j(-1), n_ds(-1), usd_rub(-1), r_imp_g	
Импорт, млрд. долл.	r_imp_all
r_imp_goods, r_imp_serv	
Экспорт услуг, млрд. долл.	r_exp_serv
r_exp_goods, r_imp_serv	
Экспорт, млрд. долл.	r_exp_all

r_exp_goods, r_exp_serv

В табл. 4 описаны уравнения для наиболее крупных агрегатов платежного баланса. В их число входит торговый баланс, баланс услуг, оплаты труды, инвестиционных доходов, а также суммарный баланс ренты и вторичных доходов, объединенные в силу их исходной малости. Сюда же попадают счет текущих операций и сальдо финансового счета (часто трактуемый как отток капитала). Показатель «Чистые ошибки и пропуски» также описывается специальным уравнением, но имеет только сезонную компоненту. Наконец, в этот же блок попадают уравнения для курса доллара и его волатильности.

Таблица 4. Эндогенные переменные. Прочие показатели платежного баланса

Название объясняемой переменной	Обозначение
Список объясняющих переменных	
Торговый баланс, млрд. руб.	r_bal_trade
r_exp_goods, r_imp_goods	
Баланс услуг, млрд. руб.	r_bal_serv
r_exp_serv, r_imp_serv	
Баланс оплаты труда, млрд. руб.	r_bal_wage
r_exp_oil, r_exp_othg, r_exp_serv, r_imp_serv	
Баланс ренты и вторичных доходов, млрд. руб.	r_bal_rent+r_bal_sinc
r_exp_serv, r_exp_goods	
Баланс инвестиционных доходов , млрд. долл.	r_bal_inv
r_bal_trade, r_bal_serv	
Счет текущих операций, млрд. долл.	r_cur_account
r_bal_trade, r_bal_serv, r_bal_wage, r_bal_rent+r_bal_sinc, r_bal_inv, r_cap_account	
Волатильность курса доллара	v_rub_usd
v_brent, dzvr_o	
Курс доллара США к рублю на конец периода, руб. за долл.	rub_usd
brent, dzvr_o, rate_repo, rate_tr, v_doll	
Чистые ошибки и пропуски, млрд. долл.	r_errors
только сезонные колебания	
Сальдо финансового счета (кроме резервных активов)	r_bal_fin
r_cur_account, dzvr_o	

5. Качество идентификации модели

В данном разделе с помощью графиков демонстрируется соответствие между модельными и статистическими рядами. На рис. 1-4 на примере средней цены и объема экспорта нефти сопоставляется точность квартальных и месячных оценок. Кроме того, можно видеть участки на рис. 1, 3, на которых отсутствуют статистические данные, но восстановлены модельные. Следует сказать, что два этих показателя были выбраны еще и как наиболее (цена экспорта нефти) и наименее (объем экспорта нефти) точный прогноз внутри обучающей выборки.

Рис. 1. Средняя цена экспорта нефти, тыс. долл./тонн (месячные данные)

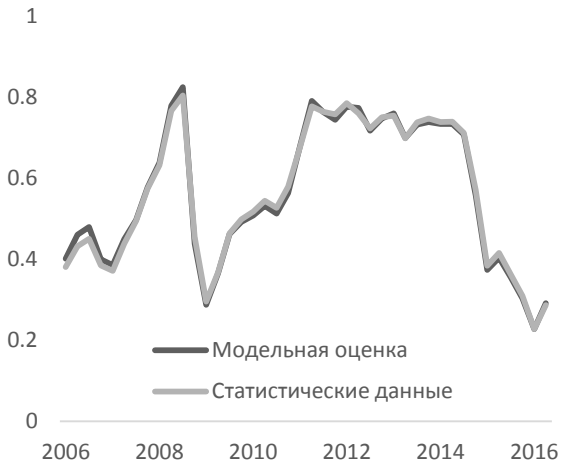


Рис. 2. Средняя цена экспорта нефти, тыс. долл./тонн (квартальные данные)

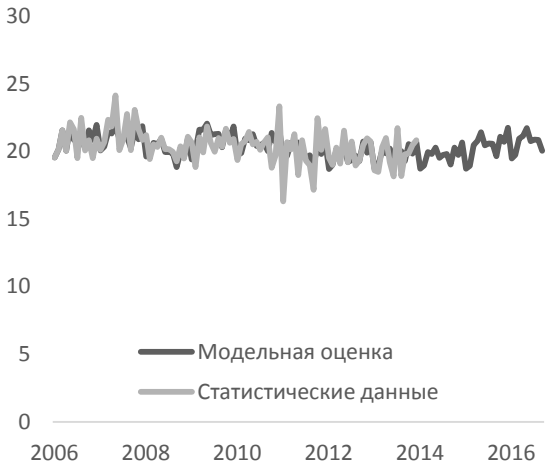


Рис. 3. Объем экспорта нефти, млн. тонн. (месячные данные)

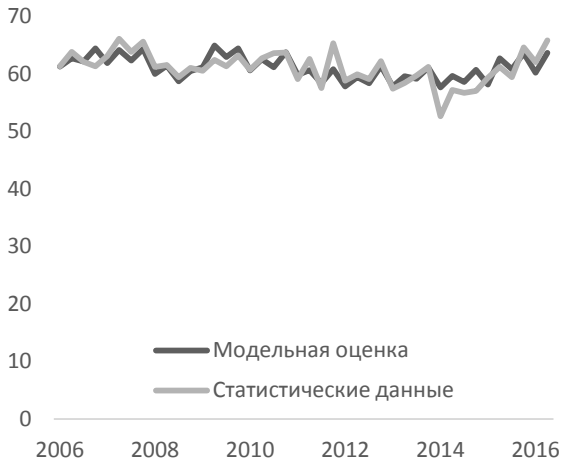


Рис. 4. Объем экспорта нефти, млн. тонн. (квартальные данные)

На рис. 5 – 10 демонстрируется точность уравнений на месячных данных для основных эндогенных переменных модели. Отдельно следует прокомментировать рисунок 9, на котором можно видеть существенные расхождения между модельной оценкой и статистическими данными в конце 2014 г. Этот эффект связан исключительно с расхождением в учете показателя «Счет операций с капиталом» между месячным и квартальным платежным балансом. В случае месячных данных он выделен как отдельный показатель, в случае квартальных данных – объединен с показателем «Счет текущих операций». На точность уравнений модели данная особенность никак не влияет, поскольку уравнение для счета текущих операций является соотношением, которое должно быть выполнены по определению, т. оценка коэффициентов не требуется.

Рис. 5. Экспорт товаров, млрд. долл.

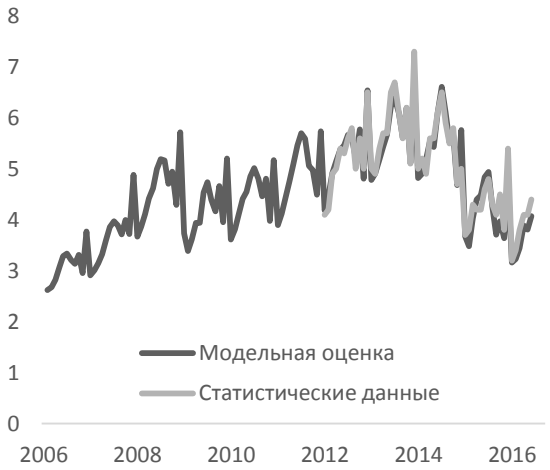


Рис. 6. Экспорт услуг, млрд. долл.

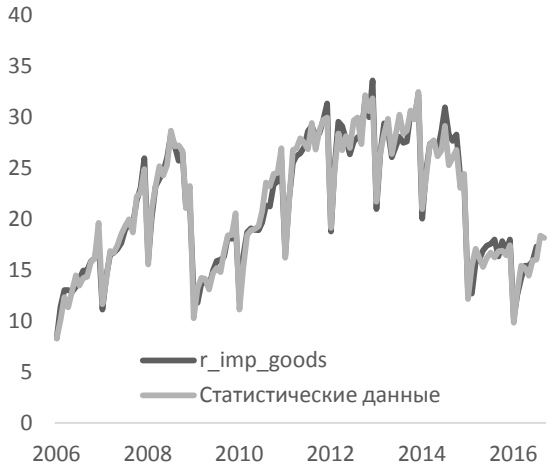


Рис. 7. Импорт товаров, млрд. долл.

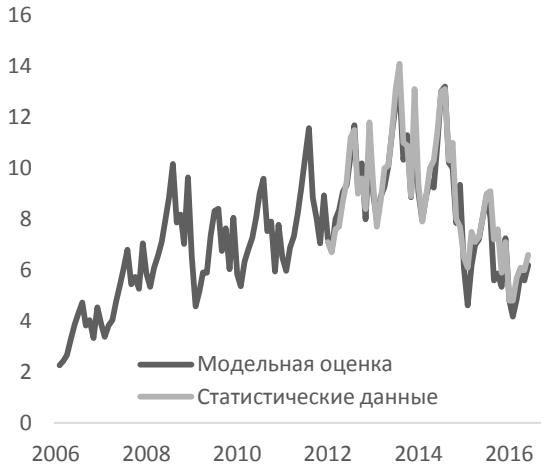


Рис. 8. Импорт услуг, млрд. долл.

Рис. 9. Счет текущих операций, млрд. долл.

Рис. 10. Сальдо финансового счета, млрд. долл.

Рис. 11. Курс доллара США на конец периода, руб./долл. (месячные данные)

Рис. 12. Курс доллара США на конец периода, руб./долл. (квартальные данные)

Заключение

В данной работе представлена модель внешнеэкономической деятельности России, позволяющая анализировать и прогнозировать динамику ее основных показателей, статистически описываемую в рамках платежного баланса. В условиях сложившейся специфической открытости российской экономики и резкого изменения внешних условий последних лет данная тема представляется чрезвычайно актуальной. Однако изучение этих вопросов связано с целым рядом технических и содержательных трудностей, начиная от весьма разнообразного формата представления основных данных, которые публикуются разными государственными ведомствами и заканчивая принципиальными вопросами об архитектуре разрабатываемой модели.

Используемая в статье модель, содержащая эконометрические и балансовые уравнения, позволяет с достаточно высокой точностью описывать несколько десятков показателей платежного баланса России как в квартальной, так и в месячной разбивке. В своем текущем виде модель ориентирована на краткосрочный прогноз динамики показателей на срок от одного до полутора лет.

Литература

1. Blundell-Wignall A. et al. Major influences on the Australian dollar exchange rate //The Exchange Rate, International Trade and the Balance of Payments, Reserve Bank of Australia, Sydney. 1993. P. 30-78.
2. Céspedes L., Chang R., Velasco A. Balance Sheets, Exchange Rate Regimes, and Credible Monetary Policy. mimeo, 2001.
3. Cubas G. et al. A Dynamic Stochastic General Equilibrium Model for Policy Analysis in Uruguay //Banco Central del Uruguay, Working Paper. 2011.
4. Cubas G. et al. The Rate of Reserve Requirements and Monetary Policy in Uruguay: a DSGE Approach. 2012. №. 2012011.
5. Escudé G. J. A DSGE model for a SOE with Systematic Interest and Foreign Exchange policies in which policymakers exploit the risk premium for stabilization purposes //Economics: The Open-Access, Open-Assessment E-Journal. 2013. V. 7. №. 2013-30. Pp. 1-110.
6. Ganelli G. The new open economy macroeconomics of government debt //Journal of international Economics. 2005. V. 65. №.1. Pp.167-184.

7. Ghironi F. Macroeconomic interdependence under incomplete markets //Journal of International Economics. 2006. V. 70. №. 2. Pp. 428-450.
8. Krugman P. Balance sheets, the transfer problem, and financial crises //International finance and financial crises. – Springer Netherlands, 1999. Pp. 31-55.
9. Krugman P. Currency regimes, Capital flows, and Crises //IMF Economic Review. 2014. V. 62. №. 4. Pp. 470-493.
10. Kumhof M., Li S., Yan I. Balance of payments crises under inflation targeting //Journal of International Economics. 2007. V. 72. №. 1. Pp. 242-264.
11. Mansoorian A., Mohsin M. On the employment, investment and current account effects of inflation //Journal of International Economics. 2006. V. 70. №. 1. Pp. 296-313.
12. Mendoza E., Uribe M. The Business Cycles of Balance-of-Payments crises: A Revision of a Mundellian Framework //NBER Working Paper. 1999. №. 7045.
13. Moreno-Brid J. C. On capital flows and the balance-of-payments-constrained growth model //Journal of Post Keynesian Economics. 1998. V. 21. №. 2. Pp. 283-298.
14. Thirlwall A. P., Hussain M. N. The balance of payments constraint, capital flows and growth rate differences between developing countries //oxford Economic papers. 1982. V. 34. №. 3. Pp. 498-510.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОПРОСА О НЕОБХОДИМОСТИ СЕЗОННОЙ КОРРЕКТИРОВКИ ДАННЫХ В ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ[7]

И.П. Станкевич

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
Россия, 101000, ул. Мясницкая, 20, vpvstankevich@yandex.ru

Аннотация. В работе рассматривается вопрос о необходимости сезонной корректировки данных для использования в динамических моделях. Показывается, что сезонная корректировка может оказывать значительное влияние на свойства временного ряда с точки зрения тестов на единичные корни и совокупности рядов с точки зрения тестов на коинтеграцию. Это влияние зависит от типа выбранной процедуры сезонной корректировки и конкретного теста. При наличии в рядах коинтеграции (долгосрочной взаимосвязи между переменными) сезонная корректировка любого вида снижает точность определения параметров коинтеграционного соотношения, если сезонность в рядах находится в противофазе (долгосрочное соотношение сезонности не содержит). В случае, когда долгосрочное соотношение содержит сезонную компоненту, сезонная корректировка, напротив, значительно повышает точность как установления факта наличия коинтеграции, так и точность оцененных параметров коинтеграционного соотношения. Эти результаты устойчивы и характерны для всех рассматриваемых процедур сезонной корректировки.

Ключевые слова: сезонность, корректировка сезонности, временные ряды, динамические модели экономики.

Введение

Сезонность – периодичность в данных, колебания, повторяющиеся каждый год примерно в одно и то же время – присутствует во многих временных рядах, в том числе и экономических. Причины ее появления достаточно ясны (климат, праздники, чисто административные моменты, связанные, к примеру, с периодом выплаты налогов), но отсутствует консенсус касательно необходимости и способов ее удаления из данных. С одной стороны, общепризнанным является тот факт, что сезонность, особенно достаточно сильная, значительно искажает тренды и зависимости между показателями, сильно повышает дисперсию рядов и снижает точность оцениваемых показателей. Ее присутствие в данных приводит к необходимости явно учитывать в модели связь текущих значений показателей со значениями год назад, хотя эта связь и является чисто технической и не несет в себе никакой пользы для понимания механизмов, стоящих за происходящими в экономике процессами.

С другой стороны, и удаление сезонности нередко приводит к негативным последствиям. Существует большой пласт работ, посвященных исследованию проблем, к которым приводит сезонная корректировка. В целом, их можно разделить на две большие группы: одна концентрируется на проблемах с рядом как таковым ([1]–

[7] Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научно-исследовательского проекта 16-31-00500 мол_а "Межвременное равновесие в модели российской экономики на основе многопродуктовой декомпозиции макроэкономического баланса по элементам использования и описания элементов баланса доходов и расходов населения с применением вариационного принципа"

ложная сезонность при сезонной корректировке рядов, сезонности не содержащих, [8] – неустойчивость скорректированных рядов при добавлении новых данных, [11] – сезонная корректировка уменьшает величину и увеличивает продолжительность шоков), другая – на нарушении статистических свойств ряда после сезонной корректировки. Последняя группа работ представляет для нас особенный интерес, потому что именно изучение статистических свойств рядов (стационарности и коинтеграции), как правило, является первым шагом на пути построения динамических макроэкономических моделей. В этом направлении стоит выделить прежде всего [6], где аналитически демонстрируется наличие сдвига в распределении тестовой статистики в тестах на единичные корни при использовании сезонной корректировки: корректировка стационарного ряда может привести к тому, что тесты будут принимать его за нестационарный. Эти рассуждения применимы не ко всем классам процедур сезонной корректировки и не ко всем тестам на единичные корни, однако результат породил целый пласт близких по духу работ: сезонные единичные корни исследуются в [5], связь сезонных и обычных единичных корней – в [7]. В [3] показывается, что сезонная корректировка нестационарного ряда может привести к появлению в ряде необратимой MA-части.

Стоит также обратить внимание и на расхождения в подходах к сезонной корректировке рядов. На данный момент широко используются две процедуры сезонной корректировки, основанные на разных принципах и обладающие разными свойствами, - это семейство X-11 (US Bureau of Census) и процедура TRAMO/SEATS (Bank of Spain). Процедурами первого семейства сезонно корректируется практически вся американская официальная статистика (и очень часто данные без сезонной корректировки оказываются просто недоступны), второй процедурой – в значительной степени европейская статистика.

Другим важным моментом является то, что очень часто на этапе оценки моделей вопрос о сезонной корректировке данных либо просто игнорируется, либо в статье просто упоминается тот факт, что данные сезонно скорректированы, нередко даже без указания метода (см., к примеру, [9, 13] и многие другие работы). Основной причиной того является сложившаяся за последние полвека традиция публиковать и использовать скорректированные данные «по умолчанию» и недостаток интереса, особенно со стороны статистических служб, к работам, указывающим на недостатки процедур сезонной корректировки.

В данной работе исследуются два основных тесно взаимосвязанных вопроса. Во-первых, это влияние сезонной корректировки на тесты на единичные корни. В отличие от большинства работ на эту тему, здесь будет рассматривать не одна отдельная процедура (как правило, рассматривается X-11), а будут сравниваться несколько процедур: популярные X-11 и TRAMO/SEATS и простая процедура, основанная на наборе сезонных фиктивных переменных, в духе [2], и сравнение будет проводиться на основе нескольких популярных тестов. Во-вторых, это влияние сезонной корректировки на тест Энгла-Гренджера на коинтеграцию (тест Энгла-Гренджера основан на проверке стационарности полученного определенным образом ряда остатков, поэтому логично вписывается в общую канву работы). Для тех же трех процедур будет исследовано влияние сезонной корректировки как на сам тест, так и на оцененные значения параметров коинтеграционного соотношения. В силу высокой сложности и непредставимости в аналитическом виде современных процедур сезонной корректировки, исследование будет проводиться методом Монте-Карло. Во всех случаях, кроме отдельно оговоренных, предполагалась мультипликативная сезонность, т. е. структура ряда вида

$$y_t = T_t S_t,$$

где y_t - исходный ряд, T_t - трендовая компонента, S_t - сезонная компонента. Аддитивная сезонность, предполагающая $y_t = T_t + S_t$, используется только один раз.

Сначала генерировалась трендовая компонента как простой AR(1) процесс вида

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

где ε_t - белый шум. Затем она домножалась на фиксированный набор сезонных коэффициентов, подобранных так, чтобы их произведение за год было равно 1 (чтобы не вносить искажений в среднее значение ряда). Всюду брались ряды длиной в 100 точек и предполагалась квартальная структура данных. Таким образом, сгенерированные данные соответствуют 25 годам наблюдений за величиной, что примерно соответствует, к примеру, максимальной длине доступных данных по макроэкономической статистике РФ.

В силу достаточно высокой сложности алгоритмов сезонной корректировки и продолжительности времени их работы, пришлось ограничиться 5000 итераций для каждого отдельного случая в методе Монте-Карло. Для большинства случаев исследование было повторено неоднократно и результаты оказались устойчивыми, поэтому такое количество итераций представляется нам достаточным. Все вычисления проводились в R с использованием пакетов *seasonal, tseries, egcm, urca* и *ggplot2*.

Тесты на единичные корни

Стационарность – одно из ключевых свойств временных рядов в эконометрике. Формально стационарность в широком смысле - это постоянство во времени математического ожидания и дисперсии ряда и независимость автоковариационной функции от времени: $E(y_t) = const, D(y_t) = const, cov(y_t, y_{t-k}) = f(k), \forall t$.

Тестирование на стационарность (отсутствие единичного корня) определяет, следует ли использовать в макроэкономический модели уровни показателей или их разности, нужно ли и можно ли проверять ряды на коинтеграцию, в конечном итоге – определяют тип используемой модели. Из существующей массы тестов в настоящем исследовании рассматривается три популярных теста на единичный корень: расширенный тест Дики-Фуллера (Augmented Dickey-Fuller test, дальше в тексте ADF тест), тест Филлипса-Перрона (Phillips-Perron test, дальше PP тест) и тест Квитковски-Филипса-Шмидта-Шина (Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin test, дальше KPSS тест).

Тест Дики-Фуллера впервые был представлен в работе [4] и стал одним из самых популярных тестов на единичные корни. Он используется как тест по умолчанию во многих статистических пакетах, первым рассказывается в рамках курсов временных рядов, поэтому исследование его поведения представляется крайне важным и актуальным вопросом. Напомним, что в тесте Дики-Фуллера оценивается модель:

$$\Delta y_t = b y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \gamma_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t.$$

И проводится проверка значимости коэффициента b. Если он значимо отличается от 0 – ряд оказывается стационарным, в противном случае ряд содержит единичный корень и признается нестационарным.

Для проверки качества работы теста Дики-Фуллера (как и двух других тестов), генерировались AR(1) процессы с мультипликативной сезонностью и параметром α, равным 0.5, 0.7 и 0.9, и корректировались каждым из трех методов. Затем, для четырех рядов: исходного (не очищенного от сезонности) и трех сезонно скорректированных – проводился тест Дики-Фуллера. Разные значения α использовались для проверки устойчивости результатов к виду ряда, фактически – его близости к нестационарному (нестационарным AR(1) процесс становится при $\alpha = 1$). Результаты представлены на рис. 1. Изображены ядерные оценки плотности распределения расчетного значения

ADF статистики, левая плотность соответствует тесту по нескорректированным данным, затем идет плотность по скорректированным простой процедурой на базе фиктивных переменных, по SEATS, с помощью фильтра X-11 (самая светлая заливка). Вертикальная линия показывает критическое значение ADF статистики для 100 наблюдений (при значении тестовой статистики больше (т.е. меньше по модулю) критической, ряд признается нестационарным) на 1% уровне значимости:

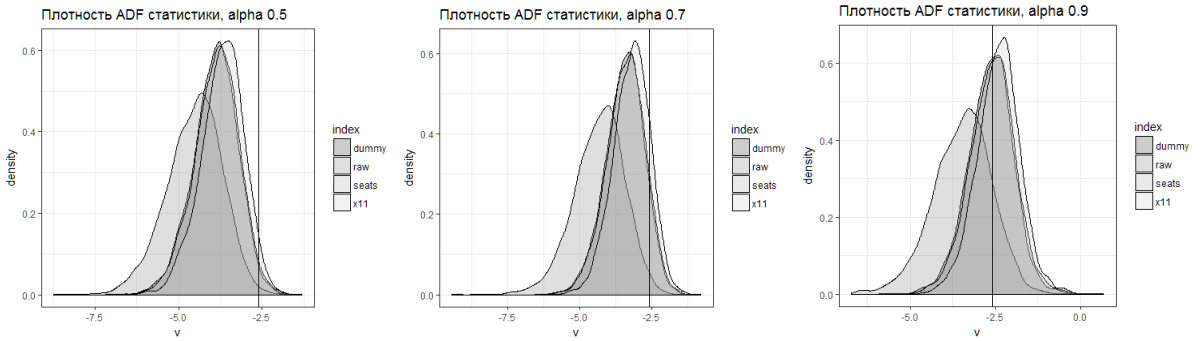


Рис. 1. Смещение в тесте Дики-Фуллера при росте параметра α

Здесь заметно несколько интересных эффектов. Помимо ожидаемого падения мощности при росте α видно смещение в тестовой статистике, привносимое процедурами сезонной корректировки в духе [6]. Несмотря на то, что полученные там выводы касались только процедур, основанных на линейной фильтрации (из трех изучаемых нами – только X-11), смещение видно для всех процедур сезонной корректировки, притом смещение это возрастает по мере приближения ряда к нестационарному. Другой интересный эффект – это то, что наибольшее смещение демонстрирует именно процедура X-11. Это видно и графически, и из таблицы, демонстрирующей долю неверно определенных на 1% уровне значимости рядов, в зависимости от параметра α.

Таблица 1. Доля неверно определенных ADF тестом рядов

	Исходный ряд	Фиктивные переменные	SEATS	X-11
$\alpha = 0.5$	0,44%	1,56%	2%	3,22%
$\alpha = 0.7$	1,34%	9,22%	10,36%	16,38%
$\alpha = 0.9$	14,38%	48,82%	52,04%	62,7%

Интересно также отметить, что самая простая процедура из рассматриваемых, основанная на наборе фиктивных переменных, описание которой занимает несколько страниц, а не сотен страниц (семейство X-11 описано, к примеру, в [14], TRAMO/SEATS в [15]), стабильно демонстрирует лучший результат.

Тест Филлипса-Перрона, представленный в [12], в значительной степени похож на тест Дики-Фуллера, но в отличие от последнего для более полного учета лаговой структуры ряда вместо прямого моделирования лагов при помощи члена $\sum_{i=1}^{k} \gamma_i \Delta y_{t-i}$ в уравнении использует более простой вид оцениваемого уравнения: $\Delta y_t = b y_{t-1} + \varepsilon_t$, но корректирует расчетное значение тестовой статистики. Тест Филлипса-Перрона оказался значительно более устойчивым к сезонности и ее корректировке:

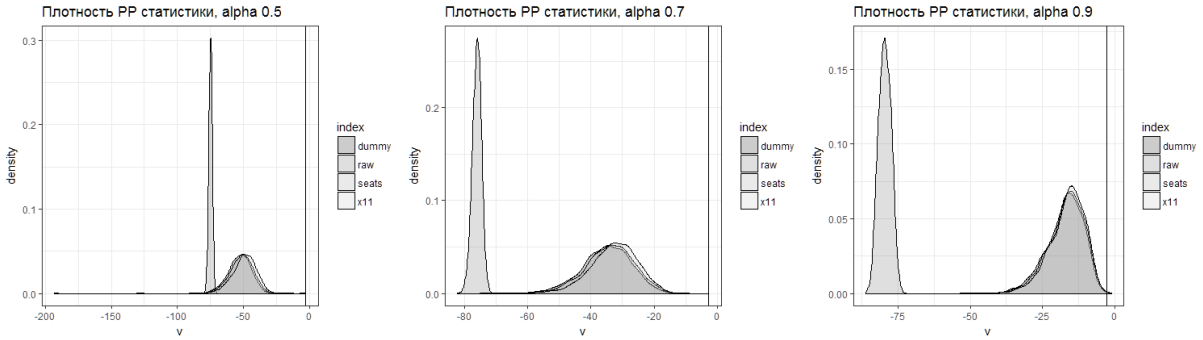


Рис. 2. Смещение в тесте Филлипса-Перрона при росте параметра α

Несмотря на заметное смещение в распределении тестовой статистики, вызываемое процедурами сезонной корректировки, мощность теста достаточно высока, чтобы ошибки в определении типа ряда появились только при $\alpha = 0.9$, при этом на 5000 итераций мы видим только по 2 ошибки для SEATS и фиктивных переменных и 4 ошибки для X-11. Однако эта проблема может стать более серьезной по мере приближения ряда к нестационарному и для рядов более сложной структуры. Заметим также, что X-11 по-прежнему демонстрирует худшие результаты из трех процедур.

В отличие от двух предыдущих тестов KPSS тест, представленный в [10], предполагает, что ряд может быть разложен на сумму детерминированного тренда и стохастического тренда (случайного блуждания):

$y_t = \gamma t + r_t + \varepsilon_t$, где $r_t = r_{t-1} + u_t$.

И проверяет при помощи LM-статистики гипотезу о равенстве дисперсии u_t нулю, что соответствует превращению r_t в константу и стационарности ряда около линейного тренда. Соответственно нулевая гипотеза здесь – стационарность ряда, а критическая область – это область значений тестовой статистики больше критического значения. Тот факт, что тест основан на совершенно других принципах, чем предыдущие два, позволяет предположить, что и результаты для него могут отличаться от полученных выше. Однако это не так, и смещение по-прежнему есть (вертикальная линия – все еще критическое значение статистики на 1% уровне значимости, справа от нее ряд ошибочно признается нестационарным):

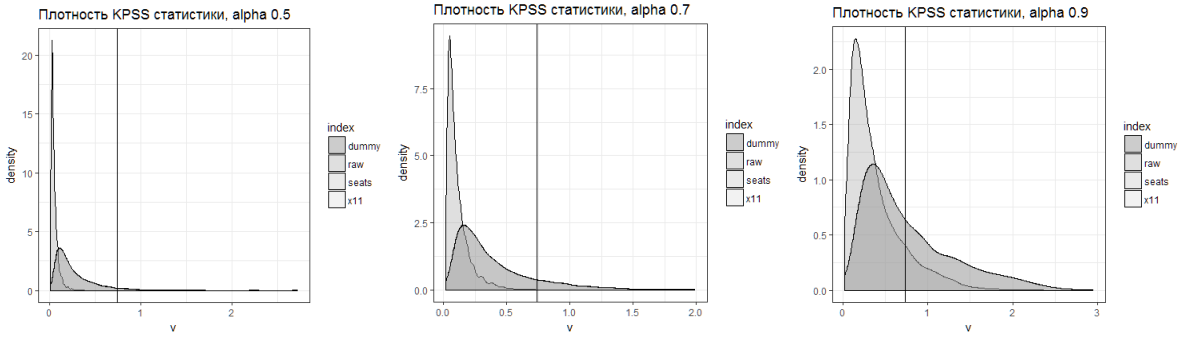


Рис. 3. Смещение в KPSS тесте при росте параметра α

Сезонно скорректированные ряды демонстрируют смещение, при этом меняется не только среднее значение тестовой статистики, но и значительно вырастает дисперсия. Масштабы ошибок можно понять из следующей таблицы.

Таблица 2. Доля неверно определенных KPSS тестом рядов

	Исходный ряд	Фиктивные переменные	SEATS	X-11
$\alpha = 0.5$	0%	3,96%	4,02%	4,12%
$\alpha = 0.7$	0%	12,14%	12,2%	12,42%
$\alpha = 0.9$	13,08%	40,14%	40,32%	40,44%

Все процедуры сезонной корректировки показали практически одинаковые результаты. По-прежнему число ошибок возрастает с ростом α. Что интересно, если сравнивать результаты KPSS теста с ADF тестом, можно заметить, что при низких значениях α меньше ошибок в определении типа ряда совершается ADF тестом, а при высоких – KPSS тестом.

Тесты на коинтеграцию

Коинтеграция – наличие такой связи между нестационарными рядами, что определенная линейная комбинация этих рядов (называемая коинтеграционным соотношением) является стационарной. Как правило, в эконометрике это соотношение трактуется как долгосрочная взаимосвязь между рядами. Наличие или отсутствие коинтеграции между рядами определяет форму используемой эконометрической модели, поэтому корректный ее поиск и точная оценка параметров коинтеграционного соотношения – задача первостепенной важности как с технической точки зрения (выбор модели), так и с содержательной (трактовка коэффициентов коинтеграционного соотношения). Один из самых популярных тестов на коинтеграцию – тест Энгла-Гренджера – основан на прямом оценивании коинтеграционного соотношения и проверке стационарности его остатков, и именно его мы используем в данном исследовании. Мы генерируем по 2 ряда с коинтеграцией и сезонностью, проверяем наличие коинтеграции и коэффициенты коинтеграционного соотношения для исходных рядов и рядов, скорректированных каждой из трех рассматриваемых процедур. Структура коинтеграционного соотношения предполагается простейшая:

$y_t + a + bx_t = \varepsilon_t$, где ε_t - стационарный процесс.

Первый рассмотренный нами случай – когда сезонность в рядах устроена таким образом, что коинтеграционное соотношение сезонности не содержит (сезонность в рядах идет в противофазе). Тогда результаты для коэффициентов и статистики теста Энгла-Гренджера (для коэффициентов вертикальная линия показывает истинное значения, для статистики – критическое значение, справа от которого ошибочно принимается решение об отсутствии коинтеграции):

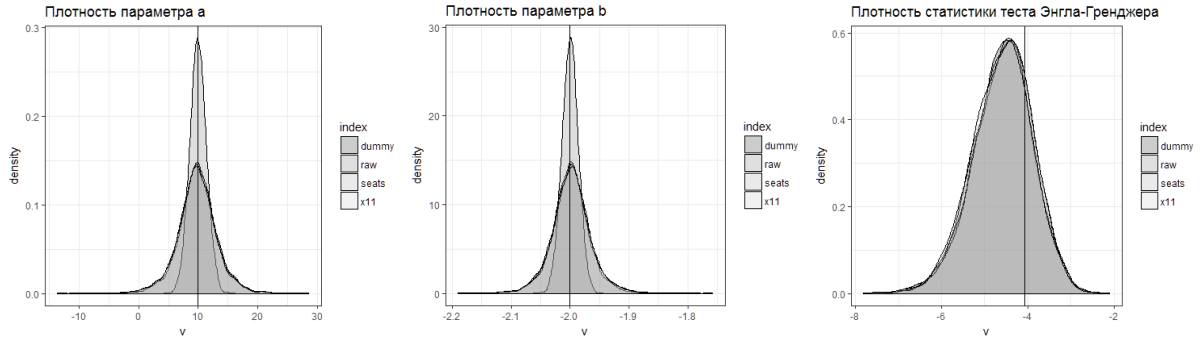


Рис. 4. Коинтеграция при отсутствии сезонности в коинтеграционном соотношении

Полученные результаты говорят в пользу использования не скорректированных данных: при том же распределении тестовой статистики оценки коэффициентов коинтеграционного соотношения обладают значительно меньшей дисперсией. Однако результаты меняются, если в коинтеграционном соотношении присутствует сезонность:

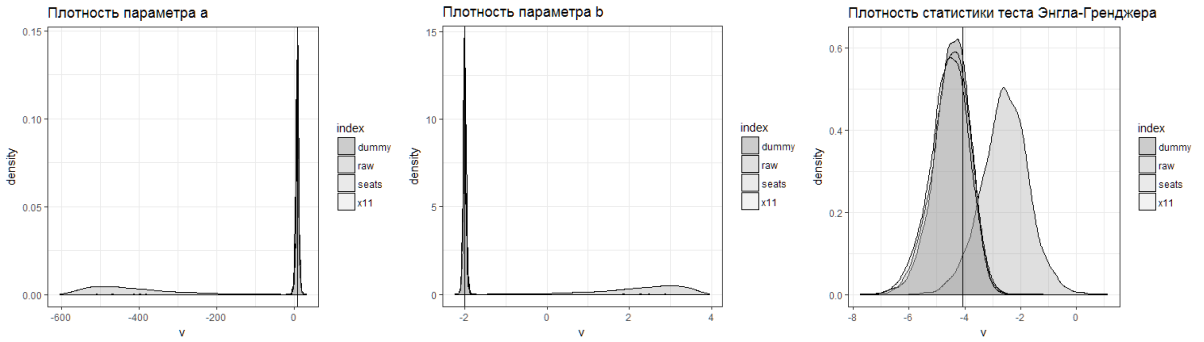


Рис. 5. Коинтеграция при наличии сезонности в коинтеграционном соотношении

При использовании нескорректированных данных доля пар рядов, ошибочно определенных тестом Энгла-Гренджера как некоинтегрированные, растет с 24-28% для скорректированных рядов до 95%. Оценки параметров коинтеграционного соотношения оказываются смещенными (средние: -431 против истинных 10 для параметра a, 2.38 против истинных -2 для параметра b) и обладают огромной дисперсией. Для всех пар скорректированных рядов результаты оказываются близки друг к другу (хотя X-11 и показывает чуть более точное как определение коинтеграции, так и оценку параметров коинтеграционного соотношения) и к истинным значениям, при этом, как уже упоминалось, процент ошибок примерно в три раза меньше, чем у нескорректированных рядов.

Что интересно, результаты, касающиеся параметров коинтеграционного соотношения немного меняются при использовании аддитивной сезонности вместо мультипликативной:

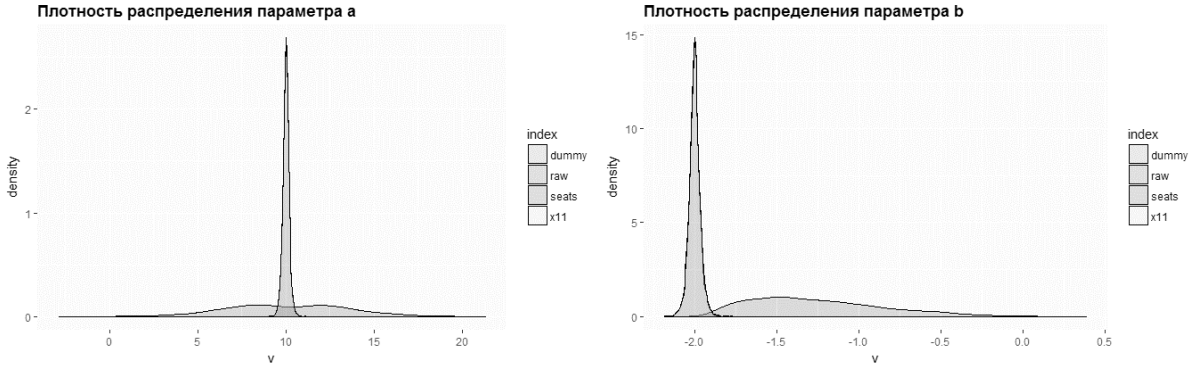


Рис. 6: Смещение в параметрах коинтеграционного соотношения при аддитивной сезонности

Дисперсия оценок параметров коинтеграционного соотношения для нескорректированных данных вырастает на 2-3 порядка по сравнению со скорректированными, но средние значения теперь остаются рядом с истинными (среднее значение параметра a соответствует средним оценкам этого параметра по скорректированным рядам, смещение в параметре b присутствует, но значительно меньше, чем в случае мультипликативной сезонности).

Эти результаты остаются устойчивыми при разных соотношениях сезонности в рассматриваемых рядах: отдельно рассматривались и случаи полностью одинаковой сезонности в рядах x и y, когда размах сезонности в коинтеграционном соотношении усиливается вдвое по сравнению с исходными рядами, и случаи несовпадающей сезонности. Стоит также отметить, что ни в одном из случаев не было обнаружено заметного превосходства или отставания какого-то отдельного метода сезонной корректировки, как это было с отставанием X-11 в тестах на единичные корни.

Это наблюдение является очень сильным аргументом в пользу необходимости сезонной корректировки рядов перед использованием для построения макроэкономических моделей: отсутствие корректировки приводит к тому, что факт

наличия коинтеграции устанавливается в несколько раз реже, дисперсия оценок коэффициентов долгосрочной взаимосвязи между показателями оказывается на порядки выше, а сами оценки – значительно менее точными, в большинстве случаев – смещенными. Таким образом, использование нескорректированных оценок может привести к значительной ошибке в определении структурных параметров модели или даже к использованию изначально неправильной модели.

Заключение

В работе проводится исследование поведения тестов на единичные корни и коинтеграцию в данных с сезонностью и сезонно скорректированных данных. Рассматриваются три метода сезонной корректировки: широко распространенные на практике TRAMO/SEATS и семейство X-11, и простая процедура сезонной корректировки, основанная на фиксированном наборе сезонных фиктивных переменных. Проводится Монте-Карло исследования с целью выяснения устойчивости результатов упомянутых тестов в зависимости от используемого ряда.

Для трех популярных тестов на единичные корни (ADF, PP, KPSS) показывается, что использование сезонной корректировки приводит к смещению распределения тестовой статистики в сторону принятия стационарного в реальности ряда за нестационарный. Масштаб этого смещения возрастает по мере приближения генерируемого ряда к нестационарному (по мере роста коэффициента для ряда типа AR(1)). Также наибольшие смещения демонстрирует процедура X-11, наименьшие – основанная на фиктивных переменных, хотя различия последней процедуры и TRAMO/SEATS невелики. Этот результат устойчив для всех трех тестов, однако тест Филлипса-Перрона демонстрирует самую большую мощность: несмотря на смещенность тестовой статистики, доля неправильно определенных рядов остается минимальной. ADF тест немного лучше работает на рядах, далеких от нестационарного, KPSS – на рядах, близких к нестационарным.

Результаты для теста Энгла-Гренджера на коинтеграцию оказываются в определенном смысле противоположными: использование сезонной корректировки в большинстве случаев улучшает качество работы теста. Исключение – редкий случай, когда сезонность в исходных рядах находится в противофазе так, что в коинтеграционном соотношении ее не остается: тогда сезонная корректировка увеличивает дисперсию оценок коэффициентов коинтеграционного соотношения. В более правдоподобном случае наличия сезонности в коинтеграционном соотношении отсутствие сезонной корректировки приводит как к значительному росту доли рядов, неправильно определенных как некоинтегрированные, так и к смещениям и росту дисперсии оценок параметров коинтеграционного соотношения.

Подводя итог, можно сделать вывод, что использование сезонной корректировки оправдано в случаях, когда необходимо оценивать связи между переменными, потому что использование нескорректированных данных приводит к значительным смещениям как в определении наличия связи между рядами, так и в оценке параметров этой связи. Для случая оценки авторегрессионных моделей (используемых, к примеру, в прогнозировании), когда будущие значения ряда прогнозируются через предыдущие, можно рекомендовать использовать нескорректированные данные, потому что сезонная корректировка может привести к смещениям в тестах на единичные корни, необходимых для корректного выбора авторегрессионной модели. В контексте динамических макроэкономических моделей, где присутствует и оценка зависимостей между переменными, и проверка стационарности отдельных рядов, наблюдается ситуация выбора между точностью оценок связи между показателями и качеством самих рядов. В целом, корректировка сезонности необходима, но требуется учитывать

возможные смещения в тестах на единичные корни, к примеру, используя в моделях предыдущие значения показателей, переходя к разностям и темпам прироста.

Литература

1. Бессонов В.А, Петроневич А.В. Сезонная корректировка как источник ложных сигналов //*Экономический журнал Высшей школы экономики*, 2013.Т.17.№4.
2. Пильник Н.П., Поспелов И.Г., Станкевич И.П. Об использовании фиктивных переменных для решения проблемы сезонности в моделях общего экономического равновесия. //*Экономический журнал Высшей школы экономики*, 2015. Т.19. №2.
3. del Barrio Castro, T., and Osborn D. R.. "The Distribution of Unit Root Test Statistics after Seasonal Adjustment." (2014).
4. Dickey D. A., Fuller W. A.. "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root." *Journal of the American statistical association* 74.366a (1979). Pp. 427-431.
5. Ghysels E., Lee H, S., Noh J.. "Testing for unit roots in seasonal time series: some theoretical extensions and a Monte Carlo investigation." *Journal of econometrics* 62.2 (1994). Pp. 415-442.
6. Ghysels, E., Perron P.. "The effect of seasonal adjustment filters on tests for a unit root." *Journal of Econometrics*,1993. V.55. №1-2. Pp. 57-98.
7. Granger, C.W.J., Siklos P.L.. "Systematic sampling, temporal aggregation, seasonal adjustment, and cointegration theory and evidence." *Journal of Econometrics*, 1995. V.66. №1. Pp. 357-369.
8. Hood C. C. "Comparison of time series characteristics for seasonal adjustments from seats and x-12-arima." *ASA proceedings, business and economic statistics section, alexandria, VA: ASA* (2002).
9. Korobilis D. "VAR forecasting using Bayesian variable selection." *Journal of Applied Econometrics*,2013. V.28. №2. Pp. 204-230.
10. Kwiatkowski D., et al. "Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root?." //*Journal of econometrics*,1992. V.54.№1-3. Pp. 159-178.
11. Matas-Mir A., Osborn D. R., Lombardi M. J.. "The effect of seasonal adjustment on the properties of business cycle regimes." *Journal of Applied Econometrics*, 2008. V.23. №2. Pp. 257-278.
12. Phillips, P.C.B., Perron P.. "Testing for a unit root in time series regression." *Biometrika*,1988. Pp. 335-346.
13. Smets F., Wouters R.. "Shocks and frictions in US business cycles: A Bayesian DSGE approach." *The American Economic Review*,2007. V.97.№3. Pp. 586-606.
14. Guide to Seasonal Adjustment with X-12-ARIMA, ONS Methodology and Statistical Development, 2007.
15. Introductory notes of TRAMO and SEATS, Bank of Spain, 2003.

МОДЕЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ АГРЕГИРОВАННОГО ДОМОХОЗЯЙСТВА В ЭКОНОМИКЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

И.П. Станкевич, *А.А. Ужегов

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
факультет экономических наук, научно-учебная лаборатория
макроструктурного моделирования экономики России,
Россия, 119049, г. Москва, улица Шаболовка, дом 26,
тел.: (929)995-03-45,
e-mail: ujegov@gmail.com

Аннотация. При создании прикладных макроэкономических моделей российской экономики оказывается, что привычные теоретические конструкции неприемлемы для описания переходных процессов последних полутора десятилетий, а действительно работающие прикладные конструкции требуют значительного числа переменных, что не годится для использования в макроэкономической модели, содержащей описание и всей прочей экономики. Данная работа решает эту проблему представлением динамической модели рационального поведения агрегированного домохозяйства. В модели домохозяйство предъявляет спрос на продукт и предлагает труд в рамках финансовых ограничений с учетом финансовых и инвестиционных инструментов в предположении точного предвидения цен, процентов, курса валюты и довольно сложного ограничения ликвидности. Модель позволяет описать динамику потребления и занятости российских домохозяйств исходя из классических представлений о полезности потребления и отвращении к труду. Особенностью работы является неожиданно простой мультипликативный вид функции полезности от потребления и труда. Задача рационального поведения домохозяйства ставится на конечном горизонте с терминальными условиями роста капитала и решается с помощью достаточных условий оптимальности в форме Лагранжа. Благодаря специфике функции полезности задачу удается решить до конца аналитически для произвольных траекторий цен, ставки заработной платы и процентов. Представленный в работе результат является существенным заделом как для более подробных моделей домашних хозяйств, так и в целом для моделей общего равновесия, описывающих развитие отечественной экономики.
Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ (грант Президента Российской Федерации для государственной поддержки.

Ключевые слова: домашнее хозяйство, занятость, динамическая нелинейная модель, баланс денежных доходов и расходов населения, макроэкономика.

1. Введение. Подходы к моделированию поведения домашних хозяйств

Описать поведение домашних хозяйств можно различными методами: воспользовавшись индексной теорией [1, 2], микроэкономическим подходом [21] или при помощи сильного микроэконометрического аппарата, опираясь на данные обследований домашних хозяйств [22-24]. В данной работе делается акцент на

макроэкономическом подходе, потому как речь далее пойдет о поведении агрегированного домашнего хозяйства.

Макроэкономический подход к моделированию поведения домохозяйств с точки зрения потребления можно описать через известную учебную макроэкономическую модель, основанную на теории предложенной Фридманом [3] и Модильяни [4].

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{1}{(1+\rho)^t} u(C_t) \to \max_{C_t}$$

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{1}{(1+r)^t} C_t = A_0 + \sum_{t=0}^{T} \frac{1}{(1+r)^t} Y_t$$

$u(C_t)$ -функция полезности потребления;

C_t - потребление в период t ;

A_0 - начальные активы;

Y_t - доход домохозяйства в момент t ;

ρ - дисконт фактор;

r - ставка процента.

В моделях такого типа домохозяйство представлено единым агрегатом, максимизирующим свою полезность на временном интервале $[0,T]$ при бюджетном ограничении: расходы на потребление равны доходам домохозяйства. Эти модели отличаются тем, что в них преимущественно рассматривается именно траектория потребления. Траекторию труда невсегда получается оптимизировать или оценить, если его включают. Однако существуют определенные проблемы, с которыми приходится сталкиваться при использовании подобного подхода. Важно учитывать структуру расходов домохозяйства, что делается не всегда, а значит, потребление не разделяется на текущее и потребление товаров и услуг длительного пользования. Необходимо включать в модель дефлятор, чтобы все величины были выражены в ценах одного года и сравнимы. В таких моделях в качестве дисконта часто берут процентную ставку, причем нередко предполагают ее постоянной. Согласно данным применительно к экономике России такую предпосылку применить нельзя.

Фундаментальным вопросом является выбор формы функции полезности для описания предпочтений потребителя. Один из самых распространенных в литературе вариантов – это CES-функции полезности (функции с постоянной эластичностью замещения). Они обладают целым рядом полезных свойств, в том числе связанных с возможностью их использования для описания иерархической полезности (про иерархическую полезность подробнее см. работы [8 -10]), а также содержат в качестве частных случаев ряд других функций полезности (линейную, леонтьевскую, Кобба-Дугласа). Это обусловило популярность CES-функций в многопродуктовых моделях, при этом при помощи таких функций описывается не только полезность потребителя, но и агрегирование промежуточных продуктов в финальные блага (т.е. CES-функции используются не только как функции полезности, но и как функции свертки; см., к примеру, [11,12]. Но CES-функции проявляют свои свойства именно в рамках многопродуктовых моделей, в случае одного продукта они сводятся к простым линейным функциям, которых явно недостаточно для корректного описания действительности. Одним из распространенных вариантов в этом случае является

степенная функция, она же CRRA-функция (функция с постоянной относительной несклонностью к риску). Она часто используется для описания поведения потребителя в разного рода макроэкономических моделях ([7,14]), в моделях динамического стохастического общего равновесия, к примеру, [13]. При этом в большинстве работ предполагается, что потребление и труд (в той или иной форме – рабочее время, свободное время, занятость) входят в функцию полезности аддитивно. Что интересно, если потребление обычно входит как CRRA-функция от объема потребления агентом, то труд может входить и как CRRA-функция ([14], в [15] потребление входит как CES, труд как CRRA), и как функция другого вида ([6, 7]). Следуя за сложившейся традицией, мы будем вводить полезность от потребления и труда как CRRA-функции, но откажемся от ограничительной предпосылки, что эти две компоненты входят в итоговую функцию полезности аддитивно.

В отечественной практике DSGE-моделирования дублируются описанные выше подходы. В [16] используется стандартная конструкция с суммой CRRA-функций от потребления (агрегированного) и труда, с поправкой на то, что потребление рассматривается не в исходном виде, а как превышение над неким «привычным» уровнем. В точности так же описывается потребитель и в [17], и в [20], в конечном итоге повторяя конструкцию из [18]. Труд, как правило, входит в итоговую полезность аддитивно как некая функция общего вида от объема отработанных часов или объема свободного времени. В [19] потребление в функцию полезности вводится при помощи CES-свертки из потребления агрегированного импортного промышленного продукта и агрегированных услуг, труд входит аддитивно.

Довольно важно учитывать в модели показатели рынка труда, а именно занятость и заработную плату. Применительно к экономике России, которая рассматривается в данной работе, существует дискуссия между макроэкономическим подходом, основанным на макромоделях рынка труда и подходом на микроуровне, который представлен «российской моделью рынка труда». Ввиду того, что в работе делается упор на макроуровень, то на нем и остановимся. Как показывают многочисленные исследования, проведенные Экономической экспертной группой во главе с Е.Т. Гурвичем, российский рынок труда эффективен с макроэкономической точки зрения: на основе результатов работ было показано, что он характеризуется отсутствием искажений рыночных механизмов. Подробные исследования были проведены для оценки эластичности реальной заработной платы по безработице, оценки предложения труда, связи заработной платы с инфляцией. Также были изучены структурные свойства российского рынка труда. Все эти результаты представлены в соответствующей монографии [5]. Таким образом, включение рынка труда в модель – необходимое условие для понимания поведения потребителя и механизмов работы экономики.

2. Описание базы данных

В работе используется гармонизированная таблица данных: квартальный баланс денежных доходов и расходов населения за период с 2000 г. по 2015 г. Баланс был получен по результатам объемной статистической работы по обработке и сопоставлению таблиц, публикуемых Росстатом и Банком России. Все статистические ряды были очищены от фактора сезонности при помощи специальной процедуры, представленной в [25]. Временные ряды, которые используются в модели, представлены в табл. 1.

Таблица 1. Описание статистической базы

Переменная	Статистические таблицы
Покупка товаров и услуг	Баланс денежных доходов и расходов населения Российской Федерации. **(Росстат)**
Оплата труда	Баланс денежных доходов и расходов населения Российской Федерации. **(Росстат)**
Занятость	Доклад "Социально-экономическое положение России“. **(Росстат)**
Валютный курс	Обменный курс рубля. **(ЦБ РФ)**
Кредиты и депозиты д/х и процентные платежи по ним	Баланс денежных доходов и расходов населения Российской Федерации. **(Росстат)**
Приобретение и доход от иностранной валюты	Объем операций с наличной иностранной валютой между уполномоченными банками и физическими лицами. **(ЦБ РФ)**
Дефлятор потребления	ВВП и его элементы **(Росстат)**
Приобретение и доход от ценных бумаг и недвижимости	Баланс денежных доходов и расходов населения Российской Федерации. **(Росстат)**
Налоговые платежи и социальные трансферты	Баланс денежных доходов и расходов населения Российской Федерации. **(Росстат)**

3. Модель агрегированного потребителя. Задача агрегированного потребителя

Экономическая динамика описывается при помощи непрерывного времени. Временным множеством является отрезок $[0,T]$. Агрегированный потребитель максимизирует полезность потребления

$$\int_0^T u(C(t),R(t))\exp\{-\delta t\}dt \to \max_{C(t),R(t)}, \qquad (1)$$

выбирая траектории потребления $C(t)$, занятости $R(t)$, динамики наличных денег $A(t)$, кредитных займов $L(t) \geq 0$, депозитных вкладов $S(t) \geq 0$, объема ценных бумаг $B(t) \geq 0$, сальдо покупки-продажи иностранной валюты $Q(t) \geq 0$ и сальдо покупки-продажи недвижимости $E(t) \geq 0$ в рамках финансового баланса

$$\frac{d}{dt}A(t) = (1-n(t))\omega(t)R(t) - p_C(t)C(t) + Tr(t) - r_L(t)L(t) + \frac{d}{dt}L(t) +$$
$$+r_S S(t) - \frac{d}{dt}S(t) + r_B(t)B(t) - \frac{d}{dt}B(t) - w(t)\frac{d}{dt}Q(t) - p_E(t)\frac{d}{dt}E(t) - OC(t), \quad (2)$$

где $OC(t)$ - чистые прочие доходы, при ограничении ликвидности

$$A(t) \geq k_R(1-n(t))\omega(t)R(t) + k_C p_C(t)C(t) + k_L L(t) + \\ + k_S S(t) + k_B B(t) + k_Q w(t)Q(t) + k_E p_E(t)E(t) \quad , \quad (3)$$

где $k_R, k_C, k_L, k_S, k_B, k_Q, k_E$ - константы, при известных на отрезке $[0,T]$ переменных: оплата труда $\omega(t)$, дефлятор потребления $p_C(t)$, процентная ставка по кредитам $r_L(t)$, процентная ставка по депозитам $r_S(t)$, доходность ценных бумаг $r_B(t)$, курс доллара США к рублю $w(t)$, индекс цен на недвижимость $p_E(t)$. Переменные социальные трансферты $Tr(t)$ и прочие денежные остатки $OC(t)$ являются экзогенно заданными.

Функцией полезности агрегированного потребителя является модифицированная функция CRRA вида

$$u(C(t),R(t)) = \frac{C(t)^{1-\beta}}{1-\beta}\frac{R(t)^{1-\alpha}}{1-\alpha} \quad (4)$$

при ограничениях на параметры $\alpha < 0, \beta > 1, \alpha + \beta < 1.$

4. Решение задачи агрегированного потребителя

Траектории величин $C(t), R(t), L(t), S(t), B(t), Q(t), E(t), A(t)$ будут оптимальными в случае, если они максимизируют функционал Лагранжа

$$\int_0^T \{u(C(t),R(t))\exp(-\delta t) + \xi(t)[(1-n(t))\omega(t)R(t) - p_c(t)C(t) + Tr(t) - \\ - r_L(t)L(t) + \frac{d}{dt}L(t) + r_S(t)S(t) - \frac{d}{dt}S(t) + r_B(t)B(t) - \frac{d}{dt}B(t) - \\ - w(t)\frac{d}{dt}Q(t) - p_E(t)\frac{d}{dt}E(t) - \frac{d}{dt}A(t) - OC(t)] + \\ + \varphi(t)[k_R(1-n(t))\omega(t)R(t) + k_C p_C(t)C(t) + k_L L(t) + \\ + k_S S(t) + k_B B(t) + k_Q w(t)Q(t) + k_E p_E(t)E(t) - A(t)] + \\ + \lambda_L(t)L(t) + \lambda_S(t)S(t) + \lambda_B(t)B(t) + \lambda_Q Q(t) + \lambda_E(t)E(t)\}dt, \quad (5)$$

при некотором наборе двойственных переменных $\xi(t), \varphi(t), \lambda_L, \lambda_S, \lambda_B, \lambda_Q, \lambda_E$ и при условиях дополняющей нежесткости

$[a][b]$ обозначает $ab = 0, a \geq 0, b \geq 0$,

$$[\lambda_L(t)][L(t)], \tag{6}$$

$$[\lambda_S(t)][S(t)], \tag{7}$$

$$[\lambda_B(t)][B(t)], \tag{8}$$

$$[\lambda_Q(t)][Q(t)], \tag{9}$$

$$[\lambda_E(t)][E(t)], \tag{10}$$

$$[\varphi(t)][A(t) - (k_R(1-n(t))\omega(t)R(t) + k_C p_C(t)C(t) + \\ + k_L L(t) + k_S S(t) + k_B B(t) + k_Q w(t)Q(t) + k_E p_E E(t))] \tag{11}$$

Проинтегрировав ряд выражений, входящих линейно в функционал Лагранжа, получаем, что (5) достигает максимума $C(.), R(.), L(.), S(.), B(.), Q(.), E(.), A(.)$ тогда и только тогда, когда почти всюду на отрезке $[0,T]$ обращаются в 0 производные по $C(t), R(t), L(t), S(t), B(t), Q(t), E(t), A(t)$ подынтегрального выражения

$$0 = [D(u)(C(t), R(t))\exp(-\delta t) - \xi(t)p_C(t) + \varphi(t)k_C p_C(t)]dC(t), \tag{12}$$

$$0 = [D(u)(C(t), R(t))\exp(-\delta t) + \xi(t)(1-n(t))\omega(t) + \varphi(t)k_R\omega(t)]dR(t). \tag{13}$$

Производные по финансовым и инвестиционным инструментам выражаются очевидным образом, в результате чего получается система уравнений, разрешив которую в предположении $k_C = -k_R$ (это возможно благодаря специфике ограничения ликвидности), получим, что для поставленной задачи выполняется следующее наблюдаемое в статистике эмпирическое соотношение

$$\frac{C(t)p_C(t)}{(1-n(t))\omega(t)R(t)} = \frac{1-\beta}{\alpha - 1}, \tag{14}$$

Рис. 1. Соотношение между расходами на потребление и суммарной заработной платой

Решением задачи являются уравнения для траекторий $C(t), R(t)$:

$$C(t) = C(0)\left[\left(\frac{p_C(t)}{p_C(0)}\right)^{\alpha}\left(\frac{(1-n(t))\omega(t)}{(1-n(0))\omega(0)}\right)^{1-\alpha}\exp\{-\int_0^t \rho(u)du\}\exp\{\delta t\}\right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \quad (15)$$

$$R(t) = R(0)\left[\left(\frac{p_C(t)}{p_C(0)}\right)^{1-\beta}\left(\frac{(1-n(t))\omega(t)}{(1-n(0))\omega(0)}\right)^{\beta}\exp\{-\int_0^t \rho(u)du\}\exp\{\delta t\}\right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \quad (16)$$

$$\rho(t) = -\frac{\frac{d}{dt}\xi(t)}{\xi(t)} \quad (17)$$

$\rho(t)$ интерпретируется как доходность домашнего хозяйства.

Траектории для финансовых и инвестиционных инструментов получены путем смягчения соответствующих условий дополняющей нежесткости:

$$L(t) = [a_L + b_L(\rho(t)(k_L - 1) + r_L(t))]L(t-1), \quad (18)$$

$$S(t) = [a_S + b_S(\rho(t)(k_S + 1) - r_S(t))]S(t-1), \quad (19)$$

$$Q(t) = [a_Q + b_Q(\rho(t)w(t)(k_Q + 1) - \frac{d}{dt}w(t))]Q(t-1), \quad (20)$$

$$B(t) = [a_B + b_B(\rho(t)(k_B + 1) - r_B(t))]B(t-1), \quad (21)$$

$$E(t) = [a_E + b_E(\rho(t)p_E(t)(k_E + 1) - \frac{d}{dt}p_E(t))]E(t-1). \quad (22)$$

Домножение на $L(t-1), S(t-1), Q(t-1), B(t-1), E(t-1)$ необходимо для выполнения условия стационарности для левой и правой частей уравнений (18) - (22).

5. Результат агрегированной модели

Далее на графиках приводятся результаты модели в сравнении со статистическими данными (рис.1-6).

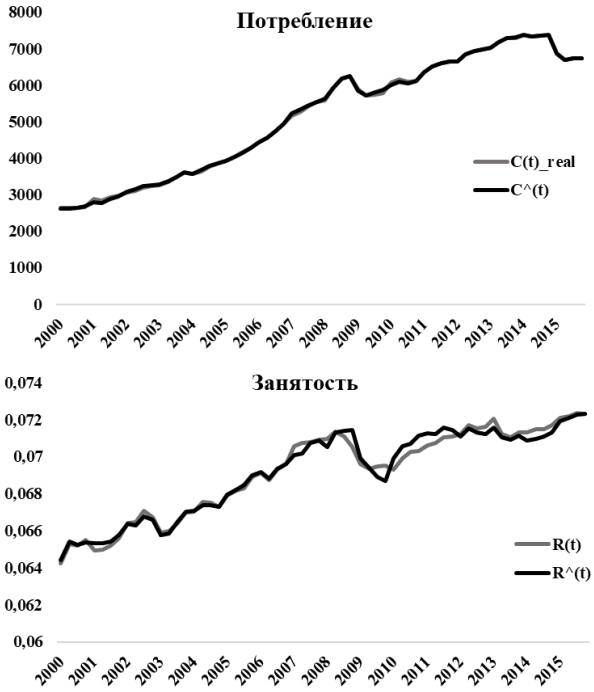


Рис. 2.Реальное потребление домашних хозяйств, млрд, руб. Уровень занятости, млн, чел. Статистические данные и модельная оценка^.

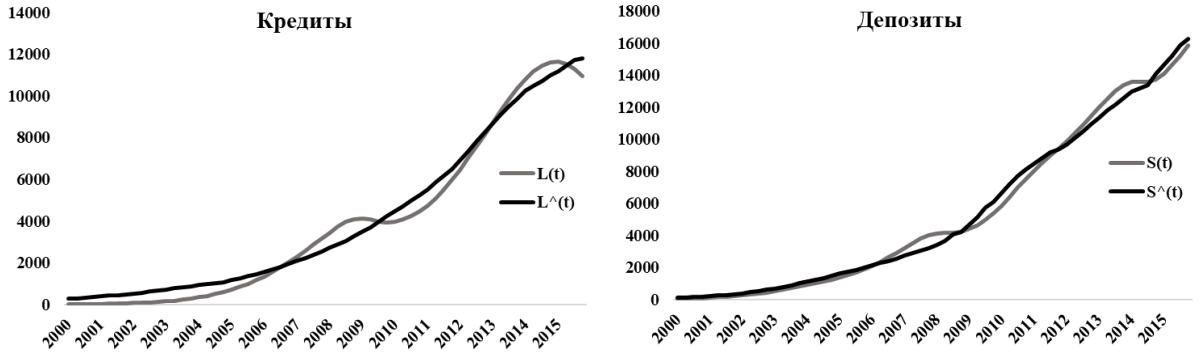


Рис.3. Объем кредитов, полученных домашними хозяйствами, млрд, руб. Объем депозитов домашних хозяйств, млрд, руб. Статистические данные и модельная оценка^.

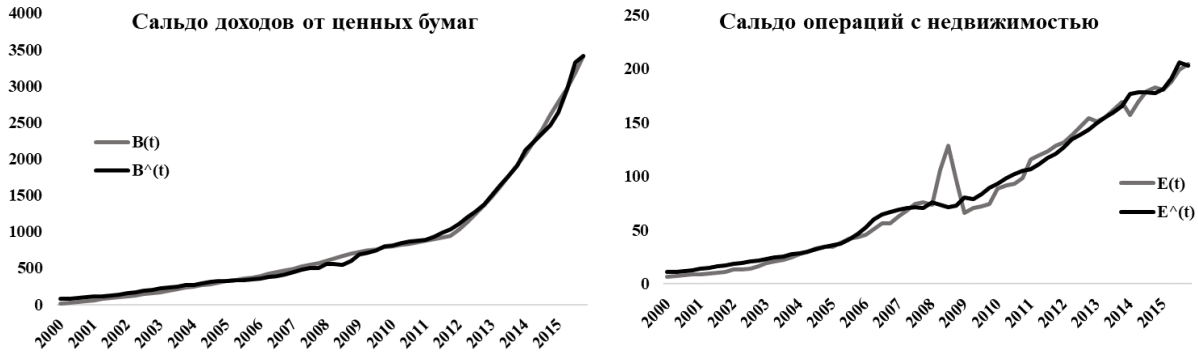


*Рис. 4. Объем ценных бумаг на руках у домашних хозяйств, млрд, руб. Сальдо покупки-продажи недвижимости домашними хозяйствами, млрд, руб. Статистические данные и модельная оценка^*

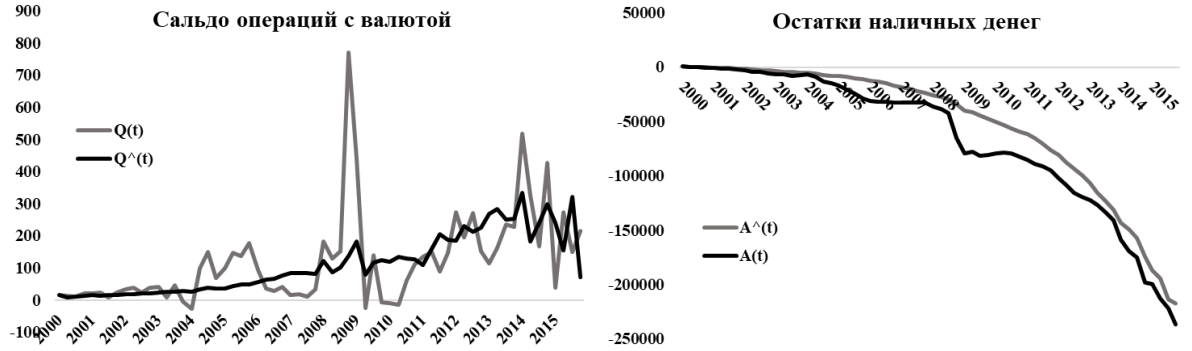


Рис. 5. Сальдо покупки-продажи валюты домашними хозяйствами, млрд, руб. Финансовый баланс агрегированного домашнего хозяйства, млрд, руб. Статистические данные и модельная оценка^.

Легко заметить высокую точность воспроизведения показателей потребления и занятости агрегированного домашнего хозяйства для всего рассматриваемого периода. Важно отметить, что модель описывает кризисные периоды 2008-2009 гг. и 2014-2015 гг. Достаточно точно воспроизводятся траектории финансовых и инвестиционных инструментов, особенно хорошо – кредиты, выданные домашним хозяйствам, депозиты домашних хозяйств, объем ценных бумаг у домашних хозяйств. Сальдированные показатели валюты и недвижимости не воспроизводят пик, характерный для кризиса 2008-2009 гг. Показатель, характеризующий сальдо покупки-продажи валюты домашними хозяйствами, отличается низкой точностью, но, что важно, модель способна воспроизводить динамику этого показателя в соответствии со статистическими значениями. Также следует отметить наблюдаемое расхождение статистического и модельного финансового балансов. Такой результат модели объясним тем фактом, что основным параметром, отвечающим за воспроизведение рассматриваемых показателей, является $\rho(t)$ (доходность домохозяйства), который определяется из условий первого порядка для переменных потребления и занятости. Отметим, что плохо воспроизводимые показатели (а именно сальдо валюты и недвижимости), наглядно отличаются по своему поведению от остальных показателей, особенно наличием пика в 2008-2009 гг. Из этого следует вывод, что доходность домохозяйства не улавливает ряд эффектов, характерных для сальдированных показателей. Смягчение соответствующих условий дополняющей нежесткости позволяет описать динамику (в случае с валютным показателем) и достаточно точно воспроизвести траекторию для некризисных периодов (в случае показателя недвижимости). Опираясь на сказанное выше, вполне справедлива гипотеза о том, что параметра $\rho(t)$, экзогенных цен и процентных ставок недостаточно для описания сальдированных показателей, а значит, необходимо подробнее изучить эффекты, свойственные им и, возможно, ввести дополнительные инструменты, позволяющие эти эффекты учесть.

Важно обратить внимание на то, что если в итоговом результате модели приравнять модельный показатель валюты к статистическому, то финансовый баланс агрегированного домашнего хозяйства сойдется с крайне высокой точностью, о чем говорят следующие графики. Это значит, что на текущий момент не до конца понятно, каким образом следует описывать покупку-продажу валюты домашними хозяйствами в рамках поставленной задачи, так как именно этот показатель является основной причиной расхождения баланса.

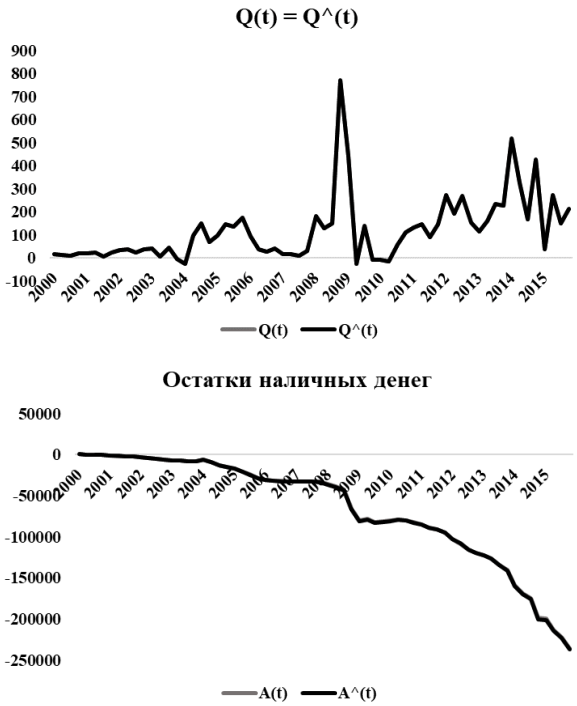


Рис. 6. Случай, если модельная оценка валютного сальдо совпадает со статистическими значениями, млрд, руб. Финансовый баланс агрегированного домашнего хозяйства в случае, если оценка валютного сальдо совпадает со статистическими данными, млрд, руб. Статистические данные и модельная оценка^.

В результате удалось построить динамическую нелинейную модель поведения агрегированного домохозяйства в экономике Российской Федерации, включающую описание потребления, занятости, изменения финансовых и инвестиционных инструментов. Найдено аналитическое решение задачи агрегированного домохозяйства, подготовленное для использования на статистических данных. Воспроизведена на модельном уровне траектория занятости, чего пока не удавалось получить в моделях подобного типа применительно к экономике России. Это стало возможным благодаря специфике предложенной в работе функции полезности. Исходя из классического представления о рациональном поведении агрегированного потребителя, с достаточно высокой точностью воспроизведены характеризующие его показатели.

Литература

1. Поспелов И. Г., Поспелова Л. Я. «ИНДЕКС». Система исчисления агрегированных показателей потребительского спроса. М.: ВЦ РАН, 1994.
2. Ершов Э. Б. Структурно-динамические индексы цен и количеств для агрегированных периодов и средние цены для однородных периодов // Экономический журнал Высшей школы экономики. 2010. Т. 14. № 4. С. 440-467.
3. Friedman M. A Theory of Consumption Function // Princeton University Press. 1957.
4. Modigliani F., Brumberg R. Utility Analisis and the Consumption Function: an Interpretation of Cross-Section Data // Rutgers University Press. 1954.
5. Гурвич Е.Т., Вакуленко Е.С. Механизмы российского рынка труда. М.: Изд-во «Дело", 2016.
6. Krause A. Optimal Savings Taxation when Individuals have Different CRRA Utility Functions // Annals of Economics and Statistics/Annales d'Économie et de Statistique. 2014. №. 113-114. С. 207-223.

7. Guo J. T., Krause A. Changing Social Preferences and Optimal Redistributive Taxation. 2017.
8. Gorman W. M. Separable Utility and Aggregation. // Econometrica. 1959. Vol. 27, No. 3. Pp. 469-481
9. Strotz R.H. The Empirical Implications of a Utility Tree // Econometrica. 1957. Vol. 25, No. 2. Pp. 269-280.
10. Strotz R.H. The Utility Tree-A Correction and Further Appraisal // Econometrica. 1959. Vol. 27, No. 3. Pp. 482-488.
11. Minniti A., Turino F. Multi-product firms and business cycle dynamics // European Economic Review, Elsevier. 2013. V. 57(C). P. 75-97.
12. Pavlov O., Weder M. Product scope and endogenous fluctuations //Review of Economic Dynamics. 2017. Т. 24. С.175-191.
13. An S., Schorfheide F. Bayesian analysis of DSGE models //Econometric reviews. 2007. V. 26. №. 2-4. Pp. 113-172.
14. Soriano-Morales Y. V., Vallejo-Jiménez B., Venegas-Martínez F. Impact of the Degree of Relative Risk Aversion, the Interest Rate and the Exchange Rate Depreciation on Economic Welfare in a Small Open Economy. 2017.
15. Etro F., Rossi L. New-Keynesian Phillips curve with Bertrand competition and endogenous entry //Journal of Economic Dynamics and Control. 2015. V. 51. Pp. 318-340.
16. Malakhovskaya, Oxana, and Alexey Minabutdinov. "Are commodity price shocks important? A Bayesian estimation of a DSGE model for Russia." // International Journal of Computational Economics and Econometrics. 2014. V. 4.1-2. Pp.148-180.
17. Хвостова И., Новак А.Е. Особенности динамики потребления в моделях общего равновесия: роль привычек потребления.// Финансовая аналитика: проблемы и решения, 2016. Т. 3. С. 285.
18. Smets, Frank, and Raf Wouters. "An estimated dynamic stochastic general equilibrium model of the euro area." // Journal of the European economic association. 2003. V.1.5. Pp. 1123-1175.
19. Sosunov, Kirill, and Oleg Zamulin. "Monetary policy in an economy sick with Dutch disease." // CEFIR/NES Working Paper 101. 2007.
20. Шульгин А.Г. Оптимизация простых правил монетарной политики на базе оцененной DSGE-модели. // JOURNAL OF THE NEW ECONOMIC ASSOCIATION: 2015.V. 64.
21. Deaton A., Muellbauer J. Economics and consumer behaviour. Cambridge University Press. 1980.
22. Radchenko N. Welfare sharing within households: Identification from subjective well-being data and the collective model of labor supply. // Journal of Family and Economic Issues. 2016. V. 37.2. Pp. 254-271.
23. Murashov Y., Ratnikova T. . Under-reported income of Russian households. // Russian Journal of Economics, 2016. V. 2.1. Pp. 56-85.
24. Lukiyanova A. Earnings inequality and informal employment in Russia.// Economics of Transition, 2015. V.23.2. Pp. 469-516.
25. Пильник Н. П., Поспелов И. Г., Станкевич И. П. Об использовании фиктивных переменных для решения проблемы сезонности в моделях общего экономического равновесия // Экономический журнал Высшей школы экономики, 2015. Т. 19. № 2. С. 249-270.

Секция 4. Математическое моделирование эколого-экономических систем. Подсекция Экология

Председатели подсекции "Экология": проф. Лотов Александр Владимирович,
канд. физ.- матем. наук Пархоменко Валерий Павлович,
канд. физ.- матем. наук Самсонов Александр Львович

ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЭКОЛОГИИ

Н.В.Белотелов

Вычислительный центр им. А.А.Дородницына ФИЦ ИУ РАН,
Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, д. 40,
тел.:(915)-224-75-82, e-mail: belotel@mail.ru

Аннотация. В работе обсуждается взаимосвязь между модельными представлениями об экологических системах и собственно измерениями. На примере трех задач: моделирование динамики растительности при изменении климата, моделирование связи между численностью вида и метаболизмом особи, моделирование подвижности популяции,– обсуждаются некоторые нерешенные проблемы математического описания экологических объектов.

Ключевые слова: популяционные модели, модели круговорота биогенных элементов, размерный спектр популяции, миграция особей.

Если взглянуть на историю развития математических моделей в экологии то, можно обратить внимание, что сами модели теснейшим образом связаны с историей развития экологических представлений. Термин «экология» был введен Э.Геккелем в 1869 г. «Экология – наука, изучающая взаимодействие организмов с окружающей средой». Целью введения такой науки, по мнению Геккеля, было развитие эволюционного учения Дарвина. В настоящее время эволюционный аспект отошел на второй план, а на первый вышел вопрос прогнозирования и изучения трансформации экосистем при антропогенных воздействиях.

В экологии можно выделить два подхода к описанию экосистем. Первый – массэнергетический, связан с представлением о круговороте биогенных элементов, который организуют живые системы, взаимодействующие с абиотическим окружением, используя энергию Солнца. Н.В.Тимофеев-Ресовский писал: «Происходит огромный, вечный, постоянно работающий биологический круговорот в биосфере, целый ряд веществ. Целый ряд форм энергии постоянно циркулируют в этом большом круговороте биосферы». Второй – популяционный, основными переменными, используемыми при таком описании, являются концентрации или численности популяций. «Экология – научное познание взаимодействий, определяющих распространение и численность организмов»

Под моделью мы понимаем формальное представление, взаимосвязей между измеримыми понятиями. Целями создания экологических моделей являются: объяснение наблюдаемых эффектов (колебания численности, популяционные волны и т.п.); прогнозирование состояния экосистем; формализация, имеющихся представлений (инструмент междисциплинарных исследований). В последнем случае модели

позволяют по-новому взглянуть на изучаемые экологически объекты. На их основе создаются системы понятий, в которых обсуждаются исследуемые явления. «Под системой понятий мы имеем в виду просто - напросто однозначное логическое отображение соотношений между опытными данными»[1].

Целью настоящей статьи является попытка обсудить некоторые нерешенные проблемы математического описания экологических объектов. Центральными являются вопросы: - достаточно ли для описания экологических систем типичных переменных - численности популяций, число видов, концентрации биогенных элементов, а также возможно ли их совместное измерение.

Массэнергетическое описание возникло вследствие развития геохимии, что позволило в начале XX века осознать, что живые системы, взаимодействуя друг с другом и окружающими абиотическими факторами, организуют круговороты биогенных элементов и являются важнейшим фактором геохимической эволюции Земли. На основании этого взгляда на функционирования экологических систем появились такие базовые понятия, как трофические цепи, продуктивность и другие, описание которых в рамках математических моделей и в настоящее время является основой для описания и прогноза поведения экологических объектов. Пионером развития математических моделей такого типа является В.А. Костицын [2].

Как правило, в этих математических моделях выделяют переменные, описывающие продукционные процессы, потоки биогенных элементов, процессы синтеза и деструкции органического вещества. Для описания динамики переменных широко используют либо аппарат обыкновенных дифференциальных уравнений, либо разностных уравнений, которые привязываются к пространственной сетке (если модель учитывает пространственную компоненту).

Помимо количественных – биофизических переменных в модели явно или скрыто учитываются эмпирические, феноменологические закономерности функционирования определенных элементов экосистемы, которые формулируют специалисты – биологи. Такого рода зависимости носят, скорее, качественный, нежели количественный характер и поэтому формализуются либо в виде продукционных правил, либо в виде определенных ограничений на количественные переменные. [3]

Примером такого типа моделей может являться модель круговорота углерода на суше, которая в различных модификациях используется в качестве подблока в глобальных моделях для оценки изменения климата

Другим способом описания экологических объектов является популяционное описание. В основе популяционного подхода лежит свойство живых систем образовывать популяции, то есть объекты, состоящие из особей, обитающих на определенном ареале, производящие другие особи и живущие конечное время. Такое описание живых систем лежит в основе широкого класса математических моделей, родоначальниками которого являются В. Вольтерра и А. Лотка [4-5]. Это так называемые вольтеровские модели. Основным естественнонаучным результатом этого подхода, на наш взгляд, является иллюстрация того факта, что сложные динамические режимы численности популяции (колебания и вспышки численности) могут объясняться межвидовыми или внутривидовыми взаимодействиями.

Важной особенностью современного этапа развития теории и практики математического моделирования в экологии является осознание того факта, что математические модели сложных систем, построенные на основании интегрирования большого количества уравнений и переменных, не приводят к ожидаемым удовлетворительным результатам прогнозирования. Поэтому актуальной задачей математического моделирования в экологии является разработка и построение иерархии взаимосвязанных моделей.

Другая проблема использования математических моделей экологических систем заключается в том, что точность экологического прогнозирования существенным образом зависит от возможности корректной идентификации модели. А точность, с которой измеряются на практике собственно экологические параметры, оставляет желать лучшего.

Современные подходы к моделированию экологических объектов исходят из предположения, что все рассматриваемые фазовые переменные и параметры могут быть в принципе измерены. В этом модельеры следуют традиции классической физики, «предполагая, что всегда можно «подсмотреть» явление, не вмешиваясь в него и не влияя на него…

Пренебрежение этим обстоятельством представляет собой абстракцию, которую можно назвать абсолютизацией физического процесса. Если ее принять, то становится возможным рассмотрение физических процессов как происходящих самих по себе, вне зависимости от того, существует ли принципиальная возможность их наблюдения» [6].

Далее мы обсудим три задачи, на примере которых постараемся показать невозможность одновременного измерения некоторых экологических переменных.

1.Моделирование изменения растительности при изменении климата

Считается, что при изменении климата в первую очередь изменяются продукционные процессы и процессы деструкции, что приведет к изменению в динамике биогенных элементов прежде всего углерода.

Модели, описывающие круговороты биогенных элементов являются динамическими балансовыми структурами блочного типа. Это связано с тем, что суть многих реальных процессов заключается в накоплении и расходовании вещества и энергии в отдельных естественно выделяемых компартментах, и их перетоках из одного компартмента в другой. Также блочная структура моделей связана с необходимостью описания взаимодействия процессов различной природы (физических, физико-химических, биологических, экологических) и обладающих самыми различными временными масштабами.

Примерами развитых имитационных моделей могут служить глобальные модели биосферных процессов [7]. Приведем типичную систему уравнений, описывающих круговорот углерода на суше, разбитой на ij - компартменты

$$\begin{aligned} \frac{dC}{dt} &= \sum_{ij} phot_{ij}(p_{ij}, s_{ij}, T_{ij}, w_{ij}) - \sum_{ij} B_{ij}(p_{ij}, T_{ij}, w_{ij}) \\ \frac{dp_{ij}}{dt} &= phot_{ij}(p_{ij}, s_{ij}, T_{ij}, w_{ij}) - fall_{ij}(p_{ij}, T_{ij}, w_{ij}) \quad , \qquad (1) \\ \frac{ds_{ij}}{dt} &= fall_{ij}(p_{ij}, T_{ij}, w_{ij}) - B_{ij}(p_{ij}, T_{ij}, w_{ij}) \end{aligned}$$

C - концентрация CO_2 в атмосфере; p_{ij} и s_{ij} - углерод в биомассе растений и почве, соответственно, в ij -й пространственной ячейке; функции $phot_{ij}(p_{ij}, s_{ij}, T_{ij}, w_{ij})$, $B_{ij}(p_{ij}, T_{ij}, w_{ij})$, $fall_{ij}(p_{ij}, T_{ij}, w_{ij})$ описывают соответственно фотосинтез, дыхание почвы и опад; T_{ij}, w_{ij} - температура и влажность в ячейке. Отметим, что в них явно нет видового (популяционного) описания. Это затрудняет проведение их верификации и идентификации. Более того, при использовании системы (1) необходимо учитывать

точность измерения начальных данных и регрессий, описывающих функциональные зависимости.

В работах [8-10] был предложен биоклиматический динамический подход, в котором для описания связи между климатом и растительностью используют "биоклиматический индекс" или "биоклиматическая схема". Под биоклиматическим индексом понимается комбинация климатических параметров (например, таких как радиация, температура, осадки), с которыми сопоставляется та или иная характеристика растительности. Формальным образом биоклиматический индекс может быть представлен отображением G множества климатических параметров $\{K\}$ на множество параметров растительного покрова $\{B\}$. $G:\{K \to B\}$.

Элементами множества климатических параметров $\{K\}$ часто являются среднегодовая температура, количество осадков за период вегетации и др. Элементами множества $\{B\}$ в разных биоклиматических схемах являются такие характеристики растительности, как продуктивность, количество биомассы и мортмассы растительных сообществ и т.п. В качестве примера может быть взята классификации Холдриджа.

Биоклиматические схемы характеризуют равновесное распределение растительных биомов в условиях установившегося климата. В реальных приложениях возникает задача оценки передвижения границ растительных зон в условиях динамически меняющегося климата. В настоящее время прогнозные оценки изменения климата в основном относятся к предсказаниям нового равновесного состояния для удвоенной концентрации CO_2 в атмосфере. При получении таких прогнозов в первую очередь используются два источника: палеоаналоги предполагаемого состояния и модели общей циркуляции атмосферы. Так, в [10] приведены результаты расчетов, соответствующих четырем различным сценариям климатических изменений, полученных на различных "равновесных" сценария климата. Однако во всех работах такого рода не учитывается, что прогнозируемое время удвоения CO_2 существенно меньше характерных времен трансформации растительных зон. Поэтому остается неясным, к какому моменту относятся результаты прогнозов: если к временам климатического сценария, то растительные зоны не успеют прийти в прогнозируемое равновесное положение. Если же результаты этих работ отнести к временам, когда растительные зоны достигнут нового равновесного состояния, то необходимо принять дополнительное предположение о том, что после достижения состояния, определенного сценарием, климат далее не меняется.

Нами была разработана модель [11], в которой на основе биоклиматической схемы решается задача оценки динамики растительных биомов. Предполагая, что в первом приближении характер связи климат - растительность сохраняется и при неравновесных изменениях, биоклиматическая схема была дополнена процедурой, описывающей переход от одного типа растительности к другому. В процедуре учитывалось время, затрачиваемое на переходные процессы между выделенными в нашей агрегации растительности, типами, которые определялись экспертами.

Попытка определения взаимосвязи подходов, описанных выше, оказалась неудачной, поскольку требует анализа разномасштабной по времени и пространству биологической информации, которой не располагают биологи. Но, по-видимому, такой анализ в классическом плане, предполагающем возможность совместного измерения значений разномасштабных переменных в принципе не возможен. Совмещение подходов требует неклассического способа описания.

2.Связь между численностью вида и метаболизмом особи

Рассмотрим другую задачу – определение (моделирование) связи между численностью вида и метаболизмом особи, опираясь на анализ распределения деструкции и продукции по размерам организмам, выполненных в работах В.Г.Горшкова [12,13]. Будем опираться на следующие эмпирические факты. Во-первых, замкнутость круговоротов накапливаемых в экосистемах веществ обладает биологической стабильностью, которая обеспечивается конкурентным взаимодействием локальных экосистем, имеющих конечные размеры. Поэтому любой большой регион однородной растительности образует сообщество конкурирующих и нескорреллированных между собой локальных экосистем. И, во-вторых, растительные организмы различных видов занимают практически неперекрывающиеся ниши. Поэтому потребление различных видов является некоррелированным.

Для понимания принципов организации экологических сообществ важным является вопрос о связи скорости метаболизма особей вида F с удельной численностью (плотностью) вида n.

Устойчивость экологических сообществ может быть охарактеризована минимальностью флуктуаций доступных запасов органических и неорганических веществ. Эти флуктуации возникают вследствие рассогласования во времени процессов синтеза и деструкции, организуемые различными видами (организмами), имеющими различные характерные размеры особей. Возникающие дефициты (рассогласования) могут приводить к разрушению локальных экосистем. Естественно предположить, что в процессе эволюции происходила минимизация таких флуктуаций, и это положение может считаться важным принципом организации локальных экосистем. Исходя из этого положения в работе [13] показано, что численность вида, удовлетворяющая вышесказанному принципу, связана со средним размером особи вида L и средним метаболизмом особи F следующим выражением: $n \propto \frac{1}{LF}$. Обсудим это результат с позиции математического моделирования. Полученное соотношение носит статистический характер, причем при получении ее авторы не конкретизируют характерное время усреднения. Оно не связано с типами взаимодействия между популяциями и не может претендовать на объяснение таких явлений, как колебания численности или пространственные волны. Тем не менее ясно, что если мы хотим рассматривать динамические процессы, происходящие в природе, нам надо вводить в качестве модельной характеристики размерный спектр потребления первичной продукции различными популяциями, входящими в экосистему. Последнее предполагает введение в модель не только численности видов, но и доли потребляемой первичной продукции.

3.Миграционные и демографические процессы [14]

Миграции являются частным случаем адаптивного изменения поведения организма при изменившихся условиях сред, в частности при повышении плотности популяции. Ясно, что миграционные процессы с необходимостью связаны с демографическими процессами.

Будем считать, что популяция состоит из отдельных особей, характеризующихся массой m и возрастом τ. Особи распределены по пространству, на котором распределен пищевой ресурс. Особи рождаются, умирают (эти процессы мы называем

демографическими) и перемещаются по пространству (эти процессы мы называем миграционными)

Миграционные процессы характеризуются радиусом индивидуальной активности (R), который представляет характерный размер индивидуальной кормовой площадки. Рассмотрим энергетический баланс особи. При этом мы не будем учитывать смертность и рождаемость, а также траты энергии на заботу о потомстве. Метаболическая мощность передвигающегося организма q связана с основным обменом q_0 (мощностью метаболизма организма при фиксированной температуре в состоянии полного покоя) следующим образом: $q = (A(u)+1)\cdot q_0$ где u – средняя скорость передвижения, $A(u) = u/u_0 + b$ – активность, u/u_0 – чистая активность передвижения, u_0 является универсальной характеристикой передвижения, не зависящей от размеров животного в рамках заданной таксономической группы ($u_0 \approx 0{,}3$ м/с). Величина $A(0) = b$ называется готовностью к передвижению. Среднее значение для b близко к единице.

Обозначим через R – радиус индивидуальной активности, т.е. характерный линейный размер индивидуальной кормовой территории. Введем характерные времена τ_R - время восстановления ресурса и τ_S - время обхода особью своей кормовой территории.

Тогда легко получить площадь индивидуальной кормовой территории, пропорциональной R^2. Длина пути, проходимого по данной территории, L (Мы предполагаем, что при кормовом перемещении особь съедает ресурс с полосы шириной, эта длина совпадает с характерным размером особи). Тогда скорость перемещения $u = R^2/(L\cdot\tau_s)$.

Известно, что мощность основного метаболизма q_0 пропорциональна $M^{2/3}$ и пропорциональна L^2, где M – масса животного. Тогда метаболитическую мощность можно записать в виде $q = \alpha\cdot L^2\cdot\left(\frac{R^2}{L\cdot\tau_s}+1+b\right)$. Мощность воспроизводства ресурса равна $w = \frac{\rho\cdot R^2}{\tau_R}$, где ρ - плотность ресурса. Из закона сохранения энергии получаем $\alpha\cdot L^2\cdot\left(\frac{R^2}{L\cdot\tau_s}+1+b\right) = \frac{\rho\cdot R^2}{\tau_R}$ или после преобразований $R^2 = \frac{\alpha\cdot(b+1)\cdot L^2\cdot\tau_s}{\rho\cdot\frac{\tau_s}{\tau_R}-\alpha\cdot L} = (b+1)\cdot\tau_S\frac{k\cdot L^2}{1-k\cdot L}$, где введено обозначение $k = \frac{\alpha}{\rho}\cdot\frac{\tau_R}{\tau_S}$. Это равенство имеет смысл, если $kL < 1$ или если отношения плотности ресурса к удельной энергии перемещения больше, чем отношение характерного времени восстановления ресурса к характерному времени обхода кормовой площадки $\left(\frac{\rho}{\alpha L} > \frac{\tau_R}{\tau_S}\right)$.

Предположим, что в популяции характерный (средний) размер особей равен L, при этом в популяции существуют вариации размера δL. Будем считать, что $\delta L/L$

пропорциональна 1. Тогда из предыдущего соотношения непосредственно следует равенство

$$2 \cdot R_0 / \tau_S \cdot \delta R = k \cdot (b+1) \frac{2 - k \cdot L_0}{(1 - k \cdot L_0)^2} \cdot L_0 \cdot \delta L = 2 \delta U \delta R \quad . \qquad (3)$$

Здесь учитываются только члены первого порядка малости.

Формулу (3) можно трактовать как соотношение неопределенности для популяции. Физический смысл ее заключается в следующем. Разброс в размерах (массах) взрослых особей в пределах одного вида (более того, одной популяции) приводит либо к разбросу в радиусах индивидуальной активности, либо в средних скоростях перемещения по ареалу. Этот разброс тем больше, чем больше размерный класс животного L и вариации размера δL. Для конкретной особи радиус ее индивидуальной активности или среднюю скорость возможно определить не точнее, чем позволяет соотношение (3).

Воспользуемся им для оценки размеров популяции, когда неопределенность не сказывается, т.е. $X \cdot V_x >> \Psi \cdot L \delta L \, ; Y \cdot V_y >> \Psi \cdot L \delta L$ где

$\Psi = k \cdot (b+1) \frac{2 - k \cdot L_0}{(1 - k \cdot L_0)^2}$. Величина $\lambda = k \cdot (b+1) \cdot \left[\frac{2 - k \cdot L_0}{(1 - k \cdot L_0)^2} \right] L_0 \cdot \frac{\delta L}{V}$ имеет размерность длины. Введем также площадь ареала обитания популяции $\Omega = X \cdot Y$, тогда условием того, что неопределенностью можно пренебречь, будет

$\Omega \cdot V^2 >> \Psi^2 \cdot L^2 \delta L^2$. Пусть плотность популяции $n = 1/\Omega$, тогда это условие принимает вид $n \cdot \lambda^2 << 1$. Для такой популяции при $\lambda << R$ справедлива гипотеза случайных блужданий, следовательно, такую популяцию возможно описать при помощи модели типа “реакция–диффузия” с постоянным коэффициентом диффузии.

Пусть теперь $\lambda \cong R$. Тогда скорость перемещения особей можно определить с использованием соотношения неопределенности как $V = \Psi \cdot L \delta L \cdot \sqrt{n}$. Оценим поток численности особей через границу модельной прямоугольной области. Пусть длина ее границ составляет Δx и 1 соответственно. Поток через единичную границу теперь дается выражением $W = \frac{\Psi \cdot L \delta L}{4} \cdot \frac{n_1^{3/2} - n_2^{3/2}}{\delta x} \cong D \cdot \sqrt{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial x}$.

Можно провести следующую характеристику популяций (и занимаемых ими ареалов):

1. $n << R^{-2}$, λ - любая. Популяция с малой плотностью населения. Не описывается уравнениями типа “реакция–диффузия” ввиду того, что невозможно представить поток через границу элементарной площадки в виде функции плотности.
2. $n \cong R^{-2}, \lambda << R$. Численность популяции близка к оптимальной, популяция описывается уравнением с постоянным коэффициентом диффузии, так как справедлива гипотеза случайных блужданий. Поток через границу будет определяться выражением $W \cong \frac{\partial (V \cdot n)}{\partial x} \cong D \cdot \frac{\partial n}{\partial x}$
3. $n \cong R^{-2}, \lambda \sim R$. Несмотря на то, что численность популяции “оптимальная”, динамика популяции описывается нелинейным уравнением диффузии. Этот случай рассмотрен выше.

4. $n \cong R^{-2}, \lambda >> R$ или $n >> R^{-2}$ “Перенаселенная” популяция. Меняется тип взаимодействия. Описывается нелинейной диффузией.

Заключение

Из приведенных выше примеров можно сделать вывод, что, возможно, целесообразно при описании живых систем заимствовать «математические образы», возникшие в процессе описания микрофизических объектов. Поскольку, как было показано выше, принципиальные совместные измерения общепринятых в настоящее время базовых экологических переменных (численность, концентрации биогенных элементов, количество видов) имеет ограниченную совместную измеримость.

«Всякая экспериментальная установка, которая позволила бы контролировать такие (биологические) отправления с той же степенью точностью, какая требуется для четкого их описания на языке физики, будет препятствовать свободному течению жизни» [1].

Работа выполнена при поддержке РНФ (грант 14-14-00956 П).

Литература

1. Бор Н. Единство знаний. / Избранные научные труды. М.: Наука, 1971. Т.2. С. 481-497.
2. Костицын В.А. Эволюция атмосферы, биосферы и климата. М.: Наука, 1984. 96 с.
3. Алексеев В.В., Крышев И.И., Сазыкина Т.Г. Физическое и математическое моделирование экосистем. СПб.: Гидрометеоиздат, 1992, 366 с.
4. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. М.: Наука, 1976. 286 с.
5. Свирежев Ю.М., Логофет Д.О. Устойчивость биологических сообществ. М.: Наука,1978. 352 с.
6. Фок В.А. Начала квантовой механики. М.: Изд-во ЛКИ, 2007. 375 с.
7. Моисеев Н.Н., Александров В.В, Тарко А.М. Человек и биосфера. М., Наука,1985. 270 с.
8. Belotelov N.V., Bogatyrev B.G., Kirilenko A.P., Venevsky S.V. // Bioclimatic Indices Used to Estimate Vegetation Pattern Transformation, STEP Inter. 3(3), 1993/ V. 13. Pp.251-253.
9. Кириленко А.П., Белотелов Н.В., Богатырев Б.Г. Моделирование сдвига растительных зон с учетом климатической нестабильности. // ДАН РАН, 1994, Т. 338(1). С.116-118.
10. Smith T/M., Shugart H.H., Bonan G.B., Smith J.B. Modeling the Potential Response of Vegetation to Global Climate Change. //Adv.Ecol.Res. 22, 1992. Pp. 93-116.
11. Belotelov N.V., Bogatyrev B.G., Kirilenko A.P., Venevsky S.V. Modeling of Time-Dependent Biome Shifts Under Global Climate Changes. // Ecological Modelling.87, 1996. Pp.29-40.
12. Горшков В.Г. Физические и биологические основы устойчивости жизни. М.: ВИНИТИ, 1995.
13. Makrieva A.M., Gorshkov V.G., Bai-Lian Li. Body size, energy consumption and allometric scaling: a new dimension in the diversity-stability debate. //Ecological Complexity, 1(2004). Pp.139-175.
14. Белотелов Н.,В., Лобанов А.И. Популяционные модели с нелинейной диффузией // Математическое моделирование, 1997. Т.9, № 12. С. 44-56.

О МАТЕМАТИЧЕСКОМ ПРОГНОЗИРОВАНИИ СВОЙСТВ ПОЧВЫ В ПОЛУПУСТЫНЕ СЕВЕРНОГО ПРИКАСПИЯ

*** Н. Н. Апраушева[1], С. В. Сорокин[2]**

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН,
Россия, 119333, г. Москва, ул. Вавилова 40,
[1]тел.: (499)135-40-98, [2]тел.: (499)135-20-79,
[1]e-mail: plat@ccas.ru, [2]e-mail: www2013@ccas.ru.

Аннотация. Построена математическая адекватная модель зависимости плотности почвы от высоты микрорельефа в конкретном районе — Джаныбекском заповеднике. Модель состоит из трех уравнений линейной регрессии, полученных по экспериментальным данным отдельно для каждого из трех природных классов (микровозвышения, западины, микросклоны). Алгоритм прогнозирования свойств почвы, базирующийся на принципах кластер-анализа, проиллюстрирован одним реальным примером.

Ключевые слова: плотность почвы, высота микрорельефа, уравнение линейной регрессии, кластер-анализ, прогнозирование.

1. Введение

Невероятная полезность математики для естественных наук граничит с загадочным и не имеет рационального объяснения.

Юджин Вигнер

Впервые определение почвы было дано В. В. Докучаевым. В его монографии «Русский чернозём» почва определяется «как вполне самостоятельное естественно-историческое тело, которое является продуктом совокупной деятельности: a) грунта, b) климата, c) растений и животных, d) возраста страны и e) отчасти рельефа местности». Распространение почв на Земле имеет не случайный, а вполне закономерный характер, зависящий от различного сочетания факторов почвообразования [1].

Почвы полупустыни Прикаспийской низменности издавна вызывали большой интерес географов-почвоведов. Особенно детально исследовались почвы Джаныбекского заповедника, расположенного в северной части Прикаспийской низменности. Ландшафт Джаныбекского заповедника характерен для засушливых степей юга России и Украины [2-5]. В исследуемом районе географы-почвоведы выделяют три основных вида микрорельефа: микровозвышения, западины и микросклоны, из которых первые занимают свыше 50% всей площади. Колебания высот этих форм микрорельефа не превышают 30–40 см, изредка достигая 50 см. Такой микрорельеф и вызываемое им перераспределение поверхностных вод являются причинами резко выраженной комплексности почвенно-растительного покрова и грунтовых вод [2, 4]. В западинах со злаково-разнотравной растительностью развиты более плотные темноцветные почвы, а на микровозвышениях между западинами – менее плотные светлые солончаковые солонцы с разреженным покровом черной полыни и прутняка. Третий, промежуточный тип — светлокаштановые почвы

встречаются на микросклонах и реже в мелких западинах, их площадь составляет около 25% площади межпадинной равнины.

2.Математические модели зависимости высоты микрорельефа и плотности почвы

Для теоретических исследований и использования их результатов на практике необходимо иметь адекватную математическую модель зависимости между видом почвы и формой микрорельефа. Эта задача была рассмотрена в [5], где по малой двумерной выборке из 8 точек-скважин,

$$\Omega\colon \{X_1, X_2, \dots X_8\},\ \ X_i = (x_i, y_i),\quad i = 1,2,\dots,8, \tag{1}$$

взятых на различных формах микрорельефа, искомая зависимость определена уравнением линейной регрессии [6],

$$\Omega\colon\ y = -126.83x + 202.13, \tag{2}$$

x_i — средняя плотность почвенной толщи скважины глубины 200 см, y_i — высота этой точки, $i = 1,2,\dots,8$. Средняя абсолютная ошибка высот, вычисленных по этой формуле $|\bar{\Delta}y| = 3.3$, остаточное среднеквадратическое .$\bar{\sigma} = 3.8$.

Анализ профилей трех основных видов почвы [2, 3, 5], различающихся по химическим, физическим и механическим свойствам, приводит к заключению, что исходная выборка $\boldsymbol{\Omega}$ не является однородной, а состоит из хорошо различимых классов: $\boldsymbol{\omega_1}$ —солончаковые солонцы на микровозвышениях, $\boldsymbol{\omega_2}$ — темноцветные почвы на западинах, $\boldsymbol{\omega_3}$ — светло-каштановые почвы на микросклонах и небольших западинах. Поэтому зависимость высоты микрорельефа и плотности почвы корректнее искать в каждом классе отдельно. Для построения уточненной модели выборка $\boldsymbol{\Omega}$ была дополнена 4 точками:

$$\Omega_1 = \{X_1, X_2, \dots, X_{12}\}. \tag{3}$$

Данные по точкам выборки $\boldsymbol{\Omega_1}$, взятые из работ [3, 5], представлены в табл. 1. Дополнительные 4 точки отмечены знаком «*», значения высот в них проинтерполированы.

Уравнения линейной регрессии, полученные отдельно по выборкам Ω_1, ω_1, ω_2, ω_3, имеют вид:

$$\Omega_1\colon\ \bar{y}(x) = -113.9941x + 183.4250, \tag{4}$$

$$\omega_1\colon\ \tilde{y}(x) = -159.5255x + 243.0555,. \tag{5}$$

$$\omega_2:\ \hat{y}(x) = -250x + 390,. \tag{6}$$

$$\omega_3:\ y^*(x) = -32.1429x + 64.4024. \tag{7}$$

Таблица 1

№ точки	Классы ω_i $i = 1,2,3$	Средняя плотность почвы x_s в г/см^3	Фактическая высота y_s в см	Высоты, вычисленные по уравнениям в см			
				(7), Ω_1	(8), ω_1	(9), ω_2	(10), ω_3
1	ω_1 — микровозвышения на солончаковых солонцах	1.27	39.7	38.6	40.5		
2*		1.28	38.6	37.5	38.9		
3		1.31	35.7	34.2	34.1		
4		1.35	28.0	29.5	27.7		
5		1.36	25.7	28.4	26.1		
6*		1.37	24.0	27.2	24.5		
7*	ω_2 — западины на темноцветных почвах	1.53	7.5	9.0		7.5	
8		1.54	5.0	7.9		5.0	
9		1.56	0.0	5.6		0.0	
10	ω_3-микросклоны со светло-каштановыми почвами	1.49	16.5	13.6			16.51
11*		1.50	16.2	12.4			16.19
12		1.54	14.9	7.9			14.90

В табл. 1 представлены значения высот микрорельефа, вычисленные по уравнениям регрессии (4, 5-7), на рис. 1 изображены соответствующие линии регрессии.

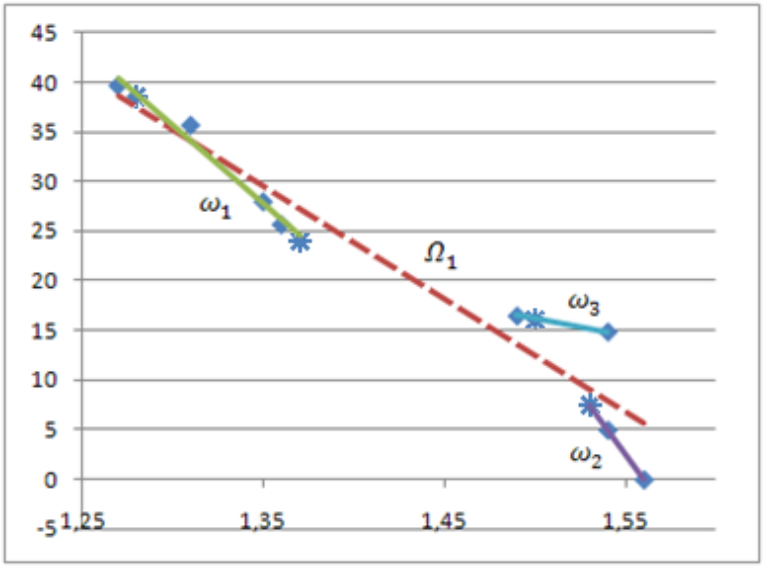


Рис. 1.

В табл. 2 даны значения статистических величин, характеризующих точность вычислений высоты микрорельефа по уравнениям (4)-(7). Среднеквадратическое отклонение регрессии для каждой выборки вычисляется по формуле [6]:

$$\tilde{\sigma} = \left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \xi_i^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \qquad (8)$$

где $\boldsymbol{n}$ — число точек каждой выборки $\{\boldsymbol{\Omega_1}, \boldsymbol{\omega_1}, \boldsymbol{\omega_2}, \boldsymbol{\omega_3}\}$, $\boldsymbol{\xi_i}$ — отклонение истинного значения высоты $\boldsymbol{y}$ от ее значения, вычисленного по соответствующему уравнению регрессии.

Таблица 2

Выборки	Оценки точности вычислений			Коэффициент корреляции $\rho(x,y)$
	Средняя абс. ошибка $\lvert\Delta y\rvert$	Максим. абс. ошибка $\lvert\Delta y\rvert_{max}$	Средне-квадратическое отклонение регрессии $\tilde{\sigma}$	
Ω_1	2.91	7.03	3.55	–0.9630
ω_1	0.64	1.62	0.87	–0.9920
ω_2	$0.942 \cdot 10^{-10}$	$0.981 \cdot 10^{-10}$	$0.965 \cdot 10^{-10}$	–1.0000
ω_3	0.008	0.012	0.011	–0.9999
$\omega_2+\omega_3$	2.75	7.70	3.95	–0.8178

Анализ данных табл. 1, 2 позволяет утверждать, что уравнения линейной регрессии, полученные по каждому из трех классов, существенно точнее определяют зависимость высоты микрорельефа и средней плотности почвы, чем аналогичное уравнение регрессии, построенное по объединенной выборке Ω_1. Наиболее надежным уравнением является уравнение (5), полученное по шести точкам. Для уточнения уравнений регрессии в классах ω_2, ω_3 необходимо увеличить число наблюдений в каждом из них хотя бы до 5 Значения коэффициентов корреляции указывает на сильную отрицательную зависимость высоты микрорельефа y и средней плотности почвы x.

По данным табл. 1, 2 для высоты $\boldsymbol{y}$ каждой точки $\boldsymbol{X}$ из класса $\boldsymbol{\omega_1}$ имеем

$$|y - \tilde{y}| \le 2\tilde{\sigma}_1, \qquad \tilde{\sigma}_1 = 0.87,$$

$\tilde{\boldsymbol{y}}$ — значение высоты этой точки, вычисленное по уравнению (5). Статистическая проверка гипотез о различии средних плотностей почвы в классах показала, что это различие статистически значимо в классах $\boldsymbol{\omega_1}$ и $\boldsymbol{\omega_2}$, $\boldsymbol{\omega_1}$ и $\boldsymbol{\omega_3}$ и статистически незначимо в классах $\boldsymbol{\omega_2}$ и $\boldsymbol{\omega_3}$. Но объединять классы $\boldsymbol{\omega_2}$ и $\boldsymbol{\omega_3}$ в один класс нецелесообразно, о чем свидетельствуют данные табл. 2.

3. Прогнозирование свойств почвы

Задача прогнозирования свойств почвы в конкретной точке $X_0 = (x, y_0)$ с известной высотой включает в себя не только определение оценки ее средней плотности $\tilde{x}_0$, но и получение информации о плотности почвы каждого слоя высоты 5 см или 10 см по всей двухметровой толще и о ее физико-химических свойствах.

Для решения поставленной задачи уравнения (5)-(7) преобразовали к виду

$$\omega_1:\ \tilde{x} = -0.0063y + 1.5236, \quad (9)$$
$$\omega_2:\ \tilde{x} = -0.004y + 1.56, \quad (10)$$
$$\omega_3:\ \tilde{x} = -0.0311y + 2.0036. \quad (11)$$

В табл. 3 даны значения некоторых статистических характеристик классов.

Таблица 3

Классы	Векторы средних значений		Границы множеств значений y $[\alpha_i, \beta_i]$	Среднеквадратическое отклонение $\tilde{\sigma}_x$
	$\bar{x}_i$	$\bar{y}_i$		
ω_1	1.32	31.95	[24, 39.7]	0.0051
ω_2	1.54	4.17	[0, 7.5]	$0.386 \cdot 10^{-12}$
ω_3	1.51	15.87	[14.9, 16.5]	$0.342 \cdot 10^{-3}$

Множества значений признака y в классах ω_1, ω_2, ω_3 не пересекаются. Следовательно, признак y (высота точки) является информативным.

Алгоритм прогнозирования свойств почвы в точке $X_0 = (x, y_0)$ с известной высотой y_0 состоит из трех частей:

1. Отнесение точки $X_0 = (x, y_0)$ к одному из имеющихся классов ω_i, $i = 1, 2, 3$. Эту классификацию можно провести географически или математически. Во втором случае достаточно определить, в какое из множеств $[\alpha_i, \beta_i]$, $i = 1, 2, 3$, табл. 3 попадает значение высоты y_0. Если $y_0 \in [\alpha_{i_0}, \beta_{i_0}]$, $i_0 \in \{1, 2, 3\}$, то точка $X_0 \in \omega_{i_0}$.

2. Вычисление оценки $\tilde{x}$ средней плотности почвенной толщи по уравнению регрессии класса ω_{i_0}, $i_0 \in \{1, 2, 3\}$, одного из уравнений (9)-(11).

3. Для точки $X_0 = (\tilde{x}_0, y_0)$ находится ближайшая соседняя точка из класса ω_{i_0} $X_c \in \omega_{i_0}$ по правилу:

$$X_c = arg \min_{X_s \in \omega_{i_0}} r(X_0, X_s), \quad (12)$$

$\boldsymbol{r(X_0, X_s)}$ — расстояние Евклида.

Полагаем, что свойства почвы в точке X_0 близки к свойствам почвы ее ближайшей соседней точки X_c. Прогноз почвы в точке X_0 будет тем точнее, чем больше элементов в обучающей выборке каждого класса ω_i, $i = 1, 2, 3$.

При проведении эксперимента за испытуемую точку $X_0 = (x, 28)$ была взята точка № 4 из табл. 1. Так как $28 \in [24, 39.7]$ табл. 3, то $X_0 \in \omega_1$. По обучающей выборке класса ω_1, состоящей из 5 точек, построили уравнение регрессии

$$\tilde{x} = -0.0062y + 1.5217. \quad (13)$$

Из этого уравнения нашли оценку средней плотности почвы в точке X_0, $\tilde{x} = 1.35$.

Для точки $X_0 = (1.35, 28)$ определяем ближайшую соседнюю точку X_c, используя формулу (12) и данные табл. 1,

$$\min_{X_s \in \omega_1} r(X_0, X_s) = r(X_0, X_5) = 2.3,$$
$$X_5 = (1.36, 25.7), \qquad X_c = (1.36, 25.7).$$

У нас нет данных о физико-химических свойствах почвы в точках $X_0 = X_4$ и $X_c = X_5$. Но для этих точек в [3, 5] имеются значения плотности каждого почвенного слоя высоты 5 см, Δx_i, $i = 1,2,\dots,40$ по всей двухметровой толще. На рис. 2 даны графики значений Δx_{4i}, Δx_{5i}, $i = 1,2,\dots,40$, на различной глубине их залегания, максимум разности $|\Delta x_4 - \Delta x_5|$ наблюдается на глубине 50 см.

Полагаем, что физико-химические свойства почвы в испытуемой точке X_4 наиболее близки к этим свойствам ее ближайшей соседней точке X_5.

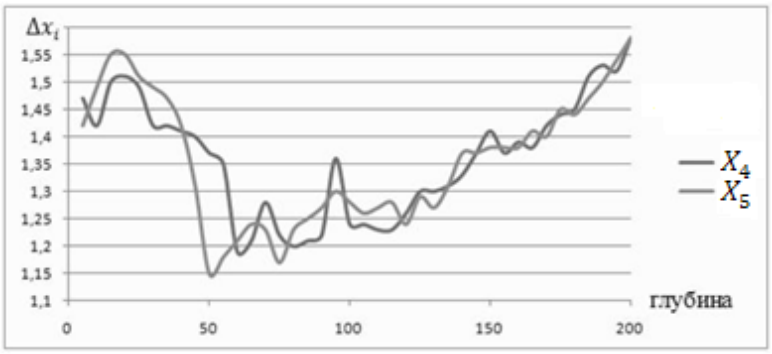


Рис. 2.

Заключение

По исходной выборке из 12 точек построена адекватная математическая модель зависимости плотности почвы и высоты микрорельефа в исследуемом районе. Модель состоит из трех уравнений линейной регрессии, полученных отдельно по каждому классу (микровозвышений, западин, микросклонов). Алгоритм прогнозирования свойств почвы, базируется на принципах кластер-анализа [8] и проиллюстрирован одним примером.

ЛИТЕРАТУРА

1. Добровольский Г.В. География почв: учебник. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, Наука, 2006. 460 с.
2. Роде А. А. К вопросу о происхождении микрорельефа Прикаспийской низменности. //Вопросы географии М.: Гос. изд. географ. литературы, 1953, № 33. С. 249-260.
3. Роде А. А., Польский М. Н. Почвы Джаныбекского стационара, их морфологическое строение, механический и химический состав и физические свойства. // Почвы полупустыни северо-западного Прикаспия и их мелиорация. //Тр. Почв. ин-та им. В.В.Докучаева. М.: Изд-во АН СССР, 1961.Т. 56. С. 3-214.
4. Мозесон Д. А. Микрорельеф северо-западной части Прикаспийской низменности и его влияние на поверхностный сток.// Тр. Ин-та леса. АН СССР, 1955. Т. 25.С. 55-65.
5. Абатуров Б.Д. Плотность почвы как фактор формирования микрорельефа в полупустыне Северного Прикаспия. // Почвоведение, 2007. №7. С. 831-937.

6. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. М.: Гос. Изд-во физико-математической литературы, 1962, 349 с.
7. Крамер Г. Математическая статистика. М.: Мир, 1975, 648 с.
8. Апраушева Н. Н. Новый подход к обнаружению кластеров. М.: ВЦ РАН, 1993, 67 с.

ЭКОЛОГИЯ РАЗУМА
(решение проблемы образования в системно-информационной культуре)

***В.И. Громыко**[1], **Н.С. Васильев**[2], **В.П. Казарян**[3],
А.Г. Симакин[4], **С.С. Аносов** [5]

[1] МГУ им. М.В. Ломоносова, факультет ВМиК, кафедра АЯ;
Россия, Москва 117321, Профсоюзная 130-3-81; тел.:(916) 209-41-28,
e-mail: *gromyko.vladimir@gmail.com*
[2] МГТУ им. Н.Э. Баумана, факультет «Фундаментальные науки», каф. ВМ;
Россия, Москва e-mail: *nik8519@yandex.ru*
[3] МГУ им. М.В. Ломоносова, философский ф-т, каф. ФЕФ;
Россия, Москва e-mail: *kazaryanvp@mail.ru*
[4] РУДН, ф-т Гуманитарные и социальные науки, каф. ОТП;
Россия, Москва e-mail: *modus-as@mail.ru*
[5] Банк «Возрождение», e-mail: *SAnosov@cs.msu.su*

Аннотация. Системно-информационная культура явила рационализированную среду трансдисциплинарного существования человека. Постнеоклассическая наука обнаружила движение ЛИЧНОСТИ к смысловому сознанию и восприятию моделирования. Кажущаяся трансцендентность проблемы образования преодолима на имманентном пути трансцендентального характера процесса САМОСОЗНАНИЯ-САМОСОЗИДАНИЯ *познающих* и *созидающих* функций мышления. Феноменология возвращения человека к действительности - ПОСТРОЙ СЕБЯ на единстве реальное-идеальное - возможна за счет перехода от науко*учения* к науко*образованию*. Формирование объективной рационализации разрешит проблему универсалий. Это позволит преодолеть пятисотлетний кризис образования, во многом обязанный социуму, насаждающему «искусственный» интеллект человеку при его ограничении профессиональной реальностью.

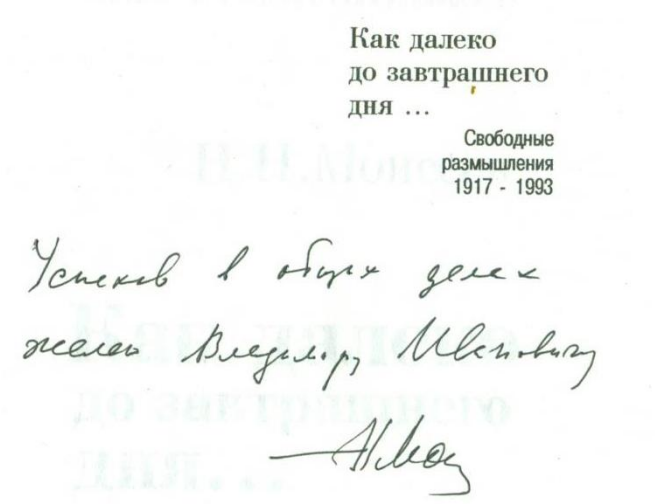
Ключевые слова: системно-информационная культура, постнеоклассическая наука, радикальный конструктивизм, проблема универсалий, естественнонаучное знание, аксиоматический метод, язык категорий.

Светлой памяти Никиты Николаевича Моисеева.

Введение

Триумф чисто человеческого (И. Гете).

В год 80-летия Никиты Николаевича первый из авторов получил дарственную подпись к трехтомнику [1-3]. В это время он был занят проблемой применения искусственного интеллекта (ИИ) для развития естественного интеллекта (ЕИ) на основе парадигмы пожизненного партнерства инструментальных систем компьютера (А.П. Ершов). Понимая значение рациональной объективации (А.Н. Колмогоров) для возвращения человека к действительности, для него было большим облегчением узнать



следующее. «По поводу системного анализа написано множество книг, но, как мне кажется, не сказано самого главного: системный анализ – это ″профессиональный дилетантизм″, профессиональное использование самого различного материала без особой его детализации, столь ценимой профессионалами. Такой подход необходим для описания целостной картины достаточно сложного явления» [2, с.7]. Это позволило авторам не сбиться с главного пути [4-6] и даже его расширить в двух аспектах. Во-первых, следует говорить о системно-информационной культуре (С-ИК) вместо информационного общества. Во-вторых, коэволюцию природы и общества нужно обустроить коэволюцией разума с антропогенной средой, обеспечивая свободу самодетерминации рациональным самосозиданием. Это также соответствовало представлению Никиты Николаевича о необходимости экологического образования и решения неотложной задачи [3, с.128]: «Люди должны стать другими. …Теперь дело за обществом. Именно оно – общество – должно воспитать людей, привить им новые нравы, основанные на новом понимании того, что такое Природа, и место в ней человека».

Статья является последовательным развитием идей последних лет [7-15]. Значимая роль философской мысли для данного исследования выделена в [9,12,13,15].

Экология разума

Сознание как здоровье, а не болезнь пресыщения знанием (К. Свасьян).

Разум-мышление субъекта системно-информационной культуры (**С-ИК**) существует в базах знаний третьего мира, предъявленных в приложениях интернета – среде жизни-дела (technë) на основе знаний (epistëmë), мнений и предположений (doxai). Деятельность в междисциплинарном пространстве требует *трансдисциплинарного мышления*. Этим определена идущая революция сознания ЛИЧНОСТИ – мыслить, чтобы состояться (осуществиться) в наукоемкой культуре.

Постнеоклассическая наука выделила актуальность изменения личности – настало время обрести СЕБЯ функциями сознания, познающими и созидающими *миро* - и *жизне*воззрение наукоемкой культуры. От восприятия-воззрения и опыта-наблюдения надлежит перейти к синтезу ТЕОРИЙ, по возможности, на самоочевидном умозрении. Таким способом онтогенез идет по пути РАЦИОНАЛЬНОЙ ОБЪЕКТИВАЦИИ (**$ОБ_{РАЦ}$**) мира.

Естественнонаучное знание (**ЕНЗ**) достигло сверхъестественного знания (**сверхъестественности**, уровня неочевидности-несамоочевидности мышления-сознания) $S_{ЕНЗ}$: теории – системы, аксиоматический метод (**АМ**); языки – логики, программирования, категорий (**ЯК**); суперкомпьютерные вычисления и онтологические базы знаний. Фактически, ПРОБЛЕМА УНИВЕРСАЛИЙ мышления конкретизировалась в ЕНЗ средствами сверхъестественного знания $S_{ЕНЗ}$ достижением в рациональном знании синтеза – конкретного в индуктивном и общего в концептуальном (Д. Гильберт – финитные методы АМ).

$$S_{ЕНЗ} = \begin{cases} \langle \textit{Начальный}\ \text{АМ: реальность} \rangle \\ \Leftarrow \langle \text{АМ: аксиоматизация} \rangle \\ \Leftarrow \langle \textit{Системный}\ \text{АМ: моделирование} \rangle \\ \Leftarrow \langle \textit{Язык Категорий}: \text{дескрипция смысла} \rangle. \end{cases}$$

В этой связи С-ИК требует от каждого, во-первых, вхождения в исследования, применения и даже получения нового знания; во-вторых, соответствия доминированию сравнения моделей теорий, а не подчинения диктату закона профессиональной области.

Созерцание-умозрение $S_{ЕНЗ}$ нуждается в естественнонаучном смысловом сознании $S_{S(ЕНЗ)}$ **(сверхчувственности**, уровня очевидности-самоочевидности $S_{ЕНЗ}$), т.е. сознании второго порядка для деятельной жизни в *идеях*. На проходящую в С-ИК революцию сознания личности институты образования перманентно реагируют, сдвигая, явно или неявно, утилитарный общеобразовательный характер предметов к их смысловой роли, а профессиональную подготовку замыкая синтезирующими курсами. В С-ИК не только затребована, но и существует возможность решить естественную задачу образования: *наукоучение* (соответствует профессионально обученному мышлению уровня понятие, теория) явить в качестве *наукообразования* (соответствует универсальному, системному обучению мышления на уровне проблем, идей теории) учащегося. Следует формировать **сознание,** расширяя «научить-учиться» повивальным делом монизма личности (неразрушения) на *глоттогенезе* – математики как смыслового языка дескрипции и дела. Учащегося на достигнутой вразумительности рационально-математической объективации **ОБ$_{РАЦ}$** возможно возвратить в образование через постижения трансфундаментальности открывшимися средствами *идеированной мысли* [16]. В идущей революции сознания личности необходимость УЧИТЬ ВСЕМУ обеспечивается жизневоззрением в отношении СВЕРХЧУВСТВЕННОГО-МЫШЛЕНИЯ, т.е. процесса САМОСОЗНАНИЯ-САМОСОЗИДАНИЯ.

$$S_{(SЕНЗ)} = \begin{cases} \langle \textit{знание} \rangle \Leftarrow \langle \textit{познание} \rangle \Leftarrow \langle \textit{подсознание} \rangle \Leftarrow \langle \text{ОБ}_{\text{РАЦ}} \rangle; \\ \langle \textit{исчисляющие} \rangle \Leftarrow \langle \textit{познающие} \rangle \Leftarrow \langle \textit{созидающие} \rangle \Leftarrow \langle \text{процессы} \rangle; \\ \langle \textit{истина} \rangle \Leftarrow \langle \textit{очевидность} \rangle \Leftarrow \langle \textit{самоочевидность} \rangle \Leftarrow \langle \text{смыслы} \rangle; \\ \langle \textit{мировоззрение} \rangle \Leftarrow \langle \textit{жизневоззрение} \rangle \\ \qquad \Leftarrow \langle \text{реальное-идеальное } \textit{Я} - \textit{Есмь} \rangle \Leftarrow \langle \text{идеалы: } \textit{жизнь идей} \rangle. \end{cases}$$

Обязывающее утверждение о разрешении проблемы образования связано с возможностями С-ИК и достигнутыми в последнее время представлениями о развитии живого, перечисляемыми ниже.

I. Недолгая история профессиональной «односторонности», вызванная великим расколом (схизмой) науки и искусства, кончилась. В С-ИК требуется **интеграция науки и образования** через концептуализацию до теорий и явления в учащемся (во многом самосозидания) **смыслового сознания**. **Сознание** – это способность личности мыслить (рассудок) и понимать (разум) всеобщее (идеи), сохраняя целостность при восхождении по *рациональной объективации* **ОБ$_{РАЦ}$** на самодетерминации к культуре [И. Гете, Р. Штейнер, В. Библер, К. Свасьян]. Интеграция базируется на постулате, что **мысль природна** [И. Гете], как представленная в человеке естественная *творческая* составляющая природы [17].

II. *Образование* понимается фундаментально – «руководство к изменению всего человека в его существе [М. Хайдеггер]», поэтому занято не «объемом и границей

духа» [Р. Декарт], а личностным развитием подсознания до смыслового сознания. Объектная дидактика обучения (кого, как и чему учить) определена моделью обучения на базе гуманитарной экзистенциальности, занятой профпригодностью, а, в целом, – общим образованием учащегося. С-ИК проявляет ее несостоятельность, так как гуманитарная образующая достигла декаданса вплоть до утверждения о конце науки, а рациональная составляющая – формирования специалистов – вплоть до неизбежности третьей мировой войны. В С-ИК формируется дидактика самоидентификации (я сам кто, где для меня дело, к чему стремлюсь) на автопоэзисе [У. Матурана] *жизневоззрения* к состоянию **самосозидания** в границах ЛИЧНОСТИ. Для этого феноменология познания в С-ИК уже являет феноменологию человека – единство мир-естества с естество-человеком, «прыгающим» в антропологию антропософии уже не из питекантропологии. Требование постнеоклассики - ПОСТРОЙ СЕБЯ - за счет созидаемой духовности возможно на единстве гуманитарного протокола (чувствования, служащего открытию, а для всех – приобщению-опознанию) и естественного (рассудочно-разумного, служащего обоснованию, а для всех – базы построения смыслового СЕБЯ) при личностной конкретизации в **ОБ$_{РАЦ}$** [18].

III. Возможности мышления – иначе *проблема универсалий* в философии – на уровнях $S_{ЕНЗ}$, $S_{S(ЕНЗ)}$ познания, сознания ЕНЗ уже конкретизированы как синтез индуктивного (конкретного) и концептуального (общего). В этом состоит достижение Гильберта в рациональной конкретизации идеированной мысли. А на сегодня в наличии серьезный арсенал приобщения к ней человека: гуманитарное восприятие-воззрение на базе естественного языка; опыт-представление ЕНЗ на языке категорических теорий математики; наконец, язык смысла (**язык категорий** ЯК) для трансдисциплинарного охвата междисциплинарной деятельности. Коэволюция разума с антропогенной средой С-ИК позволяет выйти на «царский» путь образования смыслового сознания на конструируемой среде опыта-практики, опознания-мышления для самодетерминации учащегося в отношении самоочевидности предельных абстракций ЕНЗ, основанных на очевидности. Фактически возможно включение объективации ученого-незнания при самосозидании мысли на филогенетическом материале **жизни проблем** ЕНЗ [10-11].

IV. Борьба за духовную, мыслительную суть человека естественна и неудержима. Значительная роль принадлежит эстафете современников С-ИК – А. Колмогорову, В. Успенскому, Л. Семенову. Колмогоров на гильбертовом пути зафиксировал единство отображении и аксиоматического метода (фактически «застолбил» фундаментальное значение ЯК). Успенский предложил продуктивный фундамент модели человека: истина-ложь, знаемое-незнаемое, понимаемое-непонимаемое. Семенов рассмотрел вложение перечисленных конструктов в инструменты С-ИК [19].

Позитивный итог. Возможно повторить подвиг Евклида, приобщившего род к математике, – восстановить греческий монизм языком категорий математики ЯК в условиях С-ИК, используя наши способности к глоттогенезу. Означает – способствовать переходу ОТ человека-эксперта по «не знаю многое» и пользователя инструкций по «чудесам» знания К человеку-рациональному по «точно знаю, насколько не знаю каждое из многого» и конструктору-себя как смыслового природного организма. Возможность когнитивной революции – ПОСТРОЙ СЕБЯ – обусловлено развитием: математической объективации до ЯК и метаматематики; теории познания до наукообразования-жизневоззрения от наукоучения-мировоззрения.

Тем самым с необходимостью добьемся разрешения пятисотлетнего кризиса образования, во многом обязанного социуму, насаждающему «искусственный» интеллект человеку при его ограничении профессиональной реальностью [20]. В

наукоемкой С-ИК ее же технологии требуют и позволяют обеспечить развитие смыслового сознания естественного интеллекта [21].

Литература

1. Моисеев Н.Н. Как далеко до завтрашнего дня…Свободные размышления. 1917-1933. Собр. соч. Т.1. М.: МНЭПУ, 1997. 310 с.
2. Моисеев Н.Н. Мировое сообщество и судьба России. Собр. соч. Т. 2. М.: МНЭПУ, 1997. 272 с.
3. Моисеев Н.Н. Время определять национальные цели. Собр. соч. Т. 3. М.: МНЭПУ, 1997. 258 с.
4. Моисеев Н.Н. Алгоритмы развития. М.: Наука, 1995 . 304 с.
5. Моисеев Н.Н. Современный рационализм. М.: МГВП КОКС, 1995. 376 с.
6. Моисеев Н.Н Историческое развитие и экологическое образование. М.: МНЭПУ, 1995. 54 с.
7. Громыко В.И., Казарян В.П., Васильев Н.С., Симакин А.Г., Аносов С.С. Искусственный интеллект в системно-информационной культуре (новые горизонты) // Ломоносовские чтения МГУ. ВМК, 2017. С. 119-120.
8. Громыко В.И., Казарян В.П., Васильев Н.С., Симакин А.Г., Аносов С.С. Суперкомпьютер для образования в системно-информационной культуре // Ломоносовские чтения МГУ. ВМК, 2016. С. 76-77.
9. Громыко В.И., Казарян В.П., Васильев Н.С., Симакин А.Г., Аносов С.С. Интеграция науки и образования: видимое будущее // Материалы научно-практической конференции с международным участием «Образование и наука: современные аспекты интеграции». М., 17 ноября 2016 г., философский факультет МГУ имени М.В. Ломоносова. М.: «Издатель Воробьев А.В.», 2016. 193 с. (Электронное издание). С. 47-52.
10. Громыко В.И., Казарян В.П., Васильев Н.С., Симакин А.Г., Аносов С.С. Consciousness technology // Interdisciplinary Scientific Journal The Complex Systems, 2016. Т. 3. № 1. С. 46-61.
11. Васильев Н.С., Громыко В.И. Образовательная модель рациональной самоорганизации учащегося // Междисциплинарный журнал «Сложные системы», 2016. Т. 20, № 3. С. 55-78.
12. Громыко В.И., Казарян В.П., Васильев Н.С., Симакин А.Г., Аносов С.С. Стратегический подход к образованию: разум познания как подсознание // Труды. Семнадцатая Международная научная конференция «Цивилизация знаний: российские реалии». М.: РосНОУ, 2016. С. 93-102.
13. Громыко В.И., Казарян В.П., Васильев Н.С., Симакин А.Г., Аносов С.С. Образование в системно-информационной культуре // Материалы научно-практической конференции с международным участием «Образование и наука: современные аспекты интеграции». М., 18 ноября 2015 г., философский факультет МГУ имени М.В. Ломоносова. М.: «Издатель Воробьев А.В.», 2015. 136 с. (Электронное издание). С. 41-44.
14. Громыко В.И., Казарян В.П., Васильев Н.С., Симакин А.Г., Аносов С.С. Самоорганизация учащегося – системные формы и естественнонаучные смыслы. Труды 16-й международной конференции. «Цивилизация знаний: российские реалии». М.: РосНОУ, 2015. С. 139-149.
15. Васильев Н.С., Громыко В.И. Пропедевтические курсы математики в условиях непрерывного образования // Гуманитарный вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2015. Т.2, №28. С.1-17. URL: http://hmbul.bmstu.ru/catalog/edu/pedagog/228.html.

16. Гуссерль Э. Логические исследования. Т.II. Исследования по феноменологии и теории познания. М.: ozon.ru, 2011. 576 с.
17. Штейнер Р. Очерк теории познания Гетевского мировоззрения, составленный, принимая во внимание Шиллера. М.: Парсифаль, 1993. 144 с. (Очерк написан в 1886 г.)
18. Цоколов С. Дискурс радикального конструктивизма. Традиции скептицизма в современной философии и теории познания. Мюнхен: Phren, 2000. 333 с.
19. Успенский В.А. Предисловие к математике. С-Пб.: Амфора, 2015. 476 с.
20. Свасьян К.А. Очерк философии в самоизложении. М.: ИОИ, 2015. 240 с.
21. Библер В.С. От наукоучения – к логике культуры: два философских введения в двадцать первый век. М.: Политиздат, 1990. 413 с.

БИФУРКАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ПОВЕДЕНИЯ ПОПУЛЯЦИИ В УСЛОВИЯХ БОЛЬШИХ БИОСФЕРНЫХ ЦИКЛОВ[8]

Г.К.Каменев

Вычислительный центр ФИЦ ИУ РАН; Россия, 119991, г. Москва,
ул. Вавилова, 40; тел.: (499) 1351209, факс (499) 1356159, e-mail: gkk@ccas.ru

Аннотация. В работе исследуется поведение такой классической компоненты биоты, как популяция леммингов, в условиях больших биосферных циклов, включающих временный выход в области хаоса и в окрестность сингулярности и возвращение в устойчивое состояние. Использована пошаговая динамическая модель популяции с тремя параметрами, характеризующими состояние окружающей среды. Предложен метод аппроксимации аттракторов и бифуркационных диаграмм вдоль кривых в пространстве параметров. Проведено сравнение бифуркационной диаграммы с модельной траекторией системы. Показано, что для рассматриваемой популяции процесс деструкции устойчивого поведения является обратимым.

Ключевые слова: дискретное отображение, методы аппроксимации неявно заданных множеств, имитационное моделирование, биологическая популяция, трубки траекторий, аттракторы, бифуркационные диаграммы, биосферные ритмы, устойчивость.

1. Согласно перечню глобальных вопросов повестки дня ООН «изменение климата является одним из основных современных вызовов» [1]. В своей ставшей классической работе [2] Н.Н. Моисеев указал, что биота «является удивительным регулятором, способным поддерживать состояние биосферы или ее отдельных составляющих, содержащих элементы биотической природы, в относительно жестких пределах несмотря на то, что разнообразные внешние воздействия (космического, вулканического, антропогенного или иного происхождения) могут достигать катастрофических масштабов». Излагая основные идеи универсального эволюционизма Н.Н. Моисеева, его ученик А.А. Петров писал: «Биота удерживает все параметры биосферы в малой области, где возможны ее существование и эволюция. В наше время социальное и техническое развитие достигло такого состояния, что активность человечества может нарушить глобальное равновесие биосферы и вызвать экологическую катастрофу» [3]. Из этого делается вывод, что «граница «запретной зоны» должна содержать бифуркационные значения параметров биосферы» [4]. На способности человечества глобально удержаться в отмеченных границах еще остается некоторая надежда, однако локальный выход в «запретные зоны» для отдельных компонентов биоты можно считать неизбежным. Целью настоящей работы является исследование поведения такой классической компоненты биоты, как популяция леммингов, в условиях больших биосферных циклов, включающих временный выход в области хаоса и в окрестность сингулярности и возвращение в устойчивое состояние. Разумеется, механизм такого возвращения не может быть описан на уровне отдельной компоненты биоты. Вместе с тем, мы покажем, что если рассматриваемая популяция

[8] Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ, проект 14-11-00432.

обладает внутренними ресурсами, сохраняющими ее в своей экологической нише, то процесс деструкции устойчивого поведения является обратимым: возникающие периоды с хаотической динамикой в экстремальных условиях сменяются вполне упорядоченным поведением со структурами в виде популяционных циклов малого периода.

В настоящей работе рассматривается поведение популяции леммингов. Известно, что в такой популяции действуют защитные, так называемые биосоциальные законы [5]. Как показывают наблюдения [6-10], динамика численности в различных регионах может характеризоваться как цикличностью, так и нестабильными колебаниями. В настоящей работе исследуется модель популяции, основанная на одномерном унимодальном разностном уравнении с параметрами, связывающими численность леммингов в двух соседних годах [6-8]. С помощью данной модели удалось воспроизвести временную динамику, качественно близкую к динамике численности реальных популяций леммингов. В [9, 10] поведение такой системы исследовалось методом аппроксимации и визуализации неявно заданных множеств [11, 12]. Было показано, что рассматриваемый метод позволяет исследовать бифуркационные диаграммы дискретной системы, представляющие собой изображения зависимости ее аттрактора от изменения одного из параметров.

В настоящей работе мы покажем, что метод аппроксимации и визуализации неявно заданных множеств позволяет построить и визуализировать бифуркационную диаграмму по произвольной кривой в пространстве параметров, включающей в себя как участки с устойчивыми циклами, так и области хаоса, в которых присутствуют аномальные зоны больших или бесконечных периодов. Будет проведено сравнение бифуркационной диаграммы с модельной траекторией системы. Это сравнение показывает, что бифуркационные диаграммы вдоль контуров в пространстве параметров позволяют описывать динамику численности популяции при медленном временном дрейфе биосферных параметров, в том числе антропогенного характера.

2. Рассмотрим разностное уравнение, связывающее нормированную численность $Y(t)$ леммингов в двух соседних годах:

$Y(t+1)= F(Y(t) , \lambda))$, где $\lambda=(P, r, d)\in\mathbf{R}^3$,

$$F(Y,\lambda)=\begin{cases} PY, & Y\le 1/P \\ 1-r(Y-1/P), & 1/P<Y\le 1/P+(1-d)/r \\ d & 1/P+(1-d)/r<Y\le 1 \end{cases}.$$

Здесь P, d и r описывают параметры среды обитания, на которые косвенно могут влиять биосферные климатические процессы, в том числе антропогенного характера. Параметр P характеризует прирост биомассы леммингов в благоприятный год. Величина d есть нормированная биомасса леммингов в оптимальном биотопе (области пространства обитания с оптимальными условиями проживания – в оптимальном биотопе при любых условиях выживает определенное число зверьков [8]). Коэффициент r характеризует изменение биомассы леммингов в условиях нехватки кормов в весенний период. Таким образом, в рассматриваемой математической модели неявно записаны ресурсы популяции, предохраняющие ее от вымирания и перенаселения. Мы будем рассматривать область параметров λ, где $P, r > 1$ и $0<d<1$.

Для $x\in[0, 1]$ *траекторией* будем называть множество

$\mathbf{T}(x, \lambda)=\{(t, Y(t)): Y(t+1)= F(Y(t) , \lambda)), Y(0)=x, t=0, 1, \ldots\}$.

Для $X\subset[0, 1]$ *трубкой траекторий* над X будем называть множество

$\mathbf{T}(X, \lambda)= \{\mathbf{T}(x, \lambda): x\in X\}$.

При некоторых значениях x и λ значения $Y(t)$ начинают циклически повторяться, начиная с некоторого шага N. Такие траектории мы будем называть циклами

соответствующего периода, а набор повторяющихся значений – терминальным множеством траектории. Если терминальное множество оказывается устойчивым для всех $x \in U$, то такое терминальное множество мы будем называть *аттрактором*, соответствующим набору параметров λ в множестве U. Более формально, для $\mathbf{T}(x, \lambda)$, $x \in U$, определим аттрактор как множество

$$\mathbf{A}(U, \lambda) = \bigcap_{t=0}^{\infty} \bigcup_{U} (Y(t)), \text{ где } (t, Y(t)) \in \mathbf{T}(x, \lambda), x \in U.$$

Пусть задана параметризованная кривая Г в пространстве параметров: $\Gamma = \{\lambda(\phi): \phi \in [a, b]\}$. Множество

$\mathbf{D}(U, \Gamma) = \{(\phi, \mathbf{A}(U, \lambda(\phi))): \lambda(\phi) \in \Gamma\}$

назовем *бифуркационной диаграммой* вдоль кривой Г. В нашем случае она показывает, как меняется устоявшееся поведение популяции при изменении параметров окружающей среды. Опишем используемый способ приближенного построения бифуркационных диаграмм вдоль контура параметров.

3. Универсальным средством аппроксимации сложных метрических объектов являются метрические ε-сети. Пусть A и U – непустые подмножества пространства $\mathbf{R}$ с метрикой ρ. Множество U называется метрической *ε-сетью для A*, если любая точка A расположена на расстоянии не большем, чем ε, от некоторой точки U [13]. Если конечное U является метрической ε-сетью для A, то множество A имеет *аппроксимацию* в виде *ε-покрытия*, состоящего из системы шаров радиуса ε с центрами в точках U. Эффективные методы построения ε-сетей известны лишь в простейших случаях. В настоящей статье будет использован подход, разработанный в [14] для стохастически заданных множеств, т.е. для множеств с заданной на них вероятностной мерой. Предполагается, что имеется возможность получения независимых выборок значительного объема, т.е. случайных точек, принадлежащих ограниченному носителю в заданном метрическом пространстве. Заметим, что при стохастическом подходе к построению метрических сетей и покрытий возникает дополнительная проблема надежности оценок точности и качества.

Пусть задано некоторое конечное множество $T \subset \mathbf{R}$. Обозначим через $(T)_\varepsilon$ его открытую ε-окрестность, т.е. множество $(T)_\varepsilon = \{a \in \mathbf{R}: \exists t \in U, \rho(t, a) < \varepsilon\}$, обозначим также $[T]_\varepsilon = \{a \in \mathbf{R}: \exists t \in T, \rho(t, a) \le \varepsilon\}$. Пусть на борелевской σ-алгебре $\mathbf{B}(A)$ задана вероятностная мера $\mu(\cdot)$, $\mu(A)=1$. Множество T называется *(ε,δ)-сетью* для A, если $\mu(A/[T]_\varepsilon) \le \delta$, т.е. любая точка A, за исключением множества меры δ, расположена на расстоянии не большем, чем ε, от некоторой точки U [15].

Рассмотрим теперь задачу построения аппроксимации *неявно заданного множества*. Пусть задано отображение $f: X \to A$, где X и A – компакты. Под задачей аппроксимации *неявно заданного множества с вероятностной мерой* мы будем понимать задачу построения явного описания покрытия с заданной метрической точностью, при наличии вероятностной меры, *заданной на прообразе X*.

Пусть на борелевской σ-алгебре $\mathbf{B}(X)$ задана вероятностная мера μ_X, $\mu_X(X)=1$. Рассмотрим случай, когда отображение $f: X \to A$ измеримо. Для дальнейшего изложения достаточно считать, что для отображений f и любого конечного подмножества T из $A=f(X)$ при любом $\varepsilon>0$ справедливо $f^{-1}((T)_\varepsilon \cap f(X)) \in \mathbf{B}(X)$, где под f^{-1} понимается полный прообраз. Таким образом, отображение f индуцирует на множестве A вероятностную μ со свойством $\mu(S) = \mu_X(f^{-1}(S))$, $S \in \mathbf{B}(A)$. Заметим, что даже если искомая мера прообраза μ_X была равномерной, индуцированная мера не будет обладать этим свойством.

Множество $T \subset \mathbf{R}$ назовем *ε-сетью* для A *полноты* η, если $\mu((T)_\varepsilon \cap A) \geq \eta$. Величину $\pi((T)_\varepsilon \cap A)$ – *полнотой* этого покрытия. Поскольку $A/[T]_\varepsilon \subset A/(U)_\varepsilon$, то *$\varepsilon$-сеть полноты* η является $(\varepsilon, 1\text{-}\eta)$-сетью.

Рассмотрим вопрос об оценке полноты аппроксимации. Пусть конечное $T \subset A$ задано, обозначим $A^T(s) = \{a \in A: a \in (T)_s\}$. Ясно, что $A^T(s) \in \mathbf{B}(A)$. Обозначим через $\eta^T(s) = \mu(A^T(s))$ функцию распределения случайной величины, равной расстоянию от случайной точки из A до множества T. Воспользуемся контрольной выборкой $H_N = \{a_1, ..., a_N\}$ из A для оценки величины $\eta^T(s)$.

Обозначим через $\eta^{(T)}(s, H_N)$ выборочную функцию распределения для $\eta^T(s)$:

$$\eta^{(T)}(s, H_N) = n(s)/N, \; n(s) = \text{card}\,\{t \in H_N: \rho(t, T) < s\}.$$

Возникает вопрос: насколько хорошо выборочная функция распределения $\eta^{(T)}(s, H_N)$ представляет подлинную функцию распределения $\eta(s)$? Воспользуемся методами статистики. Обозначим через $\mathbf{P}$ вероятность, определенную на пространстве выборок объема N из множества A. Согласно [14] справедливо следующее утверждение.

Пусть задана некоторая величина χ, $0<\chi<1$. Обозначим

$$\Delta(\chi, N) = \sqrt{-\frac{\ln(1-\chi)}{2N}}.$$

Тогда для вероятности правильной оценки значения $\eta(s)$ по выборочной величине $\eta(s, H_N)$ имеем следующее утверждение:

$$\mathbf{P}\,\{\eta^T(\varepsilon) > \eta^{(T)}(\varepsilon, H_N) - \Delta(\chi, N)\} \geq \chi.$$

Это значит, что доля тестовых выборок, в которых подлинное значение величины $\eta(s)$ можно оценить величиной $\eta^{(T)}(s, H_N) - \Delta(\chi, N)$, не менее χ. Поэтому величину χ можно назвать *надежностью* выборочной оценки. Поскольку за счет увеличения N значение $\Delta(\chi, N)$ может быть сделано сколь угодно малым, из приведенного утверждения вытекает возможность оценки полноты ε-сети с любой, меньшей единицы, надежностью и любым малым отклонением от выборочного значения.

Для N=30000 и χ=0.999 имеем $\Delta(\chi, N)$=0.01. Это значит, что приблизительно для 999 тестовых выборок из 1000 подлинное значение величины $\eta(s)$ можно оценить величиной $\eta(s)$-0.01.

В случае задачи аппроксимации множества с вероятностной мерой в [14] предложен алгоритм метода Глубоких Ям для построения ε-сетей. Этот алгоритм позволяет, на основе фильтрации потока случайных точек, строить ε-сети с числом элементов, близким к минимально возможному при заданном ε. Свойства алгоритма подробно рассмотрены в [14]. Здесь мы только отметим, что при должном выборе параметра N рассмотренный метод позволяет для вполне ограниченного множества, в том числе неявно заданного, строить ε-сети для любой заданной точности $\varepsilon>0$, полноты η, $0<\eta<1$ и надежности χ, $0<\chi<1$.

Рассмотрим теперь задачу аппроксимации аттрактора и построения бифуркационных диаграмм. Методы построения ε-сетей пригодны только для ограниченных множеств. Пусть заданы достаточно большие числа N_1 и N_2, $N_2 > N_1$. В качестве ограниченных аналогов аттрактора и бифуркационной диаграммы рассмотрим множества

$$\mathbf{AN}(U, \lambda) = \{Y(t): (t, Y(t)) \in \mathbf{T}(x, \lambda), x \in U, N_1 \leq t \leq N_2\},$$

$$\mathbf{DN}(U, \Gamma) = \{(\lambda, \mathbf{AN}(U, \lambda)): \lambda \in \Gamma\}.$$

Эти множества, в свою очередь, можно рассматривать как множества, заданные неявно.

Пусть $\xi=(x, t)\in\Xi$, $\Xi=U\times[N1, N2]$, $f_{AN}(\xi, \lambda)=Y(t)$, где $(t, Y(t))\in\mathbf{T}(x, \lambda)$. Тогда

$\mathbf{AN}(U, \lambda) = f_{AN}(\Xi, \lambda)$.

Таким образом, построение аттрактора может быть осуществлено на основе генерирования большого числа случайных точек (x, t) в пространстве начальных значений размера популяции и терминального времени расчета, фильтрации точек алгоритмом [14] и оценки точности ε для заданных полноты η и надежности χ.

Пусть $\zeta=(\xi, \phi)\in Z$, $Z=\Xi\times[a, b]$, $f_{DN}(\zeta)=(\phi, f_{AN}(\Xi,\lambda(\phi))$. Тогда

$\mathbf{DN}(U, \Gamma) = f_{DN}(Z)$.

Таким образом, построение бифуркуционной диаграммы может быть осуществлено на основе генерирования случайных точек (x, t, ϕ) в пространстве начальных значений размера популяции, терминального времени расчета и параметра, определяющего величины трех параметров окружающей среды на заданной кривой, фильтрации точек алгоритмом [14] и оценки точности для заданных полноты η надежности.

В дальнейшем в настоящей статье при аппроксимации объектов принята оценка качества ε-покрытия с надежностью χ=0.999 на выборках объема N=30000. Точность аппроксимации рассчитывается из условия $\eta^{(T)}(\varepsilon, H_N)$=1, откуда следует, что полнота построенного ε-покрытия, где ε рассчитано на основе тестовой выборки, не меньше 0.99 в 999 тестовых выборках из 1000. Аппроксимация производится до достижения точности, обеспечивающей достаточную наглядность визуализации исследуемого объекта. Для двухмерных изображений это приблизительно 10^{-4} от относительного размера множества, для трехмерных изображений – 10^{-3}. Время построения аппроксимации двухмерных объектов на современном персональном компьютере составляет несколько десятков минут, трехмерных объектов – около десяти часов.

4. Рассмотрим сочетание параметров, для которого существует устойчивый цикл малого периода. Такое поведение характерно, например, для популяции леммингов Таймыра [9].

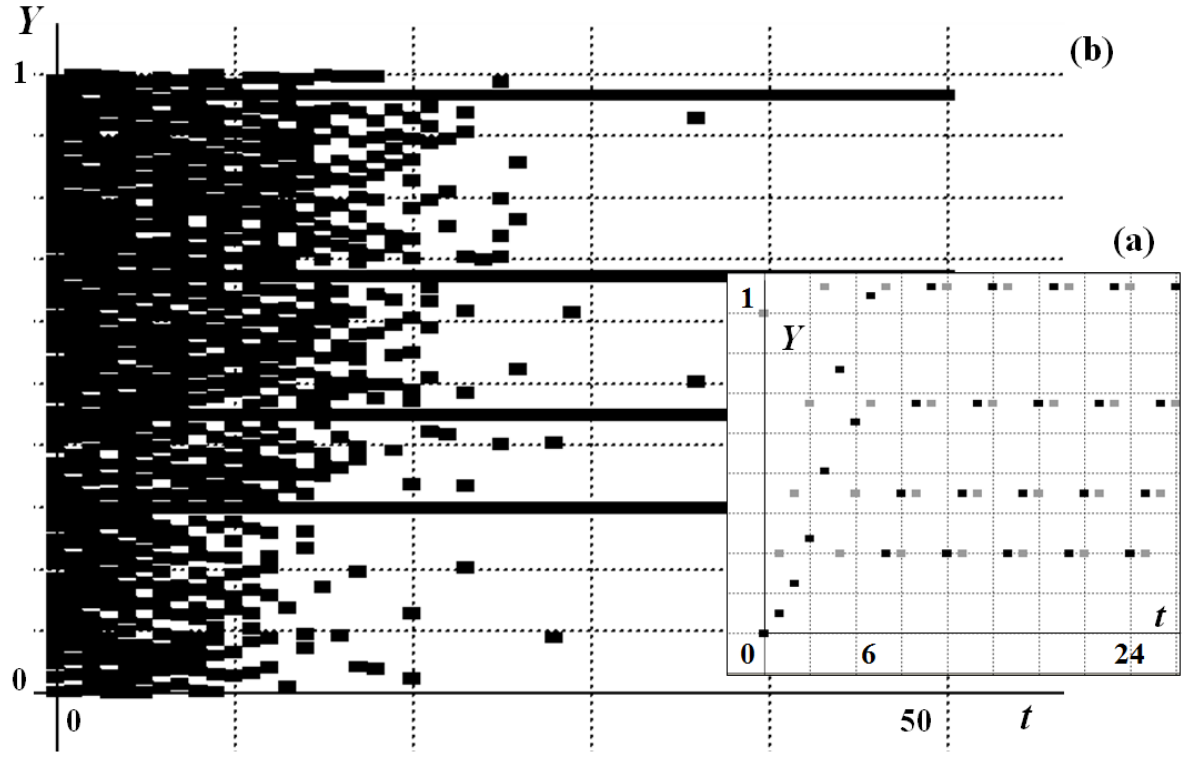


Рис. 1. Две траектории (a) и трубка траекторий (b) при λ*

Пусть λ^*=(1.5, 4, 0.3). На рис. 1,a приведены две траектории: **T**({0.1}, λ^*) и **T**({0.9}, λ^*). Из рисунка видно, что при t>10 они имеют одинаковое терминальное четырехточечное множество. Таким образом, эти траектории являются циклами с периодом 4. На рис. 1,b приведена аппроксимация трубки траекторий **T**([0.01, 0.99], λ^*) (для большей наглядности покрывающие шары на рисунке сильно увеличены). Из рисунка видно, что при $N\geq 40$ все возможные траектории интервала [0.01, 0.99] имеют одинаковое терминальное четырехточечное множество (аттрактор), причем точка $\{d\}$ принадлежит этому аттрактору. Таким образом, траектории (за исключением, возможно, траекторий, исходящих из множества малой меры) при λ^* являются устойчивыми циклами с периодом 4.

Исследуем бифуркационные свойства, т.е. устойчивость аттрактора, в окрестности заданного сочетания параметров. Рассмотрим точку λ^*. Как было показано выше, в этой точке для всех стартовых значений x наблюдается аттрактор в виде устойчивого 4-цикла. В силу этого в дальнейшем ограничимся построением аттрактора и бифуркационной диаграммы для $U=\{d\}$.

Обозначим P^*=1.5, r^*=4 и d^*=0.3. Зафиксируем значение параметра $d=d^*$ и определим контур в пространстве параметров $\Gamma(R)$ как окружность $\lambda(\varphi, R) = (P(\varphi, R), r(\varphi, R), d^*)$, где $\varphi\in[0, 2\pi]$ и

$P(\varphi, R) = (1+\sin(\varphi)R)\, P^*$, $r(\varphi, R) = (1+\cos(\varphi)R)\, r^*$.

Здесь $R\geq 0$ – масштабирующий множитель, характеризующий удаление точек кривой в пространстве параметров от точки λ^*. При R=0 кривая параметров совпадает с точкой λ^*, а при $\varphi=\pi$ и R^*=1-1/P^*=1/3 значение одного из параметров выходит на предельно допустимую величину $P(\pi, R^*)$=1.

На рис. 2 представлена зависимость бифуркационной диаграммы вдоль кривой $\lambda(\varphi, R)$, т.е. множества

DN($\{d^*\}$, $\Gamma(R)$) =$\{(\lambda(\varphi, R),$ **AN**($\{d^*\}$, $\lambda(\varphi, R)$)): $\lambda(\varphi, R)\in\Gamma(R)\}$,

от масштабного множителя R при R, близком к нулю. Для ясности сопряжения бифуркационных диаграмм при замыкании кривой в пространстве параметров показаны терминальные множества для $\varphi\in[0, 3\pi]$. Это построение осуществлено на основе генерирования большого числа случайных точек (φ, R, t), фильтрации точек алгоритмом [14] до достижения точности $\approx 10^{-3}$ при полноте 0.99 и надежности 0.999.

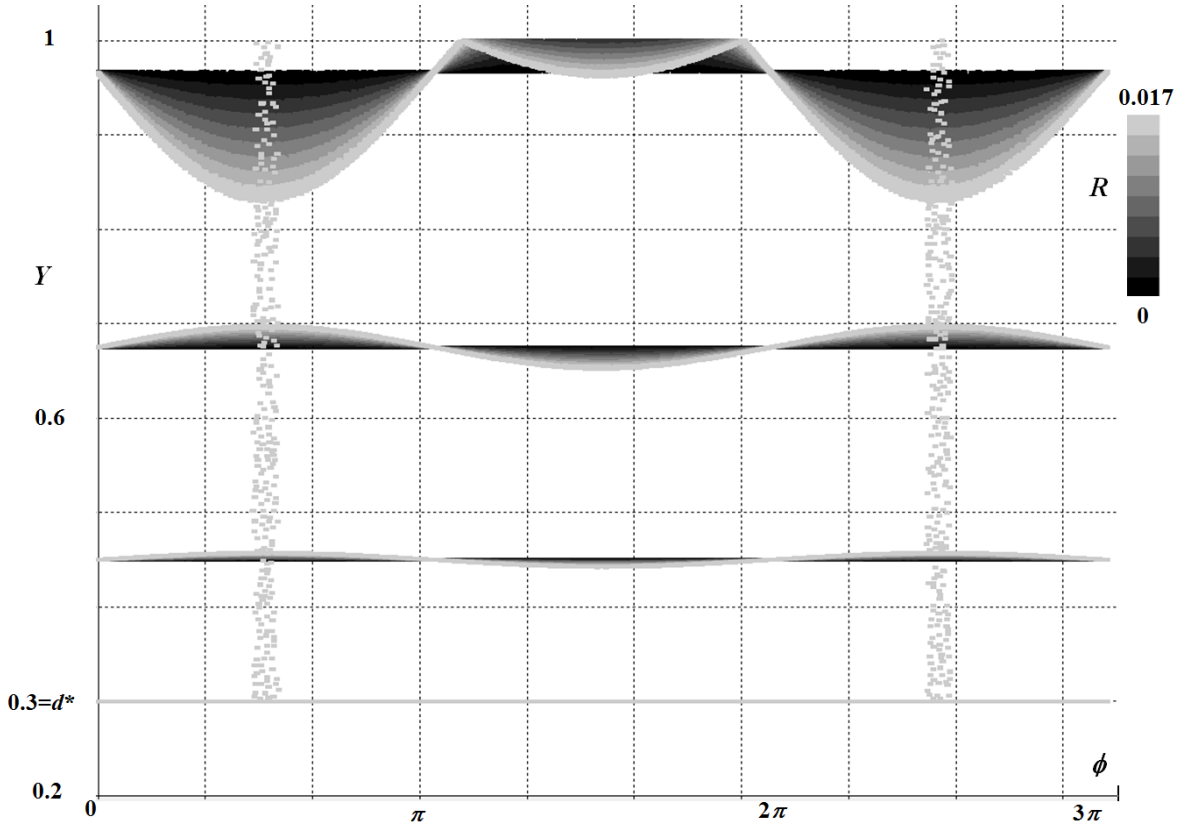


Рис. 2. Устойчивость аттрактора (Y) вдоль окружности (ϕ) в пространстве параметров в зависимости от расстояния (R) до точки λ^*

На рис. 2 слой с одинаковой штриховкой изображает бифуркационную диаграмму **DN**($\{d^*\}$, $\Gamma(R)$) при заданном R. При этом значение R указано на шкале справа. Темные слои представляют собой поведение аттрактора **AN**($\{d^*\}$, $\lambda(\varphi, R)$) при малых значениях масштабирующего множителя R, светлые – при больших. Видно, что до $R\approx0.015$, структурно, аттрактор вдоль кривой не меняется и представляет из себя, как и в точке λ^*, 4-цикл. При этом конкретные значения четырех точек аттрактора слегка видоизменяются, образуя кривые, соответствующие на рисунке конкретному цвету (штриховке). Нижняя точка аттрактора, соответствующая значению d^*, при этом не меняется. При $R>0.015$ происходит точечное разрушение 4-цикла (самый светлый слой с вертикальной переходной зоной хаоса при $\varphi\approx\pi/2$ и $\varphi\approx5\pi/2$. Здесь под *зоной хаоса* мы понимаем область параметров, при которых аттрактор системы имеет очень большое, возможно, бесконечное, число различных элементов, заполняющих, однако, ограниченную область. Заметим вместе с тем, что в рассматриваемой зоне нижняя точка аттрактора, соответствующая значению d^*, сохраняется.

Увеличению масштабирующего множителя R соответствует удаление от исходной точки λ^* в пространстве параметров. При этом бифуркационные свойства аттрактора вдоль рассматриваемой окружности усложняются.

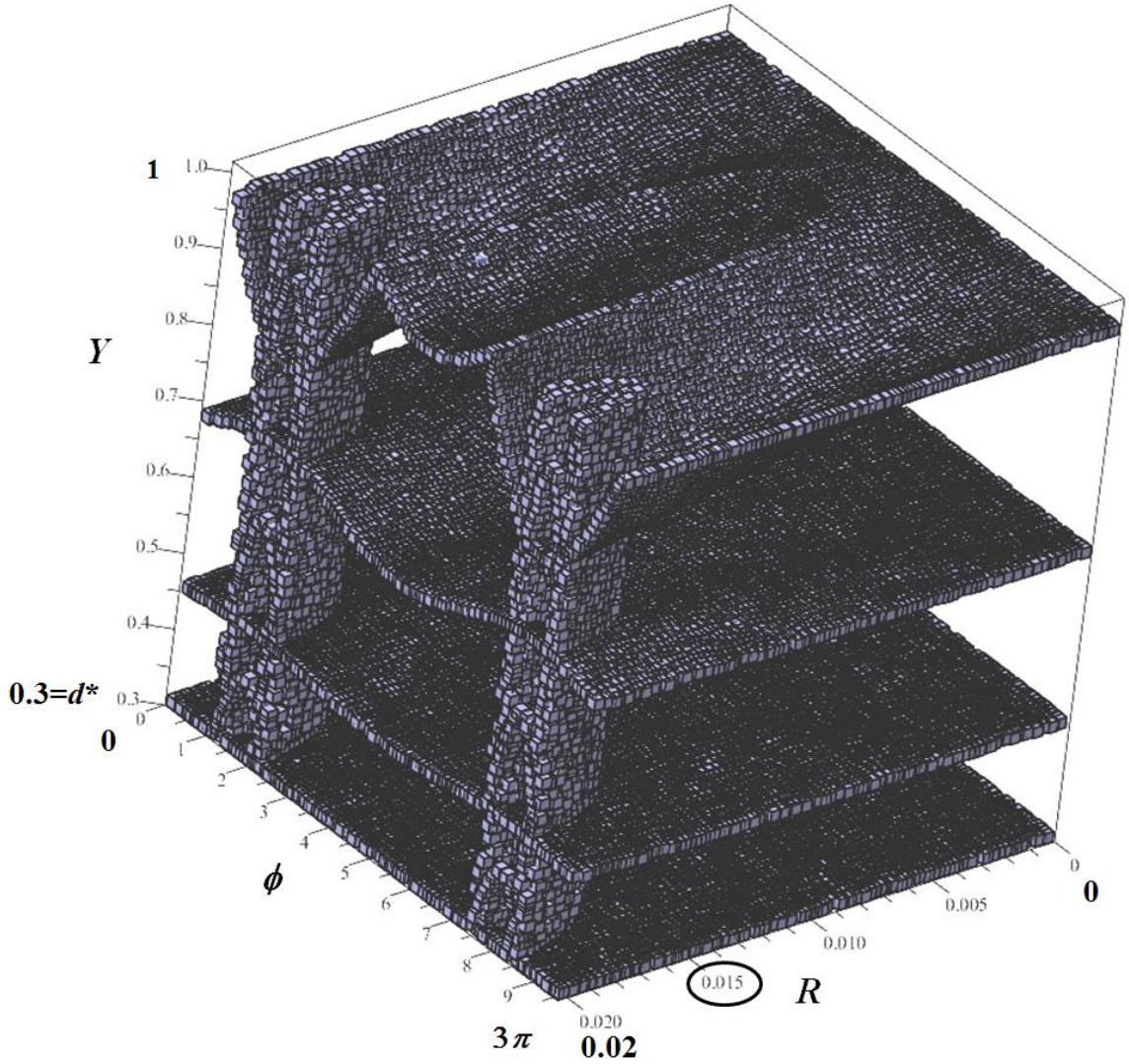


Рис. 3. Трансформация аттрактора (Y) вдоль окружности (ϕ) в пространстве параметров в зависимости от расстояния (R) до точки λ^*

На рис. 3 представлено трехмерное изображение трансформации бифуркационных диаграмм **DN**($\{d^*\}$, $\Gamma(R)$) при дальнейшем изменении R. На этом рисунке значение параметра ϕ, определяющего значения параметров на окружности $\Gamma(R)$, отложено по оси абсцисс. Значение величины R, определяющей радиус окружности, т.е. расстояние в пространстве параметров до точки λ^*, дано на оси ординат. На оси аппликат представлено множество точек аттрактора **AN**($\{d\}$, $\lambda(\varphi, R)$).

Будем двигаться по оси ординат от значений R=0 в сторону увеличения. Часть рисунка, определяющаяся условиями $0 \le R \le 0.015$, соответствует рис. 2 (величина 0.015 выделена овалом). Из рис. 3 видно, что в этой области аттрактор вдоль рассматриваемой окружности в пространстве параметров начинает деформироваться, оставаясь при этом четырехточечным. При этом верхний слой (максимальное значение в аттракторе) деформируется сильнее в области $\varphi \approx 3\pi/2$. При $\varphi \approx \pi/2$ и $\varphi \approx 5\pi/2$, как и на рис. 2, 4-точечный аттрактор начинает разрушаться (на рисунке возникают зоны хаоса в виде колонн), появляется множество промежуточных состояний. Однако область хаотического поведения системы вдоль величины R наступает ненадолго. Уже к $R \approx 0.02$ мы видим, что колонны, соединяющие четыре слоя аттрактора, являются пустотелыми и содержат перемычки. Это особенно наглядно видно из рис. 4, на котором изображена

бифуркационная диаграмма для R=0.02, соответствующая левому нижнему «краю» рис. 3.

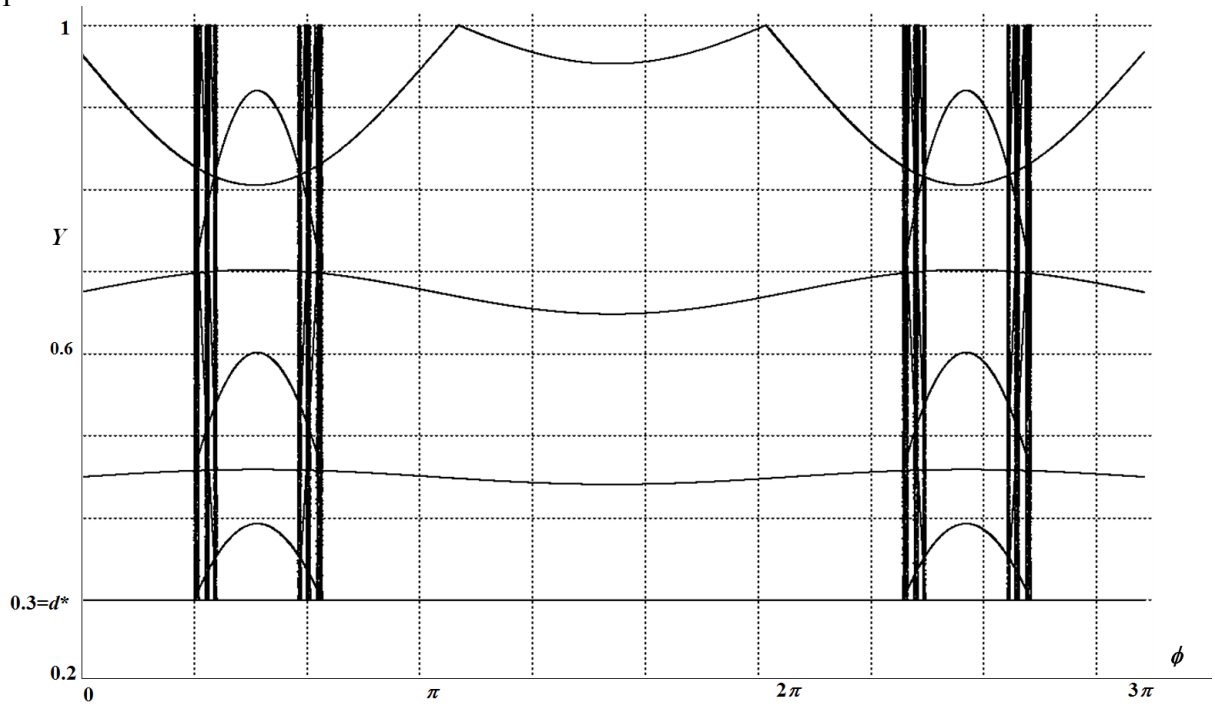


Рис. 4. Бифуркационная диаграмма вдоль контура при R=0.02

Из рис. 4 видно, что при R=0.02 рассматриваемая бифуркационная диаграмма содержит:

- основные участки с устойчивыми 4-циклами;
- участки с 7-циклами (по числу перемычек в двух полых «колоннах» на рис. 3);
- разделяющие их небольшие интервалы высоких периодов, а также очень узкие зоны хаоса (сплошные вертикальные стенки колонн на рис. 3).

Заметим, однако, что, как уже было сказано выше, во всей рассмотренной области значений R нижнее значение в аттракторе (нижний слой на рисунке) остается неизменным и равным d* – популяция в аттракторе всегда достигает своего минимума. Как показано ниже, это свойство при дальнейшем увеличении R сохраняется не всегда.

На рис. 5 представлена бифуркационная диаграмма **DN**({d*}, Γ(R)) для R=0.3<R*=0.33. Из рисунка видно, что на большем протяжении кривой доминирует устойчивый аттрактор в виде 3-цикла, на некоторых участках его сменяет 4-цикл и циклы более высоких порядков, в центре (при φ приблизительно от 3.7 до 5.4) находится зона хаоса, в которой выделяется *аномальная зона* A (при φ приблизительно от 4.2 до 4.8), когда аттрактор, состоящий из практически бесконечного числа точек, не касается минимального уровня популяции d*=0.3.

В аномальной зоне траектории, начавшись на минимально возможном уровне, более не возвращаются к нему в асимптотике. Это соответствует «перегреву» популяции, которая тем не менее остается ограниченной по численности. Такое поведение моделируемой системы можно сравнить с приближением к так называемой сингулярности или «катастрофе голубого неба» [16], сопровождающейся неограниченным ростом периода циклов траектории с сохранением ограниченности ее фазовой локализации. Область параметров модели, а также период циклов популяции вблизи сингулярности «голубого неба» более подробно рассмотрены в [9, 10]. Как видно из рисунка, имеет место быстрое восстановление циклических свойств системы при выходе из аномальной зоны: легко различимы 5-цикл B слева от A и 7-цикл C

справа от A. Это также соответствует свойству структурной устойчивости бифуркации «голубого неба» [17].

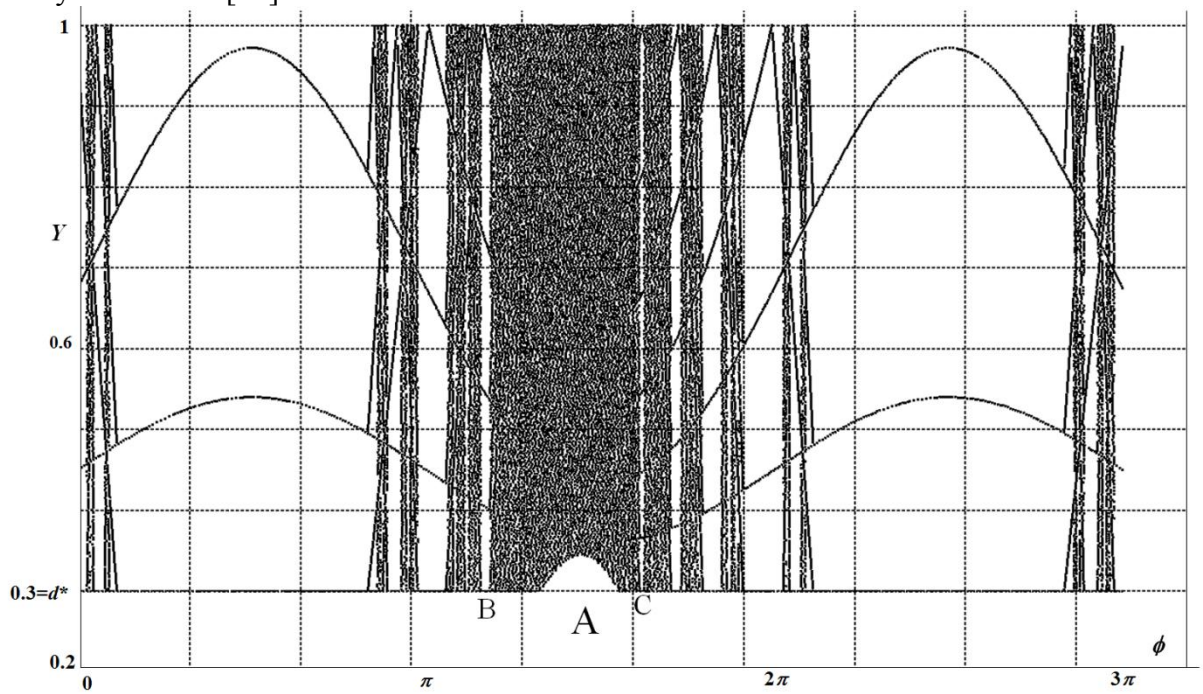


Рис. 5. Бифуркационная диаграмма вдоль контура при R=0.3

Приведенная на рис. 5 бифуркационная диаграмма позволяет описывать поведение траектории системы при изменяющихся со временем параметрах.
Пусть $Y(t+1)= F(t, Y(t) , \lambda))$,
где

$$F(t,Y,\lambda)=\begin{cases} P(t)Y, & Y \le 1/P(t) \\ 1-r(t)(Y-1/P(t)), & 1/P(t) < Y \le 1/P(t)+(1-d)/r(t) \\ d & 1/P(t)+(1-d)/r(t) < Y \le 1 \end{cases}.$$

На рис. 6 изображена траектория этой системы для $Y(0)=d^*$ при условии $d(t)= d^*=0.3$ и

$P(t) = (1+\sin(3\pi t/1500)R)\ P^*$,
$r(t) = (1+\cos(3\pi t/1500)R)\ r^*$, t=0,1, … 1500.

Из рисунка видно, что траектория отражает все типичные свойства бифуркационной диаграммы **DN**({d^*}, Γ(0.3)) с рис. 5: смену 3- и 4-циклов, переходные хаотические зоны и аномальную область (в районе t от 620 до 820), в которой значение фазы $Y(t)$ находится строго выше ступеньки d^*=0.3. При этом устойчивость аттрактора к стартовым значениям проявляется в том, что для описания траектории достаточно бифуркационной диаграммы, соответствующей одноточечному стартовому множеству U={d^*}.

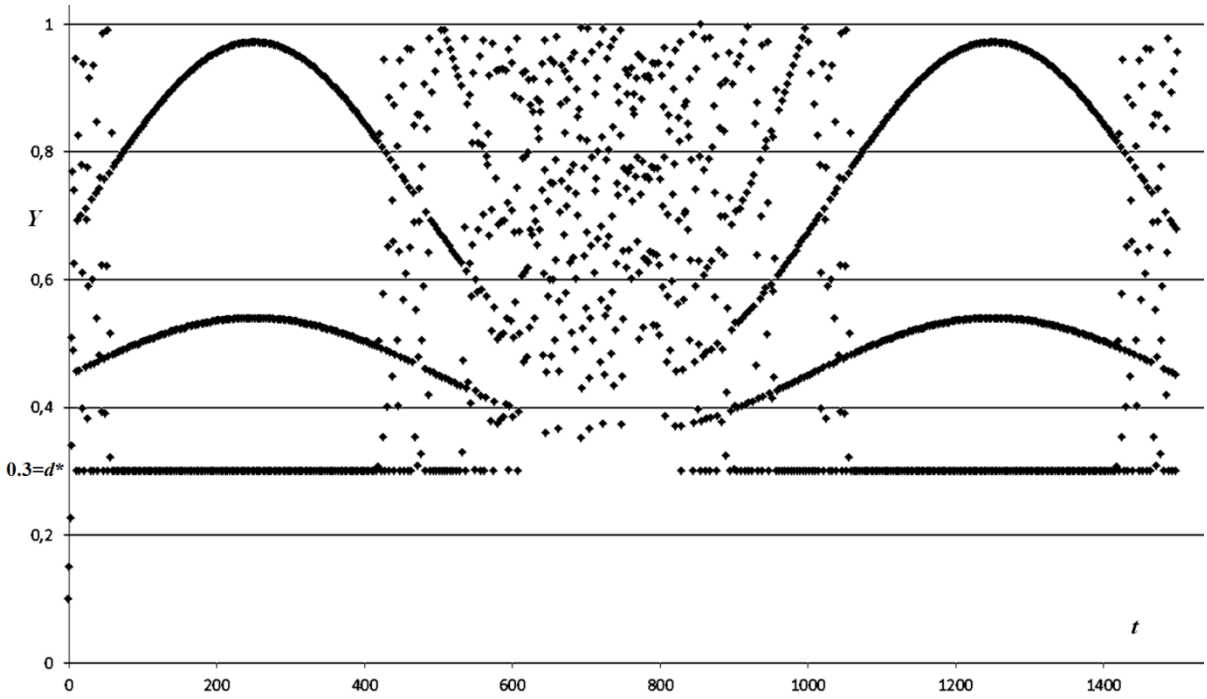


Рис. 6. Траектория для биосферного ритма в пространстве параметров

Вернемся теперь к исходной задаче моделирования популяции леммингов. Если считать шагом год, то приведенный анализ бифуркационных свойств вдоль кривой в пространстве параметров может быть интерпретирован как пример исследования поведения популяции при глобальных (столетних и тысячелетних) биосферных циклах и медленных ритмах, сопровождающихся изменением свойств природного окружения. Как видно из приведенного примера, наличие временных периодов с экстремальными для моделируемого сообщества условиями проживания (хаотическая динамика в переходных зонах и, особенно, в окрестности сингулярности) не приводит к вырождению или разрушению потенциала устойчивости популяции, а экстремальные режимы существования сменяются вполне упорядоченным поведением со структурами в виде популяционных циклов малого периода.

5. В настоящей работе мы исследовали поведение такой компоненты биоты, как популяция леммингов, в условиях климатических изменений. Была использована пошаговая динамическая модель популяции с тремя параметрами, характеризующими состояние окружающей среды. Была применена новая техника построения и исследования бифуркационных свойств асимптотического поведения системы вдоль контура в пространстве параметров. Было продемонстрировано, что рассматриваемая модель компоненты биоты позволяет описывать поведение популяции в аномальных условиях, близких к сингулярности периода. При этом популяция, математическое описание которой включает в себя механизмы биосоциальной адаптации, сохраняет свою способность к выживанию и структурной устойчивости и после выхода из «запретной зоны» экологической катастрофы. Исследование отдельной компоненты биоты не позволяет смоделировать сам механизм возвращения в нормальное состояние окружающей среды. Для этого необходимо целостное рассмотрение всех составляющих экологического развития, включая, разумеется, и антропогенные воздействия.

Литература

1. http://www.un.org/ru/sections/issues-depth/climate-change/index.html
2. *Моисеев Н.Н.* Биота как регулятор и проблема sustainability // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1994. Т. 34. N4. С. 533-544.
3. *Петров А. А.* Никита Николаевич Моисеев – судьба страны в судьбе ученого. М.: АНО журн. «Экология и жизнь», Библиотека журнала «Экология и жизнь», 2011.
4. *Моисеев Н.Н.* Универсальный эволюционизм (Позиция и следствия).// Избранные труды. Т. 2. Междисциплинарные исследования глобальных проблем. Публицистика и общественные проблемы. М: Вычистельный. центр им. А. А. Дородницына РАН. Фонд глоб. проблем выживания человечества им. Н. Н. Моисеева. М.: Тайдекс Ко, 2003. 262 с.
5. *Моисеев Н.Н.* Современный антропогенез и цивилизационные разломы. Экологический анализ. // Избранные труды. Т. 2. Междисциплинарные исследования глобальных проблем. Публицистика и общественные проблемы. М: Вычислительный центр им. А. А. Дородницына РАН. Фонд глоб. проблем выживания человечества им. Н. Н. Моисеева. М.: Тайдекс Ко, 2003. 262 с.
6. Саранча Д.А. Количественные методы в экологии. Биофизические аспекты и математическое моделирование. М.: МФТИ, 1996. 251 с.
7. *Орлов В.А., Саранча Д.А., Шелепова О.А.* Математическая модель численности популяции леммингов (Lemmus, Diorostonyx) и ее использование для описания популяций восточного Таймыра. // Экология. 1986. Т. 2. С. 43-51.
8. *Недоступов Э.В., Саранча Д.А., Чигерев Е.Н., Юрезанская Ю.С.* О некоторых свойствах одномерных унимодальных отображений // ДАН, 2010. Т. 430. №1. С. 23-28.
9. *Каменев Г.К. Лысенко Н.А., Люлякин О.Н., Поляновский В.О., Саранча Д.А., Юрезанская Ю.С.* Использование методов математического моделирования для анализа экологических объектов. М.: ВЦ РАН, 2015. 118 с.
10. *Georgy K. Kamenev, Oleg P. Lyulyakin, Dmitry A. Sarancha, Nikolai A. Lysenko, and Valery O. Polyanovskii.* From chaos to order. Difference equations in one ecological problem // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling 2016, 31 (5).Pp. 253-265.
11. *Лотов А.В., Бушенков В.А., Каменев Г.К., Черных О.Л.* Компьютер и поиск компромисса. Метод достижимых целей. М.: Наука, 1997.
12. *Lotov A.V., Bushenkov V.A., and Kamenev G.K.* Interactive Decision Maps. Approximation and Visualization of Pareto Frontier. Appl. Optimization. V. 89. Kluwer Academic Publishers. Boston / Dordrecht / New York / London. 2004.
13. *Колмогоров А.Н., Тихомиров В.М.* Е-энтропия и Е-емкость множеств в функциональных пространствах // Успехи матем. наук. 1959. Т. 14. N2. С. 3-86.
14. *Каменев Г.К.* Аппроксимация вполне ограниченных множеств методом Глубоких Ям // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2001. Т. 41. №11. С.1751-1760.
15. *Шеннон К.* Математическая теория связи (1948), приложение 7. //. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Изд. Иностранной литературы, 1963.
16. *Fuller, F.* An index of fixed point type for periodic orbits // Amer. J. Math. 89 (1967). Pp.133—148.
17. *Медведев В.С.* О новом типе бифуркаций на многообразиях.// Мат. сб., 1980. Т. 113, N3. С. 487−492.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ИЗМЕНЕНИЙ КЛИМАТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НА ПОПУЛЯЦИИ ЛЕММИНГОВ

Г.К. Каменев[1], * Д.А. Саранча[1], В.О.Поляновский[2]

[1]Вычислительный центр им.А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН,
Россия, 119333, г. Москва, ул. Вавилова , 40,
Тел.: (499)135-51-39, факс: (499)135-61-59,
e-mail: DmSaran@ya.ru

[2]Институт молекулярной биологии им. В.А. Энгельгардта РАН,
119991, Москва, ул. Вавилова, д. 32, e-mail: polyanovskyvo@yandex.ru

Аннотация. Для оценки влияния изменений климатических показателей на популяции леммингов используется разностное уравнение, обоснованное с помощью метода комплексных исследованиях, включающих в себя полный набор операций. Проведена идентификация параметров этого уравнения на рядах данных численности популяции леммингов в различных регионах России. Выявлена зависимость ведущего параметра разностного уравнения от абсолютного максимума температуры в регионе.

Ключевые слова: Экология, лемминги, математическое моделирование, комплексные исследования, разностное уравнение, идентификация параметров, зависимость параметров от температуры в регионе.

Экспансия "точных наук", увеличение доли междисциплинарных исследований, интеграция различных дисциплин – одна из современных научных тенденций. «В наше время задача «информатизации» описательных наук... внедрения методов информатики в описательные науки (является) одной из важнейших, может быть, самой важной проблемой близкого будущего» [1, с. 28].

1. Круг научных интересов Никиты Николаевича Моисеева был многообразен. Не последнее место занимали проблемы количественной экологии.

«Создание фундаментальной теории математических моделей биоты уже давно превратилось в одну из важнейших проблем» [2, с. 256]. В переходной фазе требуются определенные усилия для поддержания целостности развития количественной экологии, как симбиоза биологических, биофизических и математических подходов, как гармоничного сочетания конкретных и модельных исследований. Необходимо «...найти золотую середину между степенью реалистичности модели и возможностями ее исследования накопленным арсеналом математических методов» [3, с. 366].

Н. Н. Моисеев активно поддерживал использование методов математического моделирования в экологии, несмотря на их существенное отличия от привычных методов, применяемых в механике. В экологии, как и в других описательных (полуколичественных) областях знаний, как правило, теоретические построения опережают экспериментальные исследования. Отсутствуют установившиеся базовые уравнения, происходит их постоянный пересмотр, использование компьютерных технологий происходит с привлечением к построению математических моделей экспертов - биологов… Да и сам подход – ищется не адекватное описание, а наилучшее из возможных при данном уровне понимания проблемы, информации, возможностей

аналитических и вычислительных (имитационных) методов. В процессе моделирования происходит постоянный пересмотр базовых предположений, иногда используемых уравнений, порой происходит переход в новый класс математических моделей (от трофических моделей типа «хищник – жертва» [4, 7] к моделям с учетом возрастной структуры [5, 6] , к рассмотрению индивидуально ориентированных моделей [9, 19]).

2. Проблема обоснования уравнений, используемых в экологии, относится к наиболее актуальным вопросам математического моделирования. Процесс моделирования многоступенчатый – разные методы и разные подходы. Сочетание вычислительных экспериментов и аналитические исследования сопряженных упрощенных моделей. Интуитивные поиски наилучшего описания, через коррекции экспертной информации, деформаций на их основе математической структуры модели до строгих методов построения наилучшего математического описания, используя аппарат множества достижимости [8]. Объединение разнообразных подходов привели к разработке в Вычислительном центре РАН метода комплексных исследований (КОИС) [6-8] экологических объектов, который включают в себя всю последовательность операций :

- Сбор, отбор, анализ и переработка исходной (биологической) информации. Обоснование и построение детальных имитационных моделей; анализ их свойств.
- Формирование имитационной системы – набора взаимосвязанных моделей разной степени детализации, включающей в себя *упрощенные модели*, допускающие проведение аналитического (портретного) исследования.
- Формулирование на их основе гипотез о ведущих механизмах исследуемого явления.
- Оценка параметров моделей, исходя из реальных данных.

Метод КОИС был использован для анализа колебаний численности тундровых животных. Главное достоинство выбранного объекта – наличие ярко выраженных регулярных колебаний численности, что является надежным тестирующим эффектом.

На основе экспертно оцененных зависимостей была создана имитационная модель «растительность-лемминги-песцы» (РЛП), учитывающая сезонные изменения параметров. При этом были использованы междисциплинарные возможности компьютерных технологий при первоначальном формировании модели и ее последующих модификациях.

В результате вычислительных экспериментов были получены разнообразные динамические режимы, характерные для тундры колебания численности леммингов и песцов [4,6,7,19]. Результаты одного из них [7] представлены на рис. 1.

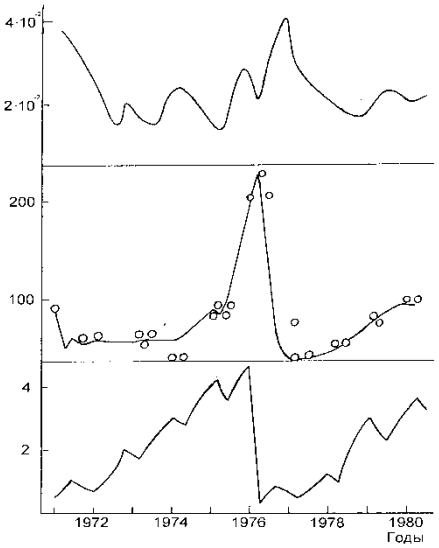


Рис. 1. Результаты одного из имитационных экспериментов с моделью РЛП [7], и зарегистрированная на острове Врангеля [18] динамика изменения численности копытного лемминга (отмечена кружками).

Неудовлетворенность традиционным окончанием исследований имитационных моделей – прогнозом динамических характеристик модели при различных сценариях внешних воздействий и стремление приблизиться к пониманию механизмов формирования динамики численности тундровых животных привели к созданию модели популяции леммингов [5], определяющей характер колебаний численности животных тундрового сообщества. Это дало возможность обосновать в качестве упрощенной модели одномерное разностное уравнение, связывающее численности леммингов (ведущего блока в модели РЛП) в двух соседних годах [4,6,7].

Стремление приблизиться к большему пониманию механизмов формирования динамики численности тундровых животных привело к формированию модели популяции леммингов, определяющих характер колебаний численности животных тундрового сообщества [4-6].

Для того была построена и проанализирована модель популяции леммингов с учетом возрастной структуры, привязанная к конкретному региону: пос. Тарея (Западный Таймыр). В основу модели были положены данные В.А. Орлова [5], дополненные литературными данными и экспертными оценками. Рассматривались два вида леммингов, обитающих в данном регионе: копытные и сибирские. Проведенные на ЭВМ расчеты воспроизвели характерные для Западного Таймыра трехлетние колебания численности для сибирских и копытных леммингов.

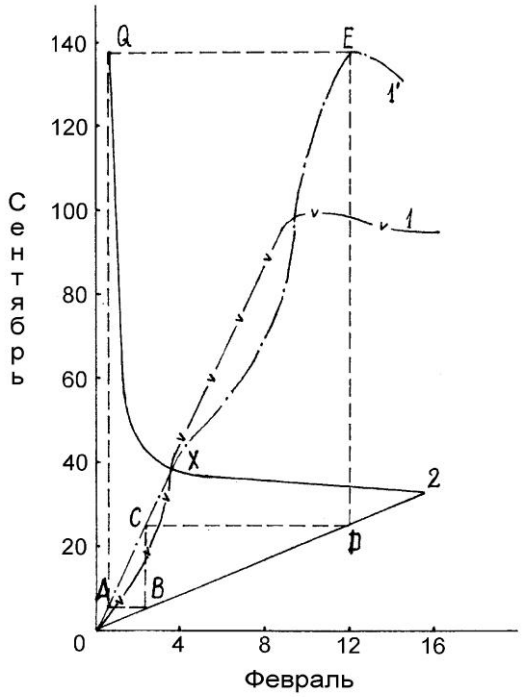


Рис.2. Функции последования и схема (пунктир) цикла леммингов

В результате аппроксимации результатов вычислительных экспериментов (рис.2) были получены две функции последования. Кривые 1, 1' – зависимость плотности в конце сезона размножения от плотности перезимовавших соответственно копытного и сибирского лемминга (выраженные в процентах от максимальной численности копытных леммингов). Кривая 2 – зависимость плотности в начале сезона размножения от плотности в конце предыдущего сезона для обоих видов леммингов. Пунктиром *ABCDEQA* выделен трехлетний цикл.

3. Применение комплексного подхода при моделировании тундровых популяций и сообществ позволило сформулировать количественные гипотезы о ведущих механизмах формирования колебаний численности тундровых животных, а также получить разностное уравнение, связывающее численности леммингов в двух соседних годах. Для нормированной переменной $\tilde{L} = L / L_{\max}$ оно имеет вид

$$\tilde{L}_{n+1} = \begin{cases} P\tilde{L}_n & \tilde{L}_n \le 1/P \\ 1 - r(\tilde{L}_n - 1/P), & 1/P < \tilde{L}_n \le 1/P + (1-d)/r \\ d & 1/P + (1-d)/r < \tilde{L}_n \le 1 \end{cases} . \qquad (1)$$

Здесь P – прирост биомассы леммингов в благоприятный год; величина d – нормированная биомасса леммингов в оптимальном биотопе, коэффициент r – характеризует изменение биомассы леммингов в условиях нехватки кормов в весенний период. Функция F монотонно возрастает на отрезке $[0, 1/P]$, при этом (при $P>1$) $F(X^t) > X^t$, достигает максимального значения $F(1/P) = 1$ и затем убывает, проходя через равновесную точку (положение равновесия (ПР)) $A = F(A)$, не равную (0,0).

Анализ функций последнего типа создал возможность выделения трех главных показателей, которые формируют динамические режимы колебаний численности леммингов: 1) скорости прироста биомассы в благоприятный год; 2) максимальной численности; 3) выживаемости в наиболее неблагоприятных условиях (или двух безразмерных – относительной скорости прироста популяции и доли гарантированно

выживших зверьков). Первый показатель характеризует баланс между процессами рождаемости и смертности во всех фазах развития, когда нет "давления среды"; второй – характеризует экосистему в целом и выступает в основном показателем коэволюции леммингов и кормовой базы; третий – характеризует адаптационные свойства леммингов в экстремальных условиях и во многом определяется локальными характеристиками, в частности рельефом местности в местах перезимовки.

4. Наличие предыдущего опыта моделирования, обоснование упрощенной модели в виде РУ позволило перейти на другой уровень описания – использование индивидуально-ориентированных моделей [8, 9, 19]. Для ее численного моделирования использован метод прямого статистического моделирования Монте-Карло [19] (рис. 3).

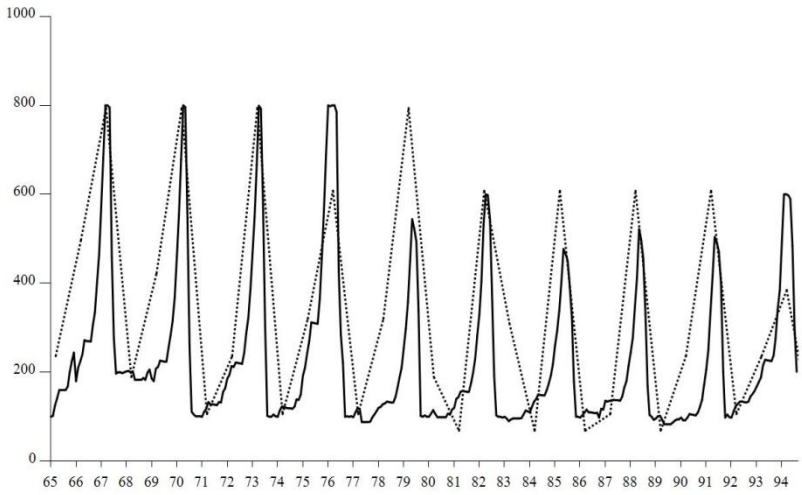


Рис. 3. Динамика численности популяции леммингов. Сплошная линия – результаты модельных исследований [19]. Пунктир – зарегистрированные данные [20]

5. Полученное разностное уравнение использовалось для оценки параметров популяций леммингов разных регионов по данным, предоставленным Л.М. Шиляевой (в 1978 г) [15]. Для решения рассматриваемой задачи применялся метод множеств идентификации, разработанный в ВЦ РАН [8-14].

Он состоит в следующем. Для модели объекта

$F(z, \lambda) = 0,$

где z − вектор наблюдаемых переменных, λ − неизвестный вектор параметров, $\lambda \in \Lambda$, требуется идентифицировать вектор параметров λ на множестве наблюдений $Z = \{z, k, k = 1,\ldots, K\}$, т е найти значения $\lambda^* \in \Lambda$, минимизирующее значение функции ошибок $\psi(\lambda)$: $\psi(\lambda^*) = \min\{\psi(\lambda): \lambda \in \Lambda\}$.

В качестве модели использовалось указанное выше разностное уравнение. В данном случае величина ошибки идентификации $\psi(\lambda)$ является функцией от пяти параметров: P, d, r, L_{max}, $L(0)$. Выделим в качестве основного параметр P, зафиксируем его, и будем изменять значения всех остальных параметров d^*, r^*, L_{max}^*, $Y(0)^*$.

В этом случае каждому значению параметра P^* соответствует множество значений функции $\psi(P, d^*, r^*, L_{max}^*, Y(0)^*)$ при $(P, d^*, r^*, L_{max}^*, Y(0)^*) \in U$ (см. жирный отрезок на рис. 3). Математически это множество является проекцией графика ошибок $\psi(\lambda)$ из шестимерного пространства $(P, d, r, L_{max}, Y(0), \psi)$ в двумерное пространство (P, ψ). Такое множество мы будем называть *множеством идентификации* для параметра P.

Задача состоит в том, чтобы построить это множество и визуально исследовать его локальные минимумы.

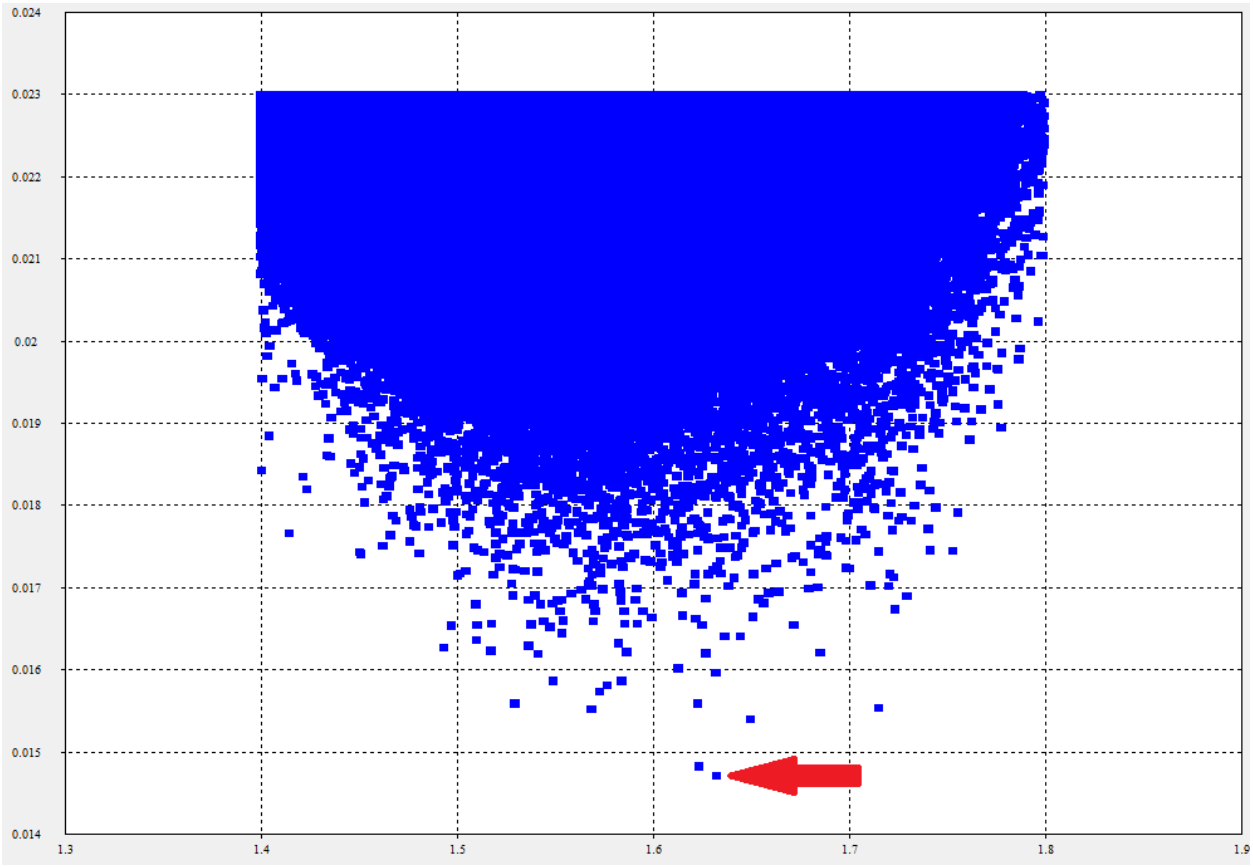


Рис. 4. Глобальный минимум

На рис. 4 глобальный минимум указан стрелкой. Далее восстанавливаем его прообраз: P = 1.632701, r = 4.048510, L_0= 0.676542, L_{max}= 3.938304, d = 0.259830, ψ = 0.014713.

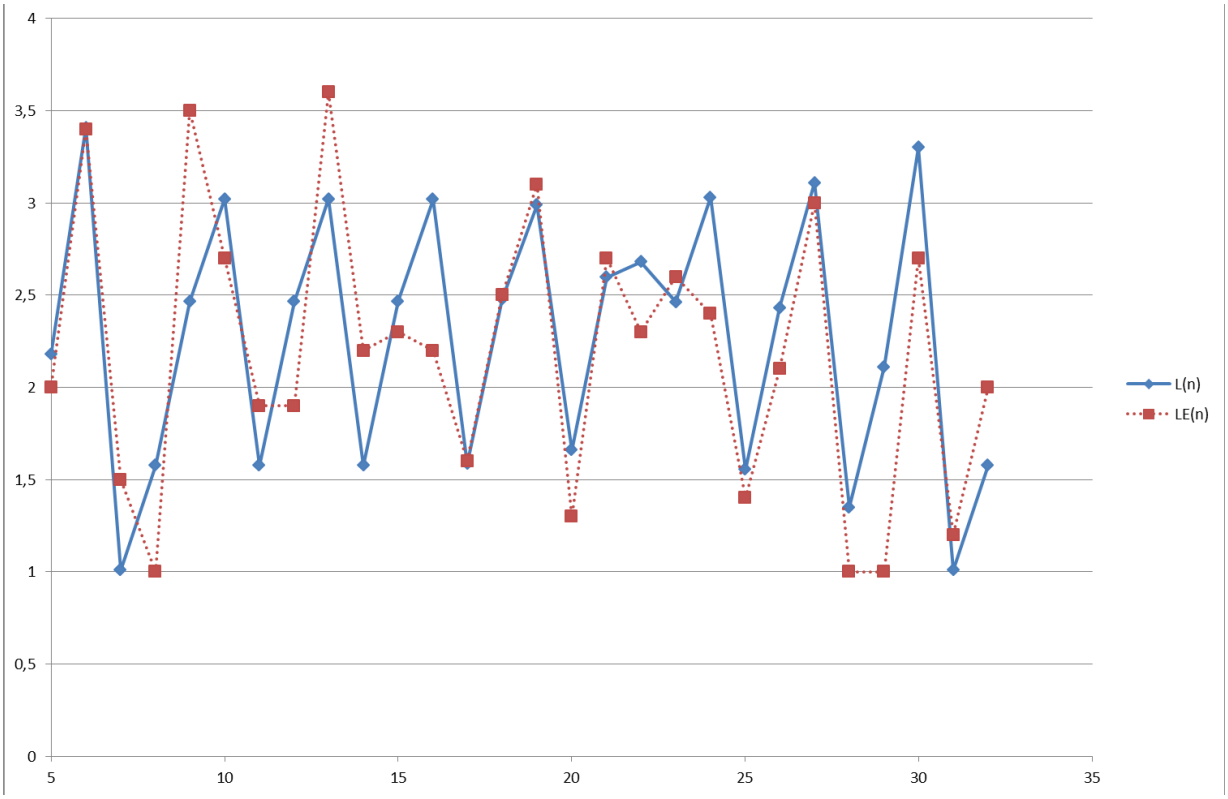


Рис. 5. Решение задачи идентификации

На рис. 5 представлено решение задачи идентификации, соответствующее прообразу глобального минимума множества идентификации по параметру *P*, изображенному на рис. 4.

У каждого региона – свой рисунок, свои локальные минимумы («зубцы»). От региона к региону локальные минимумы сдвигаются вверх или в бок, локальный становится глобальным и наоборот.

В табл. 1 приведены результаты идентификации параметра *P* для различных регионов России (данные предоставлены Л.М. Шиляевой в 1978 г. [15]).

Таблица 1

Регион	**Параметр *P***
Ненецкий	1,62
Красноярский	1,84
Якутский	1,87
Обский	1,50

В табл. 2 приведены данные по распределению по регионам абсолютного максимуму температуры, °С, источник [16].

Таблица 2

Регион	**Абсолютный максимум, °С**
Ненецкий НО, Нарьян-Мар	33,9
Красноярский край, Красноярск	36,4
Якутская АССР (Якутия), Якутск	38,4
Обский север, Салехард	32,9

Сравнение этих регионов в порядке рейтинга этих величин представлено на рис. 6.

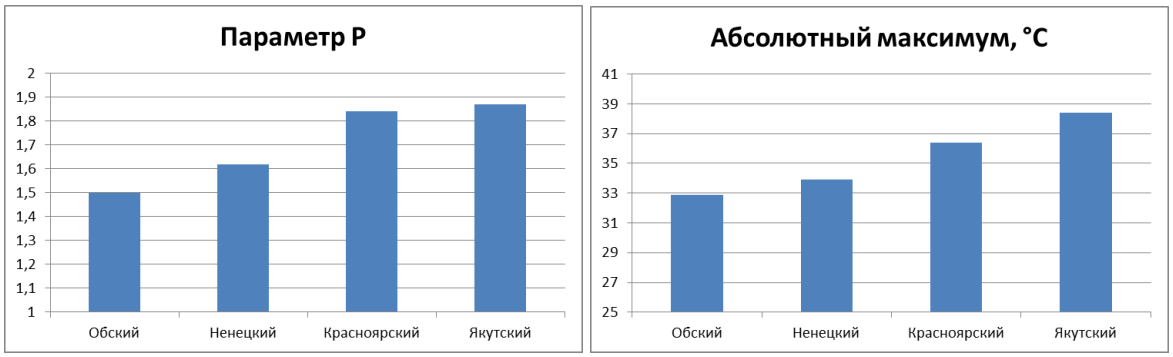


Рис. 6. Сравнение регионов

Из рис. 6 видно, что параметр *P*, имеющий в рассматриваемой модели смысл прироста биомассы леммингов в благоприятный год, хорошо соотносится с абсолютным максимумом температуры в регионе. Это позволяет, например, делать прогнозы поведения численности популяции при изменении биосферных параметров, в том числе при воздействиях антропогенного характера.

Заключение

Математическое моделирование – один из эффективных способов анализа ведущих механизмов, определяющих динамику численности животных (ДЧЖ), при недостатке информации об экологических свойствах моделируемого объекта. Количественное, математическое описание ДЧЖ фактически является единственным способом, позволяющим связать в единую, цельную картину действие многочисленных взаимосвязанных, довольно разнообразных факторов, формирующих ДЧЖ.

Проведенные исследования [4-9,19] позволили реализовать модельное («математическое») обоснование гипотез о ведущих механизмах изучаемого явления. Такое обоснование, основанное на данных и представлениях биологов, подкреплено многочисленными модельными вариациями в различных типах математических структур. Наличие обоснованной упрощенной модели в виде разностного уравнения позволило использовать методы идентификации, разработанные в ВЦ РАН [8-14]. Это дало возможность оценить параметры реальных популяций леммингов, что позволило провести поиск зависимостей оцененных параметров от климатических показателей.

Подключение к модельным исследованиям методов идентификации параметров позволило вывести исследования на качественно новый уровень, значительно приблизить их к биологическим исследованиям

В завершение изложения процитируем высказывание Ф. Фишера [18].

«Попытка определить параметры данного уравнения на основе лишь эмпирических наблюдений безнадежна, вне зависимости от того, насколько эти последние полны и обширны. Наблюденные данные не могут «идентифицировать» оцениваемое уравнение, иными словами, не могут различить его среди множества других возможных зависимостей, каждая из которых с тем же успехом могла бы генерировать эти наблюдения». (Цит. по. [12])

Литература

1. Дородницын А.А. Математика и описательные науки. М.: Знание, 1982 С. 6-15.
2. Александров В.В., Моисеев Н.Н., Тарко А.М. Человек и биосфера: Опыт системного анализа и эксперименты с моделями. М.: Наука, 1985. 271 с.
3. Свирежев Ю.М. Нелинейные волны, диссипативные структуры и катастрофы в экологии. М.:Наука, 1987. 366 с.
4. Байбиков Е.В., Белотелов Н.В., Завьялова С.В., Обридко И.В., Орлов В.А., Саранча Д.А., Шелепова О.В., Шиляева Л.М. О моделировании тундровых популяций и сообществ.// Математическое моделирование. Процессы в сложных экономических и экологических системах. М.: Наука, 1986. С. 207-219.
5. Орлов В.А., Саранча Д.А., Шелепова О.А. Математическая модель динамики численности популяции леммингов (Lemmus Dicrostonyx) и ее использование для описания популяций Восточного Таймыра // Экология. 1986. №2. С.43-51.
6. Саранча Д.А. Количественные методы в экологии. Биофизические аспекты и математическое моделирование. М.: МФТИ, 1997. 283 с.
7. Глушков В.Н., Саранча Д.А. Комплексный метод математического моделирования биологических объектов. Моделирование тундрового сообщества//Автоматика и телемеханика. 2013. №2. С. 94 -108.
8. Каменев Г.К., Лысенко Н.А., Люлякин О.П., Поляновский В.О., Саранча Д.А., Юрезанская Ю.С. Использование методов математического моделирования для анализа экологических объектов. М.: ВЦ РАН, 2015. 119 с.
9. Georgy K. Kamenev, Oleg P. Lyulyakin, Dmitry A. Sarancha, Nikolai A. Lysenko, and Valery O. Polyanovskii. Russ. //J. Numer. Anal. Math. Modelling, 2016. V.31 (5). Pp. 253-265.
10. Lotov A.V., Bushenkov V.A., and Kamenev G.K. Interactive Decision Maps. Approximation and Visualization of Pareto Frontier. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2004.
11. Каменев Г.К. Визуальный метод идентификации параметров // Доклады Академии наук. 1998. Т.359. N 3. С. 319-322.
12. Каменев Г.К. Об одном подходе к исследованию неопределенности, возникающей при идентификации моделей // Математическое моделирование. 2010. Т 22, N 9. С.116-128.
13. Каменев Г.К. Метод исследования неопределенности, возникающей при идентификации параметров моделей. М.: ВЦ РАН, 2010. 46 с.
14. Каменев Г.К. Многокритериальный метод множеств идентификации // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2016, Т. 56. N11. С.1872-1888.
15. Шиляева Л.М. (ВНИИ Охотоведения и звероводства, г. Киров), частное сообщение, 1978 г.
16. https://ru.wikipedia.org/wiki/Климат_России
17. Чернявский Ф.Б., Лазуткин А.Н. Циклы леммингов и полевок на севере. Магадан: ИБПС ДВО РАН, 2004, 150 с.
18. Фишер Ф. Проблема идентификации в эконометрии. М.: Статистика, 1978, 223 с.
19. Тращеев Р.В., Люлякин О.П.,Саранча Д.А., Юрезанская Ю.С. Метод комплексных исследований на примере моделирования популяций леммингов. М.: ВЦ РАН, 2014. 115 с.
20. Oksanen T., Oksanen L., Dahlgren J., Olofsson J. Arctic lemmings, Lemmus spp. and Dicrostonyx spp.: integrating ecological and evolutionary perspectives // Evolutionary Ecology Research. 2008. V.10. Pp. 415-434.

СИСТЕМА МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ ВОЗДЕЙСТВИЯ ВЫБРОСОВ ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ВЕШЕСТВ НА ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ[9]

С.Л. Рычков, *А.В.Шатров

Вятский государственный университет,
факультет компьютерных и физико-математических наук,
кафедра математического моделирования,
Россия, 610000, г. Киров, ул. Московская, д. 36,
тел.: (8332)742-625, факс: (8332)647-913,
e-mail: avshatrov1@yandex.ru

Аннотация. Начиная с 2007 г. на кафедре математического моделирования ВятГУ активно разрабатывается достаточно новое направление для кафедры и университета в области математического моделирования и мониторинга экологических систем. Данные исследования поддерживались грантами РФФИ, Министерства образования и науки РФ, Правительством Кировской области, организациями г. Кирова, работающими в области охраны и мониторинга окружающей среды. В 2008 г. была создана математическая модель переноса загрязняющих веществ в приземном слое г. Кирова, районов Кировской области. Результаты этой научной работы докладывались на международных научных конференциях в Казани, Пущино, Karlsruhe, Hannover. В 2012 г. мы вместе с коллегами из ВЦ РАН, ОАО «Кировгипрозем» выполнили научно-исследовательскую работу по созданию гидродинамической модели затопления Кирово-Чепецкой поймы для анализа и предотвращения переноса во время паводка опасных загрязнений в этом экологически важном районе Кировской области. С 2013 г. по настоящее время для Правительства Кировской области ежегодно представляется прогноз паводка в Кирово-Чепецкой пойме, разрабатываемый на основе гидродинамической модели. В 2013 г. была разработана модель расчета долгосрочности водоснабжения г. Казани из скважин Столбищенского месторождения. В 2015 г. были выполнены работы по созданию математической модели биологической очистки сточных вод на очистных сооружениях ККС.

Ключевые слова: математическое моделирование, процессы переноса загрязнений, гидродинамика паводковых наводнений, фильтрация подземных вод.

Введение. Экологическая обстановка в регионе напрямую зависит от степени загрязнения окружающей среды (ОС), в том числе от состояния атмосферного приземного слоя в окрестности населенных пунктов, качества воды в региональных водных объектах. За последние десятилетия концентрации субстратов в атмосфере и в водных бассейнах значительно увеличились. Существующие технологии не всегда могут обеспечить необходимую степень очистки загрязненных техногенными источниками атмосферных потоков, паводковых или сточных вод, в результате

[9] Работа выполнена в рамках госзадания МО РФ код проекта 1281, рег. № 114123040133 и при частичной поддержке гранта РФФИ 16-07-20394

исследование процессов переноса загрязняющих веществ (ЗВ) в различных средах имеет важное значение. Формальное описание и создание математических моделей этих процессов, а также инструментальных средств их реализации в настоящее время стало необходимым элементом исследований. В данной работе представлены модели и программные средства реализации нескольких проектов в области охраны ОС, выполненные в Вятском государственном университете за последние 10 лет.

1. Описание комплекса программ по переносу аэрозольной примеси в приземном пограничном слое

Исходная математическая модель представляет собой систему дифференциальных уравнений в частных производных в приближении пограничного слоя вязкого газа с учетом эффективного турбулентного переноса. Уравнения составлены для описания движения атмосферного воздуха и процессов переноса загрязнений в виде концентрации аэрозольных частиц как естественного (пыль, пыльца растительного происхождения) так и техногенного типа (выбросы промышленных предприятий, остатки горения площадных пожаров). Вывод уравнений переноса основан на теории «мелкой воды», т.е. предполагается, что размеры расчетной области { $LxLxl$ }, где L – сторона основания параллелепипеда, вырезанного из атмосферного слоя, l – высота этого параллелепипеда, таковы, что $L>>l$. Данный подход позволяет асимптотически описать средние по тонкому слою скорости переноса атмосферного воздуха, концентрацию загрязняющих веществ (ЗВ) в слое и выпавших осадков на поверхности расчетной области. Полное описание постановки задачи и алгоритма решения можно найти в опубликованных работах [1-5]. Для численного решения используется явная схема решения сеточных конечно-разностных уравнений. Комплекс программ реализован в блочной структуре. Основная программа выполнена в двух реализациях: последовательный код и параллельный. Программа расчета последовательного кода выполнена на языке Фортран-90 (доступная свободная версия бесплатно распространяется под названием GNU Fortran в составе пакета gcc) Для компиляции исходного текста программы пригоден любой компилятор языка Фортран-90. В Windows должна быть установлена система MinGW (http:://sourceforge.net/projects/mingw/files/) и в ней пакет gcc. Программа расчета параллельного кода реализована на языке Intel Fortran 12 in Packet Intel Cluster Studio for Linux в среде Open MP на высокопроизводительной кластерной системе HPC HP EnigmaX000 [6]. Для задания данных сформирован файл данных. В качестве исходных данных вводятся мощности и координаты расположения источников загрязнения, скорости ветра и параметры, характеризующие диффузию и темп выпадения загрязнений на земную поверхность. С помощью геоинформационной системы формируется массив данных о поверхности: коэффициенты температурного взаимодействия воздушной среды с поверхностью, типы и виды поверхности с точки зрения неоднородности. Предусмотрена возможность ступенчатого изменения по времени мощности источников и направления ветра. Выходными данными являются массивы концентраций загрязнения в узлах сетки, выводимые через заданные интервалы времени.

Визуализация полученных результатов обрабатывается на основе расчетных выходных данных независимо от основной программы. Полученные массивы расчетных данных далее обрабатываются отдельной утилитой, разработанной на основе свободно распространяемой библиотеки DISLIN, преобразующей их в изображения в формате GIF. Для представления результатов распространения примеси составлены вспомогательные файлы данных inputP0.dat, inputP1.dat, в которых

содержатся данные о концентрациях на поверхности и в приземном слое. Данные файлы затем обрабатываются программой визуализации в анимационном режиме. Пример анимированного вывода приведен в архивированных файлах 27_12_14a, 4_01_15ф [6]. Для этого достаточно запустить файл animate (специальное приложение в формате jpeg, свободно распространяемое ПО) или открыть файлы inputP0.dat, inputP1.dat и запустить их клавишей Enter. Эта работа, не требующая особых затрат машинного времени, выполняется на обычных персональных компьютерах. Пример результатов распространения примеси от распределенного источника приводится на рис. 1

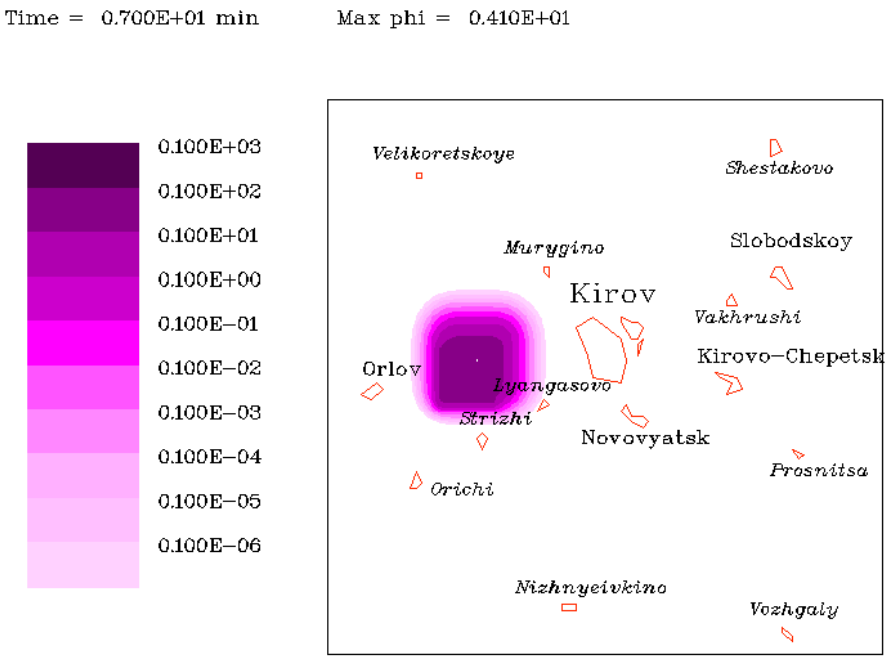


Рис. 1. Распространение концентрации примеси в окрестностях г. Кирова

2. Гидродинамическая модель затопления и переноса примеси во время паводка в Кирово-Чепецкой пойме р. Вятка

Рассмотрим уравнения мелкой воды [7-13]. Эта система представляет собой систему двумерных уравнений гидродинамики жидкости, записанных для водной среды, с учетом граничных условий на поверхностях раздела воздух-вода и вода-дно, открытой границе и боковых твердых поверхностях. Основные обозначения показаны на рис. 2. Введем глубину $H(t,x,y)=\varsigma(t,x,y)-\xi(x,y)$, где $\xi(x,y)$ - отметка рельефа, а $\varsigma(t,x,y)$ - отметка поверхности воды и рассмотрим следующую форму уравнений мелкой воды.

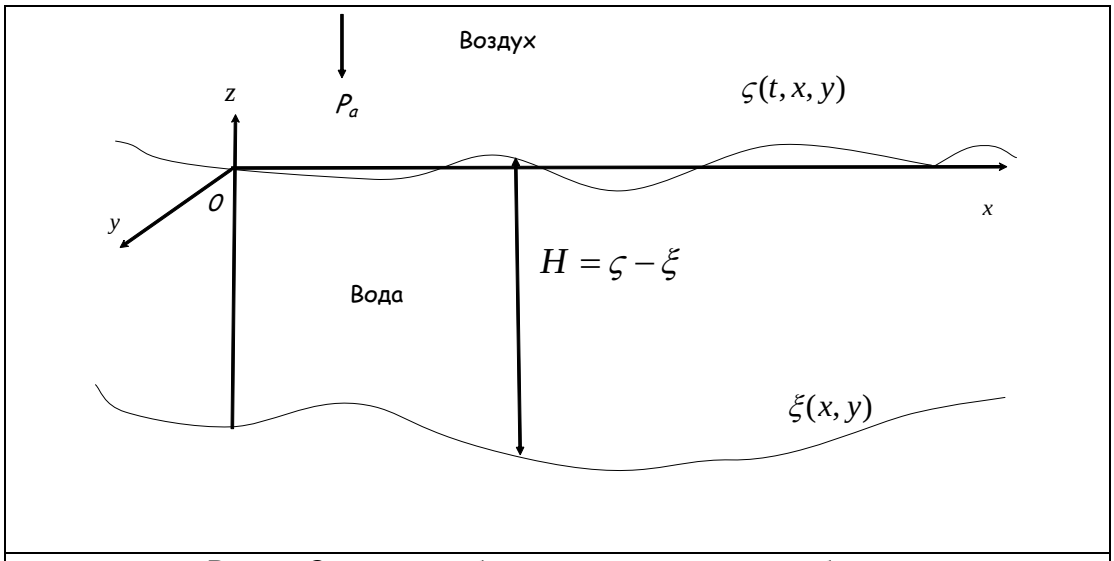


Рис. 2. Основные обозначения модельного объекта

$$\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial (Hu)}{\partial x}+\frac{\partial (Hv)}{\partial y}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial (Hu)}{\partial t}+\frac{\partial (Hu^2)}{\partial x}+\frac{\partial (Huv)}{\partial y}=-\frac{\partial \left(gH^2/2\right)}{\partial x}-gH\frac{\partial \xi}{\partial x}-\alpha|\vec{u}|u+fHv \tag{2}$$

$$\frac{\partial (Hv)}{\partial t}+\frac{\partial (Huv)}{\partial x}+\frac{\partial (Hv^2)}{\partial y}=-\frac{\partial \left(gH^2/2\right)}{\partial y}-gH\frac{\partial \xi}{\partial y}-\alpha|\vec{u}|v-fHu \tag{3}$$

Уравнение для переноса-диффузии ЗВ записывается в виде

$$\frac{\partial (H\cdot C)}{\partial t}+\frac{\partial (C\cdot U)}{\partial x}+\frac{\partial (C\cdot V)}{\partial y}=K\frac{\partial}{\partial x}(H\frac{\partial C}{\partial x})+K\frac{\partial}{\partial y}(H\frac{\partial C}{\partial y})+\sum_1^N J_n\cdot\delta(x,y) \tag{4}$$

В качестве простейшего варианта на твердой боковой границе (берегах водоема) могут использоваться граничные условия непротекания:

$$U_n=0, \tag{5}$$

где U_n - нормальный полный поток. На открытой боковой границе, где вода втекает в область, задаем

$$U_n=q(t). \tag{6}$$

На открытой боковой границе, где вода вытекает из области, задаем граничное условие в виде

$$H\bar{U}\pm c_e\eta=BC. \tag{7}$$

Задача решалась конечно-разностным методом на сетке размерностью 2500x2500 узлов. На рис. 3 представлена конечно-разностная схема расчета уравнений (1)-(4) с граничными условиями (5)-(17) [10]

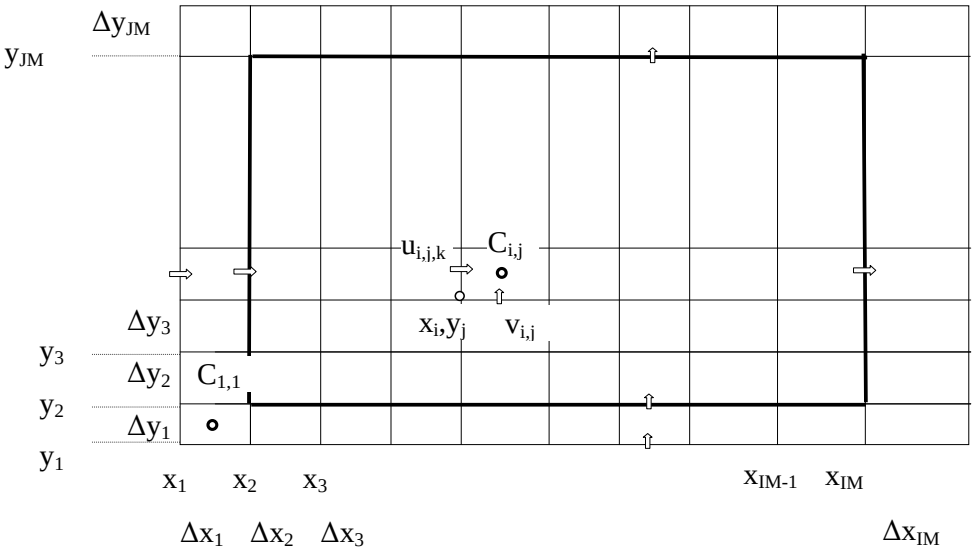


Рис. 3. Конечно-разностная сетка расчетной области

Расчеты выполнены при различных режимах прохождения паводка, сценарии которого определяются длительностью паводка, зависимостью уровня затопления от объемных расходов на входе в пойму, начальными условиями по содержанию концентраций ЗВ. Параллельная реализация алгоритма расчета выполнена на языке программирования Intel Fortran 12 in Packet Intel Cluster Studio for Linux в среде Open MP. Сведения об алгоритме и программе расчета приводятся в [7-15]. Результаты расчета приведены на рис. 3-6.

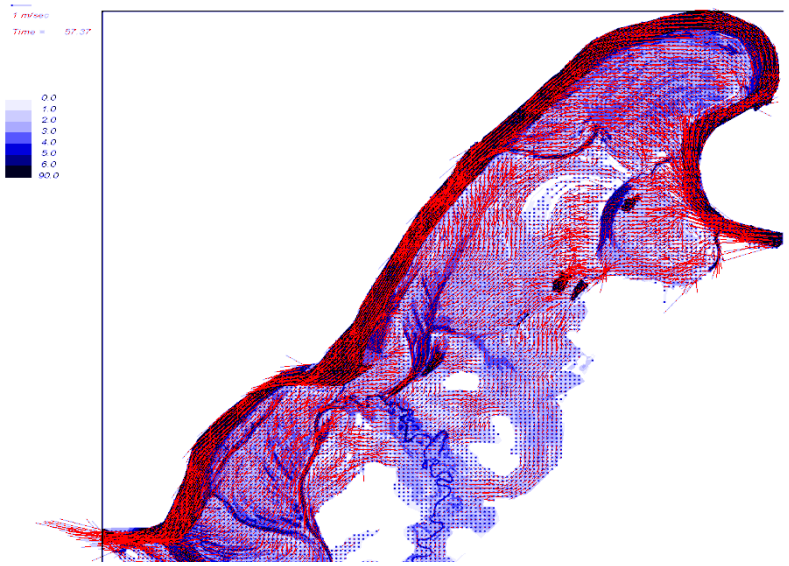


Рис. 4. Поле скоростей и глубин затопления на пике паводка

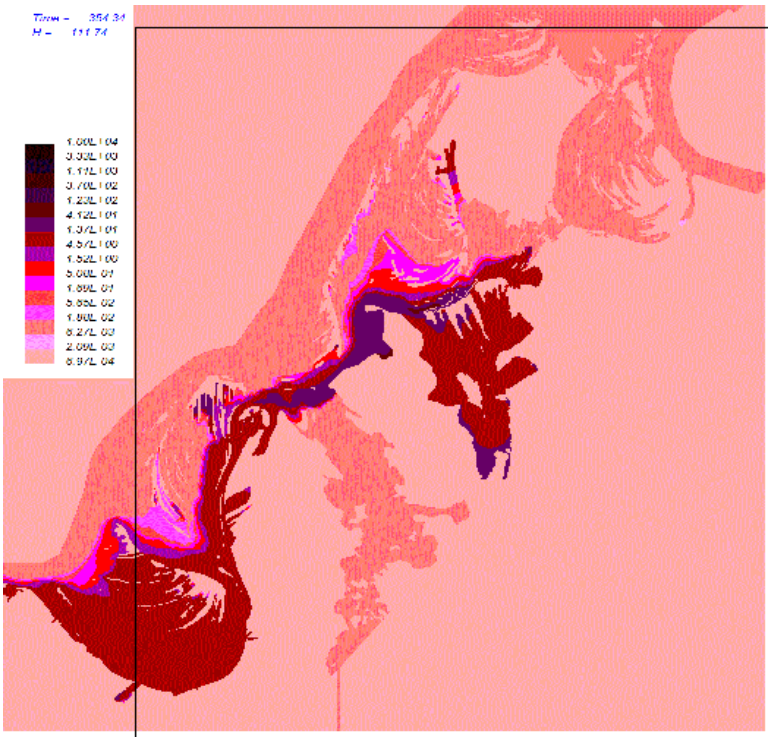


Рис. 5. Поле концентрации ЗВ при затоплении КЧП на пике паводка

На рис. 6 приведен для верификации фотоснимок, полученный по системе ГЛОНАС 08.05. 2016 г., соответствующий пику паводка

Рис. 6. Космический снимок поймы во время пика паводка

3. Математическое моделирование процессов фильтрации подземных вод

Рассматривается задача о прогнозировании запасов подземных вод Столбищенского месторождения при эксплуатации существующих и планируемых к сооружению скважин для водоснабжения г. Казани. Задача состоит в том, чтобы рассчитать изменения уровней подземных вод в зависимости от времени. Расчетная область разбивается на прямоугольные блоки. В предположении наличия единственного водоносного пласта, постоянства уровня свободной поверхности и совершенства всех водоемов можем записать следующее балансовое уравнения для плановых потоков [16]:

$$Q^{t_1}_{i+1/2,\,j+1} - Q^{t_2}_{i+3/2,\,j+1} + Q^{t_3}_{i+1,\,j+1/2} - Q^{t_4}_{i+1,\,j+3/2} = \left[Q_E(x,y,t) + Q_I(x,y,t) + Q_S(x,y,t)\right]_{i+1}^{j+1} \quad . \quad (8)$$

Q^t_{ij} в левой части – это потоки, втекающие в рассматриваемый блок (вытекающие из него, если знак минус) в плане слева, справа, сверху и снизу соответственно; $Q_E(x,y,t)$ - емкостные запасы в блоке, $Q_I(x,y,t)$ - инфильтрация с поверхности, $Q_S(x,y,t)$ - отбор воды скважинами.

Далее предполагается: $t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = t$; $Q_E = \mu \dfrac{\partial H}{\partial t} S_{ij}$, μ - коэффициент пьезоотдачи, H - напор в пласте, S_{ij} - площадь блока. $Q_I = \varepsilon S_{ij}$, где ε - интенсивность площадного питания. Выполняются законы Дарси-Дюпюи и Дарси-Буссинеска:

$$q = T \cdot I \qquad \text{и} \qquad T = kh,$$

где T - проводимость (проницаемость) пласта, I - градиент напора, k - коэффициент фильтрации, h - глубина потока (мощность потока). Также линеаризуются все зависимости, так, например:

$$Q^t_{i+1/2,\,j+1} \approx \left(H^t_{i,\,j+1} - H^t_{i+1.\,j+1}\right) LX^t_{i,\,j}, \text{ где } LX_{ij} = 2\Delta y_{j+1} \Big/ \left(\frac{\Delta x_i}{TX_{i,\,j+1}} + \frac{\Delta x_{i+1}}{TX_{i+1,\,j+1}}\right),$$

$TX_{i,\,j+1} = k_{i,\,j+1}\left(H_{i,\,j+1} - h^0_{i,\,j+1}\right)$, k_{ij} - коэффициент фильтрации,

h^0_{ij} - уровень дна водоносного пласта.

Далее приводится расчетная формула для частного случая явной двухслойной временной схемы решения такого разностного уравнения на равномерной сетке $\Delta x_i = \Delta x$, $\Delta y_j = \Delta y$:

$$\begin{aligned} H^{n+1}_{i+1,\,j+1} = H^n_{i+1,\,j+1} - \frac{\Delta t}{\mu_{i+1,\,j+1}} \Big(\varepsilon^n_{i+1,\,j+1} + \frac{1}{\Delta x \Delta y} \{ Q^n_{S,i+1,\,j+1} + \\ + [\left(H^n_{i+1,\,j+1} - H^n_{i,\,j+1}\right) LX_{ij} - \left(H^n_{i+2,\,j+1} - H^n_{i+1,\,j+1}\right) LX_{i+1,\,j} + \\ + \left(H^n_{i+1,\,j+1} - H^n_{i+1,\,j}\right) LY_{ij} - \left(H^n_{i+1,\,j+2} - H^n_{i+1,\,j+1}\right) LY_{i,\,j+1}] \}) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\left(LX_{i,\,j}\right)^{-1} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{k_{i,\,j+1}\left(H_{i,\,j+1} - h^0_{i,\,j+1}\right)} + \frac{1}{k_{i+1,\,j+1}\left(H_{i+1,\,j+1} - h^0_{i+1,\,j+1}\right)}\right)$$

$$\left(LX_{i+1,\,j}\right)^{-1} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{k_{i+1,\,j+1}\left(H_{i+1,\,j+1} - h^0_{i+1,\,j+1}\right)} + \frac{1}{k_{i+2,\,j+1}\left(H_{i+2,\,j+1} - h^0_{i+2,\,j+1}\right)}\right)$$

$$\left(LY_{i,j}\right)^{-1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k_{i+1,j}\left(H_{i+1,j}-h^0_{i+1,j}\right)}+\frac{1}{k_{i+1,j+1}\left(H_{i+1,j+1}-h^0_{i+1,j+1}\right)}\right)$$

$$\left(LY_{i,j+1}\right)^{-1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k_{i+1,j+1}\left(H_{i+1,j+1}-h^0_{i+1,j+1}\right)}+\frac{1}{k_{i+1,j+2}\left(H_{i+1,j+2}-h^0_{i+1,j+2}\right)}\right)$$

На границе расчетной области принимается $H_{i,j}=const$.

Постоянство уровня в водоемах обеспечивается заданием в соответствующих точках значений $\mu=10^{20}\div10^{25}$, что замедляет ход времени в этих блоках (метод фиктивных границ Саульева [16]).

В результате расчетов получено, что добавление новых проектных скважин принципиально не меняет существующих условий эксплуатации подземных запасов воды [17]. Данные расчетов приведены на рис. 6.

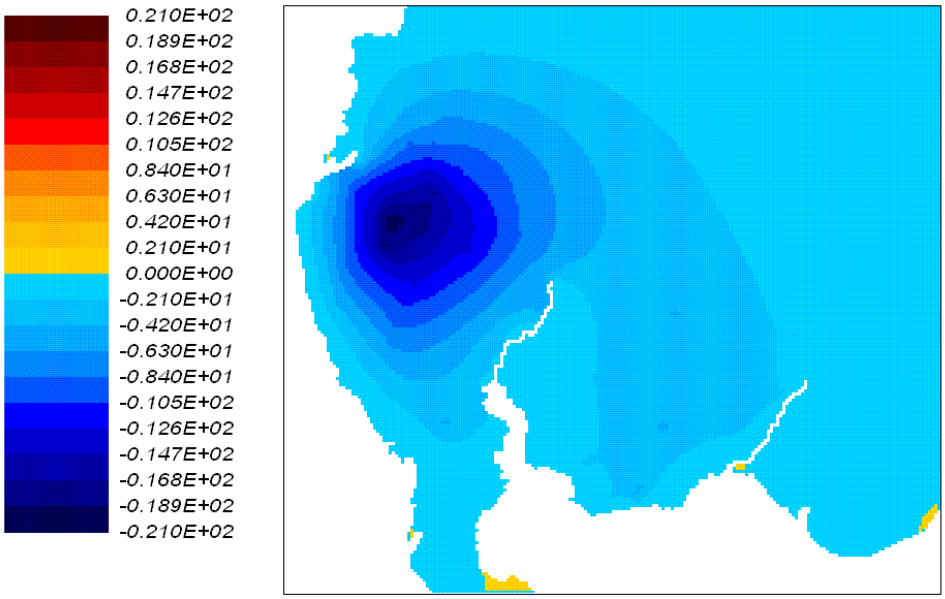


Рис. 6. Линии уровня подземных вод в окрестности проектируемых скважин через 25 дней после начала эксплуатации

Литература

1. Наумович Т.В. Комплекс программ по математическому моделированию процессов переноса биотехнологических примесей в приземном слое г. Кирова /Т.В. Наумович, С.Л. Рычков, А.В. Шатров, К.Г. Шварц // IV Всеросс. научн. конф. «Математическое моделирование развивающейся экономики и экологии» ЭКОМОД-2009/ Сб. трудов. Киров: Изд-во ГОУ ВПО «ВятГУ», 2010. С.242-253.
2. Шатров А.В. Моделирование переноса биотехнологических примесей в приземном слое урбанизированных центров /А.В. Шатров, К.Г. Шварц // Тезисы 16-й межд. научн. конф. «Математика. Компьютер. Образование». Пущино, 19-24 янв. 2009 г. Москва-Ижевск: Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика», 2009. Ч.1. С. 204.

3. Shatrov A.V. Simulation of transport processes of aerosol impurity in a ground boundary layer of above industrial centers / A.V. Shatrov, K.G. Shvarts // European Aerosol Conference EAC-2009, September 6-11, 2009, Karlsruhe, Germany. T031A02.
4. Шатров А.В. Численное моделирование атмосферных мезомасштабных процессов переноса примесей в окрестности г. Кирова / А.В. Шатров, К.Г. Шварц. //Вычислительная механика сплошных сред. 2010 Т. 3, №3. С. 117-125.
5. Shatrov A.V. and Shvarts K.G. (2011) Numerical Modeling of Mesoscale Atmospheric Impurity Transport Processes in the Environs of the City of Kirov/ Fluid Dynamics, 2011. Vol. 46. No 2. Pp. 333-340.
6. Рычков С.Л. Расчет переноса аэрозольной примеси в приземном пограничном слое/ С.Л. Рычков, А.В. Шатров, К.Г. Шварц// Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015662922. Реестр гос. Регистрации программ для ЭВМ 07.12.2015.
7. Архипов Б.В., Котеров В.Н., Кочерова А.С., Солбаков В.В., Хубларян Г.М. Расчет распространения взвешенных веществ в прибрежной области моря // Водные ресурсы. 2004. Т. 31, № 1. С. 1-8.
8. Шатров А.В. Математическая модель затопления Кирово-Чепецкой поймы р. Вятка / А.В. Шатров, С.Л. Рычков // Всероссийская ежегодная научно-техническая конференция «Общество, наука, инновации» (НТК-2013). Общеуниверситетская секция, БФ, ГФ, ФЭМ, ФАВТ, ФАМ, ФПМТ, ФСА, ХФ, ЭТФ [Электронный ресурс] : 16-27 апр. 2013 г. : сб. материалов / Вят. гос. ун-т ; отв. ред. С. Г. Литвинец. Киров, 2013. 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). Секция «Математические методы и модели в экономике».
9. Шатров А.В. Конечно-разностная схема численного решения задачи русло-пойменных потоков / А.В. Шатров, С.Л. Рычков // Всероссийская ежегодная научно-техническая конференция «Общество, наука, инновации» (НТК-2013). Общеуниверситетская секция, БФ, ГФ, ФЭМ, ФАВТ, ФАМ, ФПМТ, ФСА, ХФ, ЭТФ [Электронный ресурс] : 16-27 апр. 2013 г. : сб. материалов / Вят. гос. ун-т ; отв. ред. С. Г. Литвинец. – Киров, 2013. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). Секция «Математические методы и модели в экономике».
10. Матвеенко В.Д., Оленев Н.Н., Шатров А.В. Моделирование экономического роста различных стран с помощью производственных функций на основе сравнительного анализа динамики взаимодействия социальных групп // Вестник Пермского университета. Сер. «Экономика» = Perm University Herald. Economy. 2015. № 2(25). С. 31–41.
11. Шатров А.В. Результаты моделирования русло-пойменных потоков при затоплении Кирово-Чепецкой поймы / А.В. Шатров, С.Л. Рычков // Всероссийская ежегодная научно-техническая конференция «Общество, наука, инновации» (НТК-2013). Общеуниверситетская секция, БФ, ГФ, ФЭМ, ФАВТ, ФАМ, ФПМТ, ФСА, ХФ, ЭТФ [Электронный ресурс] : 16-27 апр. 2013 г. : сб. материалов / Вят. гос. ун-т ; отв. ред. С. Г. Литвинец. – Киров, 2013. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). Секция «Математические методы и модели в экономике».
12. Шатров А.В. Гидродинамическая модель паводковых наводнений р. Вятка / А.В. Шатров, С.Л. Рычков // II Всероссийская научная конференция «Окружающая среда и устойчивое развитие регионов»/ Тезисы докладов, 23.09-27.09 сентября 2013, Казань, КФУ, 2013.
13. Архипов, Б.В. Гидродинамическая модель паводковых наводнений/ Б.В. Архипов , С.Л. Рычков, В.В. Солбаков, М.Б. Соловьев, Д.А. Шапочкин, А.В. Шатров// Двадцатая международная конференция «Математика. Компьютер. Образование». Пущино, 28 января- 02 февраля 2013 г. Сборник научных тезисов. Вып. 20. / Под

ред. Г. Ю. Ризниченко. М.- Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2013. С.199.
14. Архипов Б.В. Моделирование паводковых наводнений в Кирово-Чепецкой пойме / Б.В. Архипов, С.Л. Рычков, В.В. Солбаков, М.Б. Соловьев, Д.А. Шапочкин, А.В. Шатров // XVIII Зимняя школа по механике сплошных сред. Пермь, 18-22 февраля 2013 г./ Тезисы докладов. Пермь-Екатеринбург, 2013. ISBN 978-5-7691-2349-8.
15. Архипов Б.В. Расчет уровней затопления и переноса загрязнений в речной пойме в процессе паводка/ Б.В. Архипов, С.Л. Рычков, В.В. Солбаков, М.Б. Соловьев, Д.А. Шапочкин, А.В. Шатров// Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015610085 . Реестр гос. Регистрации программ для ЭВМ 12.01.2015.
16. Ломакин Е.А., Мироненко В.А., Шестаков В.М. Численное моделирование геофильтрации. М.: Недра, 1988. 228 с.
17. Шатров А.В. Математическое моделирование процессов фильтрации подземных вод на Столбищенском месторождении г. Казани /А.В. Шатров, С.Л. Рычков// Всероссийская ежегодная научно-техническая конференция «Общество, наука, инновации» (НПК-2014). Общеуниверситетская секция, БФ, ГФ, ФЭМ, ФАВТ, ФАМ, ФПМТ, ФСА, ХФ, ЭТФ [Электронный ресурс] : 15-26 апр. 2014 г./ сб. материалов / Вят. гос. ун-т ; отв. ред. С. Г. Литвинец. Киров, 2014. 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). Секция «Математические методы и модели в экономике».

БАЗОВЫЕ ПРИНЦИПЫ КОНЦЕПЦИИ КОЭВОЛЮЦИОННОГО УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ

В .С. Савенко

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, географический факультет; Россия, 119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1; тел.: +7(495)426-46-72,e-mail: Alla_Savenko@rambler.ru

Аннотация. Обсуждаются причины и пути преодоления современного системного экологического кризиса и разные стратегические направления в концепции устойчивого развития. Системный эколого-экономический кризис связан с отсутствием замкнутости циклов “техногенного метаболизма”. Создание новой экономики, совместимой с естественным ходом эволюции биосферы, возможно только на основе сбалансированных техногенных круговоротов вещества. Коэволюционная стратегия устойчивого развития допускает возможность существования эволюционной траектории развития биосферы без достижения точек бифуркаций.

Ключевые слова: коэволюция, устойчивое развитие, глобальный экологический кризис, природосовместимые технологии.

Глобальный экологический кризис: трагическая ошибка человечества или естественный ход эволюции?

Современный глобальный экологический кризис, проявляющийся в резком ухудшении условий существования многих (но не всех!) видов организмов, как правило, связывают с воздействием хозяйственной деятельности на природную среду. Нет необходимости приводить примеры негативных антропогенных изменений природной среды. Таких примеров великое множество, их число с каждым годом увеличивается, и они хорошо известны. Важно другое. Воздействие человека на природу в настоящее время достигло планетарных масштабов, и можно говорить о начале коренной перестройки естественной структурно-функциональной организации биосферы и переходе ее в новое состояние, которое В.И. Вернадский [2] назвал ноосферой.

Согласно представлениям В.И. Вернадского ноосфера – это биосфера, преобразованная сознательным трудом человека в его интересах. Но можно ли считать ноосферу закономерным и реально достижимым этапом эволюции биосферы, или она есть плод неосуществимых мечтаний? Ответ на этот вопрос имеет принципиальное значение. В случае положительного ответа необходимо ставить и решать вопрос о переходе всех форм производства на особые, природосовместимые технологии, обеспечивающие комфортные условия существования человека. При отрицательном ответе можно говорить о необходимости сокращения хозяйственной деятельности до уровня, который оставляет естественную биосферу в невозмущенном состоянии.

Необходимость резкого снижения интенсивности хозяйственной деятельности постулируется в теории биотической регуляции, получившей в последнее время широкое распространение и поддержку [1, 4–6]. Согласно этой теории человечество в принципе не способно управлять состоянием биосферы и, по сути, является своего рода “раковой опухолью”, разрушающей биосферу посредством хозяйственной деятельности. По логике теории биотической регуляции появление человека с

присущей только ему способностью к осознанному труду представляет собой тупиковую ветвь эволюционного процесса, а глобальный экологический кризис есть следствие трагической ошибки человечества, не осознавшего необходимости сохранения биосферы в естественном состоянии.

Иных взглядов придерживались В.И. Вернадский и Н.Н. Моисеев, которые считали целенаправленное преобразование биосферы в интересах человека очевидной необходимостью, вытекающей из хода эволюционного процесса. В.И. Вернадский [3] сформулировал три биогеохимических принципа, отражающих факт увеличения интенсивности биогенной миграции вещества в течение геологического времени:

1. Биогенная миграция атомов химических элементов в биосфере всегда стремится к максимальному своему проявлению;
2. Эволюция видов в ходе геологического времени, приводящая к созданию форм жизни, устойчивых в биосфере, идет в направлении, увеличивающем биогенную миграцию атомов биосферы;
3. В течение всего геологического времени, с криптозоя, заселение планеты должно быть максимально возможное для всего живого вещества, которое тогда существовало.

Рост интенсивности хозяйственной деятельности, представляющей особый вид биогенной миграции атомов, находится в полном соответствии с указанными биогеохимическими принципами и свидетельствует о нахождении человека на генеральном направлении эволюционного процесса.

Способность к труду, в котором объединены целенаправленные действия и активное использование внешней энергии, не связанной с физиологическим метаболизмом, выделяет человека из всей живой природы. В то же время эта способность является закономерным результатом эволюции органического мира, а потому и хозяйственную деятельность, усиливающуюся на протяжении всего времени существования человечества, мы должны рассматривать как закономерный результат эволюции биосферы. Точно так же глобальный экологический кризис должен рассматриваться как следствие нормально протекающей эволюции, имеющей необходимые и достаточные предпосылки для его преодоления.

Во все времена экономика строилась и строится на основе глобальной технологической системы с незамкнутым циклом производственных процессов, производящей неутилизируемые отходы и загрязнения. Когда мощность хозяйственной деятельности достигла планетарных масштабов, такая экономическая система хозяйствования стала причиной быстрой деградации природной среды. Поэтому правильнее говорить не о глобальном экологическом кризисе, а о системном эколого-экономическом кризисе человечества.

Концепция устойчивого развития и стратегия коэволюции

Осознание системного характера современного кризиса дальнейшего развития человечества и необходимости поиска путей его преодоления привело к появлению концепции устойчивого развития, согласно которой потребности ныне живущих людей должны удовлетворяться, не ставя под угрозу возможность будущих поколений удовлетворять свои собственные потребности. За прошедшие тридцать лет было много споров о смысловом содержании понятия “устойчивое развитие” (sustainable development) [7,11,15]. Не имея задачи обсуждать разные точки зрения, во избежание разночтений мы определяем устойчивое развитие как такое, при котором не происходят потеря или снижение устойчивости рассматриваемого объекта. Это понимание устойчивого развития, по нашему мнению, наиболее точно отражает суть главной проблемы, стоящей сейчас перед человечеством: выявление и следование по такой траектории развития, которая не проходит через точки бифуркации и обеспечивает

эволюционное изменение текущей структурно-функциональной организации биосферы.

Концепция устойчивого развития не является планом конкретных действий, она представляет, образно говоря, “техническое задание”, в котором оговорены необходимые и достаточные условия длительного эволюционного развития человечества. К настоящему времени сложились три подхода к реализации целей, сформулированных в концепции устойчивого развития: ресурсно-техносферная, биосферная и коэволюционная (ноосферная) стратегии, которые по-разному видят будущее человечества и предлагают разные пути его дальнейшего развития. Не останавливаясь на анализе ресурсно-техносферной и биосферной стратегий, который был сделан ранее [13], кратко обсудим основные положения коэволюционной стратегии устойчивого развития.

В основе коэволюционной стратегии лежит идея согласованного развития человечества и окружающей его среды как единой целостной системы. Предполагается, что человек не только может, но и должен перестраивать биосферу, одновременно изменяя способы и средства ведения хозяйства. Принципиальное различие ресурсно-техносферной и коэволюционной концепций состоит в том, что первая ориентирована на замещение естественной биосферы системой искусственно созданных технических устройств, тогда как вторая исходит из необходимости согласованного изменения естественной биосферы и человечества со всеми техническими средствами хозяйствования.

В коэволюционной стратегии признается неизбежность значительных антропогенных изменений природной среды, которые могут не сопровождаться ухудшением экологического состояния преобразованной биосферы по сравнению с ее естественным состоянием [14]. Задача, которую ставит коэволюционная стратегия развития, состоит в нахождении путей взаимосогласованного развития природы и общества.

Н.Н. Моисеев считал важнейшей задачей поиск способов сохранения гомеостаза биосферы в условиях роста интенсивности промышленного и аграрного производства [8–10]. Он указывал на необходимость сохранения не прежнего состояния биосферы, как это делается в биосферной концепции, а общего направления траектории развития, приведшей к появлению человека со всеми присущими ему атрибутами сознательной хозяйственной деятельности. Н.Н. Моисеев подчеркивал, что главная проблема современности состоит в том, чтобы не допустить переход биосферы в состояние бифуркации с неопределенной дальнейшей траекторией развития, которая не гарантирует сохранение человека как биологического вида [8]. Достижение этой цели возможно при условии, что эволюция биосферы, включающей человеческое общество в качестве подсистемы, будет идти при сохранении или даже увеличении устойчивости, т.е. по квазистационарному пути развития. Если в биосферной стратегии роль управляющей подсистемы отводится биоте, то коэволюция предполагает, что управление устойчивым развитием берет на себя человечество [9].

Коэволюционную концепцию устойчивого развития отличают от ресурсно-техносферной и биосферной концепций два принципиально важных положения. Во-первых, считается, что, по крайней мере, на современном уровне развития человечества невозможно создание искусственной управляемой человеком технической системы, способной полностью взять на себя функции биоты. Во-вторых, утверждается, что имеется принципиальная возможность такого совмещения природных процессов и хозяйственной деятельности, при котором осуществимо управление состоянием и эволюцией биосферы, преобразованной в комплекс взаимосогласованных технических и естественных биотических и абиотических подсистем.

Коэволюция и эволюция биосферы

Коэволюционная парадигма развития предполагает

1) выявление фундаментальных законов эволюции,

2) следование этим законам в процессе целенаправленного преобразования биосферы.

Все биотические системы, начиная от отдельно взятого организма и заканчивая биосферой, относятся к неравновесным системам, устойчивость которых реализуется только в форме стационарных состояний. Если говорить об устойчивом развитии, то это может быть только квазистационарная траектория, когда любые предшествующее и последующее состояния неравновесной системы являются стационарными и устойчивыми. Для этого необходимо, чтобы в ходе эволюции менялась внутренняя структурно-функциональная организация системы и чтобы каждый раз эта структурно-функциональная организация соответствовала устойчивому стационарному состоянию.

Квазистационарная траектория развития представляет собой не линию, а более или менее широкий “канал”, ограниченный в пространстве состояний критическими значениями параметров устойчивости. Внутри этого канала система может принимать состояния с большей или меньшей степенью устойчивости, оставаясь при этом все время в целом устойчивой. Устойчивое развитие неравновесных систем – это движение по такому “каналу” эволюции, движение, которое состоит из последовательности состояний с разной относительной степенью устойчивости. Очевидно, что важно иметь количественные критерии устойчивости биосферы и уметь определять их численные значения для разных ее состояний. К сожалению, задача количественной оценки критериев устойчивости экосистем разного иерархического уровня до сих пор не решена.

Все живые организмы и биокосные системы являются сильно неравновесными термодинамическими системами. Их существование поддерживается за счет поступления энергии извне, а переход к равновесию означает гибель. Устойчивость состояния живого организма определяется, говоря языком термодинамики, устойчивостью состояния “вдали от равновесия”. То же самое справедливо в отношении устойчивости биосферы, существование которой возможно только при наличии сильной внутренней термодинамической неравновесности [13].

Химическая неравновесность биосферы создается в основном благодаря пространственному разделению продуктов фотосинтеза: газообразный кислород накапливается в атмосфере, тогда как органическое вещество концентрируется на поверхности и в самых верхних слоях литосферы (почвах и донных отложениях водоемов). Пока органическое вещество находится в биосфере, оно неустойчиво и быстро перерабатывается гетеротрофными организмами. Только выйдя за пределы биосферы в составе осадочных пород, органическое вещество утрачивает непосредственную связь с биотой и резко повышает свою устойчивость. Осадочные породы и вне биосферы содержат окислители органического вещества (сульфатную серу, оксигидроксиды железа (III), диоксид марганца), но без участия живых организмов окисление идет чрезвычайно медленно, в силу чего концентрации компонентов главных окислительно-восстановительных систем в осадочных породах отражают синхронное с их образованием окислительно-восстановительное состояние биосферы.

Результаты изучения эволюции химического состава осадочных пород свидетельствуют о том, что с течением времени на фоне общего роста концентрации органического углерода (восстановителя) в главных окислительно-восстановительных системах (окисное–закисное железо и сульфатная–сульфидная сера) наблюдается одновременное увеличение содержания окисленных компонентов (рис. 1). Эта закономерность не может быть обусловлена вторичными процессами за пределами

биосферы, и отсюда следует вывод, что эволюция биосферы шла в направлении увеличения ее внутренней неравновесности. Любые преобразования биосферы должны идти в том же направлении.

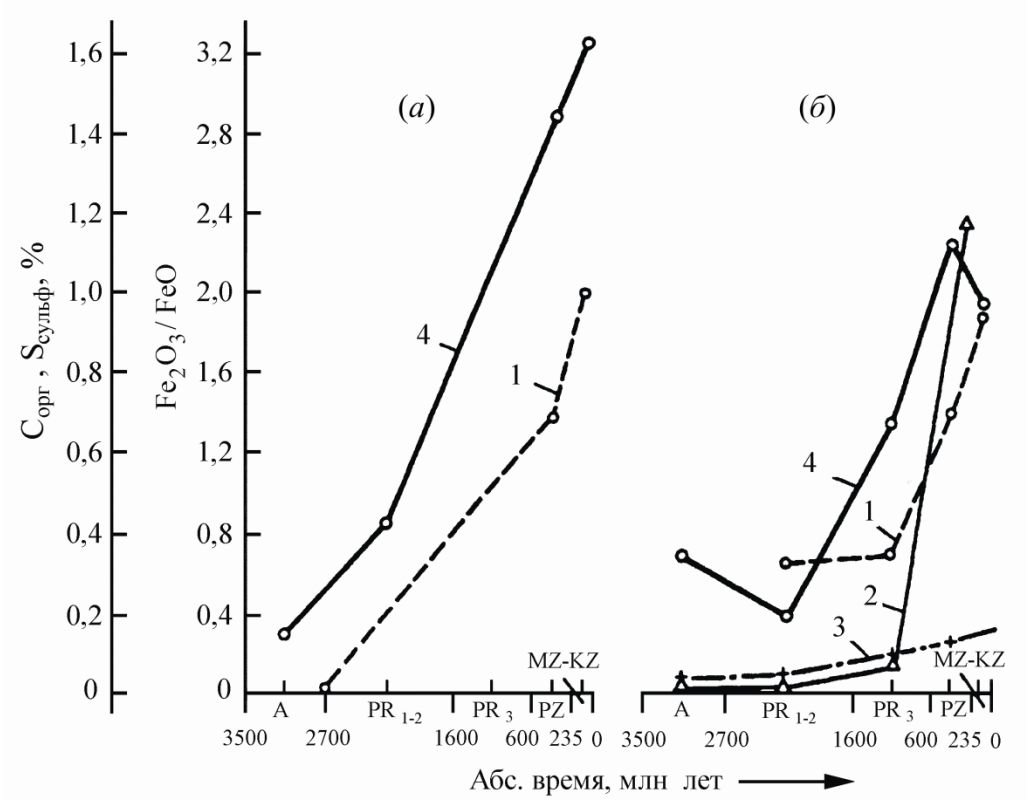


Рис. 1. Эволюция содержания органического углерода (1), сульфатной (2) и сульфидной (3) серы, а также величины отношения окисного железа к закисному (4) в осадочных породах Северо-Американской (*а*) и Русской (*б*) платформ [12]

Природосовместимые технологии

Поддержание параметров состояния биосферы в достаточно узком диапазоне значений в условиях роста объемов промышленного и сельскохозяйственного производства может быть достигнуто за счет интенсификации потоков вещества и сбалансированного сопряжения технологических и природных процессов в рамках новой структурно-функциональной организации биосферы. Такие природосовместимые, или “ноосферные” технологии не могут быть разработаны без знания устройства и функционирования естественной биосферы, и это является главной задачей фундаментальных экологических исследований в науках о Земле.

Как уже отмечалось, антропогенная деградация природной среды связана с неполной замкнутостью производственных циклов (рис. 2,*а*). Выход из сложившейся ситуации подсказывает сама природа. В течение всего времени существования жизни на Земле устойчивое состояние биосферы поддерживалось благодаря организации биологических и геологических процессов в форме замкнутых (квазизамкнутых) циклов, в которых продукты одного процесса служат исходными веществами для другого процесса и в конце цикла происходит полная регенерация первоначального состояния. Принцип замкнутых циклов должен лежать и в основе новой мировой экономики, в которой отходы глобальной технологической системы должны превращаться в ресурсы и компенсировать тем самым их расходование (рис. 2,*б*).

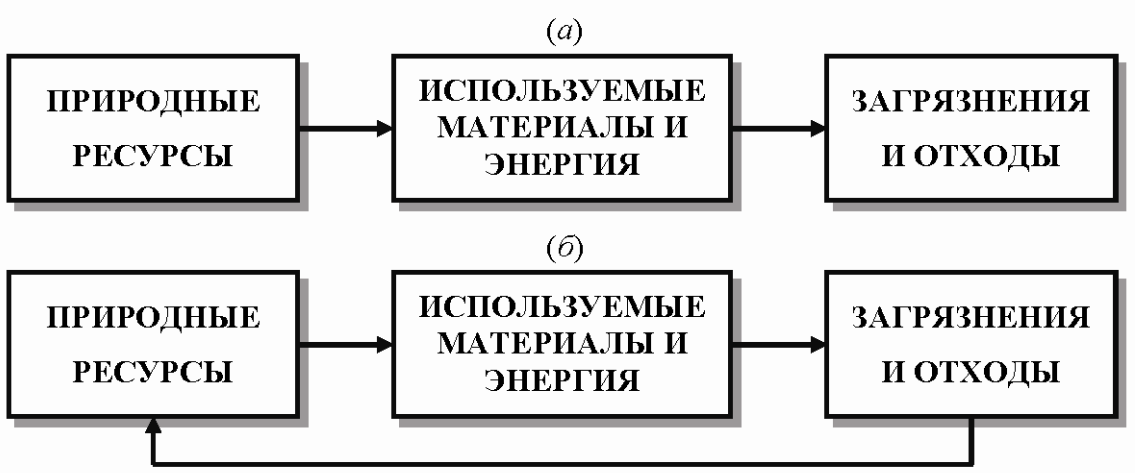


Рис. 2. Структурные схемы современных (*а*) и природосовместимых (*б*) технологий

Заключение

Идея коэволюции человека и природы чрезвычайно проста и привлекательна. Она в меньшей степени, чем ресурсно-техносферный подход, опирается на принципы развития современной цивилизации, поставившие ее на грань глобального экологического кризиса, и в то же время содержит меньше ограничений при выборе новых путей по сравнению с биосферной стратегией. В основе коэволюционной стратегии устойчивого развития лежит утверждение, согласно которому появление человечества со всеми негативными проявлениями его деятельности есть закономерный и предсказуемый этап эволюции биосферы. Изучая законы эволюции биосферы, следуя им и изменяя биосферу и самих себя в соответствии с ними, можно выйти на траекторию устойчивого развития. Это важнейшая задача фундаментальной и прикладной науки.

Литература

1. Арский Ю.М., Данилов-Данильян В.И., Залиханов М.Ч. и др. Экологические проблемы: что происходит, кто виноват и что делать? М.: Изд-во МНЭПУ, 1997. 330 с.
2. Вернадский В.И. Несколько слов о ноосфере // В.И. Вернадский. Химическое строение биосферы Земли и ее окружения. М.: Наука, 1987. С. 298-205.
3. Вернадский В.И. Химическое строение биосферы Земли и ее окружения. М.: Наука, 1987. 339 с.
4. Голубев Г.Н. Геоэкология. М.: ГЕОС, 1999. 338 с.
5. Горшков В.Г. Физические и биологические основы устойчивости жизни. М.: ВИНИТИ, 1995. 470 с.
6. Кондратьев К.Я., Лосев К.С., Ананичева М.Д., Чеснокова И.В. Естественнонаучные основы устойчивости жизни. М.: ЦС АГО, 2003. 240 с.
7. Котляков В.М., Глазовский Н.Ф., Руденко Л.Г. Географические подходы к проблеме устойчивого развития // Известия РАН. Серия географическая. 1997. №6. С. 8-15.
8. Моисеев Н.Н. Современное естествознание и проблема взаимодействия природы и общества // Энергия: экономика, техника, экология. 1997. № 12. С. 12-17.
9. Моисеев Н.Н. Экология и ноосфера // Экология и жизнь. 1999. № 3. С. 10.
10. Моисеев Н.Н. Проблема соответствия действий человека общим законам развития биосферы // Вестник экологического образования в России. 2000. №1. С. 3-5.
11. Розенберг Г.С., Гелашвили Д.Б., Краснощеков Г.П. Крутые ступени перехода к устойчивому развитию // Вестник РАН, 1996. Т. 66. № 5. С. 436-440.

12. Ронов А.Б. Осадочная оболочка Земли. М.: Наука, 1980. 80 с.
13. Савенко В.С. Геохимические аспекты устойчивого развития. М.: ГЕОС, 2003. 180 с.
14. Шварц С.С. Проблемы экологии человека // Вестник АН СССР. 1976. №12. С. 80-88.
15. Daly H. Toward some operational principles of sustainable development // Ecological Economies. 1990. Vol. 2. N 1. Pp. 1-6.

НОВЫЙ МЕХАНИЗМ ПОГЛОЩЕНИЯ УГЛЕРОДА. ОТЫСКАНИЕ MISSING SINK

В.С. Савенко[1], А.Л. Самсонов[2]

[1]Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, географический факультет; Россия, 119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д.1; тел.:+7(495)426-46-72,
e-mail:Alla_Savenko@rambler.ru
e-mail:[2]ecolife21@gmail.com

Аннотация. В настоящее время на международном уровне создана система учета выбросов парниковых газов на основе национальных систем учета выбросов и поглощений. Действенность этих систем в учете поглощений вызывает сомнения из-за сложностей локального контроля углекислого газа в атмосфере и неопределенностей баланса лесного хозяйства. В данной статье это объясняется тем, что основную роль в учетах поглощения углерода должны играть необратимые абиотические механизмы вывода углерода из круговорота веществ, противоположные сжиганию ископаемого топлива. Улавливание и фиксация углерода экосистемами – обратимый процесс, первый шаг к его выводу из атмосферы. Осуществятся ли при этом следующие шаги, ведущие к необратимому связыванию углерода, зависит главным образом от взаимодействия экосистем с водными потоками, формирующими материковый сток. В работе приведены оценки, которые на порядок повышают существовавшие ранее величины выноса углерода с речным стоком, и вывод, что материковый сток является главным механизмом, ведущим к захоронению углерода.

Ключевые слова: связывание углерода, материковый сток, «потерянный сток», речной сток

Abstract. At present, at the international level, a system has been established for recording greenhouse gas emissions based on national systems for accounting for emissions and removals. The effectiveness of these systems in accounting for acquisitions raises doubts because of the difficulties of local control of carbon dioxide in the atmosphere and uncertainties in the balance of forestry. In this article, this is due to the fact that the irreversible abiotic mechanisms of carbon removal from the circulation of substances, which are the opposite of burning fossil fuels, must play the main role in accounting for carbon sequestration. Carbon capture and fixation by ecosystems is a reversible process, the first step towards its withdrawal from the atmosphere. Whether the next steps will be taken leading to irreversible carbon sequestration depends mainly on the interaction of ecosystems with the water flows forming the continental runoff. In this paper, estimates are given, which increase the previous levels of carbon carry-over by riverine flow by an order of magnitude. The conclusion that continental runoff is the main mechanism leading to the burial of carbon.

Key words: carbon sequestration, continental runoff, «missing sink», soil, water flows

ОЦЕНКИ ПОГЛОЩЕНИЙ УГЛЕРОДА И ПРОБЛЕМА «MISSING SINK»

Величины оценок поглощения экосистем суши в работах разных исследователей сильно различаются. Например, по данным работы [1], основанной на анализе баз данных системы учета FLUXNET поглощение экосистем суши оставляет 4,3 Гт в год, что определяется как разность собственного дыхания растений в размере 118,7 Гт/ год, и поглощения за счет фотосинтеза в размере 123 Гт/год. Если компьютерные модели экосистем дают для северных лесов оценки более 2,5 Гтн/год, то оценки по базам данных снижают эти оценки до 1,5 Гтн/год для всего Северного полушария.

Инструментальные оценки, основанные на прямых замерах CO_2 воздуха, проводимые с помощью забора с самолетов (проект NACA), еще более занижает величины поглощения. Например, по мнению Дэвида Шиммеля (NASA Jet Propulcen Laboratiry) [3], тропические леса поглощают 1,4 миллиарда тонн углекислого газа, тогда как глобальное поглощение экосистем суши не превышает 2,5 млрд т. С/год. При этом идут также споры о роли саванн, которым отводится примерно 25% общего поглощения суши.

В то же время прямой расчет поглощения CO2 лесами может быть проведен на основе данных по поглощению модельных лесов, которые дают в среднем 3 тонны CO2 на гектар, а по данным ФАО для азиатских лесов эта величина – 5 тонн/га, т.е. в пересчете на углерод поглощение варьирует в районе 0,8-1,4 т.С/га. Эта величина даст поглощение порядка 1 Гтн для площади лесов только России, составляющей около 25% лесов мира. Соответственно оценка мирового поглощения леса составит 4 Гтн, что никак не укладывается в инструментальные оценки.

Рассмотрим также классическую методику оценки прироста CO2 в различных регионах планеты по данным наземных измерительных станций - временные ряды Киллинга, отсчет которых начат в 1958 г.

Важная особенность кривой Килинга состоит в том, что прирост концентрации за 50 лет составлял в среднем 1,8-1,9 ppm/год (т.е. составляет величину порядка 0,5%/год).

При этом прирост CO_2 на уровне 0,5% в год сильно отстает от темпа роста антропогенных выбросов, который в первой декаде XXI века составляет порядка 3%/год, т.е. в 6 раз превышает реальный средний прирост CO_2.

В то же время оценки скорости запасания углерода на уровне 3 Гтн./год полученные NACA для суши почти в 3 раза меньше среднего темпа выброса в размере 9 Гтн/год – этого явно недостаточно для обеспечения столь малой скорости роста концентрации CO_2.

Таким образом, темп запасания углерода в биосистемах суши - около 3 ГтнС/год- должен быть дополнен стоком в океан в размере не менее 3,5 ГтнС/год, чтобы обеспечить полный сток на уровне 6,5-6,7 Гтн, который необходимым для поддержания темпов реального роста концентрации CO_2 на нынешнем относительно низком уровне.

Эти оценки входят в конфликт с имеющимися глобальным оценками работы /4/, по данным которой с 1960 г. по 2010 г. поглощение CO_2 всеми экосистемами суши и поверхности океана все время возрастало со средней (постоянной) скоростью 0,05 Гт углерода в год, нарастало и общее поглощение – для всей поверхности земного шара (включая океан) за 50 лет оно увеличилось в два раза: с 2,4±0,8 до 5,0±0,9 млрд. тонн углерода в год. При этом поглощение океаном оценивается как постоянное закисление на уровне 2,5 млрд. тонн С/год.

Баланс атмосферы по углероду складывается из поступления и вывода. Данные по сжиганию ископаемого топлива и обезлесению говорят о том, что в период 2002-2011 гг. в атмосферу попадало ежегодно примерно 9,3 млрд. тонн С. Согласно

балансу, подведенному авторами исследования, поглощено растительностью суши - 28% или 2,6 млрд. тонн С., 2,5 млрд. тонн (26%) – уходило в океан, а остальные 46% увеличивали концентрацию газа в атмосфере, добавляя в атмосферу примерно 4,3 ГтнС/ год.

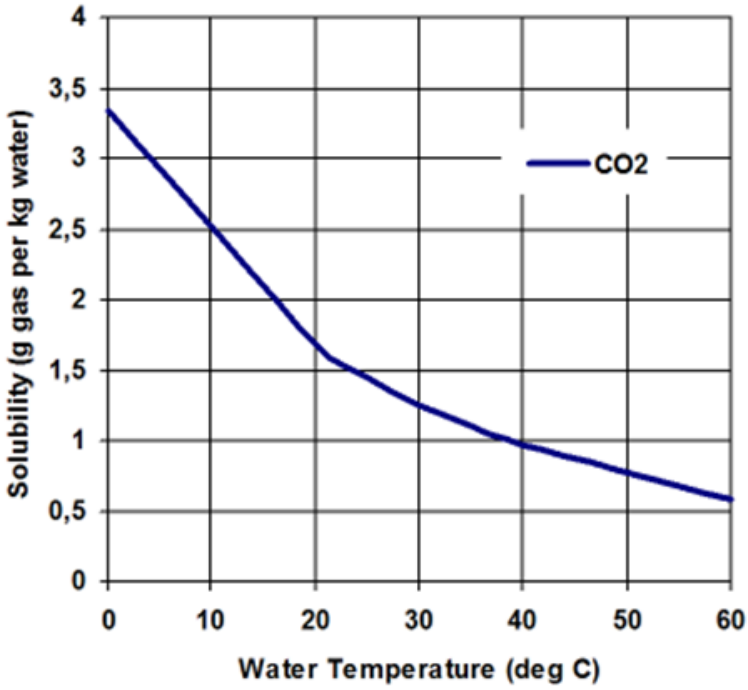
Данные этой работы расходятся с результатами оценок по кривой Киллинга, которая растет со скоростью, отвечающей добавке в атмосферу не более 3,8 Гт/год. Еще более разительна разница в оценке общей поглощающей способности океана, если учесть данные Шиммеля [3] о том, что инструментально экоситемы суши «доказывают» поглощение 3 ГтнС/год - оценки поглощения океана расходятся как минимум на величину 1 Гтн С/год.

Вопрос о происхождении этих различий является дискуссионным – его иногда называют проблемой «потерянного стока» или «missing sink». Эту проблему в явном виде сформулировал академик Г.А.Заварзин в своей монографии [5]. В этой же работе Заварзин оценил запас углерода в почвах России, накопленный за время голоцена – 8 тыс. лет, величиной 300 Гтн. Однако и в этой оценке присутствует «missing sink» - поскольку средний годовой сток за эти тысячелетия должен был составлять не более 300/8 =37,5 млн. тонн С/год! Для России эта оценка представляется явно и существенно заниженной, но непонятно, где тогда остальной углерод, который должен был быть запасен за этот исторический период. Далее мы отвечаем на этот давно назревший вопрос.

МЕХАНИЗМ РАСТВОРЕНИЯ ГАЗОВ

Углекислый газ инертен, поэтому химическое связывание напрямую, без фиксации в некотором субстрате, ему практически «не грозит». Однако он очень хорошо растворим в воде, поэтому вода и является важнейшим субстратом для фиксации газообразного CO_2. В этой связи растворение в воде нами рассматривается как механизм более эффективный и альтернативный к общепринятому механизму фиксации CO_2 в биомассе растений путем фотосинтеза.

Для рассмотрения растворения CO_2 в планетарных масштабах, особое значение приобретают высокие широты и большие глубины океана (гиполимнион) которые обладают тем отличием, что при снижении температуры растворимость углекислого газа в них растет:



Именно этим обусловлен мощный поток поглощения CO_2 в океане, причем насыщаются только верхние – сравнительно теплые слои океана (100-150 метров), тогда как более глубокие слои океана, лежащие под так называемым «термоклином» (они называются в стратифицированных водоемах «гиполимнион», как слой расположенный ниже границы конвективного перемешивания), остаются ненасыщенными по CO_2 и тем самым представляют собой гигантский «сток», постоянно действующий и далекий от какого либо насыщения резервуар для захоронения CO_2.

Проблема закисления океана существует только на «мелкой воде» – на глубинах где перемешивание эффективно выравнивает температуру – в результате потоку растворяющегося CO_2 некуда отводиться. При этом нагрев дна лучами солнца способствует уменьшению растворимости газа.

В то же время в глубоких водах существуют даже так называемые «мертвые воды», или олиготрофные воды, практически лишенные как кислорода, так и CO_2 - там все кислородсодержащие соединения (!) съедены бактериями или переведены в низко-окисленную форму – например, оксид азота NO_2 теряет кислород за счет деятельности бактерий и превращается в закись N_2O.

В то же время при рассмотрении процессов, происходящих на суше, на наш взгляд, недостаточно учитывается растворение CO_2 в водах, находящихся во взвешенном виде – в состоянии тумана, низкой облачности и, что особенно важно, в речном стоке.

Этот процесс обладает явным преимуществом простоты объяснения зависимости колебаний, систематически увеличивающих свой размах по мере продвижения в высокие широты (см рис.1) тем, что в высоких широтах в летний период, совпадающий с периодом вегетации северных лесов, в этой же зоне возникают большие объемы воды, которые активно растворяют CO_2. Эти большие объемы обусловлены прежде всего таянием весной мерзлоты в сочетании с туманным механизмом водообмена таежных биомов.

Однако само по себе поглощение должно быстро выходить на насыщение, поэтому для того, чтобы объемы поглощения были значительны, необходимо, чтобы

поглощающие воды были проточными. Условиям протока и движению в сторону увеличения растворимости отвечают реки, текущие на Север - Енисей, Лена, Обь, Кола, Северная Двина и многие другие реки Сибири. Один из принципиальных факторов по этому механизму состоит в том, что великие реки России несут свои воды на Север и впадают в холодные океаны. При этом происходит комплекс процессов: с одной стороны, растворимость CO_2 в соленой воде меньше, чем в пресной, и поэтому устья рек должны характеризоваться повышенным выходом углекислого газа, однако за счет разницы температур между верховьями и устьем этот эффект может быть элиминирован.

Оценку связывающей для углерода способности бассейна водостока сибирских рек можно провести через суммарный водосток рек в северные моря. Суммарный водосток этих рек в океан оценивается величиной порядка 2500 км^3 в год. При растворимости CO_2 в районе 2-3 гр на кг воды, годовой поток CO_2, переносимый течением рек, составляет 5-7,5 Гт CO_2 (с учетом того, что вес одного км^3 воды равен 1 млрд тонн), или в пересчете на углерод - от 1,4 до 2 Гтн С/год.

В этой цифре еще не учтен углерод, который выделяется с метаном, поступающим в моря вместе со стоком великих рек (мы оценим его далее). Пластовые льды вечной мерзлоты в тысячи раз пересыщены метаном [6]. В ряде мест имеются и потоки, связанные с просачиванием потоков из месторождений газа и газовых гидратов, расположенных в шельфовых зонах океана. Метан попадает в водосток сибирских рек главным образом при таянии вечной мерзлоты. Этот процесс интенсифицируется в течение лета и достигает максимума в сентябре. При этом в реки попадают стоки, содержащие пузырьки метана или насыщенные метаном. Происходит это благодаря на порядки более высокой, чем в воздухе (где метан содержится в среднем в концентрации 1,8 ppm), концентрации метана в мерзлых песках и пластовых льдах. По данным И.Д. Стрелецкой с соавторами, минимальная концентрация метана в мерзлых отложениях характерна для песков и составляет 15–100 ppm. Максимальная концентрация метана характерна для глин морского генезиса – до 3000 ppm. Концентрация метана в полигональножильных льдах 100–700 ppm, а в пластовых льдах – до 10 тыс. (10000) ppm [6].

Данная гипотеза дает новый виток оценке роли тайги/бореальных лесов в Северном полушарии. Этот виток связан с оценкой значения вечной мерзлоты, а также леса не только как регулятора отношения CO_2/O_2 , но важнейшего из регуляторов оборота подземной и приземной влаги, которая в свою очередь оказывается способной запасать гораздо большие количества CO_2, чем можно было предположить ранее.

Именно роль влаги может позволить объяснить рис.2, тогда как с точки зрения фотосинтеза тайга должна была бы уступить пальму первенства тропическим лесам в конкуренции за первенство в деле управления балансами углекислого газа.

Но если бы действительно лидировали тропические леса, то рис. 2 должен был бы выглядеть совершенно иначе – максимальный размах колебаний приходился бы на экваториальную или близкую к ней зону (возможно, немного смещенную в Северное полушарие, но никак не распространяющееся на него полностью!).

Для великих рек Сибири механизм сбора растворенного CO_2, основанный на повышении растворимости при снижении температуры, обладает способностью самоподдержания (положительная обратная связь), которая связана с движением воды на Север. Развитие цикла сопровождается снижением температуры и тем самым создает «насос» для перекачивания CO_2 в Северный океан. Водоросли и планктон активно перерабатывают этот газ в кислород и сами активно растут. Богатая кислородом и планктоном вода активно способствует росту популяций рыб – на побережье рыба просто «кишит» - чукчи ловят рыбу голыми руками и питаются ей

круглый год. Таким образом, растворенный углерод максимально усваивается экосистемой северных морей.

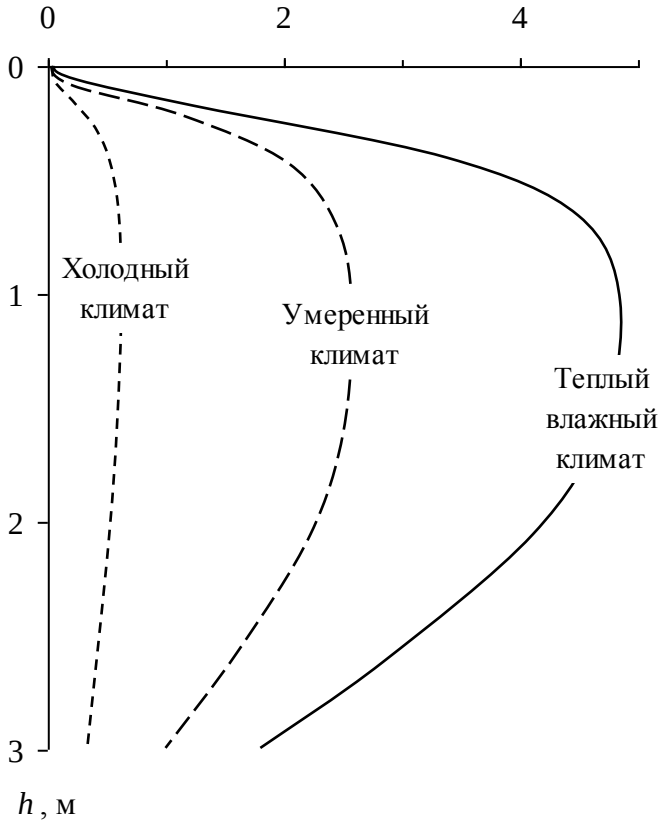
Пресные воды, обогащенные CO_2, «растекаются» из устья рек по поверхности океана, где создают бинарный пресно-соленый слой. Слои имеют разное поверхностное натяжение, что запускает механизм поверхностной конвекции Марангони (насыщенность углекислым газом и метаном также изменяет поверхностное натяжение). В то же время ветровой напор усиливает конвективное перемешивание, дополняя механизм перемешивания объемной конвекцией Релея, на фоне активизации при расслоении механизма конвекции, движителем которой является разность плотностей при изменении солености воды (термохалинная конвекция).

Все это приводит к активации планктонных сообществ питающихся CO_2, что особенно усиливается потепление климата. В результате в Арктике и в Антарктиде все чаще обнаруживают «зеленые» льды, содержащие вмерзшие в них сине-зеленые водоросли. Например, в **море Росса, примыкающем к Антарктиде в Южном океане, происходят аналогичные явления.** Последние пять лет, начиная с 2012 г. и до настоящего времени, в море Росса отмечен значительный рост фитопланктона в конце февраля и начале марта. Спутниковые фотографии льдов приобретают зеленый цвет (http://replyua.net/novosti-v-mire/58572-antarktida-teper-zelenaya-snimki-sdelannye-sputnikom.html), в связи с чем появился даже термин «Зеленая Антарктида».

Однако в Арктике расцвет фитопланктона происходит интенсивнее, чем в Антарктике, и количество планктона, в том числе фитопланктона, настолько велико, что его материальное обеспечение требует объяснения. Кроме того, в Арктике осенью может возникать второй сезон цветения водорослей, поскольку морской лед отступает и сенечные лучи дают все больше энергии для фотосинтеза.

ТРАНСПОРТ УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА

Для понимания транспорта углекислого газа принципиальное значение имеет высокая концентрация CO_2 в почве. Максимальное содержание углекислоты в почвенном воздухе отмечается на глубине 90–180 см, где концентрация углекислого газа в течение всего года составляет 8–12 %, в то время как в поверхностных горизонтах вследствие активного газообмена с атмосферой она понижается до 2 % и падает до 0,04% (400 ppm CO_2) в открытой атмосфере. При этом в течение года концентрация диоксида углерода в почве имеет четко выраженный максимум(!) в вегетационный период. Это позволяет утверждать, что вся вода, просачивающаяся в летний (вегетационный!) период через почвенный покров, оказывается также насыщенной CO_2 до предела растворимости, причем поскольку по мере просачивания вглубь температура почвы, как правило, снижается (это правило не знает исключений для северных широт, особенно если внизу вечная мерзлота!), то в результате количество растворенного CO_2 возрастает по мере просачивания воды по корневой системе каналов и дальнейшего подземного водостока в реки.



Типичные вертикальные профили парциального давления CO_2 в почвогрунтах разных климатических зон

Этот механизм насыщения работает и для поверхностного стока на лесных почвах, так как в лесном опаде формируются наиболее эффективные микробные сообщества, эффективно превращающие органику в гумус и насыщающие при этом почву углекислым газом.

Таким образом, гипотеза водного стока позволяет учесть важный дополнительный механизм запасания углерода, работающий в таежных лесах Северного полушария, который опирается на роль леса в изменении соотношения поверхностного и подземного стока воды. Эта роль леса многократно и горячо обсуждалась на протяжении XX века (роман Леонова «Русский лес» запечатлел политизированный фрагмент этих споров). В «сухом» остатке споров неопровержимо доказано, что сведение лесов приводит к заболачиванию почв, т.е. фактически исчезновению подземного стока и смене типа поверхностного стока и типа дыхания почвы. Поэтому можно утверждать, что именно леса вносят главный вклад в формирование водосбора рек.

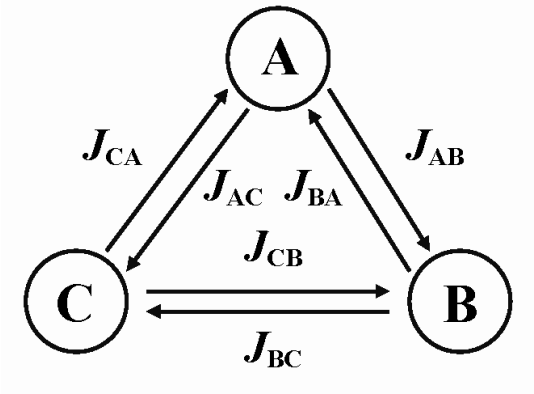
МАТЕРИКОВЫЙ СТОК

Необходимо отметить ошибочность акцентирования внимания на лесах как главных поглотителей CO_2. Дело в том, что продукция и деструкция органического вещества в экосистемах почти точно равны и из 1200 млн т органического вещества, образующегося при фотосинтезе, за тот же период 99% разрушается и переходит обратно в CO_2. В итоге время пребывания углерода в составе биоты невелико (см. ниже).

Массы и время пребывания углерода в резервуарах геосферы

Резервуар	Масса углерода, 10^{15} г	Время пребывания, годы
Атмосфера	590	4
Биота суши	0.56	15
Биота океана	0.007	0.04
Почвы	4	30
Водная толща океана	38000	380
Донные отложения океана	7000000	$n\times10^8$
Породы зоны гипергенеза	?	$n\times10^8$

Небольшое время пребывания углерода в перечисленных резервуарах означает, что накопление его в любом из них на временном интервале ≤30 лет является обратимым. Отсюда следует, что при достижении стационарного состояния (рисунок) конечный результат техногенного вброса CO_2 распределения добавочного углерода по резервуарам географической оболочки (геосферы) пропорционален исходному распределению масс. В этом случае в биоте суши на указанном временном интервале может задержаться не более 0.1% техногенных выбросов CO_2.



Условие стабильности $\Sigma J = 0$.

То, что леса не могут выступать долгосрочными эффективными поглотителями антропогенного CO_2, следует также из сравнения текущей и максимально возможной биомассы лесов.

Биомасса современных лесов 755 Гтн. С
Биомасса доисторических лесов 980 -»-
Предельное связывание CO_2 в биомассе новых лесов при переводе освоенных территорий в девственное состояние 225 -»-
Максимальное время сдерживания потепления климата 32 года

Принципиально иная ситуация складывается при переходе CO_2 в состав донных отложений океанов и морей со временем пребывания в сотни миллионов лет, что соответствует практически необратимому связыванию. Это связывание происходит на протяжении всего процесса литогенеза – образования осадочных пород – от стадии выветривания горных пород на суше до стадии отложения осадочного материала на дне морей и океанов. Важная роль абсорбции атмосферного CO_2 в ходе литогенеза и особенно ее необратимость в концепции МГЭИК не учитывается.

При выветривании происходит удаление из атмосферы части CO_2, входящей в состав новообразованного органического вещества и карбонатов, которые переносятся в океаны, моря и континентальные водоемы, где становятся компонентами донных отложений (осадочных пород).

Имеется принципиальное различие связывания CO_2 при выветривании карбонатных и силикатных минералов.

На суше растворение карбонатных пород происходит при участии атмосферного CO_2, который входит в состав растворенных бикарбонатов:

$$CaCO_3 + H_2O + CO_2 \downarrow = Ca^{2+} + 2HCO_3^-. \quad (1)$$

В водоемах протекает обратная реакция осаждения твердых фаз карбонатов с возвращением ранее поглощенной CO_2 воздуха обратно в атмосферу:

$$Ca^{2+} + 2HCO_3^- = CaCO_3 + H_2O + CO_2 \uparrow. \quad (2)$$

Часть возвратного потока CO_2 из океана в атмосферу связана с хорошо известным процессом переотложения карбонатных пород суши, в котором CO_2 атмосферы выполняет функцию катализатора:

$$CaCO_3 + H_2O + CO_2 \downarrow \; = \; Ca^{2+} + 2HCO_3^- \; = \; CaCO_3 + H_2O + CO_2 \uparrow \quad (3)$$

выветривание карбонатных пород — *материковый сток* — *отложение карбонатных осадков*

Из (3) следует, что переотложение карбонатных пород, сопровождающееся поглощением CO_2 на суше и эквивалентным выделением его из океана, не влияет на содержание CO_2 в атмосфере. При выветривании силикатов также происходит необратимое поглощение атмосферного CO_2, который вытесняет кремнезем и связывается в форме карбонатов:

$$CaSiO_3 + CO_2 = CaCO_3 + SiO_2. \quad (4)$$

Предварительные расчеты, приведенные в [8], показывают, что ежегодно при выветривании силикатов связывается 533 млн т CO_2 (145 млн т С). Эта цифра соответствует минимальной оценке **необратимого** поглощения CO_2 сушей, поскольку аналогичное взаимодействие CO_2 с силикатными горными породами, происходящее ниже зоны интенсивной эрозии, до сих пор даже приближенно не оценивалось.

ПАРИЖСКОЕ СОГЛАШЕНИЕ

На сегодня вопрос о механизме и абсолютной величине поглощения CO_2 России – это далеко не чисто академическая дискуссия – она выходит на уровень управления практическими действиями при координации усилий международного сообщества, направленных против угрозы глобального потепления. Например, в Парижском соглашении 2015 г., где компенсационным мерам посвящен отдельный раздел (статья 5), упомянуто только связывание атмосферного CO_2 в биомассе леса. Тем самым в соглашении уже «потеряна» почва, что особенно важно для северных лесов, растущих, как правило, на торфяных болотах.

При этом самое главное заблуждение, которое дезориентирует усилия мирового сообщества, по мнению авторов данной работы, находится глубже – в том, что внимание обращается лишь на биомассу лесных экосистем, которая считается результатом поглощения углерода. Однако потоки кислорода и CO_2, которые поступают из квазибесконечного резервуара - атмосферы, за время жизни леса остаются почти постоянными – небольшая добавка концентрации CO_2 не вызывает существенного изменения роста биомассы. Лес, скорее, важный посредник между переменными потоками солнечной энергии и воды, чем накопитель углерода. В лесу формируется подземный и поверхностный сток, который и является проходящим через

лес «внешним» потоком. Благодаря использованию энергии Солнца лес продвигается вглубь и тем самым развивает подземный сток, который обогащается запасенным в почве углеродом и переносит его дальше.

Например, в оценках производства кислорода часто говорят, что тропические леса – «легкие планеты», однако при этом умалчивается, что за год тропические леса потребляют практически столько же кислорода, сколько образуют. Расходуется он на дыхание организмов, разлагающих готовое органическое вещество, в первую очередь бактерий и грибов. Для того чтобы кислород начал накапливаться в атмосфере, хотя бы часть образованного в ходе фотосинтеза вещества должна быть выведена из круговорота, например попасть в донные отложения и стать недоступной для бактерий, разлагающих его аэробно, т.е. с потреблением кислорода. До сих пор многие важные детали того, как установилось современное равновесие между поступлением кислорода в атмосферу и его изъятием, остаются невыясненными. Ведь заметное увеличение содержания кислорода, так называемое «Великое окисление атмосферы» (Great Oxidation), произошло только 2,4 млрд лет назад, хотя точно известно, что осуществляющие оксигенный фотосинтез цианобактерии были уже достаточно многочисленны и активны 2,7 млрд лет назад, а возникли они еще раньше — 3 млрд лет назад. Таким образом, в течение, по крайней мере, 300 миллионов лет деятельность цианобактерий не приводила к увеличению содержания кислорода в атмосфере. Почему? Известно, что образование большого количества азота N^2 обусловлено окислением аммиачно-водородной атмосферы молекулярным кислородом, который стал поступать с поверхности планеты в результате фотосинтеза, начиная с 3 млрд лет назад. Первоначально кислород расходовался на окисление водородной и аммиачной атмосферы – в результате образовались вода и азот. Первичный океан Панталасса возник предположительно 2,5 млрд. лет назад. Однако еще ранее по всей видимости начались стоковые процессы, которые и вели к захоронению углерода под водой, а впоследствии - под дном океана.

БИОСФЕРА ≠ ЭКОСИСТЕМА

Главное стремление экосистемы состоит в том, чтобы максимально снизить зависимость от изменений окружающей среды. Главный вопрос в русле нашего рассмотрения – почему не замкнут цикл углерода, почему экосистемы Земли не могут его полностью усвоить?

Мы имеем дело именно с биосферой, где существующие экосистемы находятся в зависимости от ограничений, наложенных извне, а именно установленных балансом потоков во внешней среде, а не их внутренними потребностями и возможностями. Экосистемам приходится вписываться в ниши, заданные неорганическими неравновесными системами, находящимися в устойчивом состоянии, которое определяется величинами потоков подводимых и отводимых веществ. Экосистемы, занимают ниши именно в таких устойчивых состояниях (если не погибают – это ведет к обезлесению и опустыниванию), однако во многом способны корректировать условия внутри ниши, подстраивая ее «под себя». В отношении сети углеродных потоков, пронизывающих биосферу планеты, следует сделать вывод, что углеродный «зазор» обусловлен торможением извне, так как сами экосистемы океана и суши способны усвоить огромные количества углерода – для суши это потоки на уровне 120 Гтн в год, для океана – на уровне 90 Гтн/год.

Поэтому речь идет о неравновесности, в том числе о внешних ограничениях реакции фотосинтеза экосистем, не дающих им «съесть» весь избыток углерода в атмосфере. Если мы оценим потоковую нагрузку, вызванную добавкой 9 ГтнС/год, то увидим, что экосистемы, участвующие в потреблении по циклу углерода суши,

снабжаются потоком, величина которого составляет 120 Гтн тонн и при этом ежегодно получает «нагрузку» в 3 Гтн/год или 2,5% от «номинала». Аналогичную нагрузку испытывает поток в океан - составляя 90 млрд. тонн, он, по данным [4], дополучает 2,5 млрд тонн углерода, т.е. вариация составляет почти такую же величину, как для суши - 2,7%. Такое распределение нагрузки, с одной стороны, не должно еще вызвать нестабильность в пропускании сетевой структуры – порогом нестабильности считается добавление более 5% от номинала в сеть (для электрических сетей с порогом 5% столкнулись проектировщики ветро- и солнечных систем «добавленной» энергетики). Однако в целом 9 ГтнС/год от суммарного потока планеты в 210 ГтнС/год уже составляет величину, близкую к 5% (4,3%), что говорит о том, что критический порог нестабильности работы транспортных сетей уже достигнут.

И мы эту нестабильность уже ощущаем в виде погодных аномалий, которых становится все больше и больше год от года. Однако это не изменения климата, а именно аномалии погоды, так как масштаб времени для «отработки» экосистемами внешних факторов таких, например, как изменения теплового потока от сезона к сезону, как правило, очень мал – несколько дней, неделя - и листья расцвели весной, а осенью наоборот – опали. Это еще одно подтверждение более высокой скорости установления равновесия внутри экосистем (мгновенное равновесие по климатическим меркам) экосистемы готовы «отработать» и по мере сил смягчить, действие внешних нестабильностей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Понимание лимитирующих процессов захоронения углерода и разработка способов целенаправленного воздействия на содержание CO_2 в атмосфере имеют фундаментальное значение для развития современной науки, поскольку речь идет о том, что должны возникнуть технологии, позволяющие обратимо направлять изменения в глобальном масштабе. Обратимо – для того, чтобы если неустойчивость потоков повернет процессы вспять, например потепление сменится похолоданием, воздействие можно было бы адекватно скорректировать.

Механизм поглощения углерода водными потоками, протекающими через лес и особенно его почвенную составляющую, показывает, насколько мы мало представляем роль и назначение частей климатического механизма, работающего у нас на глазах.

Наши технологии должны понимать взаимосвязи планетарных потоков и по возможности использовать именно те механизмы регуляции, которые используются в природе. Умение ими управлять необходимо, чтобы добиться сохранения параметров состояния биосферы в оптимальном диапазоне значений при усилении хозяйственной деятельности.

Литература

1. C. Beer, M. Reichstein, Y. Chen, M. Zhao, Q. Mu, S. Running, Large-scale evapotranspiration derived from MODIS GPP compared to MODIS evapotranspiration and observations. Invited to the American Geophysical Union Fall Meeting, San Francisco, 10-14 December 2007.
2. Science 2007 года, "Weak northern and strong tropical land carbon uptake from vertical profiles of atmospheric CO2" Authors: Britton B. Stephens, Kevin R. Gurney и др. (всего около 15 авторов).
3. Dec. 19, 2014, Global Atmospheric Carbon Dioxide, Devid Shimmel, NASA.
4. The global carbon budget 1959–2011, Earth Syst. Sci. Data Discuss., 5, 1107–1157, 2012 / www.earth-syst-sci-data-discuss.net/5/1107/2012/.

5. Заварзин Г.А. Пулы и потоки углерода в наземных экосистемах России, Ин-т физ.-хим.и биол. проблем почвоведения РАН. М.: Наука, 2007. 315 с.
6. Стрелецкая И.Д. Метан в подземных льдах и мерзлых отложениях - причина опасных геологических процессов в Арктике https://istina.msu.ru/publications/article/38760669/).
7. Puxty et al., 2016, Current Biology 26, 1585–1589 , June 20, 2016. Published by Elsevier Ltd. http://dx.doi.org/10.1016/j.cub.2016.04.036).
8. Савенко В.С. Трансформация силикатов в процессе литогенеза как фактор, контролирующий содержание CO_2 в атмосфере // Вестник Моск. университета. Сер.5. География. 2005. № 5. С. 5–11.

РАДИАЦИОННЫЙ ФОРСИНГ НА КЛИМАТ И ЭКОЛОГИЮ
(посвящается 100-летию академика Н.Н.Моисеева и 60-летию запуска первого спутника)

Т.А. Сушкевич

Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН»,
Россия, 125047, г. Москва, Миусская площадь, д. 4.
Тел.: (495)433-16-23, факс: (499)972-37-07, e-mail: tamaras@keldysh.ru

Аннотация. Посвящается математику-философу академику Никите Николаевичу Моисееву в год 100-летия со дня его рождения и 60-летия запуска в СССР первого искусственного спутника Земли, положившего начало космической эпохи и «цифровой цивилизации XXI-го века», к которым непосредственное отношение имеет Н.Н.Моисеев - отечественный ученый, кто в середине XX века перешел от географических понятий «климат» и «экология» к всепланетарным проблемам климата и устойчивого развития планеты и создал научные основы для исследований сложнейшей климатической системы Земли и коэволюции природы и общества. Сценарий «ядерной зимы» - наглядная иллюстрация радиационного форсинга на КСЗ под влиянием изменений окружающей среды.

Ключевые слова: космос, климат, экология, радиационный форсинг, дистанционное зондирование, эволюция Земли

2017 год – это год 100-летия со дня рождения математика-философа академика Никиты Николаевича Моисеева (23.08.1917-29.02.2000) и 60-летия запуска 4 октября 1957 года в СССР первого в истории человечества искусственного спутника Земли (ИСЗ) [1, 2], положившего начало космической эпохи и «цифровой цивилизации», к которым непосредственное отношение имел Н.Н. Моисеев, в частности создавший научную школу по «цифровой экономике». Признавая заслуги советского народа в покорении космоса, в честь 50-й годовщины полета человека в космос на 85-м пленарном заседании Генеральная Ассамблея ООН приняла историческую Резолюцию A/RES/65/271 от 7 апреля 2011 года: «***Генеральная ассамблея****, … напоминая о том, что 12 апреля 1961 года состоялся первый полет человека в космос, который совершил Юрий Гагарин — советский гражданин, родившийся в России, и признавая, что это историческое событие открыло путь для исследования космического пространства на благо всего человечества, …* ***провозглашает 12 апреля Международным днем полета человека в космос*** *…»*. Это важнейший акт для мира и страны, чтобы впредь не переписывали историю цивилизации: **СССР – ПЕРВЫЙ в космосе**!

Кратко об истории проблемы и встречах с Н.Н. Моисеевым

В настоящей статье речь идет о сопряженных задачах экологии, климата, дистанционного зондирования и глобального мониторинга Земли из космоса и радиационного форсинга на окружающую среду и глобальный климат. Только благодаря покорению космоса, развитию космических исследований и международных систем наблюдений, а также параллельных супервычислений и big date появилась перспектива решения подобных задач. Впервые об этом автор написала в

публикациях [2, 3], в частности, и в связи с принятием «Парижского соглашения согласно Рамочной конвенции Организации Объединенных Наций об изменении климата».

На исследования автора по глобальным проблемам значительное влияние оказало общение с Н.Н. Моисеевым и участие в работе объединенных научных советов, созданных в СССР при Президиуме АН СССР, ГКНТ и Минприроды. Автор – последняя ученица Евграфа Сергеевича Кузнецова [4], создавшего московскую научную школу по теории переноса заряженных частиц, нейтронов, излучения разной природы и в 1955 г. организовавшего в Институте Келдыша единственный в мире уникальный отдел «Кинетические уравнения». Автор статьи – последняя ученица Е.С.Кузнецова и все работы посвящены теории переноса излучения и ее приложениям [5, 6]. Первая встреча с Н.Н. Моисеевым состоялась в начале 70-х годов на философско-методологическом семинаре под руководством Сергея Павловича Курдюмова, на котором прозвучал доклад о моделях общей циркуляции атмосферы и океана, глобального климата и методах вычислительной физики в климатологии. Эти работы проводились группой младших научных сотрудников под руководством Владимира Валентиновича Александрова [7]. Я обратила внимание на то, что в моделях отсутствовал радиационный блок с моделями лучистой энергии, на важность которой Е.С.Кузнецов указывал в 1925-1927 гг. и сформулировал модели в 1940-1941 гг. [4].

В начале 1985 г. на Межведомственном семинаре под руководством министра науки председателя ГКНТ СССР академика Гурия Ивановича Марчука с докладом о модели «ядерной зимы» и климатических последствиях локальных ядерных ударов выступил В.В. Александров. Зал коллегии был переполнен. Это был семинар с геополитическим уклоном в годы, когда Рейган увлекся СОИ. Модель радиационного блока была простейшая: одномерная сфера и инфракрасный диапазон излучения без многократного рассеяния с учетом поглощения сажи, выброшенной в атмосферу в результате пожаров. В итоге даже на этих простейших моделях нагляднейшим образом был продемонстрирован радиационный форсинг на климат, биосферу и эволюцию планеты [8-10]. Тогда же состоялась наша договоренность о сотрудничестве для улучшения радиационного блока, поскольку у нас уже были лучшие в мире сферические модели, адекватно описывающие радиационное поле Земли и апробированные в космических проектах [6, 11, 12]. Сотрудничество не состоялось, поскольку 31 марта 1985 г. в Мадриде произошла трагедия и Александрова нет…

Неизгладимое впечатление осталось от интеллектуальной «мозговой» атаки ведущих советских специалистов по координации усилий в области экологии под эгидой ООН (43-я сессия Генеральной Ассамблеи ООН, декабрь 1988 г.) и при проведении «Глобального форума по защите окружающей среды и развитию в целях выживания» (Москва, январь 1990 г., более пяти тысяч участников, в том числе Альберт Гор и Карл Саган из США), на котором участники обсудили темы: «Земля и человеческое общество», «Человек и природа», «За выживание и развитие человечества», «Технология, промышленность, урбанизация: экологические проблемы здоровья» и др. Отмечалось, что человечество столкнулось одновременно с двумя угрозами — ядерной и экологической. Заключительное заседание форума состоялось в Кремле. С обращением к участникам «Глобального форума» выступил президент СССР М.С.Горбачев. Он высказал основные идеи программы по спасению биосферы и восстановлению ее жизненных сил (программу подготовили ученые АН СССР при участии Г.И.Марчука, Н.Н.Моисеева, А.Л.Яншина, Ю.А.Израэля, К.Я.Кондратьева, Г.С.Голицына и др.). Суть их состояла в том, чтобы разработать международный кодекс экологической этики. Будучи обязательным для всех государств, кодекс содержал бы единые требования и критерии цивилизованного отношения к природе.

Такая акция символизировала бы готовность мирового сообщества в лице своих высших представителей строить жизнь по новым законам…

В 1989-1991 гг. в СССР на высочайшем научном уровне шла подготовка к первому саммиту руководителей более 140 стран (Earth Summit'92, Бразилия, Рио-де-Жанейро, 3–14 июня 1992 г.), на котором состоялась Конференция ООН по окружающей среде и развитию, где впервые были приняты три основных документа: «Рамочная конвенция ООН по климату», «Конвенция ООН по биоразнообразию», «Декларация Рио-де-Жанейро по окружающей среде и развитию», а также «Заявление с изложением принципов для глобального консенсуса в отношении рационального использования, сохранения и освоения всех видов леса». Н.Н.Моисеев глобально оценивал роль лесов, которые обеспечивают круговорот веществ в природе и являются «легкими планеты», и призывал возобновлять леса. США это предложение не поддержали, потому на саммите ограничились Заявлением, которое было сделано по инициативе России. К сожалению, на этот саммит ученые не попали, но страну представляли вице-президент России А.В.Рудской и председатель СО РАН академик В.А.Коптюг, который издал информационный обзор и таким образом наши ученые узнали о происходящем и принятых документах саммита [13].

В этих научных мероприятиях с огромным энтузиазмом участвовал Н.Н. Моисеев – это было его время, когда его теории и концепции, идеи и смыслы были востребованы не только специалистами, но и государством и международным сообществом. Декларация ООН по окружающей среде и развитию содержит основные принципы экологически корректного поведения мирового сообщества и государств на современном этапе. С точки зрения ООН и участников Конференции, основанная на этих принципах национальная внутренняя и внешняя экологическая политика государства будет способствовать обеспечению национального и международного экологического правопорядка. Этот документ в духе Н.Н. Моисеева. В эти годы он возвращается к учению В.И.Вернадского и публикует философские работы [14,15]. После августа 1991 г. Н.Н. Моисеев оставался публично активным, но изменились тональность и содержание его статей, книг, докладов, лекций, интервью [16-21]. 2017 год – это и год 100-летия февральской и октябрьской революций, когда не только современники, но и молодое поколение вспоминают и высоко оценивают труды Н.Н. Моисеева – политолога, обществоведа, создавшего научные основы теории коэволюции природы и общества, специалиста по экономике глобализма, создавшего научную школу, которую сейчас бы назвали «цифровая экономика» [21].

В своих мемуарах-размышлениях [10] Н.Н. Моисеев отметил, что первый шаг в академическое сообщество был сделан при поддержке М.В. Келдыша, заведующего отделом механики в Математическом институте им. В.А. Стеклова АН СССР, где Н.Н. Моисеев был в докторантуре. В 1952 г. после доклада на научном семинаре отдела М.В. Келдыш представил две статьи Н.Н. Моисеева для опубликования в Докладах АН СССР [22, 23], в которых были развиты результаты Н.Е.Жуковского. В 1965 г. вышла первая монография Н.Н. Моисеева [24]. Эти работы имели прямое отношение к ракетной тематике, и в 1980 г. Н.Н. Моисеев, А.А. Петров, В.В. Румянцев, Ф.Л. Черноусько за цикл работ «Динамика тел с полостями, содержащими жидкость» были удостоены Государственной премии СССР по науке и технике.

В 1956 г. Н.Н. Моисеев был избран профессором кафедры высшей математики МФТИ. В то же время был приглашен на работу в ВЦ АН СССР и в 1958-1986 гг. Н.Н. Моисеев занимал должность заместителя директора. Основным направлением работ Н.Н. Моисеева в те годы было создание методов вычислительной математики для решения аэрокосмических задач. ВЦ был основан в 1955 г. по инициативе

М.В. Келдыша на базе ОПМ МИАН СССР (ОПМ был создан в апреле 1953 г.), когда началось формирование новой отрасли промышленности и ВПК с большими перспективами и новыми НИОКР. Теоретико-расчетные исследования и компьютерное обеспечение ракетно-космической тематики разделили между Институтом Келдыша и Институтом Дородницына: в ОПМ оставили космические работы и баллистические расчеты, а в ВЦ перешла ракетная тематика. Н.Н. Моисеев с энтузиазмом осваивал возможности электронных вычислительных машин и погрузился в «цифровую цивилизацию», без которой космос не покорить. Под его руководством осуществлялось сотрудничество с исследовательскими и проектными организациями, занятыми разработкой авиационной и ракетной техники: ОКБ-1 Главного конструктора С.П. Королева**,** КБ Генерального конструктора В.Н. Челомея**,** КБ "Южное" Главного конструктора М.К. Янгеля и др.

В 1969 г. Н.Н. Моисееву предложили основать и стать первым деканом факультета управления и прикладной математики МФТИ (ФУПМ). Этому способствовали работы Н.Н. Моисеева по вычислительной и прикладной математике и по ракетной тематике, поскольку одной из главных целей создания МФТИ являлась подготовка кадров для ракетно-космической и других высокотехнологичных отраслей. По инициативе академиков Д.Е. Охоцимского и А.А. Самарского на этом факультете были сформированы кафедры, базой которых и сейчас является Институт Келдыша.

Запуск первого спутника - подарок к 50-летию Главного Конструктора космонавтики С.П. Королева, а полет 12 апреля 1961 г. ПЕРВОГО космонавта Гагарина - подарок к 50-летию Главного Теоретика космонавтики М.В. Келдыша [25, 26]**. Главный Теоретик и Главный Конструктор - оба ПЕРВЫЕ ПОКОРИТЕЛИ космоса**[27]! «Советские» были ПЕРВЫМИ, потому что в СССР наука была приоритетом, была мощная база фундаментальной науки и сильнейшая в мире научная математическая школа, ученых и инженеров уважали, техническими проблемами руководил Совет главных конструкторов, а общее руководство осуществлял Совет по космосу при АН СССР (создан в 1955 г.), Председателем которого был Келдыш, а Королев и Тихонравов – его заместители! 14 февраля 1954 г., в кабинете М.В. Келдыша (ныне Мемориальный кабинет-музей академика М.В.Келдыша при Президиуме РАН) состоялось ПЕРВОЕ совещание [2], на котором впервые обсуждался вопрос о создании и запуске в космическое пространство искусственного спутника Земли. В совещании участвовали ученики М.В. Келдыша**,** будущие академики математики-механики Д.Е. Охоцимский и Т.М**.** Энеев, а также В.А. Егоров, В.А. Сарычев, которые как теоретики прокладывали первые маршруты космических кораблей. Присутствовали С.П. Королев, П.Л. Капица, И.А. Кибель, М.К. Тихонравов, А.Ю. Ишлинский, С.Н. Вернов, С.Э. Хайкин и целый ряд других людей. Это были те ученые, конструкторы и инженеры – ведущие профессионалы и специалисты, кто был непосредственно связан с созданием космической техники, и те, кто мог высказать предложения по научным исследованиям, которые нужно было бы проводить со спутников. Покорение и освоение космоса и ракетные программы способствовали формированию новых теорий и научных направлений, в том числе теории оптимального управления и принятия решений. Как следствие занятий космосом и ракетами, талантливый УЧЕНЫЙ и ПЕДАГОГ Н.Н. Моисеев создал научную школу по теории оптимизации с широким спектром приложений, включая экономику, управление государством и т.п. [21].

Климат и радиационный форсинг

Н.Н. Моисеев - отечественный ученый, кто в середине XX века перешел от географических понятий «климат» и «экология» к всепланетарным проблемам климата,

коэволюции природы и общества и устойчивого развития планеты и создал научные основы для исследований сложнейшей климатической системы Земли (КСЗ). Сценарий «ядерной зимы» - наглядная иллюстрация радиационного форсинга на КСЗ под влиянием изменений окружающей среды.

В 2017 г. прогрессивное мировое научное сообщество отмечает три эпохальных юбилея, которые разделяют ровно 50 лет :

- 160-летие Константина Эдуардовича Циолковского (05.09.1857-19.09.1935);
- 110-летие академика Сергея Павловича Королева (12.01.1907-14.01.1966);
- 60-летие запуска первого искусственного спутника Земли (04.10.1957).

Подтверждается стратегический выбор ответа на вопрос «Зачем нужен космос?», сделанный М.В. Келдышем в 1955 г.: «разведка и наблюдение Земли» [27].

Двадцатый век в истории земной цивилизации - это век научно-технической революции (НТР), связанной с тремя великими открытиями:

- проникновение в тайны строения вещества и овладение ядерной энергией,
- покорение космического пространства и выход человека в космос,
- изобретение электронно-вычислительных машин и информационных технологий.

Синонимом укрепления оборонной мощи в то время были создание атомного оружия и перевооружение армии на ракетную технику. М.В. Келдыш как ученый, зарекомендовавший себя своими научными и успешными прикладными исследованиями, в частности в авиации, был привлечен к работам по обеим проблемам. Нужна была новая научная методология, опирающаяся на прямой математический расчет, которая обеспечивала бы детальное понимание физики явления, надежное прогнозирование поведения создаваемых «изделий», возможность их оптимизации. Компьютер явился главным действующим лицом, основным двигателем НТР: использование ядерной энергии, полет в космос, информационные технологии, естественно, были бы невозможны без ЭВМ. Два эпохальных научных проекта - атомный и космический - способствовали колоссальному развитию советской науки, которая могла конкурировать с мировой наукой XX века. Впервые для реализации инженерно-конструкторских проектов создания «ракетно-ядерного щита» потребовалось решение больших задач на ЭВМ и были заложены основы новой технологии, которую назвали «математическое моделирование» и «computer science».

Разработка информационно-математических аспектов этих двух проектов привела к расцвету кинетической теории переноса нейтронов, заряженных частиц, излучения разной природы в широком диапазоне спектра длин волн, лежащей, в частности, и в основе аэрокосмического дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) и в радиационных блоках моделей климата. Впервые интегральное уравнение переноса излучения было сформулировано профессором Московского и Санкт-Петербургского университетов академиком Орестом Даниловичем Хвольсоном в 1890 г. В Советском Союзе в процессе выполнения проекта «ракетно-ядерный щит» сформировалась сильнейшая в мире математическая научная школа по всем аспектам качественного анализа и практики применения теории переноса, основателями которой являлись Е.С. Кузнецов, В.С. Владимиров, Г.И. Марчук. Е.С.Кузнецов и С.Чандрасекар - первые «вычислители»- практики в теории переноса излучения и климата – участники атомного проекта.

Особый интерес Н.Н. Моисеева к проблемам климата и экологии был не случаен, поскольку многие ведущие советские ученые как свободные творческие личности высочайшего уровня научного знания и профессионализма увлекались философией и глобальными проблемами мироздания и их исследования сохранились в уникальных публикациях. Покорение космоса и создание систем ДЗЗ способствовало зарождению

сложнейших междисциплинарных исследований климата и экологии с использованием глобального космического мониторинга Земли. В первом научном эксперименте по ДЗЗ, проведенном успешно с космического корабля космонавтами в июне 1963 г. (автор принимала участие в этом проекте), были обнаружены аэрозольные стратосферные слои [28]. Это вдохновляло. Начала формироваться новая наука «Космическое землеведение» [29]. После 1991 г. из-за распада космической отрасли в отсутствие спутников эти исследования носят преимущественно теоретико-расчетный характер. Но появилась надежда - в ближайшие годы будет усилена группировка ДЗЗ.

Ведущими специалистами из Главной геофизической обсерватории им. А.И. Воейкова написана книга «О климате по существу и всерьез» [30]. Во многом благодаря прорывам в космических системах ДЗЗ и «computer sciences» появились возможности всесторонне изучать состояние биосферы и процессы формирования погоды и климата, причины их изменений и перспективы влияния на них антропогенной деятельности и естественно-природных факторов. Климатическая система Земли - это природная среда, включающая атмосферу, гидросферу (океаны, моря, озера, реки), криосферу (поверхность суши, снег, морской и горный лед и т.д.), биосферу, объединяющую все живое. Для количественных оценок значимости разных климатообразующих факторов, зависящих от солнечного и собственного излучения, ввели специальную характеристику КСЗ – *радиационное воздействие (форсинг)* [30].

Радиационное поле - один из неотъемлемых факторов жизнеобеспечения человека, животного и растительного мира на Земле, а также одна из определяющих компонент земной экосистемы и биосферы, климата и погоды, для поведения которых характерно взаимодействие отдельных компонент с проявлением синергизма (обратных связей, которые иногда приводят к взаимоусилению различных процессов). Поле излучения влияет на механизмы изменчивости (динамические процессы: циркуляция, конвекция, турбулентный перенос; радиационные процессы; фотохимические процессы) геофизического, метеорологического, климатического состояния Земли, которые обладают сложными нелинейными связями, затрудняющими предсказание возможных эффектов, оценку их величины и значимости. Это с одной стороны, а с другой стороны, при дистанционном зондировании природных и техногенных объектов электромагнитное излучение Земли, которое регистрируется разными средствами, является носителем информации о состоянии КСЗ, окружающей среды и самих объектов. Космический мониторинг характеристик уходящего излучения и радиационного баланса Земли и системы ДЗЗ являются важнейшими элементами глобального слежения за текущим состоянием КСЗ и биосферы, а также основным информационным ресурсом при диагностике и прогнозе изменений КСЗ, биосферы и катастрофических явлений.

По оценкам Межправительственной группы экспертов по изменению климата (МГЭИК, или IPCC - *Intergovernmental Panel on Climate Change*) от 40% до 60% приходится на радиационный форсинг на эволюцию климата. Радиационный форсинг - это изменение притока радиации (солнечной коротковолновой и длинноволновой лучистой энергии) в глобальной КСЗ под влиянием радиационно-активных факторов:

- альбедо и отражающие характеристики земной поверхности;
- облачность;
- океаны и моря;
- снежный и ледовый покров;
- загрязнения и газовый молекулярный состав атмосферы;
- загрязнения и аэрозольный состав атмосферы;
- солнечная постоянная (солярный климат);

- спектральные характеристики рассеяния и поглощения компонент природной среды;

- изотропная и анизотропная (при осадках и низких температурах) среда;

- радиационно-конвективная фотохимия и фотолиз;

- оптико-метеорологическая «погода» (температура, давление, влажность);

- биофизические, биогеофизические и биогеохимические процессы, круговорот веществ в биосфере и экосистеме.

Теоретической основой оценки радиационного форсинга являются решения прямых и обратных задач теории переноса излучения с учетом поляризации и рефракции, аэрозольного и молекулярного рассеяния и поглощения солнечного и собственного излучения, анизотропии, пространственной неоднородности и стохастичности атмосферы, суши, океана, облачности, гидрометеоров, используя гиперспектральные подходы в диапазоне длин волн от УФ до ММВ, содержащем миллионы спектральных линий поглощения.

В 1966 г. автором была разработана сферическая 4d-модель переноса солнечного и собственного излучения в системе «атмосфера–земная поверхность» (САЗ) [11,12], реализованная на ЭВМ БЭВМ-6. Это была первая в мире численная модель глобального поля яркости Земли в масштабах всей планеты, в которой впервые были учтены основные факторы радиационных процессов, адекватно описывающих взаимодействия излучения с аэрозольными и газовыми компонентами атмосферы при реалистичных метеорологических параметрах и концентрациях рассеивающих и поглощающих веществ и альбедо земной поверхности. Были созданы фундаментальные основы информационно-математического обеспечения для реализации космических проектов разного назначения: научно-исследовательских, с народно-хозяйственными и оборонными приложениями. До настоящего времени никто в мире не превзошел эти результаты.

Однако пока не существует ни методик, ни технологий определения всех параметров глобальной КСЗ в фиксированный момент времени. После принятия «Рамочной Конвенции Организации Объединенных Наций об изменении климата» 9 мая 1992 г. [13] исследования КСЗ активизировались, но наиболее слабым местом во всех моделях остается радиационный блок. Проводятся частные многочисленные «сценарные» прогнозные исследования влияния отдельных факторов радиационного форсинга на отдельные компоненты КСЗ с использованием приближенных моделей переноса излучения: преимущественно в одномерной плоской геометрии или локальные расчеты методом Монте-Карло. Нет объективных достоверных технологий ДЗЗ для оценивания выбросов в атмосферу, поскольку выбросы тут же распространяются в пространстве, так как атмосфера находится в состоянии постоянного движения и турбулентности. Потому возрастает роль «сценарного подхода» и математического имитационного моделирования радиационных характеристик для наиболее реалистичных моделей «оптической погоды» САЗ в масштабах планеты для разных регионов, сезонов года и времени суток.

Сферическая модель переноса излучения в масштабах планеты

Радиационное поле численно можно смоделировать как решение многомерных скалярных и векторных краевых задач для кинетических уравнений переноса излучения в рассеивающих, поглощающих, поляризующих, преломляющих гетерогенных средах (атмосфера, облака, океан, поверхность) в масштабах планеты. Наиболее сложной является общая краевая задача теории переноса солнечного излучения для модели гетерогенной сферической оболочки в криволинейной системе координат. Сложность модели в том, что интегрирование по характеристикам (совпадающим с траекториями

лучей света) дифференциального оператора переноса в частных производных с криволинейной системой координат можно осуществлять только аналитическими способами. При этом необходимы алгоритмы интегрирования по характеристикам без интерполяции (для расчета траектории световых лучей, оптических толщин и функций пропускания между двумя точками, прямого нерассеянного и однократно рассеянного солнечного потока) и с интерполяцией (для расчета в узлах разностной сети многократно рассеянного излучения на основе сеточно-характеристического метода).

Для 5d-фазового пространства с криволинейной сферической системой пространственных координат сформулировано представление оператора переноса, найдены первые интегралы и получены уравнения всех характеристик дифференциального оператора переноса в частных производных [6]. Эти теоретические результаты позволили разработать и развить детерминированный итерационный метод интегрирования уравнения переноса по характеристикам для решения сферических задач любой сложности. В методе Монте-Карло те же характеристики – траектории лучей, но только подход статистический, а расчеты локальные.

Задача состоит в определении стационарного поля интенсивности однократно и многократно рассеянного излучения в рассеивающей, поглощающей и излучающей сферической оболочке (атмосфере) с отражающей и излучающей подстилающей поверхностью (суша, океан, облака) или за ее пределами. Такая модель описывает радиационное поле Земли как планеты с атмосферой. Приближение стационарного поля физически корректно, поскольку исследуется процесс распространения солнечного или собственного излучения. Полную интенсивность монохроматического (при фиксированном λ) или квазимонохроматического (при фиксированных λ и $\Delta\lambda$) стационарного излучения в САЗ $\Phi_\lambda(\mathbf{r},\mathbf{s})$, где индекс λ - длина волны (ниже везде опускается), в точке $A(\mathbf{r})$ с радиус-вектором $\mathbf{r}$ в направлении $\mathbf{s}$ находим как решение общей краевой задачи теории переноса – кинетического уравнения Больцмана

$$K\Phi(\mathbf{r},\mathbf{s}) = F^{in}, \quad \Phi\big|_t = F^t, \quad \Phi\big|_b = \varepsilon R\Phi + F^b \tag{1}$$

с линейными операторами: интегро-дифференциальный оператор записан как $K \equiv D - S$; дифференциальный оператор переноса

$$D \equiv (\mathbf{s}, \operatorname{grad}) + \sigma_{tot}(\mathbf{r}), \tag{2}$$

для трехмерной сферической геометрии задачи

$$(\mathbf{s}, \nabla\Phi) = \cos\vartheta\frac{\partial\Phi}{\partial r} + \frac{\sin\vartheta\cos\varphi}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\psi} - \frac{\sin\vartheta}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta} + \frac{\sin\vartheta\sin\varphi}{r\sin\psi}\frac{\partial\Phi}{\partial\eta} - \frac{\sin\vartheta\sin\varphi\operatorname{ctg}\psi}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}; \tag{3}$$

интеграл столкновений - функция источника, описывающая многократное рассеяние,

$$B(\mathbf{r},\mathbf{s}) \equiv S\Phi = \sigma_{sc}(\mathbf{r})\int_\Omega \gamma(\mathbf{r},\mathbf{s},\mathbf{s}')\ \Phi(\mathbf{r},\mathbf{s}')d\mathbf{s}',\ \ d\mathbf{s}' = \sin\vartheta' d\vartheta' d\varphi'; \tag{4}$$

оператор отражения в общем случае можно представить интегралом

$$[R\Phi](\mathbf{r}_b,\mathbf{s}) = \int_{\Omega^-} q(\mathbf{r}_b,\mathbf{s},\mathbf{s}^-)\ \Phi(\mathbf{r}_b,\mathbf{s}^-)d\mathbf{s}^-,\ \ \mathbf{s}\in\Omega^+. \tag{5}$$

Функция $F^{in}(\mathbf{r},\mathbf{s})$ описывает источники излучения внутри сферической оболочки, например, собственное излучение; функции $F^b(\mathbf{r}_b,\mathbf{s}^+)$ и $F^t(\mathbf{r}_t,\mathbf{s}^-)$ - источники излучения на границах сферической области, определенные для направлений внутрь сферической оболочки (в частности, это может быть внешний поток солнечного излучения и собственное излучение постилающей поверхности). Оператор R описывает закон отражения излучения от подстилающей поверхности, расположенной на уровне нижней границы r_b; параметр $0 \le \varepsilon \le 1$ фиксирует акт взаимодействия излучения с подстилающей поверхностью. Если $R \equiv 0$ (или $\varepsilon = 0$), то имеем дело с первой краевой

задачей теории переноса для сферического слоя с прозрачными, неотражающими, абсолютно «черными» границами или с «вакуумными» граничными условиями

$$K\Phi_a = F^{in}, \quad \Phi_a\big|_t = F^t, \quad \Phi_a\big|_b = F^b. \qquad (6)$$

Можно выделить три типа радиационных задач, требующих учета земной поверхности. Первый тип - это задачи энергетики и радиационного баланса Земли, когда источником служит радиация Солнца. Второй тип - это задачи дистанционного зондирования атмосферы и облачности, когда земная поверхность является помехой. Третий тип - это задачи дистанционного зондирования земной поверхности, когда необходимо устранить (провести атмосферную коррекцию) или достоверно учесть влияние атмосферы.

Это грандиозные задачи, которые охватывают важные направления фундаментальных исследований в разных областях знаний (математика, физика, химия, биология, геофизика, метеорология, инженерно-конструкторские разработки, информационные технологии), имеющих междисциплинарный характер и тематически объединяемых задачами комплексного изучения окружающей природной, космической и техногенной среды с использованием кинетической теории переноса излучения, спектральных методов молекулярной физики, методов и средств космических исследований и космического землеведения с использованием перспективных гиперспектральных технологий ДЗЗ и нанодиагностики, математического моделирования и эффективных численных методов с распараллеливанием супервычислений на современных и перспективных суперкомпьютерах [31].Это долгосрочная стратегия в области международной космической деятельности ДЗЗ и «computer sciences».

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 15-01-00783, № 17-01-00220 и ПФНИ РАН (проект 3.5 ОМН РАН).

Литература

1. 4 октября 1957 года начало космической эры. Первая космическая // Сб. статей, посвященных пятидесятилетнему юбилею запуска Первого искусственного спутника Земли. М.: ИКИ РАН, ООО «Регион Инвест», 2007. 169 с.
2. Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Максакова С.В. 60 лет от первого совещания по ИСЗ до современных систем дистанционного зондирования и мониторинга Земли из космоса: информационно-математический аспект (история и перспективы) // Оптика атмосферы и океана. 2014. Т. 27. № 7. С.21-27.
3. Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Максакова С.В. О глобальной модели радиационного форсинга на климат и дистанционное зондирование Земли // Оптика атмосферы и океана. 2016. Т. 29. № 9. С.725–732.
4. Кузнецов Е.С. Избранные научные труды (в связи со 100-летием со дня рождения) / Отв. редактор и составитель Сушкевич Т.А. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 784 с.
5. Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Иолтуховский А.А. Метод характеристик в задачах атмосферной оптики. М.: Наука, 1990. 296 с.
6. Сушкевич Т.А. Математические модели переноса излучения. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. 661 с.
7. Моисеев Н.Н., Александров В.В. Модель климата и глобальная экология // Природа. 1981. № 9. С.68-77.
8. Моисеев Н.Н., Александров В.В. Ядерный конфликт глазами климатологов и математиков // Вестник АН СССР. 1984. № 11. С. 65-76.
9. Александров Г.А., Арманд А.Д., Белотелов Н.В., Ведюшкин М.А., Вилкова Л.П., Воинов А.А., Денисенко Е.А., Крапивин В.Ф., Логофет Д.О., Овсянников Л.Л., Пак С.Б., Пасеков В.П., Писаренко Н.Ф., Разжевайкин В.Н., Саранча Д.А.,

Свирежев Ю.М., Семенов М.А., Тарко А.М., Фесенко С.В., Шмидт Д.А. Математические модели экосистем. Экологические и демографические последствия ядерной войны / Под ред. А.А Дородницына. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1986. 176 с.

10. Моисеев Н.Н. Как далеко до завтрашнего дня. Свободные размышления. 1917-1993. М.: Аспект пресс, 1994. 304 с. (Глава X. Эпопея ядерной зимы… Карл Саган и первые сценарии ядерной войны) Эл. Книга http://www.ccas.ru/manbios/kak_daleko_r.html
11. Сушкевич Т.А. Осесимметричная задача о распространении излучения в сферической системе // Отчет № 0-572-6. М.: ИПМ АН СССР, 1966. 180 с.
12. Сушкевич Т.А. О пионерских работах по математическому моделированию радиационного поля Земли при освоении космоса // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2008. Вып. 5. Т. 1. С. 165-180.
13. Коптюг В.А. Конференция ООН по окружаюшей среде и развитию (Рио-де-Жанейро, июнь 1992 г.). Информационный отчет. Новосибирск: Российская академия наук, Сибирское отделение, 1992. 79 с.
14. Моисеев Н.Н. Экология человечества глазами математика: Человек, природа и будущее цивилизации. М.: Молодая гвардия, 1988. 254 с.
15. Моисеев Н.Н. Человек и ноосфера. М.: Молодая гвардия, 1990. 351 с.
16. Моисеев Н.Н. Агония России. Есть ли у нее будущее? Попытка системного анализа проблемы выбора. М.: ЭКСПРЕСС - "ЗМ", 1996. 78 с.
17. Моисеев Н.Н. С мыслями о будущем России. - М.: Фонд содействия развитию социальных и политических наук, 1997. 210 с. http://www.priroda.ru/lib/detail.php?ID=4715
18. Моисеев Н.Н. Собрание сочинений в 3-х тт. М.: Изд-во МНЭПУ, 1997. Т. 1. 312 с. Т. 2. 272 с. Т. 3. 256 с.
19. Моисеев Н.Н. Судьба цивилизации. Путь Разума. М.: МНЭПУ, 1998. 228 с.
20. Моисеев Н.Н. Быть или не быть человечеству? М.: Ульяновский Дом печати, 1999. 288 с.
21. Петров А.А. Никита Николаевич Моисеев. М.: Российская академия наук. Проект «Научное наследие России», 2009. 54 с.
22. Моисеев Н.Н. Движение твердого тела, имеющего полость, частично заполненную идеальной капельной жидкостью // Докл. АН СССР. 1952. Т. 85. № 4. С. 719-722. (Представлено академиком М.В.Келдышем 07.06.1952.)
23. Моисеев Н.Н. О колебаниях тяжелой идеальной и несжимаемой жидкости в сосуде // Докл. АН СССР. 1952. Т. 85. № 5. С. 963-966. (Представлено академиком М.В.Келдышем 11.06.1952.)
24. Моисеев Н.Н., Румянцев В.В. Динамика тела с полостями, содержащими жидкость. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1965. 439 с.
25. Келдыш М.В. Творческий портрет по воспоминаниям современников. М.: Наука, 2001. 398 с.
26. Информационная система «Архивы Российской академии наук» (ИСАРАН): Фонд М.В.Келдыша (Научные труды и материалы к ним, биографические документы, документы по деятельности, переписка, труды и материалы других лиц), 2017. http://isaran.ru/?q=ru/opis&guid=31F9162F-4408-4E75-A1B2-A76BF7C46345&ida=48.
27. Сушкевич Т.А. Главный Теоретик М.В.Келдыш и Главный Конструктор космонавтики С.П.Королев покорители космоса // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2011. Т. 8. № 1. С. 9-25.
28. Сушкевич Т.А. К истории первого научного эксперимента по дистанционному зондированию Земли на пилотируемом космическом корабле // Современные

проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2008. Вып. 5. Т. 1. С. 315-322.
29. Сушкевич Т.А., Козодеров В.В. Информационно-математические проблемы космического землеведения // Современные проблемы механики и физики космоса, к 70-летию М.Я. Марова. М.: Наука, Физматлит, 2003. С. 563-584.
30. Кароль И.Л., Катцов В.М., Киселев А.А., Кобышева Н.В. О климате по существу и всерьез. С-Пб.: ГГО им. А.И. Воейкова, 2008. 55 с.
31. Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Максакова С.В. «Парижское соглашение» и глобальная модель радиационного форсинга на климат в масштабах планеты // Суперкомпьютерные дни в России / Тр. международной конференции. М.: Изд-во МГУ им. М.В. Ломоносова, 2016. С. 473-478.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕЗОМАСШТАБНЫХ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА ЖИВЫХ БИОАЭРОЗОЛЕЙ В НИЖНЕМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

*** К.Г. Шварц[1,2], Ю.А. Шварц[1], В.А. Шкляев[1], С.Ю. Баландина[1], В.В. Семериков[1]**

[1]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Российская Федерация, 614990 Пермь, ул. Букирева, 15.
Тел.: (342)2396409, факс: (342) 237-16-11, e-mail: kosch@psu.ru
[2]Российская академия народного хозяйства и государственной службы при президенте Российской Федерации, 119571 Москва, Россия

Аннотация. Описывается новая двумерная модель переноса живых биоаэрозолей от нестационарного источника примеси в пограничном слое атмосферы на локальном уровне (линейные размеры изучаемой территории до 40- 50 км) с учетом шероховатости, температурной неоднородности и влажности подстилающей поверхности. Вывод уравнений модели осуществляется на основе локально-равновесного подхода. Они выводятся путем усреднения поперек слоя исходных трехмерных уравнений скорости, теплопроводности и влажности воздуха, описывающих мезомасштабные атмосферные процессы, а также переноса живой примеси. Представлены результаты численных расчетов, проведенные с помощью метода сеток, пространственный шаг сетки 200 м. Расчеты проведены для различных погодных условий (в зимний и летний период). Представлены результаты численного моделирования переноса спор микромицетов от точечного источника в районе Камской долины города Перми с учетом и без учета их размножения, с учетом локального движения воздуха, возникающего из-за температурной неоднородности в зимний и летний период. Учет размножения микромицетов существенно увеличивает максимальное значение их концентрации в нижнем слое атмосферы.

Ключевые слова*:* двумерная модель, биоаэрозоли, пограничный слой атмосферы, метеорологические параметры, численное решение.

1. Введение. Необходимость исследования переноса биоаэрозолей от природных источников в окрестности крупного промышленного города обусловлено тем, что их постоянное присутствие в атмосфере оказывает влияние на различные компоненты биогеоценозов, а также, на здоровье человека. Для некоторых биогенных компонентов атмосферных аэрозолей хотя и установлены регламентирующие предельно допустимые концентрации этих веществ в атмосфере, но не разработано подходов к комплексной оценке опасности, представляемой микроорганизмами и микозами, находящимися в атмосферном аэрозоле для населения региона. В этом случае важное место отводится разработке и созданию систем мониторинга различного уровня [1,2]. При моделировании переноса спор различных микозов, учитывая их несколько большие размеры и меньшее время нахождения во взвешенном состоянии, необходимо решать задачу локального переноса, который происходит в пределах пограничного слоя атмосферы (ПСА). Исследование возможных траекторий перемещения биоаэрозолей на

локальном уровне позволит установить районы их поступления в атмосферный воздух с целью нахождения источников и должно выполняться с учетом преобладающего направления и скорости переноса. При этом следует учитывать, что поступление спор микозов (на примере плесневых грибов) происходит в теплую половину года. Существующие в настоящее время математические модели распространения биоаэрозолей [3-6] слабо или вообще не учитывают влияние метеорологических условий на жизнедеятельность микроорганизмов, входящих в состав биоаэрозолей при их переносе.

2. Исходные уравнения. Исходная система уравнений гидротермодинамики во влажной атмосфере с учетом переноса биоаэрозолей во вращающейся трехмерной декартовой системе координат в нижнем слое атмосферы толщиной D имеет вид [7]

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{\partial \Phi}{\partial x}+lv+A_M\Delta u+\frac{\partial}{\partial z}k_M\frac{\partial u}{\partial z}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}=-\frac{\partial \Phi}{\partial y}-lu+A_M\Delta v+\frac{\partial}{\partial z}k_M\frac{\partial v}{\partial z}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}=-\frac{\partial \Phi}{\partial z}+\beta\theta+A_M\Delta w+\frac{\partial}{\partial z}k_M\frac{\partial w}{\partial z}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t}+u\frac{\partial \theta}{\partial x}+v\frac{\partial \theta}{\partial y}+w\frac{\partial \theta}{\partial z}=A_T\Delta\theta+\frac{\partial}{\partial z}k_T\frac{\partial \theta}{\partial z}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t}+u\frac{\partial q}{\partial x}+v\frac{\partial q}{\partial y}+w\frac{\partial q}{\partial z}=A_q\Delta q+\frac{\partial}{\partial z}k_q\frac{\partial q}{\partial z}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t}+u\frac{\partial c}{\partial x}+v\frac{\partial c}{\partial y}+w\frac{\partial c}{\partial z}=A_c\Delta c+\frac{\partial}{\partial z}k_c\frac{\partial c}{\partial z}, \quad (7)$$

где $\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – оператор Лапласа.

Начальные условия выбирались для конкретных погодных условий

$u=-c_g\sin(dd)$, $v=-c_g\cos(dd)$, $\theta=\theta_S$, $q=q_s$ при $t=0$. (8)

Граничные условия задавались аналогично [10] :

$$\frac{\partial u}{\partial z}=\frac{\partial v}{\partial z}=0,\ w=0,\ \frac{\partial \theta}{\partial z}=0,\ \frac{\partial q}{\partial z}=0,\ \frac{\partial c}{\partial z}=0 \text{ при } z=D, \quad (9)$$

$$u=v=w=0,\ \frac{\partial \theta}{\partial z}=\gamma_{Ti}(\theta-\theta_S),\ \frac{\partial q}{\partial z}=\gamma_{qi}(q-q_S),\ \frac{\partial c}{\partial z}=\gamma_{ci}c+f_c(t,\theta,q) \text{ при } z=0. \quad (10)$$

Здесь t – время, ось Ox направлена на восток, ось Oy направлена на север, а ось Oz – вертикально вверх, $\vec{v}=(u,v,w)$ – вектор скорости движения воздуха, $\Phi=RT_{cp}p'/p$ – флуктуации геопотенциала; T_{cp} – средняя температура воздуха в слое; p' – флуктуации атмосферного давления; $\beta=g/\bar{\theta}$ – параметр плавучести; $\bar{\theta}$ – средняя потенциальная температура окружающего воздуха; $\theta=T(p_0/p)^{R/c_p}$ – потенциальная температура; q – массовое содержание водяного пара в воздухе; p – атмосферное давление (зависит лишь от высоты); p_0 – атмосферное давление у поверхности земли; R – удельная газовая постоянная, входящая в уравнение состояния влажного воздуха $p=\rho RT(1+0{,}61q)$. Произведение $T(1+0{,}61q)$ называют виртуальной температурой (T_v). В этом случае можно считать, что относительные пульсации плотности выражаются через относительные пульсации виртуальной температуры $\rho'/\rho\approx -T_v'/T_v$. Подобным образом можно использовать потенциальную температуру. Остальные обозначения: c_p – теплоемкость при постоянном давлении; θ_S и q_S – температура воздуха и массовое

содержание водяного пара на уровне шероховатости подстилающей поверхности; l – параметр Кориолиса; для представления турбулентных потоков и напряжений используется концепция коэффициентов турбулентного обмена, когда A_M, k_M – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной вязкости; A_T, k_T – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной температуропроводности; A_q, k_q – коэффициенты горизонтального и вертикального турбулентного переноса влаги; A_c, k_c – коэффициенты горизонтального и вертикального турбулентного переноса биоаэрозолей. Все они меняются для различных погодных условий. γ_{Ti}, γ_{q_i} и γ_{ci} – коэффициенты тепло-, влагоотдачи и массопередачи примеси (i – номер типа шероховатой поверхности); c_g – скорость геострофического ветра на верхней свободной границе пограничного слоя атмосферы; dd – азимут геострофического ветра.

Уравнение (7) переноса для биоаэрозолей выбрано аналогичным обычному уравнению переноса примеси в атмосфере [7] с учетом размножения живой примеси при благоприятных условиях. Функция f_c в (10) описывает источники спор микромицетов с учетом их размножения на подстилающей поверхности. Это, вообще говоря, функция времени, температуры и влажности; ее описание в природных условиях – это сложная, слабо изученная проблема [8, 9]. В своих исследованиях мы опираемся на результаты наблюдений, приведенных в работах [10, 11]. В силу того, что мы рассматриваем мезомасштабные процессы, длительность которых не превышает 12 ч для точечного источника примеси, в качестве закона размножения выбираем простейший закон экспоненциального роста биологической примеси [12] и тогда

$$f_c = f_0 e^{kt}, \qquad (11)$$

где f_0 – постоянный источник спор микромицетов на уровне шероховатости в начальный момент времени, параметр k характеризует скорость естественного увеличения популяции за счет размножения.

Скорость геострофического ветра c_g над пограничным слоем атмосферы и его направление, высота пограничного слоя D считаются известными величинами. Ветер также может задаваться в виде среднего поперек слоя поля скорости. На свободных боковых границах предполагаем, что

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial n} = 0,\ \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0,\ \frac{\partial q}{\partial n} = 0,\ \frac{\partial c}{\partial n} = 0, \qquad (12)$$

где n – внешняя нормаль. Равенства (12) соответствуют предположению, что взаимодействие между мезометеорологическими процессами внутри области решения и вне ее отсутствуют [13].

Граничные условия на нижней границе могут быть весьма разнообразны, учитывая многообразие типов подстилающей поверхности и ее неоднородность, причем их количественные характеристики будут меняться в зависимости от погодных условий и сезона года. Учитывая особенности выбранного района исследований [14], были заданы 5 типов поверхности (табл. 1). Уровень микрошероховатости каждого типа поверхности определялся в соответствии с литературными данными. Эти характеристики задавались для каждого узла сетки.

Температурные и влажностные различия оценивались с учетом микроклиматических особенностей поверхности по сравнению с фоновым значением, как это было сделано в [15]. Различия зависели от погодных условий и выбирались в соответствии с [16, 17]. Характеристики метеопараметров и типов поверхности для двух классов устойчивости атмосферы приведены в табл. 1. При определении коэффициентов тепло- и влагоотдачи использовались универсальные функции.

Подробно этот метод описан в [15]. Особо следует остановиться на температурной стратификации атмосферы. От этого параметра зависит интенсивность турбулентной диффузии, а также высота ПСА [18]. Важная роль при этом отводится инверсиям, включая приземные. Наличие инверсий или их отсутствие определялось по профилемеру МТП-5, данные которого показали хорошие результаты [19].

Табл. 1. Динамические и термические особенности различных типов подстилающей поверхности при равновесных условиях и сильной неустойчивости атмосферы

Тип поверхности	№	Температура поверхности, °С	Уровень шероховатости, М	Разность температуры в метровом слое, °С	Парциальное давление у поверхности, гПа
равновесные условия 11.12.2013 г.					
Город	1	-12,8	0,5	1,4	2,00
река, озеро	2	-14,2	0,00001	0	1,94
Болото	3	-14,2	0,001	0	1,94
Лес	4	-13,1	0,5	1,1	1,98
поле, мелкий кустарник	5	-14,2	0,00005	0	1,94
сильная неустойчивость 3.07.2014 г.					
Город	1	26	0,5	-0,5	12,30
река, озеро	2	23,2	0,001	-3,3	14,25
Болото	3	22,2	0,005	-4,3	14,20
Лес	4	20,1	0,5	-6,4	12,25
поле, мелкий кустарник	5	26,5	0,06	0	13,27

3. Двумерная модель. Модель была выведена на основе локально–равновесного подхода [20–23] по методике, подробно описанной в работах [24–25]. Ограничиваемся рассмотрением мезомасштабных процессов, при которых

$$\delta = D/L \ll 1, t \gg t_r, \tag{13}$$

где D – высота слоя, L – горизонтальный масштаб движения, t – характерное время равновесных состояний, а t_r – время релаксации воздушных течений к состоянию равновесия при изменении внешних условий. Определим функцию $Q = \theta(1+0{,}61q)$, пропорциональную T_v. Введем безразмерную переменную $\zeta = z/D$, обозначим среднюю поперек слоя величину $\langle g \rangle = \int_0^1 g(t,x,y,\zeta)d\zeta$. Двумерную модель получим из трехмерной путем усреднения поперек слоя трехмерной модели (1)-(6) с использованием граничных условий (9)–(11). Для замыкания системы необходимо выразить нелинейные слагаемые, а также значения на границах через средние поля скорости, температуры и влажности ($\langle u \rangle, \langle v \rangle, \langle \theta \rangle, \langle q \rangle, \langle c \rangle$). С этой целью воспользуемся точным решением исходной задачи, описывающим однородное по x, y течение. Оно находится для бесконечного горизонтального вращающегося слоя в предположении несжимаемости воздуха в нижнем слое атмосферы и линейности температуры и влажности подстилающей поверхности и имеет следующее представление:

$$M(\zeta) = f_1(\zeta) < M > -2 f_2(\zeta) Q_1, \tag{14}$$

$$\theta = < \theta > + O(Ek\delta^2). \tag{15}$$

$$q = < q > + O(Ek\delta^2), \tag{16}$$

$$c = \langle c \rangle + \frac{D}{\gamma_{ci} D + \eta \tanh \eta} f_0 \left[\frac{\cosh \eta(\zeta - 1)}{\cosh \eta} - \frac{\tanh \eta}{\eta} \right] e^{kt}. \tag{17}$$

Комплекснозначная функция скорости $M(\zeta)=u(\zeta)+iv(\zeta)$, $\langle M\rangle=\langle u\rangle+i\langle v\rangle$, $i=\sqrt{-1}$, $f_1(\zeta)=\frac{1}{1-\tanh(\lambda)/\lambda}\left[1-\frac{\cosh\lambda\zeta}{\cosh\lambda}\right]$, $f_2=\left[\frac{\tanh\lambda}{\lambda}+\frac{1-\cosh\lambda}{\lambda^2\cosh\lambda}-\frac{1}{2}\right]f_1(\zeta)-\frac{\cosh\lambda\zeta}{\cosh\lambda}-\frac{\sinh\lambda(\zeta-1)}{\lambda\cosh\lambda}+\zeta$, $Q_1=q_x+iq_y$, параметр $\lambda=\frac{1+i}{\sqrt{2Ek}}$, $Ek=\frac{k_M}{lD^2}$ – число Экмана, $q_{x,y}=\mp\frac{\beta D}{2l}\partial_{yx}\langle Q\rangle$, $\eta=\sqrt{\frac{k}{k_c}}D$.

Полагая, что при выполнении условия мезомасштабности формулы (14)–(17) достаточно правильно (асимптотически верно по малому параметру δ) описывают структуру термически неоднородного и влажного потока мезомасштабных течений воздуха в каждой точке слоя в любой момент времени, используем их в качестве замыкающих соотношений. Определим вихрь скорости $\omega(t,x,y)=\frac{\partial\langle v\rangle}{\partial x}-\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y}$. Учитывая бездивиргентность средней поперек слоя скорости $\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial x}+\frac{\partial\langle v\rangle}{\partial y}=0$, введем функцию тока $\psi(t,x,y)$: $<u>=-\frac{\partial\psi}{\partial y}$, $<v>=\frac{\partial\psi}{\partial x}$. Выберем в качестве единиц измерения длины, скорости, времени, температуры, влажности и концентрации примеси соответственно L – длину площадки, c_g, L/c_g, $\delta\theta$ и δq – максимальную разность температуры и влажности, δc - максимальное КОЕ/м³ (КОЕ- колониеобразующих единиц) в сезонные периоды [8]. Тогда в терминах вихря скорости ω, функции тока ψ, средней поперек слоя потенциальной температуры $\theta(t,x,y)$ и влажности $q(t,x,y)$, а также приведенной к размерности функции тока $Q(t,x,y)=\frac{\beta D}{2l}\langle Q\rangle$ и средней поперек слоя концентрации $c(t,x,y)$, уравнения модели для описания мезомасштабных процессов в нижнем слое атмосферы в безразмерном виде имеют следующее представление:

$$\frac{\partial\omega}{\partial t}+k_1\{\psi,\omega\}+k_3Rt[\{Q,\omega\}+\{\psi,\Delta Q\}]-k_5Rt^2\{Q,\Delta Q\}=\frac{1}{\mathrm{Re}}\Delta\omega-\mu(k_7\omega-k_8Rt\Delta Q), \quad (18)$$

$$\Delta\psi=\omega, \quad (19)$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+\{\psi,\theta\}=\frac{1}{Pe}\Delta\theta-\bar{q}(\theta-\bar{\theta}_S), \quad (20)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t}+\{\psi,q\}=\frac{1}{Pe_q}\Delta q-\bar{r}(q-\bar{q}_S), \quad (21)$$

$$Q=\theta(1+0{,}61q), \quad (22)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t}+\{\psi,c\}=\frac{1}{Pe_c}\Delta c-\bar{r}_c c+\bar{f}_c e^{\bar{k}t}, \quad (23)$$

где $\{\psi,\omega\}=\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\omega}{\partial y}-\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial\omega}{\partial x}$ – якобиан, $\mu=lc_g/L$ – безразмерный коэффициент трения о подстилающую поверхность, $Re=c_gL/A_M$ – число Рейнольдса, $Rt=\beta D\delta Q/2lc_gL$ – термическое число Россби, $\delta Q=\delta[\theta(1+0{,}61q)]$ – максимальная разность виртуальной температуры, $\bar{q}=q_1c_g/L$ – безразмерный коэффициент выхолаживания, где $q_1=\gamma_ik_T/D$, $\bar{r}=r_1c_g/L$, где $r_1=\gamma_{qi}k_q/D$ ($i=1,2,3,4,5$), безразмерные функции $\bar{\theta}_S=\theta_S/\delta\theta$, $\bar{q}_S=q_S/\delta q$, $\bar{r}_c=r_2c_g/L$, где $r_2=\gamma_{ci}k_c/D$, $\bar{f}_c=\left[1-\frac{\gamma_{ci}D}{\gamma_{ci}D+\eta\tanh\eta}\left(1-\frac{\tanh\eta}{\eta}\right)\right]\frac{k_cf_0}{D\delta c}\frac{c_g}{L}\delta(x-x_1)\delta(y-y_1)$, (x_1,y_1) – безразмерные координаты источника примеси, $Pe=c_gL/A_T$ – число Пекле, $Pe_q=c_gL/A_q$, $Pe_c=c_gL/A_c$. Безразмерный коэффициент $\bar{k}=kc_g/L$. Коэффициент $k_1=\Re<f_1f_1>$ стоит перед слагаемым, описывающим перенос завихренности поперек слоя, $k_3=\Re<f_1f_2>$ – перед слагаемыми, описывающими перенос завихренности «термическим ветром» и

перенос завихренности «термического ветра», $k_5 = \Re < f_2 f_2 >$ является множителем слагаемого, описывающего перенос «термическим ветром» завихренности «термического ветра» [16], $k_7 = \Re f_1'(1)$, $k_8 = \Re f_2'(1)$ ($\Re$ – действительная часть числа), значение которых зависит от величины числа Экмана. В нашем случае $Ek = 0{,}5$ и ему соответствуют $k_1 = 1{,}197$, $k_3 = 0{,}003036$, $k_5 = 0{,}002312$, $k_7 = 3{,}0022$, $k_8 = 0{,}01064$.

Начальные условия:

$\psi = y\sin(dd) - x\cos(dd)$, $\omega = 0$, $\theta = \bar{\theta}_S$, $q = \bar{q}_S$, $c = \bar{f}_c / D$ при $t = 0$, (24)

Граничные условия:

$\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0$, $\omega = 0$, $\frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial q}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial Q}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial c}{\partial n} = 0$, где n – внешняя нормаль. (25)

Система (18)–(25) — это двумерная модель, которая описывает мезомасштабные процессы переноса живой примеси (споры микромицетов) из точечного источника в нижнем слое атмосферы с учетом температурной неоднородности, влажности и шероховатости подстилающей поверхности и является модификацией моделей [15, 23].

4. Численные расчеты. Расчеты проводились на основе системы уравнений (18)–(23) с начальными и граничными условиями (24)–(25). Рассматриваемая площадка размером 40×50 км включала окрестности города Краснокамска, северную и центральную часть города Перми [14]. Использовались данные наблюдений, представленные в [10], моделировалось распространение в нижнем слое атмосферы спор микромицетов Cladosporium sp. от точечного источника вблизи Пермского краевого перинатального центра (Камская долина) в зимний (11.12.2013) и летний (03.07.2014) периоды. Исходя из результатов научных исследований НИЛ «Бактерицид» следует, что в г. Перми микромицеты рода Cladosporium по частоте встречаемости занимают одно из первых мест. На уровень контаминации оказывают влияние климатические особенности местности, в частности температура и влажность, а также тип почвы – главная среда обитания грибов в естественных условиях. Грибы рода Cladosporium являются обитателями практически всех органических поверхностей. Исходные данные по температуре и влажности подстилающей поверхности представлены в таблице. Параметр Кориолиса на данной широте $l = 1{,}24 \cdot 10^{-4}$ 1/с и при сравнительно небольших горизонтальных размерах рассматриваемой площадки считался постоянным.

В зимний период высота пограничного слоя атмосферы составляла $D = 300$ м. Задавались различные значения коэффициента турбулентной диффузии: по горизонтали он принимался равным $A_M = A_T = A_q = A_c = 200$ м^2/с [7,20,21], по вертикали — $k_M = k_T = k_q = k_c = 5{,}58$ м^2/с. Скорость юго-западного ветра на верхней границе пограничного слоя составляла 4 м/с; направление 270º; температура воздуха θ_s колебалась от -12,8 до -14,2°С. В зависимости от типа шероховатости подстилающей поверхности массовое содержание водяного пара q_s изменялось незначительно от 1,94 до 2 гПа (см. таблицу), коэффициенты теплообмена γ_{Ti}, влагоотдачи γ_{qi} и массопередачи γ_{ci} имели значения $\gamma_1 = 2{,}413 \cdot 10^{-3}$ 1/м, $\gamma_2 = 0{,}373 \cdot 10^{-3}$ 1/м, $\gamma_3 = 0{,}487 \cdot 10^{-3}$ 1/м, $\gamma_4 = 2{,}413 \cdot 10^{-3}$ 1/м, $\gamma_5 = 0{,}393 \cdot 10^{-3}$ 1/м. Микромицеты при такой температуре и влажности не размножается (k=0), поэтому биоаэрозоль распространялась в атмосфере как пассивная примесь.

В летний период высота слоя составляла $D = 1000$ м. Значение коэффициента турбулентной диффузии: по горизонтали принималось равным 500 м^2/с, по вертикали - $k_M = k_T = k_q = k_c = 62$ м^2/с. Скорость юго-западного ветра на верхней границе пограничного слоя по данным радиозондирования составляла 2 м/с; направление 225º;

температура воздуха θ_S колебалась от 20,1 до 26,5°С, массовое содержание водяного пара q_S изменялось от 12,25 до 14,25 гПа (см. табл. 1). Коэффициенты теплообмена γ_{Ti}, влагоотдачи γ_{qi} и массопередачи γ_{ci} имели значения $\gamma_1 = 1{,}28 \cdot 10^{-3}$ 1/м, $\gamma_2 = 0{,}109 \cdot 10^{-3}$ 1/м, $\gamma_3 = 0{,}032 \cdot 10^{-3}$ 1/м, $\gamma_4 = 0{,}959 \cdot 10^{-3}$ 1/м, $\gamma_5 = 0{,}274 \cdot 10^{-3}$ 1/м.

Расчеты проводились с помощью явной конечно-разностной схемы [15, 24, 25] на сетке 200×250 узлов. Отыскивалось стационарное решение задачи. Слабая температурная неоднородность и влажность подстилающей поверхности практически не влияла на направление ветра. Максимальная концентрация примеси находилась над источником и составляла в зимний период 7,6 КОЕ/м³ (рис.1а).

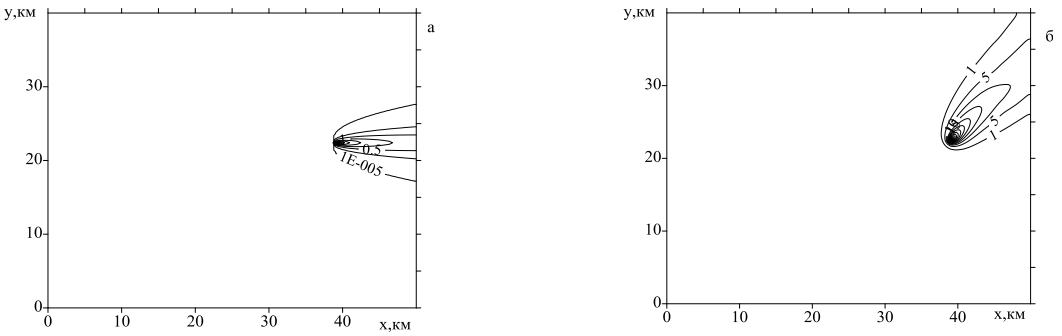


Рис. 1. Поле концентрации примеси от точечного источника (а) зимой, (б) летом

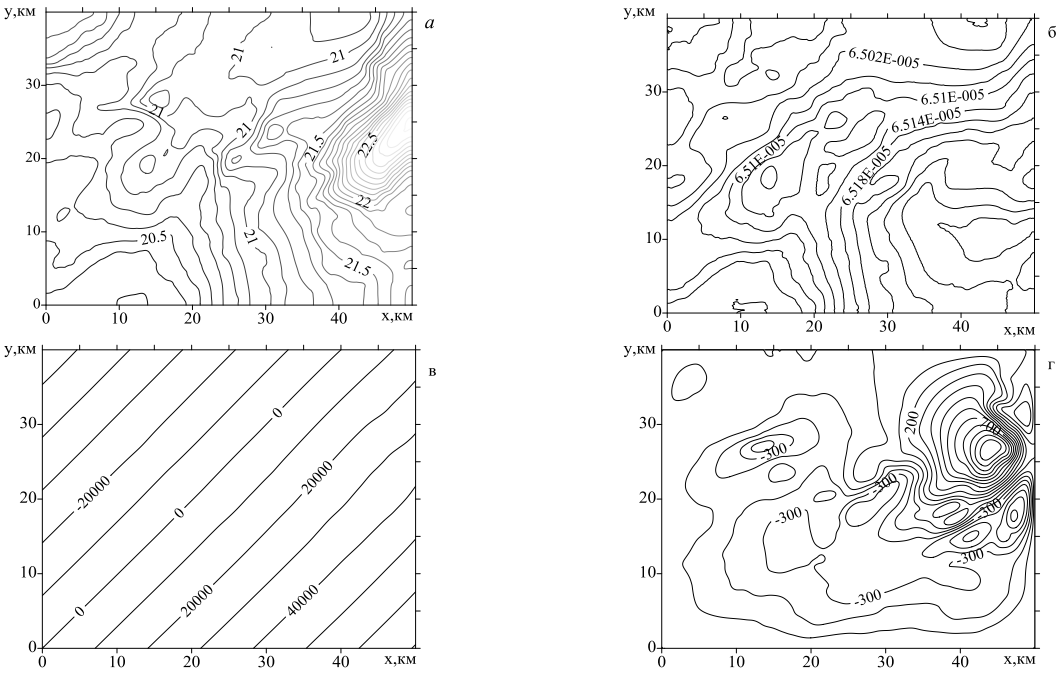


Рис. 2. Изотермы средней поперек слоя температуры в °С (а), изолинии средних поперек слоя влажности в гПа (б), функции тока в м²/с (в) и возмущений функции тока в м²/с (г) летом

Расчеты показали, что в летний период температурная неоднородность, а также в меньшей степени и неоднородность влажности подстилающей поверхности (рис. 2,а,б) приводит к возникновению локальных вихрей в нижнем слое атмосферы (рис. 2,в,г). Наибольшие горизонтальные градиенты температуры находятся на границе раздела водной поверхности в районе источника примеси в Камской долине, где

скорость ветра достигает своего максимального значения 2,46м/с, что на 23% выше наблюдаемой скорости ветра. Под действием ветра направление распространения примеси слегка отклоняется от 225º вправо. Без учета размножения ($k=0$) максимальная концентрация средней поперек слоя примеси достигает 99,8 КОЕ/м³. С учетом наблюдений [10], проводимых в течение 2013–2014 гг., параметр $k=0{,}908\cdot10^{-7}$ 1/с. В этом случае максимальная концентрация средней поперек слоя примеси равна 138,5 КОЕ/м³ (рис. 1,б), что более чем на 38% выше концентрации, рассчитанной без учета размножения спор.

5. Выводы. Построена новая математическая двумерная модель, описывающая турбулентные мезомасштабные процессы, сопровождающие движение воздуха в нижнем слое влажной атмосферы и перенос биоаэрозоля с учетом его размножения от источника на подстилающей поверхности на примере микромицетов Cladosporium sp. Показано, что при наличии неоднородности подстилающей поверхности при достаточно большом горизонтальном градиенте температуры и влажности, вертикальном тепловом потоке с нижней границы возникает локальное вихревое движение воздуха, которое корректирует направление распространение примеси от наземного источника. Необходимо учитывать процесс размножения живой примеси и изучать зависимость скорости ее размножения от температуры и влажности в природных условиях.

Литература

1. Андреева И.С., Белан Б.Д., Бородулин А.И., Буряк Г.А. и др. Изучение изменчивости биогенной компоненты атмосферного аэрозоля над лесными массивами Западной Сибири // Оптика атмосферы и океана, 2000. Т. 13. № 6-7. С. 639-644.
2. Бородулин А.И., Сафатов А.С., Белан Б.Д., Панченко М.В. и др. Высотные профили концентраций биоаэрозолей в тропосфере юга Западной Сибири // Оптика атмосферы и океана. 2005., Т.18, №8. С. 694-698.
3. Stohl A. Computation, accuracy and applications of trajectories – a review and bibliography// Atmos. Environ. 1998. V. 32. N. 6. P. 447-466.
4. Пененко В.В., Цветова Е.А. Моделирование процессов переноса примесей в прямых и обратных задачах климатоэкологического мониторинга и прогнорзирования // Оптика атмосферы и океана. 1999. Т.12. № 6. С. 482-488.
5. Пененко В.В., Цветова Е.А. Некоторые аспекты решения взаимосвязанных задач экологии и климата // Прикл. мех. и техн. физ. 2000. Т. 41. № 5. С.161-170.
6. Penenko V., Baklanov A., Tsvetova E. Methods of sensitivity theory and inverse modelling for estimation of source parameters // FGCS. 2002. V. 18. P. 661-671. DOI 10.1007/ 978-1-4020-5877-6_2.
7. Алоян А.Е. Динамика и кинематика газовых примесей и аэрозолей в атмосфере / Курс лекций. М.: ИВМ РАН, 2002. 201с.
8. Кривоногих К.Н., Четина О.А. Термотолерантность и протеолитическая активность микромицетов больничной среды // Междисциплинарные исследования / сб. матер. науч.-практ. конф. (Пермь, 9-11 апреля 2013 г.); Пермь: Перм. гос. нац. исслед. ун-т. 2013. Т.1. С. 39-42.
9. Четина О.А., Кирьянова И.Н., Баландина С.Ю., Крылова И.О. Оценка патогенности и общей токсичности некоторых плесневых грибов жилых помещений города Перми // Вестник молодых ученых ПГНИУ/ сб. науч. тр.: в 2 тт. / отв. ред. Е.Н. Батурин; Пермь: Перм. гос. нац. иссл. ун-т. 2011. Т.1. С. 214-223.
10. Баландина С.Ю., Семериков В.В., Шварц К.Г. Изучение сезонной динамики содержания микромицетов в атмосферном воздухе около лечебного учреждения //

Вестник Удмуртского университета. Серия 6. Биология. Науки о Земле. 2015. Вып. 3(25). С.7-10.
11. Семериков В.В., Четина О.А., Баландина С.Ю., Шварц К.Г. О биоразнообразии плесневых грибов техногенно-измененных почв на территории Пермского края // Географический вестник, 2013. Вып.4(27). С.79-81.
12. Ризниченко Г.Ю. Математические модели в биофизике и экологии. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 184 с.
13. Аргучинцев В.К. Моделирование мезомасштабных гидротермодинамических процессов и переноса антропогенных примесей в атмосфере и гидросфере региона оз. Байкал/ В. К. Аргучинцев, А. В. Аргучинцева. Иркутск: Изд-во Иркут. гос. ун-та, 2007. 255 с.
14. Шварц К.Г., Шкляев В.А. Методические подходы к созданию системы локального расчетного мониторинга атмосферных биоаэрозолей // Геоинформационное обеспечение пространственного развития Пермского края./ Сб. науч. тр. Перм. гос. нац. исслед. ун-т. Пермь, 2013. Вып. 6. С. 56-60.
15. Шварц К.Г., Шварц Ю.А., Шкляев В.А. Двумерная модель мезомасштабных процессов в нижнем слое атмосферы с учетом неоднородности температуры и влажности воздуха// Вычислительная механика сплошных сред, 2015. Т.8, № 1. С. 5-15. http://dx.doi.org/10.7242/1999-6691/2015.8.1.1
16. Романова Е.Н., Мосолова Г.И., Береснева И.А. Микроклиматология и ее значение для сельского хозяйства Л.: Гидрометеоиздат, 1983. 244 с.
17. Шкляев В.А., Ермакова Л.Н., Шкляева Л.С. Исследование микроклимата города с целью оценки биометеорологических показателей селитебной территории// Географический вестник. Перм. ун-т. 2010. № 3 (14). С. 52-59.
18. Шкляев В.А., Шкляева Л.С. Использование результатов наблюдений по температурному профилемеру для корректировки неблагоприятных метеорологических условий (НМУ) // Окружающая среда и устойчивое развитие регионов./ Труды Второй Всероссийской научной конференции с международным участием. Казань: «Отечество», 2013. Т.II. С. 151.
19. Атмосферная турбулентность и моделирование распространение примесей / Под ред. Ф.Т.М. Ньистадта, Х. Ван Допа. Л.: Гидрометеоиздат, 1985. 351 с.
20. Аристов С.Н., Фрик П.Г. Крупномасштабная турбулентность в тонком слое неизотермической вращающейся жидкости // МЖГ. 1988. № 4. С. 48-55. (English version DOI).
21. Аристов С.Н., Шварц К.Г. Вихревые течения в тонких слоях жидкости. Киров: ВятГУ, 2011. 207 с.
22. Шварц К.Г. Модели геофизической гидродинамики: Учебн. пособие по спецкурсу. Изд. 2-е, доп. и испр.; Перм. ун-т. Пермь, 2006. 66с.
23. Шварц К.Г., Шкляев В.А. Математическое моделирование мезомасштабных и крупномасштабных процессов переноса примеси в бароклинной атмосфере / К. Г. Шварц, В. А. Шкляев; Перм.ун-т. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2015. 156 с.
24. Шатров А.В., Шварц К.Г. Численное моделирование атмосферных мезомасштабных процессов переноса примесей в окрестности города Кирова // Вычислительная механика сплошных сред, 2010. Т.3, №3. С.117–125. http://dx.doi.org/10.7242/1999-6691/2010.3.3.32
25. Шварц К.Г., Шкляев В.А. Численное моделирование атмосферных мезомасштабных процессов переноса многокомпонентной примеси при торфяном пожаре// Вычислительная механика сплошных сред 2012. Т.5, № 3. С. 274-283. http://dx.doi.org/10.7242/1999-6691/2012.5.3.32

О НЕКОТОРЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОГО АНАЛИЗА ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

В.В. Шевченко

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН,
Россия, 119333 г. Москва, ул. Вавилова, дом 40;
тел.: (916)-788-46-91, факс 499-135-62-07, e-mail vsh1953@mail.ru

Аннотация: Подводятся итоги цикла исследований, основанных на теоретико-игровом моделировании геополитических эколого-экономических взаимодействий с использованием представлений теории игр с иерархическим вектором интересов И.А. Вателя и Ю.Б. Гермейера. Формулируются основные результаты проведенных исследований, рассматриваются возможности прикладного использования полученных результатов.

Ключевые слова: теория игр, исследование операций, экология, экономика, геополитика, игры с иерархическим вектором интересов, Киотский протокол.

В русле развития эколого-экономических исследований Ю.Б. Гермейера и Н.Н. Моисеева, исходя из базовых представлений и результатов работы [1], была разработана статическая теоретико-игровая модель эколого-экономического взаимодействия 17 геополитических игроков (16 стран G20 без стран, входящих в ЕС, и остального мира, не входящего в G20). Выбор *i*-го игрока описывался его энергозатратами x_i, заданными функциями которых считались ВВП игрока $f_i(x_i)$ и экологический ущерб планете от его деятельности $w_i(x_i)$ [2-8]. При этом критерии игроков определялись в виде

$$M_i = \min[\Delta W, \alpha_i \cdot f_i(x_i)] \Rightarrow \max, \qquad (1)$$

где ΔW - сокращение (относительно сложившегося уровня) общего экологического ущерба планете (в расчетах этот ущерб оценивался общими выбросами парниковых газов, но возможны и иные оценки ущерба) всеми игроками; $\alpha_i > 0$ - степень «альтруизма» *i*-го игрока, соразмеряющая индивидуальный критерий его ВВП и коллективный критерий сокращения общих выбросов. Для такой игры был разработан алгоритм определения сильных равновесий. С использованием этого алгоритма были предложены конкретные процедуры определения квот государств на выбросы парниковых газов при декларированных ими коэффициентах альтруизма. Эти квоты сопоставлялись с квотами, являющимися при линейных $f_i(x_i)$ и $w_i(x_i)$ решением задачи линейного программирования по максимизации суммарного ВВП планеты при линейных ограничениях экологического характера, требующих не нарушения решений по квотам Киотского протокола. Возможно и сопоставление с квотами, максимизирующими (при разных α) оценку интересов планеты в целом в виде $\Delta W + \alpha \cdot \sum_{i=1}^{17} f_i(x_i)$.

Рассматривались и иные модели, с интересами в виде линейных сверток, с 18-м игроком-арбитром, имеющим право налагать ограничения на остальных игроков.

В одном из рассмотренных подходов [6] использовались неубывающие функции f_i, w_i, g_i с вполне определенным содержательным смыслом. Функция f_i характеризовала производительность экономики игрока, описываемую зависимостью производимого ВВП от энергозатрат, функция w_i - экологичность этой экономики (зависимость экологического ущерба от энергозатрат). Функция g_i характеризовала эффективность сложившейся у игрока системы управления социально-экономическим развитием, понимаемую во вполне конкретном смысле эффективности использования полученного ВВП для увеличения совокупного общественного (национального) богатства, совокупных активов (СА). При отсутствии механизма штрафования функция выигрыша i-го игрока определялась в виде

$$\Phi_i(X) = g_i(f_i(x_i)) - \delta_i \cdot \beta \cdot W(X); \qquad (2)$$

$X = (x_1,...,x_{17})$ - вектор энергозатрат игроков;

$W(X) = \sum_{i=1}^{17} w_i(x_i)$ - общие выбросы парниковых газов.

Коэффициенты δ_i и β определяли доли игроков в природных ресурсах планеты и ущерб СА планеты от единицы выбросов соответственно. В качестве 18-го игрока рассматривался арбитр, имеющий право штрафования (при этом штрафы учитывались в функциях выигрыша игроков) и максимизирующий прирост СА планеты в целом. В такой (существенно нелинейной) игре также было найдено сильное равновесие с построением равновесного решения. Но имеющее содержательный смысл равновесие в игре (2) возможно только при наличии арбитра. В отсутствие арбитра в случае линейного вида функций f_i, w_i, g_i равновесие возможно лишь в вырожденном и не имеющем практического смысла случае, в котором в линейной форме, в которую превращается уравнение (2), все коэффициенты при энергозатратах игроков отрицательны. Но это означает, что производство у всех игроков настолько «грязное», что приносит в любом объеме больше вреда природе, чем пользы народу. В случае нелинейных неубывающих функций f_i, w_i, g_i равновесие возможно в тех точках, в которых частные производные функций выигрыша всех игроков по их собственным энергозатратам отрицательны. Что также едва ли наблюдается в реальных эколого-экономических взаимодействиях. Возможно, конечно, использование и иных принципов оптимальности, отличных от принципа следования равновесию по Нэшу. Но это не являлось предметом проведенных исследований.

Содержательно задачи видов (1) и (2) существенно различаются. Совокупные активы (в линейном приближении сумма соразмеренных со стоимостными корректных оценок природных и людских ресурсов с учетом уровней здоровья, квалификации, просвещенности людей и чистых активов в бухгалтерском смысле (материальные и иные ценности плюс дебиторская задолженность за минусом кредиторской задолженности)) и ВВП – далеко не одно и то же. Принципиально различаются и свертки в виде минимума и в виде суммы. Но математически суперпозиция функций $g_i(f_i(x_i))$ может быть свернута в функцию $h_i(x_i) = g_i(f_i(x_i))$, и в обоих случаях можно рассматривать как свертки в виде минимума, так и свертки в виде суммы. И при этом трудно сказать, какая из этих сверток в большей мере соответствует реальному

процессу принятия решений рассматриваемого вида. Поэтому далее рассмотрим методологию математического анализа игры с определением сильного равновесия для игры вида (1) со сверткой в виде минимума, имея в виду, что содержательно фигурирующие далее функции f_i могут соответствовать как ВВП, так и приросту СА (совокупных активов) игрока (за рассматриваемый период времени).

В работе [2] представлен алгоритм определения сильного равновесия в игре с критериями вида (1) для случая, когда функции $f_i(x_i)$ и $w_i(x_i)$ линейны.

Для описания такой линейной модели введем дополнительные обозначения:

н – индекс, определяющий начальные значения величин (до принятия Киотского протокола);

к - индекс, определяющий эти значения по решениям Киотского протокола;

$I = \{1,\ldots,N\}$ - множество рассматриваемых стран или групп стран;

$i \in I$ - номер игрока (страны или группы стран);

$f_i(x_i) = a_i x_i$ - ВВП (прирост СА);

x_i - энергозатраты;

a_i - коэффициент экономической эффективности энергозатрат;

$\omega_i(x_i) = b_i x_i$ - объем выбросов ПГ (парниковых газов), приведенный к объему выбросов CO_2 (возможна и иная оценка экологического ущерба планете в целом);

b_i - коэффициент экологичности используемых технологий;

$\omega_i^н$ - объем фактических выбросов *i*-го игрока.

$W^H = \sum_{i=1}^{N} \omega_i^H$ - общий (мировой) фактический объем выбросов до принятия решения об их снижении;

W^K - планируемый (уменьшенный по сравнению с фактическим) объем выбросов (решение Киотского протокола) $W^K < W^H$;

$\Delta W^K = W^H - W^K > 0$ - планируемое уменьшение выбросов;

$\Delta W^K = \sum_{i=1}^{N} \Delta\omega_i^к$;

$\Delta\omega_i^к \geq 0$ - обязательства по сокращению выбросов i – ого субъекта;

x_i^+ - максимально возможный объем энергозатрат;

$\omega_i^+ = b_i x_i^+$ - максимально возможный объем выбросов (соответствует максимально возможному объему энергозатрат);

$f_i^+ = a_i x_i^+$ - максимально возможный объем ВВП (СА);

α_i - коэффициент альтруизма, определяемый по фактическому объему взятых на себя обязательств:

$$\alpha_i = \frac{\Delta W^K}{a_i\left(x_i^+ - \frac{\Delta\omega_i^K}{b_i}\right)}, \text{ если } \Delta\omega_i^K > 0,$$

$$0 \le \alpha_i \le \frac{\Delta W^K}{a_i x_i^+}, \text{ если } \Delta\omega_i^K = 0.$$

В работах [4,5] приведена теорема, в соответствии с которой в рассматриваемой игре с критериями игроков вида (1), в которой $f_i(x_i), w_i(x_i), i \in N = \{1,\ldots,n\}$ являются произвольными неубывающими функциями энергозатрат, равными нулю при нулевых энергозатратах, существует сильное равновесие. Игроки упорядочиваются (нумеруются) так, что $\alpha_1 f_1(x_1^+) \ge \alpha_2 f_2(x_2^+) \ge \ldots \ge \alpha_n f_n(x_n^+)$, и показывается, что существует такое подмножество стоящих слева в полученном упорядоченном множестве игроков, что при выборе игроками данного подмножества таких управлений (энергозатрат), при которых стоящие в качестве аргументов минимума их функционалов величины ΔW и $\alpha_i \cdot f_i$ равны и при выборе остальными игроками максимально возможных энергозатрат, для остальных игроков получившаяся при рассматриваемом выборе величина ΔW превышает их величины $\alpha_i \cdot f_i$. Именно такой выбор игроками управлений соответствует сильному равновесию игры. Действительно, если это так, то ни игроки стоящего слева подмножества, ни остальные игроки, ни любая коалиция игроков не могут, отклонившись от указанной точки, увеличить свой выигрыш. Те, кто слева, увеличивая энергозатраты, уменьшают ΔW и с ним свой выигрыш (ΔW становится меньше прежнего значения и увеличившегося ВВП (прироста СА) и в минимуме становится определяющим), уменьшая энергозатраты, уменьшают ВВП (прирост СА), который становится определяющим в силу роста ΔW и уменьшает выигрыш игрока. Те, кто справа, могут только уменьшить энергозатраты (поскольку сидят на максимуме), но это уменьшит и их выигрыш (ΔW при этом увеличится и определяющим выигрыш останется ВВП (прирост СА)). Не эффективны и коалиционные отклонения. Существовани указанной точки доказывается ниже конструктивно, построением.

В рассматриваемой линейной игре игроки нумеруются так, что $\alpha_1 a_1 x_1^+ \ge \alpha_2 a_2 x_2^+ \ge \ldots \ge \alpha_N a_N x_N^+$. Искомое подмножество игроков легко определяется методом итераций.

На m-й итерации обязательства $\Delta\omega_i(m)$ берут на себя m первых субъектов, $\Delta\omega_i(m)$ и $x_i(m)$ определяются из соотношений:

$$\sum_{j=1}^{m} \Delta\omega_j(m) = \Delta W(m) = \alpha_i a_i x_i(m), \quad i = 1,\ldots m; \qquad (3)$$

$$\Delta\omega_i(m) = b_i\left(x_i^+ - x_i(m)\right), \quad i = 1,\ldots m.$$

При этом для $i = m+1,\ldots,N$ имеем $\Delta\omega_i(m) = 0$, $x_i(m) = x_i^+$.

Из системы (3) получим

$$\Delta W(m) = \sum_{j=1}^{m} b_j x_j^+ - \Delta W(m) \sum_{j=1}^{m} \frac{b_j}{\alpha_j a_j}, \quad \Delta W(m) = \frac{\sum_{j=1}^{m} b_j x_j^+}{1 + \sum_{j=1}^{m} \frac{b_j}{\alpha_j a_j}} \quad , \tag{4}$$

$$x_i(m) = \frac{\sum_{j=1}^{m} b_j x_j^+}{\alpha_i a_i (1 + \sum_{j=1}^{m} \frac{b_j}{\alpha_j a_j})} \quad . \tag{5}$$

Имея возможность определения из (4) $\Delta W(m)$ для любого m будем увеличивать m до тех пор, пока не окажется, что $\Delta W(m) > \alpha_{m+1} a_{m+1} x_{m+1}^+$. Это и будет искомой точкой сильного равновесия, для которой из (5) можно определить энергозатраты первых (по упорядоченной цепочке) m игроков $x_i^* \; i = 1,...,m$. Энергозатраты остальных игроков в найденной точке сильного равновесия равны максимально возможным.

При нелинейных функциях $f_i(x_i), w_i(x_i), i \in N = \{1,\ldots,n\}$ поиск искомого сильного равновесия в целом вполне аналогичен, но связан с техническими трудностями. Система (3) принимает вид

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{m} \Delta\omega_j(m) = \Delta W(m) = \alpha_i f_i(x_i(m)), \; i = 1,\ldots m; \\ &\Delta\omega_i(m) = w_i(x_i^+) - w_i(x_i(m)), \; i = 1,\ldots m. \end{aligned} \tag{6}$$

Для определения $\Delta W(m)$ необходимо решать (возможно, численно) уравнение

$$\Delta W(m) = \sum_{j=1}^{m} w_j(x_j^+) - \sum_{j=1}^{m} w_i(f_i^{-1}(\frac{\Delta W(m)}{\alpha_i})), \tag{7}$$

для определения $x_i(m)$ также необходимо обращать функции $f_i(x_i) \; i = 1,...,m$:

$$x_i(m) = f_i^{-1}(\frac{\Delta W(m)}{\alpha_i}) \, . \tag{8}$$

С использованием рассмотренной линейной модели были проведены численные расчеты сильного равновесия в игровом экологическом взаимодействии стран мира. Коэффициенты экономической эффективности энергозатрат и экологичности используемых технологий (a_i и b_i) рассматриваемых 17 игроков оценивались методом наименьших квадратов исходя из имеющихся данных ООН о динамике ВВП, энергозатрат и выбросов парниковых газов (в эквиваленте углекислого газа). Коэффициенты «альтруизма» игроков α_i определялись по приведенным выше формулам исходя из обязательств, взятых странами по Киотскому протоколу. Максимально возможные энергозатраты игроков определялись как максимум имеющегося временного ряда энергозатрат. В результате определения сильного равновесия выделилась группа стран, которые берут на себя в этом равновесном решении игры вполне определенные (вычисленные на базе имеющихся исходных данных) обязательства по снижению выбросов.

Наряду с равновесным решением игры, описывающей экологическое взаимодействие рассмотренных игроков (стран или групп стран), представляет интерес нахождение распределения квот игроков на выбросы газов, оптимального с точки зрения интересов планеты в целом, оцененных тем или иным обоснованным способом. В частности, можно интерпретировать рассмотренное выше равновесное решение игрового экологического взаимодействия как политическое решение (поскольку выбор коэффициентов «альтруизма», с использованием которых искалось это решение, был, по существу, политическим) и, приняв соответствующее этому равновесному решению общее сокращение выбросов в качестве ограничения, оптимизировать экономические интересы планеты в целом в рамках этого ограничения. При этом экономическая оценка таких интересов может быть проведена по критерию суммарного объема ВВП планеты в целом.

$$F = \sum_{i=1}^{N} f_i(x_i) \quad . \tag{9}$$

Численные расчеты оптимального в рассмотренном смысле для планеты в целом решения для тех же 17 игроков в рамках линейной модели с использованием тех же исходных данных позволили соотнести полученные значения «справедливых» квот игроков на выбросы с «равновесными» их выбросами.

Принципиальное содержательное отличие моделей с критериями вида (1) и моделей с критериями вида (2) заключается в том, что в первых описание поведения участников эколого-экономического взаимодействия ориентируется на их реальное, наблюдаемое поведение (интегральная оценка социально-экономических достижений по чисто экономическому критерию ВВП практически без учета прироста или убыли людских и природных ресурсов, отделение собственных интересов от интересов планеты в целом и весьма субъективная оценка экологического ущерба с позиций разумного эгоизма и собственных угроз и опасностей). Во вторых моделях поведение игроков описывается исходя из того, каким оно должно быть (оценка достижений исходя из прибытка или убыли совокупных активов, учитывающих и людские, и природные ресурсы, осознание себя частью планеты, на которой отражается любая ее боль). При решении вопросов экологического регулирования можно использовать игровые модели как первого, так и второго типа.

Представленная методология анализа эколого-экономических взаимодействий и обоснования экологических ограничений, налагаемых на участников таких взаимодействий, достаточно универсальна. Игроками в рассмотренных моделях могут быть не только страны и их объединения, но и отдельные регионы, предприятия, домашние хозяйства. Экологический ущерб отдельных игроков или их совокупности может оцениваться по-разному (парниковые газы – пример и не более). Фигурирующие в моделях «коэффициенты альтруизма» могут не выбираться игроками, а устанавливаться исходя из обоснованных компетентных оценок, соотносящих ущерб с пользой для той или иной оперирующей стороны, имеющей право устанавливать такие коэффициенты. В рамках геополитического эколого-экономического моделирования представляется разумным ставить во главу угла СА планеты в целом и основывать нормы международного права на жестком ограничении, запрещающем любые действия, уменьшающие СА планеты (при этом, разрушая что-либо, любой субъект международного права берет на себя обязательство восстановить утраченные СА планеты). В этом случае, при использовании свертки в виде минимума (1), под функциями $f_i(x_i)$ следует подразумевать прирост СА i-го игрока за минусом находящихся в его распоряжении природных ресурсов; «коэффициенты альтруизма» игроков следует считать одинаковыми, соразмеряющими ущерб природе с прибытком

обществу. Вычисленные равновесные объемы энергозатрат игроков в рассматриваемом случае следует считать экологическими ограничениями, нарушение которых штрафуется.

В [8] также отмечено, что рассмотренные игры могут быть представлены и в виде операционных игр с производственными операциями заданной экологичности. Что позволяет говорить об операционном игровом сценарном моделировании эколого-экономических взаимодействий, предоставляющем широкий спектр возможностей анализа такого рода процессов.

Литература

1. Гермейер Ю.Б., Ватель И.А. Игры с иерархическим вектором интересов // Техническая кибернетика. 1974. № 3. С. 54-69.
2. Кононенко А.Ф., Шевченко В.В. Линейная игровая модель механизмов реализации решений Киотского протокола // Труды Третьей международной конференции «Системный анализ и информационные технологии» САИТ-2009 (14-18 сентября 2009 г., Звенигород, Россия): Труды конференции. М., 2009. С. 608-615.
3. Кононенко А.Ф., Шевченко В.В. Экономическая оценка политического решения в рамках «Киотского протокола». // Материалы международной научно-практической мультиконференции «Управление большими системами» (УБС’ 2009) (ИПУ РАН 17-19 ноября 2009 г., М., Россия). М.: ИПУ,2009. С. 115-118.
4. Кононенко А.Ф., Шевченко В.В. Теоретико-игровые модели механизмов реализации Киотского протокола. // Сборник трудов Четвертой международной конференции по проблемам управления (26-30 января 2009 г.). М.: ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН, 2009. С. 970-974.
5. Кононенко А.Ф. Теоретико-игровой анализ эколого-экономических систем /Пленарный доклад на Четвертой международной научной конференции «Современные проблемы математического моделирования, прогнозирования и оптимизации» (OPTIMA 2010, 18-20 мая 2010 г, Каменец-Подольский). С. 109-117.
6. Кононенко А.Ф., Шевченко В.В. О возможностях теоретико-игрового подхода к определению ограничений экологического характера // Труды Четвертой международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD’2010, 4-6 октября 2010 г., М., Россия). С. 256-262.
7. Кононенко А.Ф., Шевченко В.В. Нелинейные игровые модели определения ограничений экологического характера. // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD’2011): Материалы Пятой международной конференции (3-5 октября 2011г., (М., Россия). Т. I. М.: Институт проблем управления им. В.АТрапезникова РАН, 2011. С. 50-52.
8. Кононенко А.Ф., Шевченко В.В. Операционные игры. Теория и приложения. М.: ВЦ РАН, 2013. 136 с.

МОДЕЛИ И ПРИЛОЖЕНИЯ МЕТОДИКИ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ АДАПТОМЕТРИИ К ЭКОЛОГИЧЕСКИМ И БИОМЕДИЦИНСКИМ СИСТЕМАМ

М.И. Шпитонков

Вычислительный центр им.А.А.Дородницына ФИЦ ИУ РАН
Россия, 119991, г. Москва, ул. Вавилова, 44 корп. 2.
Тел.: (499)-135-00-80, факс (499)-930-45-05, e-mail: mixash@bk.ru

Аннотация. Продемонстрировано применение методики корреляционной адаптометрии к анализу поведения различных видов растений (вороний глаз, копытень, медуница и зеленчук) в дубняке под влиянием неблагоприятного внешнего воздействия. При построении модели предполагается, что плотность распределения численности биологической популяции удовлетворяет уравнению Колмогорова–Фоккера–Планка.

Ключевые слова: корреляционная адаптометрия, вес корреляционного графа, уравнение Колмогорова–Фоккера–Планка.

Введение

В конце прошлого века исследователи, работающие с медико-биологической информацией, обнаружили эффект изменения уровня корреляций между физиологическими параметрами организмов при возникновении внешнего воздействия на популяцию [1-2].

Подход к оценке этого воздействия был назван методом корреляционной адаптометрии. Попытка обоснования этого метода, базирующаяся на использовании экстремального принципа Холдейна, нашла свое отражение в работах А.Н. Горбаня и его сотрудников [1-3]. Исследования, связанные с практическими применениями данного метода для оценки эффективности лечения некоторых заболеваний были продолжены рядом авторов [4,5,8,9]. В последнее время методика корреляционной адаптометрии стала использоваться не только в медицине и биологии, но и в экономике и финансах. В этих областях на ее основе, например, предсказывают экономические кризисы [6,7]. В работе [10] на основе методов эволюционной оптимальности была построена и обоснована диффузионная модель корреляционной адаптометрии для n-мерной выпуклой области параметров биологической популяции. В данной работе теоретическое исследование дополняется соответствующим экологическим примером.

Исследование диффузионной модели со сносом и ее применение к задаче корреляционной адаптометрии

Рассмотрим некую абстрактную популяцию, особи которой могут отличаться друг от друга не только своим местоположением в пространстве, но и значениями некоторых индивидуальных параметров.

Считаем, что число этих параметров конечно, они непрерывны и ограничены, так что каждый их набор может быть описан некоторым элементом $x \in \Omega \subset R^n$ (n - число рассматриваемых параметров). При этом ограниченная область Ω (область гомеостазиса) считается фиксированной, что соответствует малости рассматриваемых характерных времен по сравнению с временами эволюционных изменений.

Далее будем считать, что изменения параметров отдельно взятой особи могут быть описаны непрерывным диффузионным марковским процессом. Тогда плотность вероятности локализации особи в окрестности точки области Ω, изменения которой описывается этим процессом, а следовательно, и плотность распределения численности самой популяции $u(x,t)$, (в условиях большой численности) в обозначенной области пространства параметров, будет предполагаться удовлетворяющей уравнению Колмогорова-Фоккера-Планка:

$$\partial_t u = -(\nabla, \vec{b}u) + a\Delta u. \qquad (1)$$

Здесь $u = u(x,t)$, $a > 0$ коэффициент диффузии, $\vec{b} \neq 0$ - n-мерный вектор направленного сноса, моделирующий внешнее воздействие, $x = (x_1, ...x_n) \in \Omega \subset R^n$, $t \in R_+, \nabla = (\partial_{x_1}, ..., \partial_{x_n}), \partial_{x_i} = \partial / \partial x_i$, $\Delta = (\nabla, \nabla)$ - оператор Лапласа по x, $(\cdot,\cdot)$- скалярное произведение в R^n.

Выбор постоянных коэффициентов a и $\vec{b}$ связан с отсутствием априорной необходимости учета какой-либо пространственной неоднородности. Считается, что ограниченная область Ω имеет достаточно гладкую границу $\partial\Omega$, на которой существует единственная точка $s(\vec{b}) \in \partial\Omega$ такая, что вектор внешней нормали к границе в этой точке совпадает как по направлению, так и по знаку с вектором $\vec{b}$, причем вся область находится по одну сторону от $s(\vec{b})$ по направлению $\vec{b}$.

Будем считать, что ортогональная система координат в R^n выбрана таким образом, что $s(\vec{b})$ находится в ее начале, а $-x_n$ совпадает с направлением вектора $\vec{b}$, так что $\vec{b} = -be_n$, где $b > 0$, а e_n - единичный вектор в направлении x_n.

Для граничных условий непроницаемости

$$(bu - a\nabla u, \nu)|_{\partial\Omega} = 0, \qquad (2)$$

где ν - вектор внешней нормали к $\partial\Omega$, существует единственное (с точностью до умножения на константу) стационарное решение задачи (1) вида

$$u(x) = v(x_n) = v_0 e^{-\frac{bx_n}{a}}. \qquad (3)$$

То, что (3) является решением, проверяется его непосредственной подстановкой в (1), (2), а его единственность следует из знакопостоянства, обеспечивающего принадлежность собственному подпространству, соответствующему максимальному собственному значению оператора L, определяемого правой частью (1) при краевых условиях (2). Этот оператор является самосопряженным неограниченным оператором в гильбертовом пространстве $L_2(\Omega)$ со скалярным произведением $\langle u, v\rangle = \int_\Omega e^{-\frac{b}{a}x_n} u(x)v(x)dx$. Его максимальное собственное значение является простым, а соответствующая собственная функция – знакопостоянная как доставляющая максимум форме $\frac{\langle Lu, v\rangle}{\langle u, v\rangle}$.

Отметим также, что стационарность решения (3), означающая также равенство нулю максимального собственного значения оператора L, влечет также устойчивость этого решения с точностью до пропорциональных изменений.

Математической моделью измеряемых в задачах корреляционной адаптометрии величин являются наборы линейных функций

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i x_i \,, \;\; \psi = \sum_{i=1}^{n} \psi_i x_i \qquad (4)$$

с ненулевым набором компонент, а моделью определяющих значимые свойства адаптации статистических характеристик (вес корреляционного графа и т. п.) – их коэффициенты корреляции по распределению (3):

$$K(\varphi,\psi) = \frac{M[(\varphi - M\varphi)(\psi - M\psi)]}{(M[(\varphi - M\varphi)^2]M[(\psi - M\psi)^2])^{1/2}} \quad , \qquad (5)$$

где

$$M\varphi(x_1,...x_n) = \frac{\int\limits_{\Omega} \varphi(x)u(x)dx}{\int\limits_{\Omega} u(x)dx} \qquad (6)$$

- среднее значение функции $\varphi(x)$ по распределению $u(x)$ в области Ω.

Рассмотрим задачу исследования зависимости выражения (5) от параметров уравнения (1) с учетом (4).

В случае общего положения в окрестности точки $s(b)$ граница области $\partial\Omega$ может быть представлена в виде $\partial\Omega = \{x : x_n = \sum_{i=1}^{n-1} a_i x_i^2 + o(x^2)\}$, где все $a_i > 0$, $i = 1,...,n-1.$

Параболической аппроксимацией области Ω в точке $s(\vec{b})$ будем называть параболическую область вида

$$\Omega_p = \{x : x_n \geq \sum_{i=1}^{n-1} a_i x_i^2\} \,. \qquad (7)$$

Расчеты коэффициентов корреляции (5) для распределения (3) будем проводить для области (7), так что в этом разделе в (6) интегрирование осуществляется по области Ω_p вместо Ω. Каждой функции φ из (4) сопоставим вектор $\bar{\varphi} = (\frac{\varphi_1}{\sqrt{a_1}},...,\frac{\varphi_{n-1}}{\sqrt{a_{n-1}}},0)$. Угол между векторами $\bar{\varphi}$ и $\bar{\psi}$ будем обозначать как $\angle\bar{\varphi}\bar{\psi}$.

Для параболической области (7) и функций из (4) справедлива

Теорема 1

1) при $b \to \infty$ и $\bar{\varphi} \neq 0$, $\bar{\psi} \neq 0$ $K(\varphi,\psi) \to \cos(\angle\bar{\varphi}\bar{\psi})$.

2) при $b \to 0$ и $\varphi_n\psi_n \neq 0$ $K(\varphi,\psi) \to sign(\varphi_n\psi_n)$.

Обычно критерий интенсивности адаптации популяции к внешним воздействиям рассчитывается путем введения оценки связности анализируемых параметров при помощи веса корреляционного графа $G = \sum_{i>j} |\, r_{i,j}\,|$, где $r_{i,j}$ - попарные коэффициенты корреляции.

Экологический пример

Цель данного исследования - сопоставить изменение поведения травянистых видов на основе варьирования их размеров, скорости роста, интенсивности размножения с оценками уровня адаптационной перестройки популяции при помощи критерия адаптации на основе изменения веса корреляционного графа. В качестве объектов исследования выбраны популяции вороньего глаза, копытня, медуницы и зеленчука, произрастающих при разной интенсивности антропогенного пресса и при различной густоте.

Было проанализировано поведение этих видов в дубняке лещиново - разнотравном разной степени деградации (под воздействием вытаптывания). Исследования проводились в течение 7 лет. Пробные площади расположены на территории Московской обл. (Одинцовский р-н).

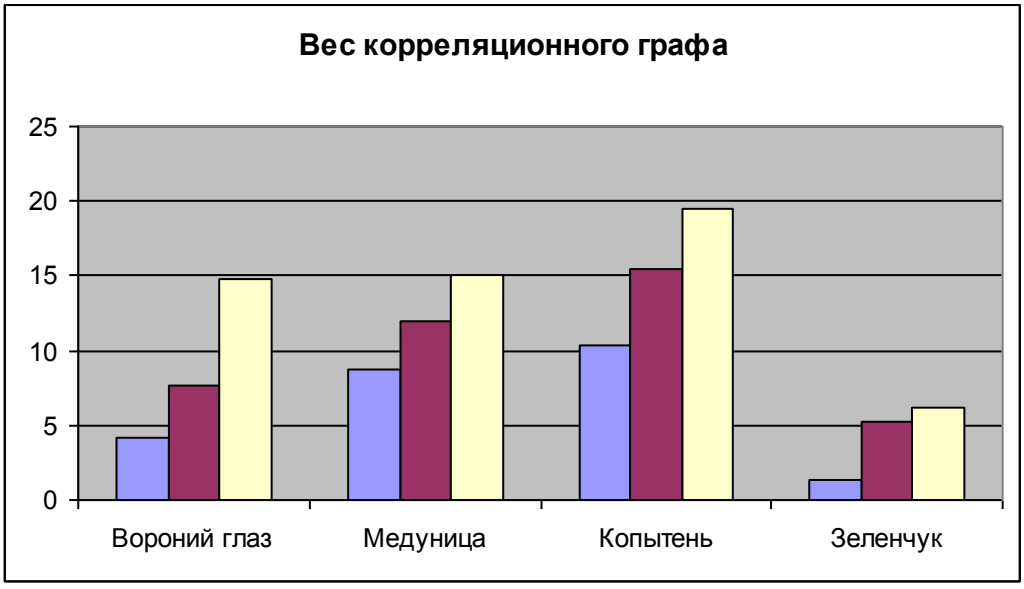
Степень нарушенности оценивалась по количеству вытоптанных и лишенных травяного покрова участков земли, по изменению состава и обилия травяного покрова и физико-химических свойства почвы.

Анализировались следующие стадии деградации лесного сообщества: 1 - малонарушенный дубняк - лещиново - разнотравный; 2 - дубняк с невысоким уровнем нарушенности (напочвенный покров отсутствует на 25% территории); 3 - дубняк с высокой степенью деградации напочвенного покрова (напочвенный покров отсутствует на 70% площади). Число особей для разных видов варьировалось от 130 до 150. Исследовались следующие параметры: высота побегов, длина корней, диаметр корней, число корней, площадь листвы, площадь корней.

Варьирование величины веса корреляционного графа (G) в разных местообитаниях

Вид	1	2	3
Вороний глаз	4,1	7,6	14,8
Медуница	8,8	11,9	15,1
Копытень	10	15,4	19,5
Зеленчук	1,4	5,2	6,2

1 - без нарушений; 2 - умеренное вытаптывание; 3 - сильное вытаптывание.



Умеренное нарушение (2- где участки, лишенные травяного покрова, и тропы составляют 25% площади). Сильное нарушение 3 - (70-80% площади лишено травяного покрова).

Анализ приведенных выше данных показывает, что критерий адаптации, рассчитанный на основе веса корреляционного графа, адекватно характеризует перестройку организмов с изменением условий существования (см. таблицу). Как видно из этих данных, умеренные нарушения стимулируют рост большинства анализируемых видов - у них увеличиваются размеры, скорость роста; в этом случае увеличение веса корреляционного графа можно рассматривать как усиление адаптационных перестроек особи по сравнению с коренным насаждением. При дальнейшем увеличении деградации сообщества, напротив, размеры особей снижаются, а интенсивность вегетативного размножения возрастает как механизм выживания вида в экстремальных условиях - этому соответствует усиление адаптационной перестройки - наблюдается дальнейшее возрастание веса корреляционного графа.

Следует подчеркнуть, что изменение веса корреляционного графа наблюдается независимо от варьирования размеров особи, т.е. его можно считать показателем меры адаптации или перестройки особи. Следовательно, предлагаемый критерий можно рассматривать как относительный показатель меры адаптации популяции к изменению условий среды, поскольку абсолютная величина этого критерия очень сильно различается у разных видов (в ненарушенном дубняке варьирует от 1.4 до 10).

Литература

1. Горбань А.Н., Манчук В.Е., Петушкова Е.В. Динамика корреляций между физиологическими параметрами и эколого-эволюционный принцип полифакториальности. // Проблемы экологического мониторинга и моделирование экосистем. Л.: Гидрометеоиздат., 1987, Т.10. С. 187-198.
2. Светличная Г.Н., Смирнова Е.В., Покидышева Л.И. Корреляционная адаптометрия как метод оценки кардиоваскулярного и респираторного взаимодействия. // Физиология человека, 1997. Т.23, №3. С. 58-62.
3. Смирнова Е.В., Чеусова Е.П., Зайцева О.И. Оценка эффективности проводимой терапии методом корреляционной адаптометрии. // Тез. докл. Второй научно - практической конференции "Проблемы информатизации города",14-16 марта 1995 г., Красноярск, 1995. С. 106-108.
4. Стрыгина С.О., Дементьев С.Н., Усков В.М., Чернышов Г.И. Динамика системы корреляционных взаимодействий между физиологическими параметрами больных инфарктом миокарда. // Труды конференции “Математика, компьютер, образование (МКО)”, 24-29 января 2000 г., Дубна, 2000. Вып. 7. С. 685-689.
5. Пругов П.В., Волошенко Е.В., Мансурова Т.П., Нефедов В.П. Оценка эффективности использования клофелина с помощью метода корреляционной адаптометрии. / Материалы VIII Всероссийского съезда анестезиологов-реаниматологов, 11-15 сентября 2002 г., Омск.
6. Масаев С.Н., Доррер М.Г. Оценка системы управления компанией на основе метода адаптационной корреляции к внешней среде. // Проблемы Управления,2010.№3. С. 45-50.
7. Gorban A.N., Smirnova E.V., Tyukina T. A. Correlations, Risk and Crisis: from Phisiology to Finance, Physica A, Vol.389, Issue 16, 2010. Pp. 3193-3217.
8. Васильев А.В., Мальцев Г.Ю., Хрущева Ю.В., Разжевайкин В.Н., Шпитонков М.И. Применение метода корреляционной адаптометрии для оценки эффективности лечения больных ожирением. // Вопросы питания, 2007. Т. 76, №2. С. 36-38.

9. Разжевайкин В.Н., Шпитонков М.И., Герасимов А.Н. Применение метода корреляционной адаптометрии в медико-биологических задачах. // Исследование операций (модели, системы, решения). М.: ВЦ РАН, 2002. С.51-55.
10. Разжевайкин В.Н., Шпитонков М.И. Корреляционная адаптометрия. Модели и приложения к биомедицинским системам. // Математическое моделирование, 2008. Т.20, № 8. С. 13-27.

ДВУХУРОВНЕВАЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ЛЕСНЫМИ ЭКОСИСТЕМАМИ В ПОРТУГАЛИИ

*** В.А.Бушенков**[1], **С. Маркеш**[2]

[1] Университет Эворы, Департамент математики,
Португалия, 7000-671, г. Эвора, ул. Ромао Рамалью 59.
Тел.: (351)266-745-370, факс: (351)266-745-393,
e-mail: bushen@uevora.pt

[2] Лиссабонский Технический университет,
Высший институт агрономии, Исследовательский центр леса,
Португалия, 1349-017, г. Лиссабон, Тапада да Ажуда,
Тел.: (351) 213-653-100, факс: (351) 213-653-195,
e-mail: smarques@isa.ulisboa.pt

Аннотация. Метод Интерактивных карт решений (IDM) успешно используется в течение нескольких десятилетий для анализа многокритериальных экономических и экологических задач с большим количеством переменных. Ключевым элементом для построения карт решений является Эджворт-Парето оболочка (ЭПО) допустимого множества в пространстве критериев, построение (или аппроксимация) которой является трудной вычислительной задачей. Для решения этой задачи были предложены декомпозиционные методы, основанные на аппроксимации ЭПО для подсистем (блоков) с их последующим объединением. Мы описываем применение метода IDM к региону Vale de Sousa в Португалии, фрагментированному из-за большого количества частных владений. Частные владения объединены в три округа (три блока). Представлены результаты применения декомпозиционного метода для аппроксимации ЭПО. Проиллюстрирован процесс принятия решений в двухуровневой системе.

Ключевые слова: управление лесным хозяйством, многокритериальная оптимизация, двухуровневая задача, декомпозиционный метод.

Метод Интерактивных карт решений (Interactive decision maps − IDM), предложенный в работах А.В. Лотова и его учеников [1] успешно используется в течение нескольких десятилетий для анализа многокритериальных экономических и экологических задач с большим количеством переменных, например [2-4]. В методе IDM используется интерактивная визуализация и анимация границы Парето. Изучая карты решений, лица, принимающие решения, находят эффективные возможные комбинации критериев. Ключевым элементом для построения карт решений является Эджворт-Парето оболочка (ЭПО) допустимого множества критериев, то есть самого большого множества с той же границей Парето, что и рассматриваемая проблема. В случае большого числа переменных построение (или аппроксимация) ЭПО является трудной вычислительной задачей, для решения которой были предложены декомпозиционные методы. Общая схема методов декомпозиции основана на аппроксимации ЭПО для подсистем с блочной сепарабельной структурой с

последующим их объединением для построения ЭПО всей системы. Мы описываем применение метода IDM к региону Vale de Sousa в Португалии, фрагментированному из-за большого количество частных владений. Частные владения объединенны в три округа (три блока). Декомпозиционный метод построения ЭПО позволяет эффективно реализовать двухуровневую систему поддержки принятия решений, в которой взаимодействуют ЛПР верхнего уровня, представляющие интересы всего региона, с ЛПР нижнего уровня, представляющим интересы владельцев лесных участков. В статье кратко описана модель лесного хозяйства региона, представлены результаты применения декомпозиционного метода для аппроксимации ЭПО и проиллюстрирован процесс принятия решений в двухуровневой системе.

Модель изучаемого региона

Эвкалипт и морская сосна являются наиболее распространенными видами в экосистемах, характерных для средиземноморского лесного хозяйства в Португалии. Для целей методологического тестирования рассматривался один регион, расположенный на северо-западе Португалии (регион Vale de Sousa). Этот регион находится в сельской местности со средиземноморским климатом с атлантическим влиянием. Регион простирается на 14 832 га и разделяется на 2182 лесных участков. В нем доминируют чистые насаждения эвкалиптов и смешанные насаждения эвкалиптов и морской сосны − около 66% и 33% площади региона соответственно. Оставшаяся площадь (1%) занята лиственными породами. В муниципальном управлении находятся 35% площади, средняя и крупная частная собственность (площадь более 5 га) занимает более чем 60%, остальные 5% принадлежат мелким владельцам леса. Всего в регионе насчитывается 378 частных владельцев. В регионе можно выделить три субрегиона в соответствии с границами округов Paiva, Paredes и Penafiel, образующих блочную структуру.

Ассоциация владельцев лесов (AFVS) является ключевой заинтересованной стороной в управлении, она имеет прямой доступ ко всем региональным и национальным органам. Целью AFVS является региональное планирование, направленное на содействие устойчивому лесному хозяйству в соответствии с национальными руководящими принципами лесной политики. Задачами AFVS являются также предотвращение лесных пожаров, опустынивания и депопуляции.

Эвкалиптовая древесина, сосновая древесина и пиломатериалы имеют очень высокий рейтинг в списке экосистемных услуг. Кроме того, этот регион предоставляет услуги по отдыху и туризму, важно также поддержание уровня накопления углерода в экосистемах лесов.

Математические модели экосистемы региона, использованные в исследовании, включают как информацию на макроуровне, так и данные на уровне дерева, а также топографическую иформацию о расположении лесных участков, дорожной сети, водных потоков, типов почв и классов склонов. Принятие решений в модели основывается на сценариях, предписывающих способы управления для каждого типа лесного участка в течение временного горизонта в 90 лет. Для автоматизации процесса построения сценариев использовался инструментарий поддержки решений SADfLOR [2,4]. Этот инструментарий имеет информационный модуль, хранящий цифровые и топологические данные для каждого из участков, кроме того имеется генератор сценариев и имитационные модули для моделирования роста и урожайности леса и оценивания вклада в предоставление экосистемных услуг. В рассматриваемом

примере для региона Vale de Sousa было сформировано в общей сложности 83000 сценариев.

Матричный генератор SADfLOR автоматически создает модель линейного программирования, пригодную для назначения наилучшего из сформулированных сценариев для каждого из лесных участков в соответсвии с заданными критериями оптимальности. Переменные решения x_{ij} определяют долю площади участка *i,* управляемую по сценарию *j*. Критериями верхнего уровня являются: WOOD - суммарное производство древесины (по всем блокам), CARB - среднее значение накопленного углерода в экосистеме (по всем блокам), е VolEI - оценка стоимости экосистемы в конце планируемого периода (по всем блокам). На нижнем уровне, кроме критериев вернего уровня, берутся во внимание также аспекты, связанные туристическим и рекреативным бизнесом, противоэрозионные меры, а также снижение рисков лесных пожаров.

Построение ЭПО вернего и нижнего уровней

Для применения метода Интерактивных карт решений фундаментальным является построение (аппроксимация) Эджеворт-Парето оболочки множества допустимых значений критериев. Модель рассматриваемой системы является блочно сепарабельной и размеры моделей для округов Paiva, Paredes и Penafiel и полной модели характеризуются данными, представленными в табл.1.

Таблица 1. Размеры задач линейного программирования

	Paiva	*Paredes*	*Penafiel*	*Полная модель*
Число строк	3515	2392	2790	8700
Число столбцов	46355	8884	20844	76086
Число ненулей	15394015	2307164	6504067	24250258

С методологической целью было решено аппроксимировать ЭПО верхнего уровня двумя способами: 1) используя полную модель всего региона; 2) применяя декомпозиционный метод предложенный в [5,6]. Вычисления выполнялись на персональном компьютере с процессором Intel Core i7 частотой 1.60 гц и оперативной памятью 8Gb. Для решения вспомогательных задач использовались системы линейного программирования cplex и glpk. Результаты вычислений представлены в табл. 2.

Как видно из представленных результатов, декомпозиционный метод имеет явное преимущество по времени по сравнению с прямым построением ЭПО по полной модели. Заметим, что построить это множество с погрешностью в 1% системой ЛП с открытым кодом glpk не удалось за разумное время. Представляется, что преимущество декомпозиционного метода будет только увеличиваться при увеличении числа блоков в модели.

Таблица 2. Время аппроксимации ЭПО в секундах

	cplex точность 10%	cplex точность 1%	glpk точность 10%
ЭПО Paiva	119	737	3274
ЭПО Paredes	16	106	21
ЭПО Penafiel	72	417	361
Построение ЭПО верхнего уровня на основе блочных ЭПО	1	1	1
Время построения ЭПО верхнего уровня декомпозиционным методом	**208**	**1261**	**3657**
Время построения ЭПО верхнего уровня по полной модели	**556**	**3728**	**11812**

Принятие решений в двухуровневой системе

На первом этапе ЛПР верхнего уровня анализируют возможные эффективные решения в пространстве критериев для всего региона, используя Интерактивные карты решений (IDM), выбирают наилучшую критериальную точку (WOOD*, CARB*, VolEI*), причем система автоматически вычисляет соответствующие ей критериальные компоненты для блоков. В нашем примере это ($WOOD^*_{Paiva}$, $CARB^*_{Paiva}$, $VolEI^*_{Paiva}$), ($WOOD^*_{Paredes}$, $CARB^*_{Paredes}$, $VolEI^*_{Paredes}$) и ($WOOD^*_{Penafiel}$, $CARB^*_{Penafiel}$, $VolEI^*_{Penafiel}$), причем выполняются соотношения

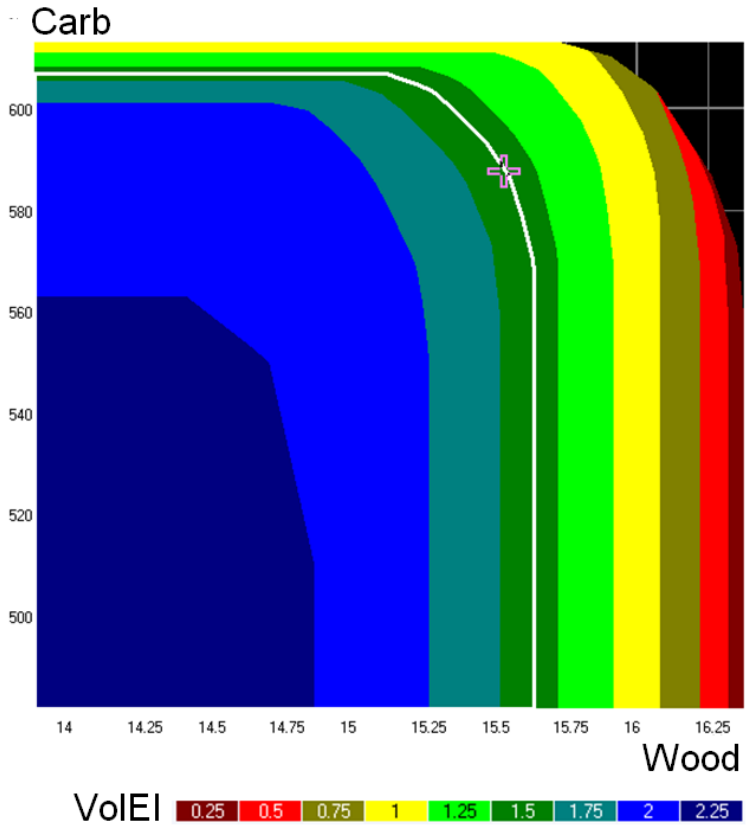
$$WOOD^* = WOOD^*_{Paiva} + WOOD^*_{Paredes} + WOOD^*_{Penafiel},$$

$$CARB^* = CARB^*_{Paiva} + CARB^*_{Paredes} + CARB^*_{Penafiel},$$

$$VolEI^* = VolEI^*_{Paiva} + VolEI^*_{Paredes} + VolEI^*_{Penafiel}.$$

Получив сформулированные на верхнем уровне предложения для трех критериев своего блока, ЛПР нижнего уровня визуализирует их на Интерактивной карте решений своего блока, которая может включать дополнительные критерии, отражающие локальные интересы − интересы частных владельцев лесных участков, относящихся к округу, рекреативный и туристический бизнес, оценку решений с точки зрения противоэрозионной и противопожарной защиты. Полученное с верхнего уровня предложение может быть скорректировано и отправлено на вехний уровень. Получив все скорректированные предложения нижних уровней, ЛПР верхнего уровня может визуализировать на карте решений итоговую точку, приемлемую для всех округов, оценить разницу между начальным и итоговым предложением и при необходимости сформулировать новое эффективное решение для всего региона.

В качестве иллюстрации, на рисунке представлен пример Интерактивной карты решений верхнего уровня с выбраной эффективной точкой.



Литература.

1. Lotov A.V., Bushenkov V.A., Kamenev G.K. Interactive Decision Maps. Approximation and Visualization of Pareto Frontier. Boston: Kluwer, 2004.
2. Garcia-Gonzalo J., Palma J., Freire J., Tomé M., Mateus R., Rodriguez L.C.E., Bushenkov V. and Borges J.G. A decision support system for a multi stakeholder's decision process in a Portuguese National Forest // Forest Systems, 2013. V. 22/ Pp.359-373.
3. Lotov A.V., Ryabikov A.I., Buber A.L. Pareto Frontier Visualization in the Development of Release Rules for Hydro-Electrical Power Stations // Scientific and Technical Information Processing, 2014. V. 41. Pp. 314-324.
4. Garcia-Gonzalo J., Bushenkov V., McDill M., Borges, J. A Decision Support System for Assessing Trade-Offs between Ecosystem Management Goals: An Application in Portugal // Forests , 2015. V. 6. Pp. 65-87.
5. Lotov A.V. Decomposition methods for the Edgeworth-Pareto hull approximation // Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2015 V. 55 (10). Pp 1653-1664.
6. Lotov A.V. Decomposition methods for polyhedral approximation of the Edgeworth-Pareto hull // Doklady Mathematics, 2015. V. 92 (3). Pp. 784-787.

Секция 5. Автоматизация проектирования

Руководитель секции член – корр. РАН Флёров Юрий Арсениевич

ГИПЕРГРАФОВЫЕ И РЕШЕТЧАТЫЕ МОДЕЛИ В АВТОМАТИЗИРОВАННОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ ПРОЦЕССОВ СБОРКИ СЛОЖНЫХ ИЗДЕЛИЙ

А.Н. Божко

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Россия, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул.,д. 5,
тел.: (903) 536 8900, e-mail: abozhko@inbox.ru

Аннотация. Рассматривается проблема автоматизации проектирования сборочных процессов сложных технических систем. Предложена гиперграфовая модель сборочной структуры изделия. Введено понятие *s*-множества как формального описания собираемого конструктивного фрагмента, и показано, что упорядоченная по включению совокупность всех *s*-множеств представляет собой решетку. Описаны решеточные методы генерации основных проектных решений сборочного передела: последовательности сборки и декомпозиции изделия на сборочные единицы. Предложен алгебраический подход к решению задачи минимизации числа проверок на геометрическую разрешимость при сборке.

Ключевые слова. Сборка, автоматизация проектирования сборки, сборочная единица, гиперграф, решетка, последовательность сборки, геометрическая разрешимость.

Сборка – это один из самых сложных и важных этапов жизненного цикла изделия в современном дискретном производстве. Качество технологической подготовки сборки решающим образом влияет на потребительские или тактико-технические свойства технической системы.

Основными проектными решениями сборочного передела являются последовательность сборки и схема декомпозиции изделия на сборочные единицы. В многочисленных публикациях по автоматизации проектирования сборочных процессов (computer aided assembly planning, CAAP) предложены различные способы генерации данных проектных решений [1-5]. В [6,7] приведены обзоры основных направлений исследований и ключевых работ в области CAAP. Оказалось, что все развитые современные методы автоматизированного проектирования обладают несколькими общими недостатками.

1. Они отличаются невысоким уровнем формализации, поэтому требуют активного участия эксперта на ключевых стадиях процесса автоматизированного проектирования: подготовка исходной информации, построение модели изделия, оценка альтернатив и др. Этим, в значительной степени, объясняются высокая трудоемкость, небольшая надежность, плохая воспроизводимость результатов и низкая защищенность от ошибок этих методов.
2. Последовательность сборки и схема декомпозиции изделия на сборочные единицы рассматриваются как совершенно независимые проектные решения.

Однако это «генетически» близкие задачи, на которые влияют общие структурные и геометрические свойства технической системы.

3. Не решается проблема минимизации числа проверок на геометрическую разрешимость при сборке.

Для любой последовательности сборки и схемы декомпозиции должны выполняться фундаментальные свойства когерентности и геометрической разрешимости. Когерентность означает, что на каждой сборочной операции реализуются механические связи (соединения или сопряжения), которые служат для базирования детали в составе изделия. Геометрическая разрешимость – это отсутствие препятствий для перемещения детали в служебное положение, заданное конструкторскими базами. Нарушение любого их этих условий делает проектное решение некорректным и автоматически исключает из дальнейшего рассмотрения.

В большинстве исследований по САПР для моделирования свойства когерентности используют так называемый граф связей (liaison graph, liaison diagram, connector graph и др.) [1]. Приведем его точное определение. Пусть $X = \{x_i\}_{i=1}^{n}$ – множество деталей изделия. Граф связей $G = (X, R)$ – это неориентированный граф, множество вершин X которого соответствует деталям изделия, а множество ребер R описывает механические связи между деталями. В графе связей существует ребро $r_{ij} = (x_i, x_j) \in R$ тогда и только тогда, когда между деталями x_i и x_j есть соединение или сопряжение. На рис. 1,а показана конструкция крепления вала, а на рис. 1,б изображен граф связей этой конструкции.

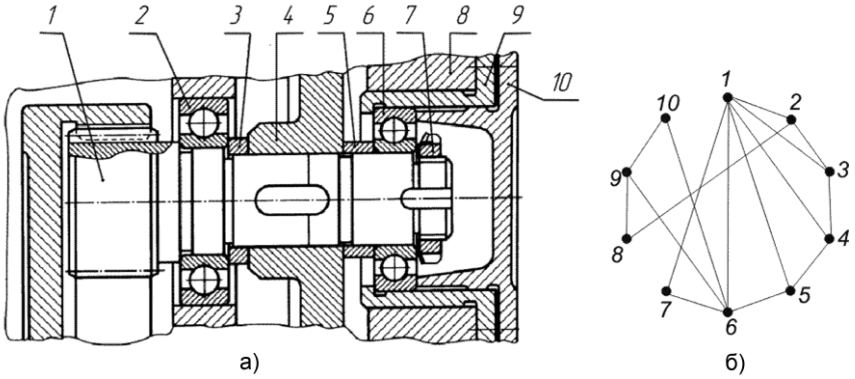


Рис. 1. Вал цилиндрического редуктора (а), граф связей конструкции (б)

Граф связей – это основная структурная модель изделия в самых распространенных методах автоматизированного проектирования, например в методе разрезания (cut-set method) [2]. В этом методе последовательность сборки порождается при помощи рекурсивного разрезания графа на две компоненты и проверки условия геометрической разрешимости для этих компонент.

В результате сборочной операции устанавливаемая деталь должна быть координирована по конструкторским базам изделия. Пространственная координация деталей может быть достигнута при помощи нескольких механических связей. Например, для определения позиции зубчатого колеса 4 необходимы сразу две механические связи, которые соединяют эту деталь с валом 1 и втулкой 3 (см. рис. 1,а). В классической схеме базирования, когда призматическая деталь ориентируется по установочной, направляющей и опорной базам, реализуются сразу три механические связи.

В общем случае граф связей не позволяет корректно описать базирование при сборке, поскольку это отношение является многоместным. В [9] предложена

гиперграфовая модель сборочной структуры изделия, которая свободна от отмеченного недостатка.

Определение 1. Подмножество деталей $Y \subseteq X$ назовем геометрически определенным, если все его элементы скоординированы относительно друг согласно требованиям, заданным в конструкторской документации или трехмерной модели изделия.

Определение 2. Геометрически определенное множество Y является минимальным, если исключение из него любой детали нарушает свойство взаимной координации.

Поясним приведенные определения на примере конструкции вала (рис.1). Множество деталей {1, 3, 4} является минимальной геометрически определенной группировкой. Действительно, если из этого множества исключить втулку 3, то неопределенным становится осевое положение зубчатого колеса 4. При исключении вала 1 теряется координация в радиальном направлении и т.д.

Представим структуру изделия в виде гиперграфа $H = (X, R)$, в котором вершины $X = \{x_i\}_{i=1}^{n}$ соответствуют деталям, а гиперребра $R = \{r_j\}_{j=1}^{m}$ представляют минимальные геометрически определенные группировки, полученные базированием. Назовем эту модель гиперграфом сборочной структуры. На рис. 2 изображен гиперграф H_1 сборочной структуры конструкции вала (рис.1,а).

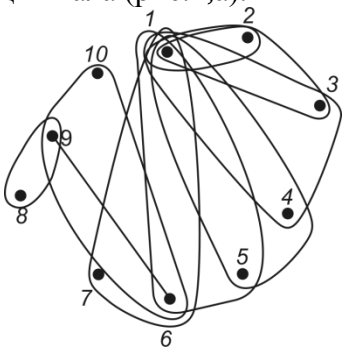


Рис. 2. Гиперграф сборочной структуры H_1 конструкции вала

Движения деталей при сборке реализуются при помощи некоторых исполнительных органов: рук, манипуляторов, захватом, сборочных стендов, приспособлений и др. Фиксированное положение детали считаем частным случаем движения.

Определение 3. Сборочная операция называется секвенциальной (бинарной), если ее можно выполнить при помощи двух исполнительных органов [4].

На рис. 3. приведен пример простой конструкции, которая не может быть выполнена на плоскости при помощи секвенциальной сборочной операции.

Рис. 3. Пример несеквенциальной конструкции

Можно утверждать, что подавляющее большинство реальных конструкций собираются при помощи только секвенциальных операций. Все известные несеквенциальные конфигурации – это искусственные примеры из области игр или комбинаторной геометрии [1].

Математическим описанием когерентной и секвенциальной сборочной операции служит стягивание ребра второй степени гиперграфа механических связей $H = (X, R)$.

Определение 4. Преобразование гиперграфа H, которое заключается в отождествлении двух вершин ребра второй степени и удалении этого ребра, назовем нормальным стягиванием.

Определение 5. Гиперграф $H = (X, R)$ назовем стягиваемым или s-гиперграфом, если существует последовательность $P(H) = (H_0, H_1, \ldots, H_{n-1})$, для элементов которой выполняются условия:

1. $H = H_0$;
2. H_{n-1} представляет собой одновершинный гиперграф без петель;
3. каждый элемент H_{j+1} последовательности $P(H)$ получается из предыдущего H_j, $j = \overline{0, n-2}$, нормальным стягиванием.

Условие 1 описывает стартовое состояние процесса сборки, условие 2 – финальное. Условие 3 формализует свойства когерентности и секвенциальности элементарных сборочных операций.

На рис. 4 показаны три состояния гиперграфа H_1 в процессе нормальных стягиваний.

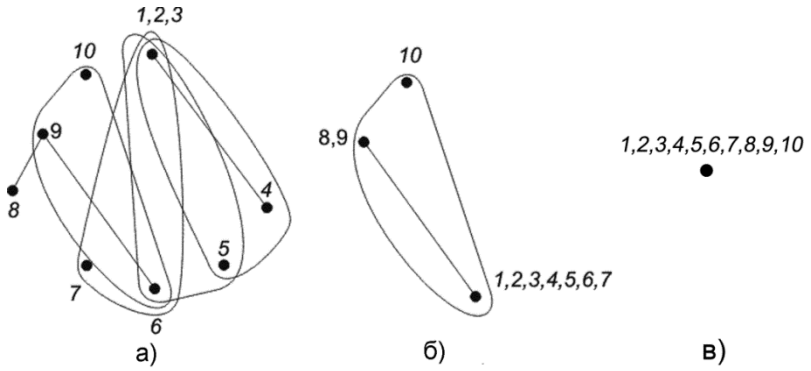


Рис. 4. Исходное (а) и промежуточное (б) и финальное (в) состояния гиперграфа H_1 в процессе нормальных стягиваний

Значительный практический и научный интерес представляют формулировки необходимых и достаточных условий стягиваемости гиперграфов, описывающих сборочные структуры различных изделий. В [8] доказано несколько утверждений о необходимых и достаточных условиях стягиваемости гиперграфов. Приведем основные результаты без доказательств.

Теорема 1. Пусть существует последовательность нормальных стягиваний гиперграфа $H = (X, R)$, переводящая H в одновершинный гиперграф без петель. Тогда выполняются условия:

- среди ребер H существует по крайне мере одно ребро степени 2;
- гиперграф является связным;
- число вершин $|X|$ и ребер $|R|$ гиперграфа H удовлетворяют линейному ограничению $|X| = |R| + 1$.

К сожалению, данные условия не являются достаточными, что доказывают примеры, приведенные на рис. 5.

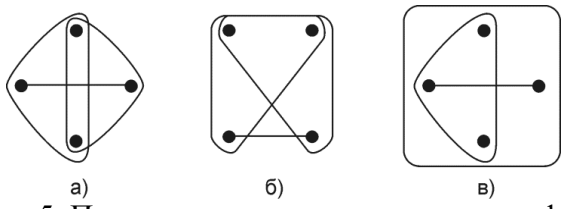


Рис. 5. Примеры нестягиваемых гиперграфов

В [8] доказаны достаточные условия стягиваемости гиперграфов в различных частных случаях (с ограничениями на степени ребер, структуры гиперграфов и др.). Приведем без доказательств несколько результатов.

Определение 6. Гиперграф $H = (X, R)$, назовем *s*-гомоморфным гиперграфу $G = (Y, P)$, если существует сюръективное отображение $f : X \to Y$ такое, что $\forall y \in Y$ подграф $[f^{-1}(y)] \subseteq H$, порожденный прообразами вершины y при отображении f, является *s*-гиперграфом.

Иными словами, *s*-гомоморфизм означает, что гиперграф G может быть получен из гиперграфа H некоторым множеством нормальных стягиваний.

Теорема 2. Пусть гиперграф $H = (X, R)$ удовлетворяет условиям теоремы 1 и степени его ребер не превышают 3. Тогда H стягивается в точку, если он не содержит подграфов *s*-гомоморфных образцам, показанным на рис. 6.

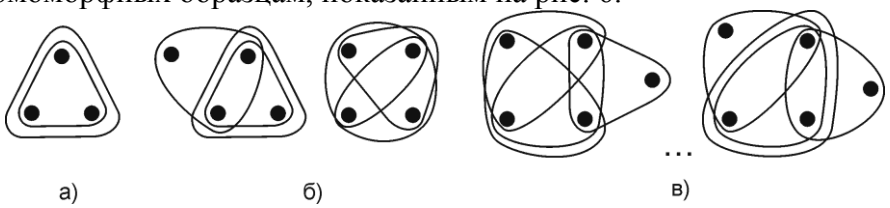


Рис. 6. Запрещенные фигуры в классе гиперграфов с ребрами, степень которых не превышает 3.

Предположение. Гиперграф $H = (X, R)$ является *s*-гиперграфом тогда и только тогда, когда он не содержит подграфов *s*-гомоморфных циклам, все ребра которых имеют степень более 2.

Данное утверждение дает необходимые и достаточные условия в самой общей ситуации. Его необходимость доказана, подтвердить достаточность представляется весьма достоверной, но найти ее строгое доказательство пока не удалось.

Пусть задан *s*-гиперграф $H = (X, R)$, описывающий сборочную структуру некоторого изделия. Обозначим $[X_1] = (X_1, R_1)$ стягиваемый подграф гиперграфа H, порожденный в H множеством вершин X_1, $X_1 \subseteq X, R_1 \subseteq R$. Если задан гиперграф H, то, очевидно, что для полного определения подграфа $[X_1]$ достаточно указать только его вершины.

Определение 7. Порожденные стягиваемые подгиперграфы (*s*-подграфы), принадлежащие *s*-гиперграфу H, назовем *s*-множествами.

Обозначим $F(H)$ совокупность всех *s*-множеств некоторого стягиваемого гиперграф H. Введем на нем отношение порядка, индуцированное теоретико-множественным включением множеств вершин, то есть $A \le B \Leftrightarrow A \subseteq B;\ A, B \subseteq X$, кроме того, $[A], [B] \subseteq H$. Рассмотрим упорядоченное множество $(F(H), \le)$.

Теорема 3. Пусть $H = (X, R)$ – стягиваемый гиперграф. Упорядоченная совокупность $(F(H), \le)$ всех *s*-множеств гиперграфа H, пополненная пустым множеством $\varnothing$, является решеткой.

На рис. 7 приведен пример решетки, построенной по гиперграфу сборочной структуры вала (рис. 2). Элементы решетки $(F(H), \leq)$ представляют собой *s*-множества. Наибольшим элементом решетки (единицей, 1) служит сам гиперграф. Наименьшим элементом (нулем, 0) является пустое множество. Элементы, покрывающие нуль, (атомы) – это вершины гиперграфа. Легко показать, что любая решетка типа $(F(H), \leq)$ является атомарной [10].

Решеточным объединением двух элементов из $F(H)$ служит наименьшее по мощности *s*-множество, включающее в себя оба операнда:
$1,2,3 \vee 6,9,10 = 1,2,3,4,5,6,9,10$.

Решеточным пересечением двух элементов является наибольшее по составу *s*-множество, входящее в оба операнда:

$$1,2,3,4,5,6,7,9 \wedge 1,2,3,4,5,6,9,10 = 1,2,3,4,5,6).$$

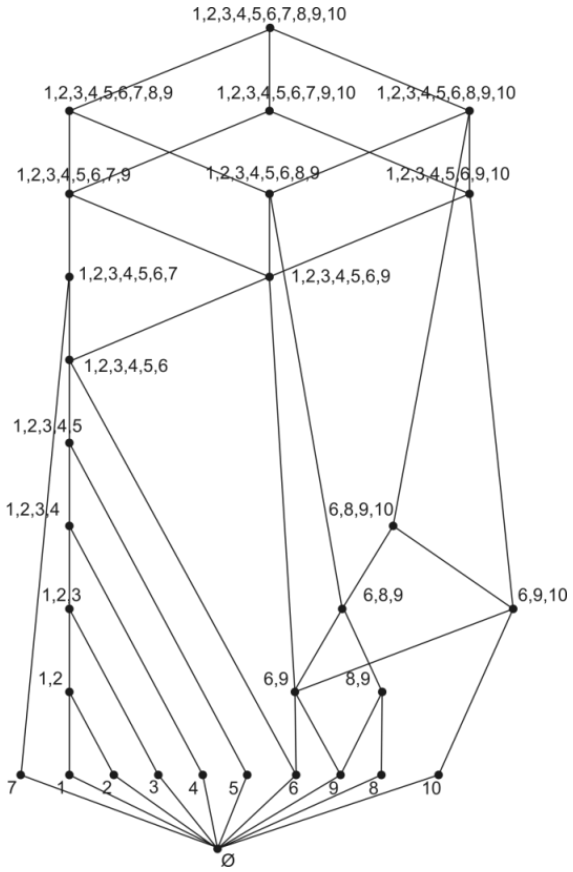


Рис. 7. Решетка $(F(H), \leq)$

Решетки типа $F(H)$ очень содержательны в конструктивном и технологическом смысле, поскольку содержат полную информацию о скоординированных совокупностях деталей. Это свойство требуется не только в процессе сборки. Взаимная координация необходима для сборочных единиц различных уровней иерархии, агрегатов, комплектов, состояния изделия в процессе разборки и др. Без нее невозможно обойтись при синтезе и анализе системы конструкторских размерных цепей. Все названные технические феномены можно описать в решеточных терминах.

Приведем несколько важных примеров. Любая (0,1)-цепь в $(F(H), \leq)$, соединяющая наименьший и наибольший элементы решетки, представляет собой описание последовательности сборки, которую допускает изделие по условиям базирования. Если длина (0,1)-цепи равна $|X|$, то есть цепь является максимальной, то

она служит описанием так называемой линейной последовательности сборки (без предварительного разбиения на сборочные единицы). Немаксимальные цепи описывают нелинейные последовательности, в которых хотя бы она операция заключается в соединении двух сборочных единиц.

Решетка $(F(H), \leq)$ содержит информацию, необходимую для генерации схем декомпозиции изделия на сборочные единицы. Для формализации этого важного проектного решения воспользуемся определениями из теории упорядоченных множеств и решеток [10].

Определение 8. Антицепью называется множество попарно несравнимых элементов упорядоченного множества или решетки.

Определение 9. Упорядоченное множество называется направленным вверх, если любые два его элемента имеют верхнюю границу.

Определение 10. Пусть $(P, \leq)$ – конечная решетка. Ортогональной системой решетки называется подмножество элементов, обладающее следующими свойствами:

1. подмножество не содержит нуля;
2. пересечение любых двух элементов подмножества равно нулю.

Теорема 4. Упорядоченное подмножество $(M, \leq)$ решетки $(F(H), \leq)$, $M \subseteq F(H)$, является математическим описанием схемы декомпозиции на сборочные единицы, если выполняются следующие условия:

- упорядоченное множество $(M, \leq)$ является направленным вверх;
- $(M, \leq)$ включает в себя все атомы решетки $(F(H), \leq)$;
- любая антицепь в $(M, \leq)$ является ортогональным множеством в $(F(H), \leq)$.

На рис. 8 изображено упорядоченное подмножество $(M, \leq)$ решетки $(F(H), \leq)$, показанной на рис. 7. Это множество служит математическим описанием декомпозиции конструкции вала (рис. 1,а) на сборочные единицы. Схема декомпозиции включает в себя две сборочные единицы: 1,2,3,4,5 и 6,8,9. Детали 7 и 10 входят непосредственно в само изделие.

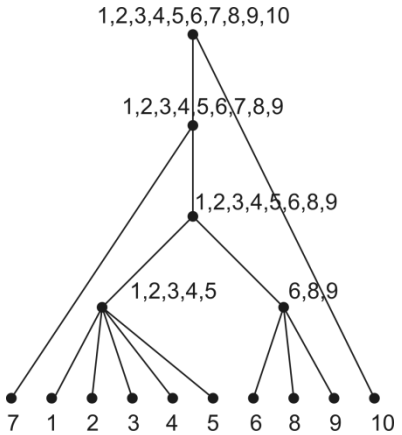


Рис. 8. Упорядоченное подмножество $(M, \leq)$

Решетку $(F(H), \leq)$ можно использовать для эффективного моделирования геометрической разрешимости при сборке сложных технических систем.

Определение 11. Максимальную (0,1)-цепь решетки $F(H)$ назовем разрешенной, если она описывает последовательность сборки, на каждом шаге которой выполняется условие геометрической разрешимости.

Теорема 5. Если в решетке $F(H)$ существует хотя бы одна разрешенная (0,1)-цепь, то для каждого элемента A, $A \subseteq F(H)$, существует разрешенная (0,A)-цепь.

Это теорема формализует свойство конструкций, которое хорошо согласуется с геометрической интуицией человека. Она утверждает, что если изделия можно собрать без геометрических препятствий, то для любого его конструктивного фрагмента существует хотя бы одна геометрически разрешимая последовательность сборки.

Определение 12. S-множество $A \subseteq X$ назовем d-множеством, если в $(F(H), \leq)$ существует хотя бы одна разрешенная (A, X)-цепь.

D-множества описывают такие конструктивные фрагменты, сборку которых можно продолжить до изделия без геометрических препятствий.

Теорема 6. Пусть в решетке $(F(H), \leq)$ есть хотя бы одна максимальная разрешенная (0,1)-цепь. Тогда для любых двух d-множеств A и B решетки их решеточное пересечение $A \wedge B$ также является d-множеством.

Теорема 7. Пусть в решетке $(F(H), \leq)$ есть хотя бы одна максимальная разрешенная (0,1)-цепь. Тогда совокупность $D(H)$ всех d-множеств решетки $F(H)$ образует решетку $(D(H), \wedge \vee_D)$.

Результат теоремы 7 можно эффективно использовать для минимизации числа проверок на геометрическую разрешимость при сборке. Например, можно восстановить решетку D, определив минимальное множество образующих элементов. Только эти элементы требуют непосредственной проверки на геометрическую разрешимость. Для этого можно использовать программные средства проверки пересечений (collision detection), встроенные в современные системы автоматизированного проектирования высокого уровня, или использовать эвристические способности человека. Остальные d-элементы получаются в результате применения решеточных операций к элементам порождающего множества. Таким образом, геометрические связи изделия объективируются без использования прямых геометрических тестов, только за счет алгебраических свойств решеток $F(H)$ и $D(H)$.

Сборка всегда сопровождается усложнением геометрии собираемого изделия. На последней сборочной операции, когда сборочный полуфабрикат содержит максимальное число деталей, в конструкции объективируются все запрещенные группировки деталей и геометрические препятствия (если таковые имеются). Поэтому анализ на геометрическую разрешимость целесообразно проводить сверху-вниз. На первом шаге проверить все вершины решетки $F(H)$, которые покрывает наибольший элемент. Затем найти все решеточные пересечения полученных d-элементов и перейти к анализу вершин следующего уровня, статус которых еще не определен. Процедура завершается восстановлением всей решетки $D(H)$ или достаточно представительной ее части.

Анализ геометрической разрешимости при сборке можно поставить как задачу вероятностного вывода на алгебраических байесовских сетях [11].

Литература

1. Bahubalendruni R., Biswal B. A review on assembly sequence generation and its automation // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. 2015. doi:10.1177/0954406215584633.
2. Baldwin D., Abell T., Lui M., De Fazio T., Whitney D. An integrated computer aid for generating and evaluating assembly sequences for mechanical products // IEEE Transactions on Robotics. 1991.Volume 7, Issue 1. Pp. 78 – 94. DOI:10.1109/70.68072.

3. Bourjault A. Methodology of Assembly Automation: A New Approach // Robotics and Factories of the Future ’87. 1988. Pp. 37 – 45. DOI:10.1007/978-3-642-73890-6_6.
4. Ghandi S., Masehian El. Review and taxonomies of assembly and disassembly path planning problems and approaches // Computer-Aided Design. 2015. Vol. 67 – 68. Pp. 58 – 86. doi:10.1016/j.cad.2015.05.001.
5. Homem de Mello L., Sanderson A. A basic algorithm for the generation of mechanical assembly sequences // Computer-Aided Mechanical Assembly Planning. 1991. Volume 148 of the series The Springer International Series in Engineering and Computer Science. Pp. 163 – 190. doi:10.1007/978-1-4615-4038-0_7.
6. Божко А.Н. Комбинаторные модели для сборки и декомпозиции изделий // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 10. DOI:10.7463/1015.0817524.
7. Божко А.Н. Методы анализа геометрической разрешимости при сборке изделий // Интернет-журнал НАУКОВЕДЕНИЕ. 2016. Том 8, №5. DOI:10.15862/82TVN516
8. Божко А.Н. Моделирование механических связей. Условия стягиваемости // Электронное научно-техническое издание «Наука и образование», №5 , 2011.
9. Божко А.Н. Моделирование позиционных связей в механических системах // Информационные технологии, 2012, №10. С. 27-33.
10. Гретцер Г. Общая теория решеток. М.: Мир, 1982. 465 с.
11. Тулупьев А.Л., Николенко С.И., Сироткин А.В. Байесовкие сети. Логико-вероятностный подход. Спб.: Наука, 2006. 607 с.

СТРУКТУРНО - ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ САМОЛЕТА В АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЕ ВЕСОВОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ[10]

***Л.Л. Вышинский [1], Ю.А. Флёров[2], Н.И. Широков[3]**

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук
Россия, 119333, г. Москва, ул. Вавилова 40.
Тел.: (499)135-13-40,
e-mail: [1]wyshinsky@mail.ru, [2]fler@ccas.ru, [3]nshirokov53@mail.ru

Аннотация: Настоящая статья является изложением доклада на научной конференции «Моделирование коэволюции природы и общества: проблемы и опыт. К 100-летию со дня рождения академика Н.Н. Моисеева». Статья посвящена описанию структурно-параметрической весовой модели, которая составляет информационную и математическую основу автоматизированной системы весового проектирования самолетов. Задачами этой системы является расчет массово-инерционных характеристик и центровочных данных на всех этапах проектирования самолета и в процессе его эксплуатации. Весовые и массово-инерционные параметры являются одними из основных величин, влияющими на эксплуатационные характеристики самолетов. В работе описывается структура весовой модели и дана характеристика отдельным ее компонентам. Основными компонентами весовой модели являются дерево конструкции пустого изделия и ее переменные компоненты – снаряжение, топливо и целевая нагрузка. Представленная в статье автоматизированная система весового проектирования была реализована с использованием инструментального комплекса «Генератор проектов», который был разработан в Вычислительном центре Российской академии наук.

Ключевые слова: математическое моделирование, автоматизация проектирования, самолет, весовое проектирование самолетов, весовая модель самолета, дерево конструкции изделия, генератор проектов, генерация программного кода, архитектура клиент-сервер.

Одной из важнейших технических характеристик самолетов является вес изделия. Необходимость проведения весовых расчетов возникает на самых ранних этапах проектирования самолетов и сопровождает все дальнейшие стадии их разработки и эксплуатации. При решении подавляющего большинства проектных и конструкторских задач весовые параметры в том или ином виде участвуют в расчетах. В авиастроении весовые расчеты, весовой анализ, весовой контроль выливаются в сложную инженерную проблему и выделяются в целое направление инженерной деятельности, которое принято называть весовым проектированием [1]. Настоящая статья посвящена описанию структурно-параметрической модели самолета, положенной в основу автоматизированной системы весового проектирования (АСВП) самолетов.

Самолет является сложным техническим объектом, состоящим из множества различных компонент, функционально и конструктивно связанных между собой. В процессе проектирования постепенно выстраивается состав и структура этих компонент, связи между ними. Под структурно-параметрической весовой моделью

[10] Работа выполнена при финансовой поддержке программы РАН П15, проект № 203.

самолета здесь понимается база данных, которая накапливает всю необходимую информацию для проведения комплекса расчетов массово-инерционных характеристик (МИХ) и центровочных данных (МЦД) самолета. Существующая практика и стандарты, сложившиеся в отрасли, в определенной степени фиксируют структуру и параметры самолета и основных его агрегатов. Что касается весовых параметров, то структура массы самолета обычно представляется как сумма постоянной составляющей, массы конструкции пустого самолета и компонент, которые могут меняться в полете и от полета к полету.

M = M пустого + M снаряжения + M топлива + M нагрузки.

На рис. 1 показана структура весовой модели, которая представляет собой дерево составляющих компонент. Входящей информацией для построения весовой модели являются геометрические данные, которые необходимы для весовых расчетов и каталоги готовых изделий, которые устанавливаются на борту в качестве агрегатов самолета, снаряжения и целевой перевозимой нагрузки.

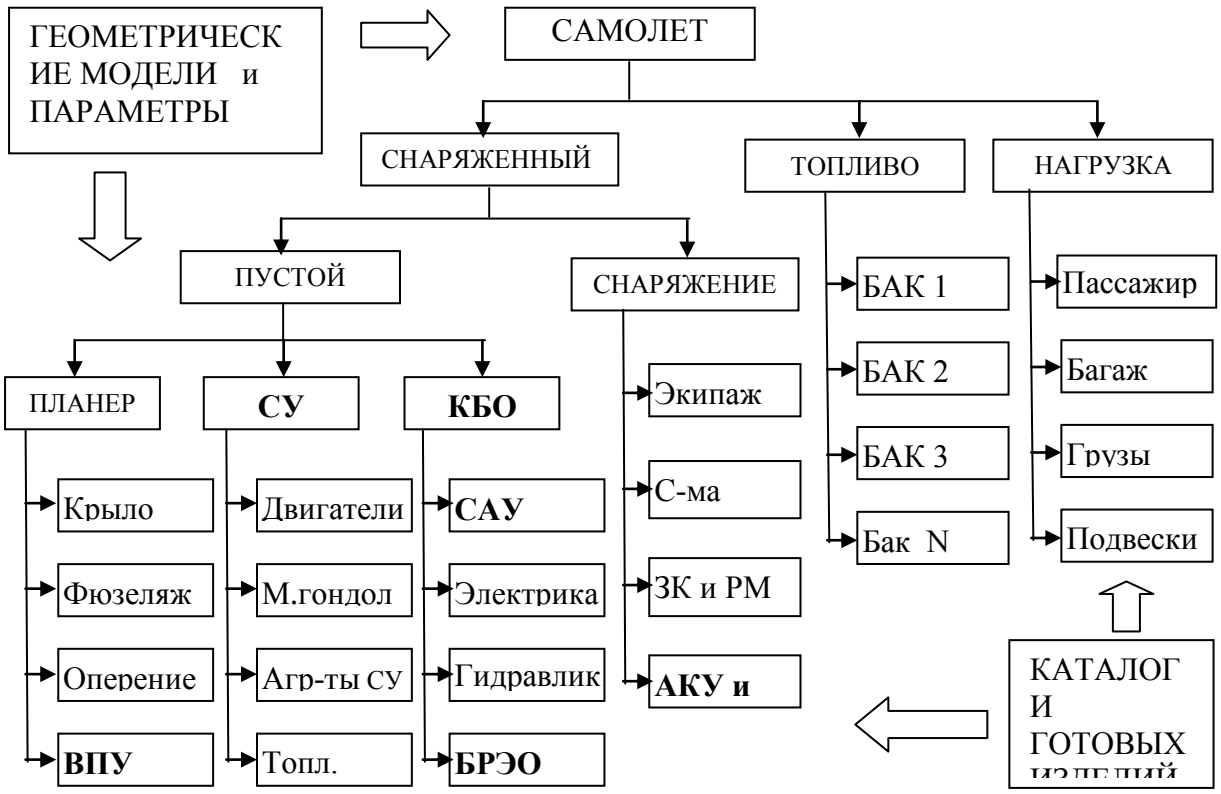


Рис. 1. Структура весовой модели самолета

Приведенная на рисунке структура фактически представляет собой логическую схему базы данных АСВП. Здесь показаны лишь верхние уровни всего дерева составляющих компонент самолета. В реальном проектировании на достаточно глубокой стадии проработки проекта структурно-параметрическая модель содержит десятки тысяч агрегатов, узлов и деталей. Каждый узел дерева модели характеризуется множеством параметров, среди которых основными для всех компонент самолета являются массово-инерционные характеристики (МИХ).

МИХ =

(M – масса,
Xцт, Yцт, Zцт – положение центра масс,
Mx, My, Mz – статические моменты центра тяжести,
Ix, Iy, Iz – полные плоскостные моменты инерции,

Ixy, Ixz, Iyz – полные центробежные моменты инерции,
$I^c x$, $I^c y$, $I^c z$ – собственные плоскостные моменты инерции,
$I^c xy$, $I^c xz$, $I^c yz$ – собственные центробежные моменты инерции,
Jx, Jy, Jz – собственные осевые моменты инерции), где

($Mx = M*Xцт$, $My = M*Yцт$, $Mz = M*Zцт$,
$I^c x = Ix - M*Xцт^2$, $I^c y = Iy - M*Yцт^2$, $I^c z = Iz - M*Zцт^2$,
$I^c xy = Ixy - M*Xцт*Yцт$, $I^c xz = Ixz - M*Xцт*Zцт$, $I^c yz = Iyz - M*Yцт*Zцт$,
$Jx = I^c y + I^c z$, $Jy = I^c x + I^c z$, $Jz = I^c y + I^c x$).

Положение центра масс и полные моменты инерции всех компонент весовой модели должны задаваться относительно самолетной системы координат. Однако при разработке отдельных агрегатов использование самолетной системы координат может быть неудобно. Поэтому часто прибегают к описанию агрегатов в более удобных системах координат, смещенных и/или повернутых относительно самолетной системы. При этом может возникнуть необходимость задать последовательность вложенных друг в друга систем координат. Естественно, что при проведении расчетов осуществляется пересчет в единую самолетную систему координат. В дальнейшем мы не будем на этом останавливаться и будем считать, что положение и ориентация всех компонент задается в самолетной системе.

Расчет МИХ самолета и всех его компонент является основной задачей весового проектирования. Масса, статические моменты и полные моменты инерции вычисляются снизу-вверх суммированием соответствующих характеристик нижестоящих компонент:

$M = \Sigma M^j$, $Mx = \Sigma M^j x$, $My = \Sigma M^j y$, $Mz = \Sigma M^j z$,

$Ix = \Sigma I^j x$, $Iy = \Sigma I^j y$, $Iz = \Sigma I^j z$, $Ixy = \Sigma I^j xy$, $Ixz = \Sigma I^j xz$, $Iyz = \Sigma I^j yz$.

Значения массово-инерционных характеристик терминальных компонент берутся либо из каталогов готовых изделий, либо вычисляются на основании геометрического описания, геометрических моделей конструкции. Геометрические модели большинства конструкций разрабатываются вне системы весового проектирования в таких CAD-системах, как NX (Unigraphics), CATIA и другие. В АСВП загружаются геометрические параметры конструкции либо рассчитанные в тех же CAD-системах массово-инерционные характеристики.

Кроме расчета МИХ на разных уровнях иерархии весовой модели возникают свои задачи, которые необходимо решать в процессе проектирования самолета. На самом верхнем уровне для корневого узла весовой модели, на уровне САМОЛЕТ, нужно отвечать на многие вопросы и требования к весовым характеристикам, поставленным в Техническом задании. Как правило, весовой профиль самолета контролируется множеством весовых и центровочных параметров. Ниже приведены некоторые из них:

САМОЛЕТ =

(МИХ – приведенный выше набор массово-инерционных характеристик,
М_снар_макс - максимальная масса снаряжения,
М_топл_макс - максимальная масса вырабатываемого топлива,
М_нагр_макс - максимальная масса перевозимой нагрузки,
М_нагр_подв макс. - максимальная масса нагрузки на внешних подвесках,
М_взл_макс – максимальная взлетная масса самолета,
М_взл_доп - максимально допустимая взлетная масса самолета,
М_пос_макс – максимальная посадочная масса самолета,
М_пос_доп – максимально допустимая посадочная масса самолета,
Хцт- центровка самолета (в %% САХ),
Хцт_пер - предельно передняя полетная центровка (в %% САХ),

Хцт_зад - предельно задняя полетная центровка (в %% САХ),

ΔХ_ш - изменение положения центра тяжести при уборке шасси,

ПШ – положение шасси (ШВ - шасси выпущено, ШУ - шасси убрано).

Приведенные весовые параметры задают границы области управляемого устойчивого полета и должны контролироваться в процессе проектирования.

Ветвь пустого изделия является наиболее сложной и объемной частью весовой модели. Эта ветвь представляет полную конструкцию самолета, дерево конструкции. Это дерево выстраивается постепенно, сверху вниз, в течение всего процесса проектирования самолета. На разных стадиях проектирования массово-инерционные характеристики конструкции рассчитываются по-разному. В силу того, что на начальных стадиях существенно не хватает информации для точного определения веса, прибегают к различным оценкам. Эти оценки могут по ходу проектирования корректироваться, а изменения фиксируются в весовой модели в целях проведения весового анализа развития проекта. В АСВП в структурно-параметрической модели пустого изделия реализована следующая структура весовых параметров для всех составляющих элементов конструкции [2]:

КОНСТРУКЦИЯ =

(МИХ – стандартный набор массово-инерционных характеристик,

М_теор – теоретическая масса конструкции,

М_лим - лимитная масса конструкции,

М_черт – чертежная масса конструкции,

М_креп - масса крепежа конструкции – дополнение к чертежной массе,

М_факт – фактическая масса изготовленной и взвешенной конструкции,

КМ – тип конструкционного материала,

С – система, к которой отнесена конструкция,

ТМ – признак сосредоточенной массы,

КП – классификационный признак, для выборок в процессе весового анализа).

Порядок задания или расчета приведенных оценок массы диктуется логикой развития проекта. В дереве конструкции все оценки массы, кроме М_лим, суммируются по подчиненным вершинам снизу-вверх. Однако если для некоторых терминальных значений одна или несколько оценок не определены, например некоторые детали конструкции не изготовлены и, стало быть, М_факт не определена, то и для всех вышестоящих конструкций эти оценки не определены. При задании М_лим это правило может не соблюдаться. На основании оценок массы определяется то расчетное значение массы конструкции, которое будет использоваться во всех расчетах на текущей стадии проекта.

Значение текущей массы М для нетерминальных конструкций определяется суммированием по подчиненным конструкциям. Для терминальных вершин дерева конструкций применяется процедура определения текущей массы по первому известному значению из следующего списка в указанном порядке: Мфакт, Мчерт+Мкреп, Мтеор, Млим.

Функциональные подсистемы изделия. Конструктивное членение самолета может не совпадать с его функциональной структурой. Отдельные элементы функциональных подсистем самолета удобнее описывать в составе конструкции какого-нибудь агрегата планера. Например, некоторая деталь может конструктивно входить в состав крыла, а принадлежать к системе управления закрылками или элеронами. Для того чтобы иметь возможность выполнять весовые расчеты, учитывая разные подходы к классификации конструкции самолета, в АСВП отдельно от дерева конструкции ведется реестр подсистем, для которых может быть проведен специальный расчет весовых параметров. В этом реестре ведется полный перечень

конструкций весовой модели, входящих в подсистемы реестра, независимо от того, в какой ветви дерева конструкции они находятся. Любая конструкция может быть включена только в одну из подсистем реестра. В зависимости от режима расчетов, массово-инерционные характеристики конструкций, входящих в подсистему, будут учтены либо в составе вышестоящих агрегатов дерева конструкции, либо отдельно в подсистеме.

Распределенные весовые характеристики конструкции необходимы при прочностных расчетах и при построении динамически подобных продувочных моделей самолета. Распределенные характеристики рассчитываются по заданным геометрическим разбиениям на пространственные отсеки. Отсек представляет собой выпуклый многогранник, ограниченный конечным набором плоскостей. Задача построения распределенных весовых характеристик состоит в вычислении для каждого отсека массы и положения центра тяжести той части конструкции самолета, которая геометрически расположена внутри этого отсека. Эта задача решается путем нахождения геометрического пересечения каждой терминальной конструкции с каждым отсеком разбиения, и если такое пересечение не пусто, то вычисляются масса и центр тяжести той части конструкции, которая попадает в отсек. Некоторые конструкции могут быть объявлены сосредоточенными массами. Использование сосредоточенных масс позволяет рассматривать включенные в нее детали или агрегаты как единое целое, не распределяя их массы по отсекам, а помещая их в тот отсек, которому принадлежат координаты сосредоточенных масс. Список сосредоточенных масс с уникальными именами представляет отдельную структуру весовой модели. Каждая сосредоточенная масса содержит список ссылок на конструкции весовой модели. Любая конструкция может быть включена не более чем в одну сосредоточенную массу.

Весовые сводки являются документами, сопровождающими построение весовой модели самолета в процессе его создания. В АСВП реализовано несколько форм весовых сводок, которые с разных сторон отражают параметры дерева конструкции самолета и отдельных ветвей этого дерева. Назначение этих сводок и форма представления зависит от решаемых задач. Весовые данные в сводках могут быть представлены либо в табличном виде, либо в виде иерархии конструкций (лесенкой). Сводки могут содержать информацию в детализированном или в укрупненном виде. Отдельные виды весовых сводок представляют распределенные характеристики по отсекам. Ряд весовых сводок предназначен для решения задач весового контроля и весового анализа.

Весовой контроль при проектировании самолетов представляет собой организационно-техническую систему, нацеленную на создание конструкции минимального веса. Для эффективного весового контроля необходима оперативная информация о текущей массе изделия и любой его части. Весовая информация для весового контроля в АСВП представляется в виде оперативных весовых сводок по отдельным подразделением предприятия. В таких весовых сводках содержится информация о текущей, теоретической, лимитной, чертежной и фактической массах конструкций, разрабатываемых данным подразделением. Могут также выпускаться оперативные сводки по группе подразделений или по всему проекту. Сводки весового контроля предназначены для использования руководителями проекта.

Весовой анализ также связан с выпуском определенного вида весовых сводок. Для решения задач весового анализа в АСВП осуществляется сортировка и выборки конструкций по определенным классификационным признакам. Например, могут быть рассчитаны массы силового и несилового набора конструкции, массы продольного и

поперечного набора, массы конструкций определенного материала, массы готовых изделий или изделий конкретного поставщика и так далее.

СНАРЯЖЕНИЕ, ТОПЛИВО и НАГРУЗКА не входят в конструкцию самолета, но являются неотъемлемыми и даже центральными компонентами в период эксплуатации. Эти компоненты являются переменными составляющими весовой модели [3]. Снаряжение устанавливается на борту в процессе предполетной подготовки самолета. Обычно разделяют основное снаряжение и дополнительное.

СНАРЯЖЕНИЕ=

(МИХ,

M_снар_осн – масса основного снаряжения,

M_снар_доп – масса дополнительного снаряжения).

Основное снаряжение включает несколько позиций. Это экипаж и системы жизнеобеспечения экипажа, системы жизнеобеспечения пассажиров, заправляемые компоненты и расходуемые материалы, несливаемый остаток топлива и другие возможные компоненты. Различные варианты экипажа и снаряжения ЛА могут быть связаны с различным характером выполняемых задач. Как правило, существует несколько типовых вариантов комплектации экипажа и комплектации элементов снаряжения. Весовая модель должна содержать перечень альтернативных вариантов и их характеристик. Естественно, что этот перечень может модифицироваться.

К дополнительному снаряжению относят временное оборудование и средства, связанные с установкой на борту и закреплением на подвесках перевозимых грузов. Временно устанавливаемое оборудование, как правило, связано со спецификой полетных заданий. Это может быть специальная измерительная аппаратура или оборудование, которое необходимо проверить в условиях реального полета и другое временно устанавливаемое оборудование. Перечень такого оборудования и его характеристики в весовой модели должны быть представлены в специальном реестре или в каталоге. Для установки оборудования, размещения любой коммерческой нагрузки и вооружения в конструкции самолета должны быть предусмотрены специальные места размещения и узлы крепления. Точки размещения оборудования и любых элементов целевой нагрузки задаются своими координатами и установочными углами закрепления.

Топливо - величина переменная и на земле при заправке, и в воздухе при выработке топлива, и при дозаправке в воздухе. Топливная система самолета состоит из нескольких внутренних стационарных баком и съемных баков, которые могут быть подвешены на внешних узлах крепления. Конструктивные элементы баков и управляющая топливная система со всеми насосами, трубопроводами, вентилями и т.п. входят в конструкцию пустого изделия, а собственно топливо является отдельной самостоятельной переменной компонентой самолета. Расчет массово-инерционных характеристик топлива является сложной геометрической и комбинаторной задачей, которая должна учитывать порой довольно сложную геометрию баков и кроме того порядок переключения насосов и клапанов топливной системы. Основная цель переключений исполнительных механизмов топливной системы состоит в том, чтобы сохранить центровку самолета в заданных ограничениях. Задание компонент топлива в весовой модели состоит из характеристик текущего полного остатка топлива и из программы, задающей порядок выработки топлива из баков. Программу выработки топлива можно представить в виде матрицы изменения остатков топлива в баках за дискретные промежутки времени.

ТОПЛИВО =

(МИХ – массово-инерционные характеристики текущего запаса топлива в баках,

HIJ = || Hij || - программа выработки топлива; здесь i – номер топливного бака,

j – номер дискретного шага программы, Hij – показатель уровня топлива в i-м баке на j-м шаге программы).

Функции изменения МИХ в зависимости от показателя уровня оставшегося топлива, от углов тангажа и крена траектории полета задаются тарировочными характеристиками баков.

ТОПЛИВНЫЙ БАК=

(МИХ – массово-инерционные характеристики остатка топлива в баке,

N – номер бака,

ТРМ – триангуляционная модель геометрии бака - {(a,b,c)}, где a,b,c – трехмерные точки поверхности бака,

ТАР – тарировочные характеристики бака – трехмерные таблицы МИХ на сетке {Hi, θj,γk}, где {Hi} – разбиение диапазона показателя уровня оставшегося топлива в баке, а {θj}, {γk} – разбиение диапазона значений углов тангажа и крена траектории полета самолета), где

ТАР = **F1** (ТРМ) – функция расчета тарировочных характеристик по триангуляционной модели бака,

МИХ= **F2** (ТАР, H, θ, γ) – функция интерполяции массово-инерционных характеристик бака по тарировочным таблицам от заданных значений показателя уровня остатка топлива, углов тангажа и крена полета.

МИХ всего текущего объема ТОПЛИВА получаются суммированием на каждом шаге программы выработки по всем бакам, как функции значений H,θ,γ. Если известен расчетный профиль траектории полета, то значения МИХ в процессе полета могут быть вычислены как функции от J: ТОПЛИВО.МИХ(H(J),θ(J),γ(J)).

В весовой модели может быть задано несколько вариантов программ расходования топлива. Разумеется, в процессе выполнения полетного задания программа расходования топлива фиксирована. Однако предварительный расчет характеристик для разных вариантов порядка выработки топлива необходим для выбора наилучшего варианта, удовлетворяющего всем ограничениям.

Целевая нагрузка зависит от назначения самолета и от конкретного полетного задания – для пассажирских самолетов это пассажиры с багажом, для транспортных самолетов это коммерческие грузы, для военных - подвесное или размещаемое в специальных отсеках вооружение. В полете возможен сброс и десантирование целевой нагрузки. Комплектация и установка целевой нагрузки представляет довольно сложный процесс. Выбор состава грузов и размещение его может проходить в несколько этапов. Сложность выбора обусловлена большим количеством типов перевозимой нагрузки, наличием большого количества вспомогательных специальных устройств закрепления грузов как во внутренних отсеках самолета, так и на внешних подвесках.

Удобство комплектования множества вариантов загрузки самолета зависит от реализации в рамках весовой модели каталогов нагрузки - специального оборудования, коммерческой нагрузки, вооружения. В этих каталогах должны вестись классификаторы, позволяющие в громадных перечнях находить нужные позиции и их характеристики. Кроме массово-инерционных характеристик размещаемой нагрузки в каталоге желательно иметь их геометрические модели, габариты, другие геометрические параметры для визуализации размещения и контроля за их компоновкой. Как правило, существуют довольно жесткие ограничения по размещению нагрузки на борту, а также на внешних узлах крепления. Эти ограничения должны указываться в каталоге и учитываться в процессе формирования вариантов загрузки самолета. Ограничения, которые проверяются при анализе различных вариантов снаряжения самолета, допустимых вариантов целевой нагрузки и программы

выработки топлива, задают область допустимых центровок самолета и область допустимых режима взлета и посадки, т.е. допустимые области функционирования изделия.

Построение допустимых областей функционирования является одной из основных задач АСВП. Эти области строятся в координатах массы и центровки самолета и ограничивается максимальными и максимально допустимыми значениями массы взлета и массы посадки самолета, а также предельной передней и предельно задней центровкой. Центровка, как правило, задается в процентах средней аэродинамической хорды (САХ) и вычисляется по формуле

Хцт = 100 * (X – XCAX) / BCAX,

где Хцт – центровка в %% САХ,

X – положение центра тяжести самолета в системе координат самолета,

XCAX – положение САХ в системе координат самолета,

BCAX – длина САХ, которая задается в геометрических параметрах самолета.

В этих координатах выстраиваются графики поведения массы самолета и центровки при различных вариантах загрузки и по мере выработки топлива. На рис. 2 показаны примеры таких графиков.

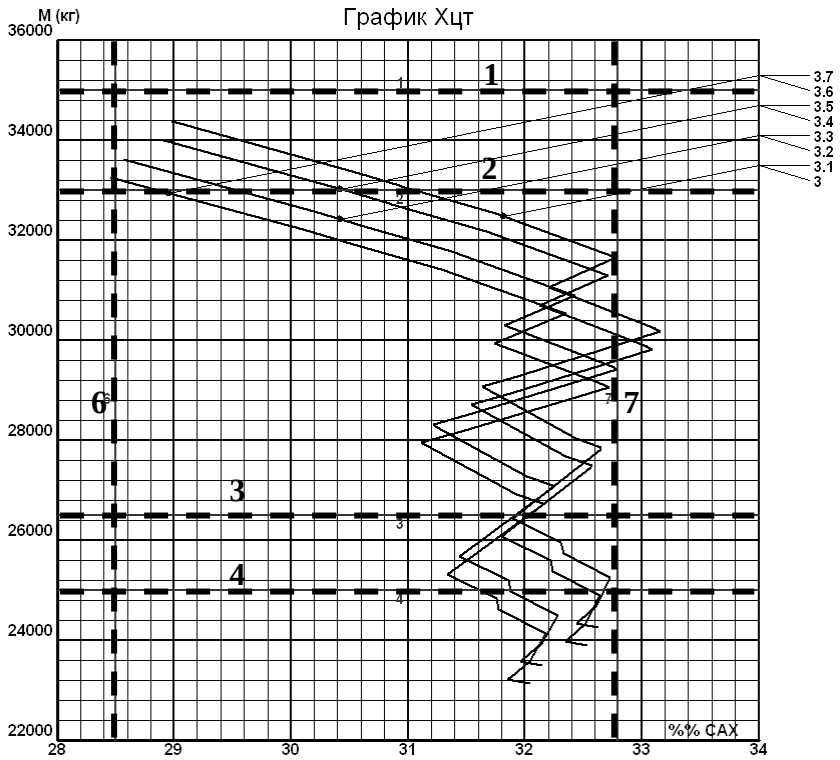


Рис. 2. Графики центровки самолета при различных вариантах загрузки самолета

На приведенных графиках при различных вариантах загрузки по мере выработки топлива падает и полная масса самолета. При этом смещается центровка самолета Хцт. Изломы на графиках соответствуют моментам переключения выработки топлива с одного бака на другой. На рисунке вертикальные пунктирные прямые обозначают ограничения по центровке самолета – справа (номер линии – 7) это ограничение по задней центровке (Хцт_зад), а слева (6) – ограничение по передней центровке (Хцт_пер). На рисунке некоторые из графиков выходят за пределы Хцт_зад. Это означает, что соответствующие варианты загрузки являются недопустимыми. Горизонтальные пунктирные линии соответствуют ограничениям по взлету и посадке. Линии 1 и 2 – это максимально допустимая и максимальная массы при взлете, линии 3

и 4 - максимально допустимая и максимальная массы при посадке. Максимально допустимую массу нельзя превышать ни при каких обстоятельствах, а максимальную массу превышать при определенных ситуациях можно, но всякое превышение этого ограничения ведет к снижению ресурса самолета. Кроме приведенных на рисунке ограничений возможно введение других условий полета, взлета и посадки.

Представленная здесь структурно-параметрическая весовая модель самолета позволяет решать широкий круг задач весового проектирования. Рассматриваемая в данной работе автоматизированная система весового проектирования построена по клиент-серверной архитектуре, где весовая модель служит единым хранилищем информации, базой данных системы. Непосредственно с информацией, хранящейся в этой базе данных, взаимодействуют различные вычислительные, расчетные программы – серверы, которые кроме расчетных функций обеспечивают информационную связь клиентских модулей с весовой моделью самолета. Пользователями АСВП являются конструкторы и проектировщики, решающие различные задачи весового проектирования. АСВП построена как многопользовательская интерактивная система. На рис. 3 представлена схема АСВП и показан набор реализованных пользовательских модулей.

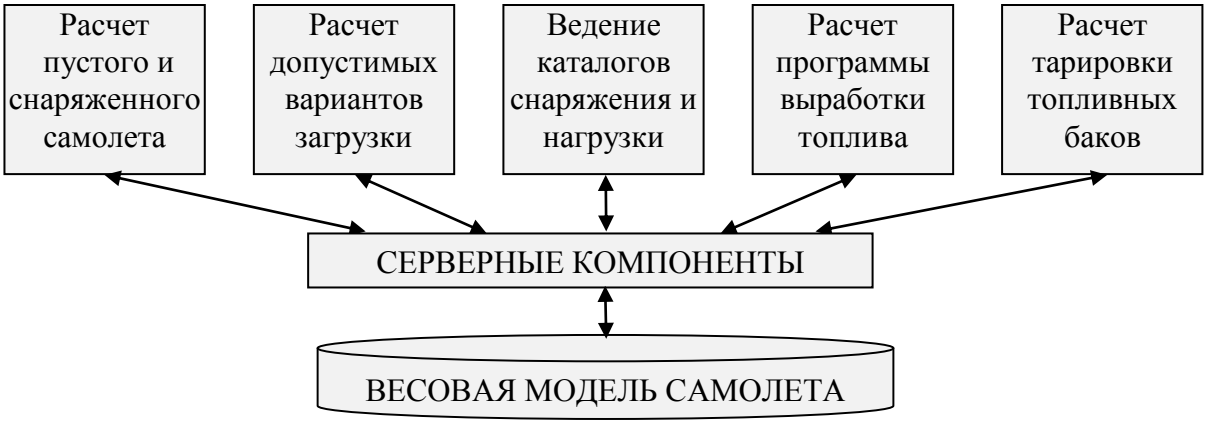


Рис. 3. Архитектура программной реализации исполнительных модулей АСВП

Программная реализация автоматизированной системы весового проектирования велась с использованием инструментального комплекса «Генератор проектов», разработанного в Вычислительном центре РАН [4].

Некоторые из реализованных расчетных модулей АСВП успешно применяются в реальном проектировании современных самолетов. Авторы выражают благодарность С.И. Скобелеву, М.К. Курьянскому, П.В. Плунскому, К.Н. Ерасову за плодотворные обсуждения проблем весового проектирования самолетов, за постановку многих задач и за апробацию разработанных программ.

Литература

1. В.М. Шейнин, В.И. Козловский. Весовое проектирование и эффективность пассажирских самолетов. Справочное пособие для инженеров в 2 тт. Т. 1. М.: Машиностроение, 1977.
2. Н.И. Широков. Автоматизированная система весовых расчетов в САПР ЛА. // Автоматизация проектирования инженерных и финансовых информационных систем средствами Генератора проектов. /Отв. ред. Ю.А. Флеров. М.: ВЦ РАН, 2010. С. 55-66.
3. Л.Л. Вышинский, Н.И. Широков. Система автоматизации расчетов массово-инерционных характеристик ЛА с переменной массой. // Развитие и применение

инструментального комплекса ГЕНЕРАТОР ПРОЕКТОВ. Отв. ред. Ю.А. Флеров. М.: ВЦ РАН, 2014. С. 20-31.
4. Л.Л. Вышинский, И.Л. Гринев, Ю.А. Флеров, А.Н. Широков, Н.И. Широков. Генератор проектов – инструментальный комплекс для разработки «клиент - серверных» систем // Информационные технологии и вычислительные системы. 2003, № 1-2. С. 6-25.

ФОРМИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ СВОЙСТВ ОБРАЗЦА ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

А.П.Бочков

Вятский государственный университет, 610000, г. Киров, ул. Московская, д.36,
тел. 8 (8332) 64-39-91, e-mail: kostpea@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается порядок формирования структуры свойств для образца технической системы. При этом предлагается использовать метод принятия решений на основе энтропийного подхода. Разработан алгоритм построения общей иерархической структуры свойств. Кроме того, рассматриваются обобщенные схемы функционирования и развития типового образца технической системы (продукции), на основе которых разработан вариант общей иерархической структуры свойств образца. Используя данную схему, можно формировать свойства для образца конкретного назначения с учетом его особенностей.

Ключевые слова: структура свойств, техническая система, образец продукции, жизненный цикл.

При моделировании сложных технических и социально-экономических систем приходиться решать вопросы, связанные с оценкой качества тех или иных образцов входящих в эти системы. Основной задачей при оценке качества является сформировать совокупность свойств, характерных конкретному образцу сложной технической системы (ТС). Это является первостепенной задачей при оценке качества, только потом уже подбирают совокупность показателей, описывающих эти свойства, и переходят к непосредственной оценке качества. Однако самой процедуре формирования свойств уделяется недостаточное внимание. Ситуация осложняется тем, что необходимо знать, в какой среде будет функционировать образец, какие задачи он будет выполнять. В этих условиях необходимо использовать современные методы принятия решений.

Наиболее часто приходится решать задачу оценки качества и технического уровня при разработке образца продукции, входящего в сложную техническую систему. Задание требований к образцу обуславливает выработку и применение на практике общей иерархической структуры его свойств, которая является основной для будущего облика образца. На основе рекомендаций [1,2] такую структуру свойств можно сформировать в два этапа: построение совокупности иерархических структур свойств, с помощью возможных частных ситуаций развития и применения по целевому назначению образца продукции; обобщение совокупности иерархических структур свойств и построение общей структуры. Выполнение первого этапа предлагается осуществлять на основе энтропийного подхода, который заключается в следующем.

Функционирование (развитие по этапам жизненного цикла) конкретного образца продукции происходит в m ситуациях C_i, $i=\overline{1,m}$. В зависимости от конкретной ситуации он характеризуется рядом приоритета $I_i = \{1, 2, \ldots, n\}$ и вектором приоритета свойств $V_i = \{V_{i1}, V_{i2}, \ldots, V_{in}\}$. Ряд приоритета есть упорядоченное множество свойств и отражает чисто качественное отношение доминирования. Вектор приоритета V_i представляет собой n-мерный вектор, компонентами V_q которого являются бинарные

отношения приоритета, определяющие степень превосходства по важности двух соседних свойств P_{iq} и P_{iq+1}, $q=\overline{1,n}$, из ряда приоритета I_i, а именно: величина V_{iq} показывает, во сколько раз свойство P_{iq} важнее другого свойства P_{iq+1}. Если $P_{iq} = P_{iq+1}$, то $V_{iq} = 1$.

Для удобства вычислений логично принять $V_{in} = 1$. Вектор V_i устанавливается в результате попарного сравнения свойств P_{ij} $(i=\overline{1,m},\quad j=\overline{1,n})$, предварительно упорядоченных в соответствии с рядом приоритета I_i.

Имея в качестве исходных данных векторы I_i и V_i по всем типовым ситуациям C_i, можно для каждой из них определить вектор весовых коэффициентов $\Lambda_i=\{\lambda_{i1}, \lambda_{i2}, \ldots, \lambda_{in}\}$, который представляет собой n-мерный вектор, при этом компоненты его связаны соотношениями:

$$\begin{cases} 0 \le \lambda_{iq} \le 1, \quad q=\overline{1,n}; \\ \sum\limits_{q=1}^{n} \lambda_{iq} = 1. \end{cases}$$

Составляющие λ_{iq} вектора Λ_i имеют смысл весовых коэффициентов, определяющих относительное превосходство q-го свойства над остальными, и рассчитываются по зависимости

$$\lambda_{iq} = \frac{\prod\limits_{l=1}^{n} V_{il}}{\sum\limits_{q=1}^{n}\prod\limits_{l=q}^{n} V_{il}}, \quad i=\overline{1,m}..$$

По данным расчетов строится матрица весов

$$\|\Lambda\| = \begin{Vmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \ldots & \lambda_{1n} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \ldots & \lambda_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \lambda_{m1} & \lambda_{m2} & \ldots & \lambda_{mn} \end{Vmatrix},$$

где λ_{kj} - вес j-го свойства в k-й типовой ситуации функционирования (развития) образца.

Необходимо сформировать структуру свойств, учитывающую различные типовые ситуации функционирования (развития) образца, а также степень их проявления в каждом конкретном случае. Для этого найдем обобщенные веса λ_j^*, $j=\overline{1,n}$, всех свойств, которые наиболее полно учитывают информацию, заложенную в матрицу $\|\Lambda\|$. В данном случае целесообразно воспользоваться энтропийным подходом, который позволяет найти уровень изменчивости любого свойства в пределах условий рассматриваемой задачи.

На основании данных матрицы $\|\Lambda\|$ рассчитывается энтропия j-го свойства:

$$H_j = -\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \lambda_{ij} \ln \lambda_{ij}, \quad i=\overline{1,m};\ j=\overline{1,n}.$$

Так как $0 \le H_j \le 1 \quad (j=\overline{1,n})$, то, очевидно, можно определить уровень изменчивости j-го свойства по формуле

$$d_j = 1 - H_j, \quad j=\overline{1,n}.$$

Тогда обобщенные веса свойств будут рассчитываться с помощью выражения

$$\alpha_j = \frac{d_j}{\sum_{j=1}^{n} d_j}, \quad j = \overline{1,n}.$$

Данная зависимость справедлива, если все свойства одинаково важны, т.е. нет экспертных оценок их значимости. Если известны экспертные оценки величин $\overline{\alpha}_j$, то целесообразно рассчитать комплексную значимость

$$\alpha_j^o = \lambda_j^* = \frac{\overline{\alpha}_j \alpha_j}{\sum_{j=1}^{n} \overline{\alpha}_j \alpha_j}, \quad \mathrm{j} = \overline{1,n}.$$

Здесь весовой вектор $\overline{\alpha} = \{\overline{\alpha}_1, \overline{\alpha}_2, ..., \overline{\alpha}_n\}$ можно определить по матрице экспертных оценок каждого свойства. Если провести групповую экспертизу, в которой каждый из m экспертов назначает свои значения весовых коэффициентов, удовлетворяющих условиям

$$\sum_{j=1}^{n} \overline{\alpha}_{kj} = 1, \quad \overline{\alpha}_{kj} \geq 0, \quad j = \overline{1,n}, \quad k = \overline{1,m},$$

то в результате будет получена матрица экспертных оценок

$$A = \left\| \begin{matrix} \overline{\alpha}_{11} & \overline{\alpha}_{12} & ... & \overline{\alpha}_{1n} \\ \overline{\alpha}_{21} & \overline{\alpha}_{22} & ... & \overline{\alpha}_{2n} \\ ... & ... & ... & ... \\ \overline{\alpha}_{m1} & \overline{\alpha}_{m2} & ... & \overline{\alpha}_{mn} \end{matrix} \right\|,$$

где $\overline{\alpha}_{kj}$ - экспертная оценка относительной важности j-го свойства, предложенная k-м экспертом.

Для определения оптимально-компромиссных весовых коэффициентов $\overline{\alpha}^*$, выражающих «коллективное мнение», задается схема компромисса $F\left(A, \overline{\alpha}^*\right)$ и решается экстремальная задача

$$F\left(A, \overline{\alpha}^*\right) = \min_{\overline{\alpha} \in D} F\left(A, \overline{\alpha}\right), \qquad (1)$$

где $D = \left\{ \overline{\alpha} \left| \sum_{j=1}^{n} \overline{\alpha}_j = 1, \ \overline{\alpha}_j \geq 0, \ j = \overline{1,n} \right. \right\}$.

Данная схема компромисса $F\left(A, \overline{\alpha}\right)$ является некоторой мерой близости между произвольным вектором $\overline{\alpha} \in D$ и элементами матрицы A. В качестве меры близости $F\left(A, \overline{\alpha}\right)$ служит функция

$$F\left(A, \overline{\alpha}\right) = \sum_{k=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \left(\overline{\alpha}_{kj} - \overline{\alpha}_j\right)^2,$$

а оптимальным решением задачи (1) является вектор средних значений по элементам столбцов матрицы A

$$\overline{\alpha}_j^* = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^{m} \overline{\alpha}_{kj}, \quad j = \overline{1,n}.$$

Для учета квалификации экспертов логично ввести коэффициенты компетентности экспертов

$$C_k \succ 0,\ k = \overline{1,m},\ \sum_{k=1}^{m} C_k = 1.$$

Тогда

$$\overline{\alpha}_j^* = \sum_{k=1}^{m} \overline{\alpha}_{kj} C_k .$$

Полученный вектор $\Lambda^* = \{\lambda_1^*, \lambda_2^*, ..., \lambda_n^*\}$ используется в качестве исходной информации для назначения уровней свойств.

На рис. 1, 2 представлены обобщенные схемы непосредственного функционирования и развития образца. Руководствуясь такими схемами, можно выделить *m* ситуаций C_i как для первого случая, так и для второго. В соответствии с этими ситуациями осуществляется формирование свойств образца как объекта функционирования и как объекта развития. Видно, что схема на рис. 2 более динамична по сравнению со схемой на рис. 1. Она учитывает большее количество факторов и заставляет оценивать его технический уровень с пересмотром системы свойств.

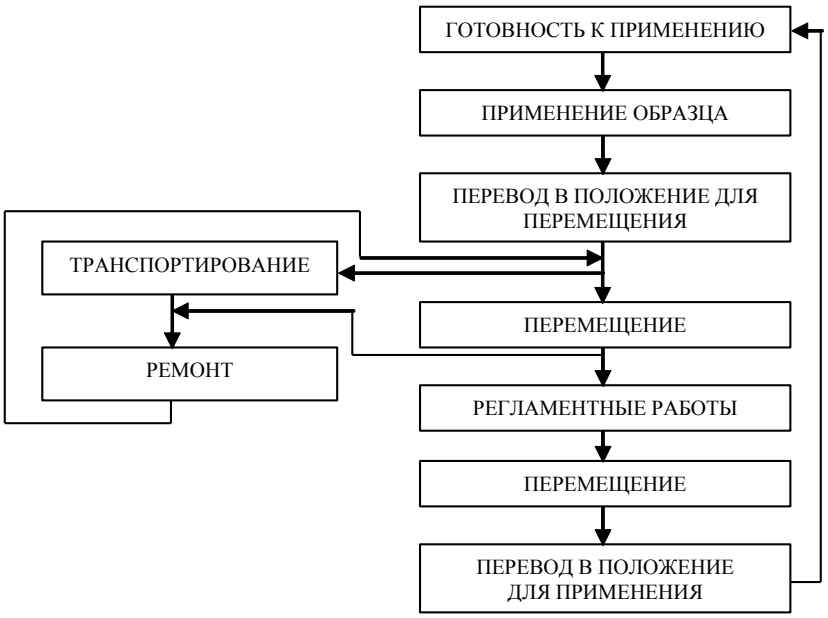


Рис. 1. Схема функционирования типового образца продукции

При построении такой иерархической структуры свойств на ранних этапах разработки необходимо рассматривать ряд организующих требований: обязательное проведение анализа процесса развития (эволюции) образца, совокупности жизненных циклов (ЖЦ) отдельных его представителей с выводом об их преемственности; выделение видов среды, в которой создается и применяется образец, включая концептуальную фазу его разработки; формирование групп свойств, которые характеризуют процесс развития образца, его создания и применения; соблюдение принципов построения иерархической структуры свойств; определение связей между свойствами (независимо от уровней).

Вторым, заключительным этапом является анализ совокупности полученных возможных иерархических структур свойств образца и построение на основе этого общей структуры свойств. Данный этап выполняется на основе экспертного метода, алгоритм которого представлен ниже.

На рис. 3 представлена, опираясь на предложенные два этапа, общая структура свойств образца. Отдельно вынесены его законы развития и формы эволюции. На основе анализа процессов развития строятся эволюционные схемы, из которых следует преемственность развития, определяющая вид разработки (модернизационная, конструктивная и новофизическая).

Рис. 2. Схема развития образца продукции на стадиях жизненного цикла [1].
Обозначения: ТР – техническое решение, ПД – принцип действия

В соответствии со стадиями ЖЦ образца выделяются внешние среды: концептуальная, разработочная, производственная, эксплуатационная и целевая. Это облегчает формирование групп базовых свойств. Отдельно следует остановиться на эволюционной группе свойств. Посылкой возникновения данной группы свойств является эволюционная преемственность, отражающаяся бинарной схемой развития: “образец продукции – его преемник”.

Наряду с классическими свойствами образца (в частности, такими как надежность, эргономичность и т.д.) в данную схему включены такие важные базовые свойства, как новизна и полезность, реальность и развертываемость, вписываемость и перспективность. Они получены из эволюционного подхода инженерно-кибернетической методологии проектирования сложных ТС [3]. Дальнейшее построение свойств осуществлялось при соблюдении принципов иерархичности [4,5,6] и результатов исследований, полученных в [3,7,8,13].

Система связей различных свойств между собой устанавливается с помощью одного из методов экспертного опроса [9,5,6,10-12].

Алгоритм построения общей иерархической структуры свойств

Этапы алгоритма
1. Формирование цели работы (постановка задачи): ранжирование $\{m\}$ свойств в порядке предпочтительности, исходя из конструкторских проработок, и построение их иерархической структуры.
2. Формирование экспертной группы: назначается количество экспертов *(h)*; из их ответов формируется матрица-строка по каждому *j*-му свойству $Y_j = \left\vert \tilde{\alpha}_{1j}, \tilde{\alpha}_{2j}, \ldots \tilde{\alpha}_{hj} \right\vert$; находится среднее значение оценок группы по *j*-му свойству $\bar{\alpha}_j = \left(\sum_{t=1}^{h} \tilde{\alpha}_{tj} \right) \Big/ h$; определяется отклонение оценки каждого эксперта от среднего значения оценок группы по всем *j*-м свойствам: $\Delta_{tj} = \left\vert \tilde{\alpha}_{tj} - \bar{\alpha}_j \right\vert$, в результате формируется матрица отклонений $$Д = \left\Vert Д_j \right\Vert = \begin{Vmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{21} & \ldots & \Delta_{h1} \\ \Delta_{12} & \Delta_{22} & \ldots & \Delta_{h2} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \Delta_{1m} & \Delta_{2m} & \ldots & \Delta_{hm} \end{Vmatrix};$$ находится среднее отклонение оценок каждого эксперта по всем свойствам от среднего значения оценок группы $\bar{\Delta}_t = \left(\sum_{j=1}^{m} \Delta_j \right) \Big/ m$, в результате получается матрица-строка $\bar{Д} = \left\vert \bar{\Delta}_1, \bar{\Delta}_2, \ldots \bar{\Delta}_h \right\vert$; эксперты нумеруются по мере удаления их оценок от среднего значения оценок группы. В итоге устанавливается кортеж их предпочтения $\bar{Д}^* = \left\langle \bar{\Delta}_1^*, \bar{\Delta}_2^*, \ldots, \bar{\Delta}_h^* \right\rangle$; значение коэффициента конкордации, как правило, принимают равным *0.5 (Ф=0.5)*. При *Ф<0.5* экспертную группу переформировывают путем исключения из списка последних номеров экспертов, у которых наблюдается резкое отклонение ответов от среднего мнения группы.
3. Формирование правил работы экспертной группы: упорядочиваются свойства, начиная с наименее важного $x_1 < x_2 < \ldots < x_m$; приписываются ранги $\tilde{\alpha}_j$ ($\tilde{\alpha}_1 = 1;\ \ \tilde{\alpha}_2 = 2;\ \ \ldots\ ;\ \tilde{\alpha}_m = m$); определяются весовые коэффициенты свойств $x_j\ (j = \overline{1,m})$ по формуле $\alpha_j = \sum_{t=1}^{h} \tilde{\alpha}_{tj} \Big/ \left(\sum_{j=1}^{m} \sum_{t=1}^{h} \tilde{\alpha}_{tj} \right)$.
4. Оценка степени согласованности мнений экспертов: результаты ранжирования представляются в виде матрицы рангов; определяется соответственно сумма рангов по каждому *j*-му свойству и средняя сумма рангов $$Q_j = \sum_{t=1}^{h} \tilde{\alpha}_{jt}, \quad T = \sum_{j=1}^{m} \sum_{t=1}^{h} \tilde{\alpha}_{jt} \Big/ m;$$ рассчитывается сумма квадратов отклонений $S_E = \sum_{j=1}^{m} \delta_j{}^2 = \sum_{j=1}^{m} \left(Q_j - T \right)^2$; определяется коэффициент конкордации $\Phi = 12 S_E \Big/ \left\{ h^2 \left(m^3 - m \right) \right\}$. Если *Ф>0.5*, то существует достаточная степень согласованности между мнениями

экспертов. Если $\Phi<0.5$, то группа экспертов корректируется путем исключения последнего эксперта в кортеже, пересчитывается коэффициент конкордации и т.д., до получения нужной степени согласованности.

Если эксперт не может указать порядок убывания двух или нескольких свойств, он приписывает каждому из них одинаковый ранг.

В этом случае коэффициент конкордации вычисляют по зависимости

$$\Phi = S_E \Big/ \left(\frac{1}{12} h^2 \left(m^3 - m \right) - h \sum_{t=1}^{h} T_t \right),$$

где $T_t = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^{m} \left(Z_j^3 - Z_j \right)$, Z_j - число одинаковых рангов в t-м ранжировании.

Общая иерархическая структура свойств образца продукции (вариант)

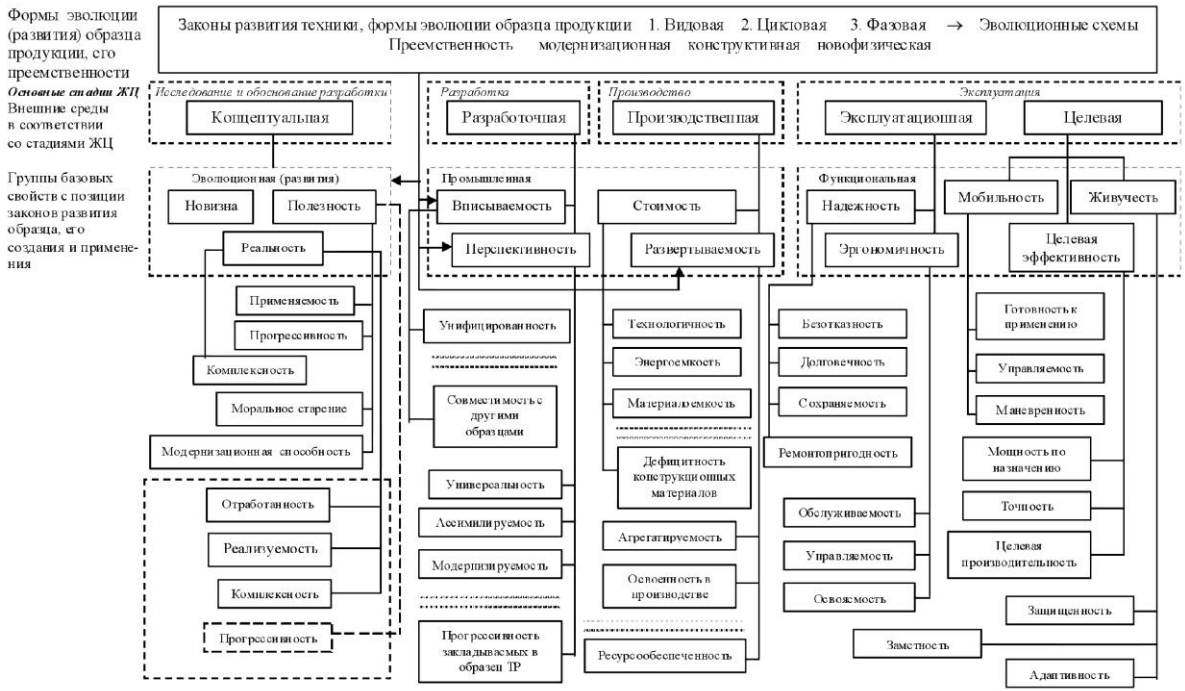


Рис. 3

ЛИТЕРАТУРА

1. Надежность и эффективность в технике. Справочник. Т. 1: Методология. Организация. Терминология /Под ред. А.И. Рембезы. М.: Машиностроение, 1986. 224 с.
2. Техническое творчество: теория, методология, практика. Энциклопедический словарь-справочник/ Под ред. А.И. Половинкина, В.В. Попова. М.: НПО “Информ-система”, 1995. 408 с.
3. Автономов В.Н. Создание современной техники: Основы теории и практики. М.: Машиностроение, 1991. 304 с.
4. Клир Дж. Системология. Автоматизация решения системных задач: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1990. 544 с.
5. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1991.224 с.
6. Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К. Структура многоуровневых и крупномасштабных систем. М.: Наука, 1993.158 с.
7. Бочков А.П. Модели обоснования облика технических систем на этапах их разработки. С-Пб.:МО РФ, 1996.80 с.
8. Бочков А.П. Формирование и прогнозирование развития качественных характеристик технических систем. С-Пб.: МО,1997.134 с.
9. Гмошинский В.Г. Инженерное прогнозирование. М.: Энергоиздат, 1982.208 с.
10. Чебраков Ю.В. Методы системного анализа в экспериментальных исследованиях. СПб.: СПб. гос. техн. ун-т, 1997. 304 с.
11. Звягин Л. С. Системный анализ в экспериментальных исследованиях // Молодой ученый, 2014. №4. С. 516-519.
12. Бочков А.П. Свойства промышленного образца на ранних этапах его создания. Advances in Science and Technology: сборник статей VIII Международной НПК, 30 апреля 2017. Ч.1 М.: «Научно-издательский центр «Актуальность. РФ», 2017. С. 71-79.

Алфавитный указатель

Абраров Д.Л. 84
Аносов С.С. 326
Апраушева Н. Н. 103, 319
Ахуньянова С.А. 182
Багаев И.В. 150
Багров Н.С. 191
Баландина С.Ю. 393
Белотелов Н.В. 311
Березкин В.Е. 155
Божко А.Н. 420
Бочков А.П. 439
Бродский Ю.И. 163, 202
Бушенков В.А. 415
Васильев Н.С. 326
Воронкова П.С. 108
Вышинский Л.Л. 429
Голембиовский Д.Ю. 191
Громыко В.И. 326
Гудков И.Р. 210
Денисов Д.В. 191
Дикусар В.В. 103, 113
Егорова Е.К. 136
Ерешко Ф.И. 12
Есенков А.С. 136
Журавлев Н.Б. 120
Казарян В.П. 326
Каменев Г.К. 215, 332, 344
Каменев И.Г. 215, 227
Канищев И.С. 150
Киселев В.Г. 238
Кононов Д.А. 245
Костюк Ф.В. 129
Лотов А.В. 155
Лотова Е.А. 155
Малахов Д.И. 252
Маркеш С. 415
Меденников В.И. 12
Михайлов И.Е. 136
Мохонько Е.З. 168
Нуждин Д.О. 113
Огнивцев С.Б. 12
Оленёв Н.Н. 210
Остапов В.А. 263
Павловский Ю.Н. 34, 275
Пархоменко В.П. 39
Пильник Н.П. 280
Поляновский В.О. 344
Пономарев Р.О. 245
Рычков С.Л. 353
Рябиков А.И. 155
Савенко В.С. 363, 370
Самсонов А.Л. 49, 370
Саранча Д.А. 344
Семериков В.В. 393
Симакин А.Г. 326
Симонов П.М. 182
Соколова А.Н. 120
Сорокин С. В. 103, 319
Станкевич И.П. 291, 300
Станкевич Т.С. 176
Сушкевич Т.А. 382
Ужегов А.А. 280, 300
Флёров Ю.А. 429
Флёрова А.Ю. 108
Фуругян М.Г. 143
Хайдаров Д.Т. 252
Хачатуров В.Р. 60
Хачатуров Р.В. 93
Цурков В.И. 136
Шатров А.В. 70, 353
Шварц К.Г. 393
Шварц Ю.А. 393
Шевченко В.В. 402
Широков Н.И. 429
Шкляев В.А. 393
Шпитонков М.И. 409