

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

Н.Н. Оленев, Г.К. Каменев, В.Л. Гусман

**Исследование устойчивости прогнози-
рования на модели российской экономики ме-
тодом множеств идентификации**



ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР РАН
МОСКВА 2012

УДК 519.6

Ответственный редактор
доктор физ. матем. наук А.В.Лотов

Статья посвящена исследованию устойчивости прогнозирования российской экономики с использованием математического моделирования. При таком прогнозировании экономики необходимо предварительно идентифицировать параметры модели, значительную часть которых можно оценить только косвенно, верифицируя модель по историческим данным. Критерием качества идентификации обычно служит минимизация некоторой свертки ошибок идентификации. В работе используется метод множеств идентификации – визуальный подход к идентификации параметров моделей, основанный на построении и визуализации многомерного графика функции ошибок, а также множеств квазиоптимальных параметров. Анализ множеств идентификации позволяет исследовать устойчивость решения задачи идентификации и прогнозирования. Рассмотрение проведено на примере открытой модели Рамсея, адаптированной для современной российской экономики.

Ключевые слова: идентификация, прогнозирование, параметры, квазиоптимальное множество, функция ошибок, метод множеств идентификации, визуализация, принятие решений, многокритериальная оптимизация, неопределенность, устойчивость, экономические модели, многошаговые динамические системы

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке: РФФИ (№№ 11-01-12136-офи-м, 12-01-00916, 11-07-97017); ПФИ Президиума РАН П-15 и П-18; ПФИ ОМН РАН №3.

Рецензенты: И.Г. Пospelов, С.С. Арсеньев-Образцов

Научное издание

© ФГБУН Вычислительный центр им. А.А. Дородницына
Российской академии наук, 2012

© Н.Н. Оленев, Г.К. Каменев, В.Л. Гусман, 2012

1. Устойчивость в задачах прогнозирования

Важным направлением в математическом моделировании является использование математических моделей для прогнозирования поведения экономических систем.

Идентификация модели экономики заключается в определении ее параметров на основе исторических данных. Часть параметров оценивают при этом прямым образом на основе имеющихся статистических данных. Вместе с тем, в моделях экономики имеется немало параметров, которые не удастся найти напрямую из данных экономической статистики. Такие параметры оценивают косвенным образом, сравнивая расчетные временные ряды показателей модели с их известными статистическими аналогами. В этом случае для некоторого значения вектора параметров на заданном наблюдении рассматривается совокупность невязок (ошибок идентификации) наблюдаемых величин.

Традиционно идентификация состоит в поиске вектора неизвестных параметров, на котором значение функции ошибок идентификации минимально. В том случае, когда существуют достаточно отдаленные от такого решения допустимые векторы параметров, для которых значение некоторой функции ошибок близко к оптимальному, проблема идентификации требует дополнительного исследования.

В [1, 2, 3] предложен метод множеств идентификации (ММИ), в котором исследуются график и надграфик функции ошибок, а также его поведение в окрестности оптимальных параметров. Визуализация этого множества позволяет исследователю выбирать параметры модели, сочетая результаты наблюдений с собственным неформализованным опытом, что дает ему дополнительную информацию о модели и последствиях принятия решений на ее основе.

В настоящей работе приводится исследование устойчивости задачи идентификации и прогнозирования простой открытой динамической модели российской экономики [4, 8] методом множеств идентификации. Показано, что неустойчивость решения задачи идентификации может приводить к принципиально разным прогнозам при кризисных изменениях в экономике.

В работе использована программная система аппроксимации не-

явно заданных множеств, реализующая метод глубоких ям [9] и система визуализации [5], разработанная для поддержки принятия решений в методе достижимых целей [6, 7].

2. Метод множеств идентификации

Рассмотрим регрессионную модель некоторого объекта. Пусть $y = f(x, \lambda)$, где x – входные, y – выходные переменные, λ – неизвестный вектор параметров, $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}^m$, $\lambda \in A \subset \mathbb{R}^p$. Пусть требуется идентифицировать вектор параметров λ на некотором множестве наблюдений $Z := \{(x^k, y^k), k = 1, \dots, K\}$, используя в качестве критерия погрешности идентификации скалярную функцию ошибок идентификации $\psi: A \rightarrow \mathbb{R}^1$, являющуюся некоторой сверткой норм ошибок $\|y^k - f(x^k, \lambda)\|$ на множестве наблюдений Z , и пусть $\psi(\lambda^*) := \min \{\psi(\lambda): \lambda \in A\}$.

Такой подход, разумный во многих случаях, при наличии неопределенности требует дополнительного исследования, в частности исследователям было бы разумно представить информацию о *квазиоптимальных значениях параметров*, для которых значение функции ошибок идентификации не превышает некоторую заданную величину, т.е. таких $\lambda \in A$, что $\psi(\lambda) \leq \delta$, где $\delta \geq \psi^* := \psi(\lambda^*)$.

Рассмотрим *график функции ошибок* $\psi(\lambda)$, т.е. множество

$$G := \{(\lambda, \psi(\lambda)) \in A \times \mathbb{R}^1: \lambda \in A\}.$$

График G представляет собой некоторую, вообще говоря, многомерную поверхность в пространстве $\mathbb{R}^{p+1}$. Если имеется только один параметр ($p=1$), это множество представляет собой обычный график (рис. 1).

Рассмотрим также множество

$$A_\delta := \{\lambda \in A: \psi(\lambda) \leq \delta\}.$$

Для $\delta < \psi^*$ это множество пусто. При $\delta \geq \psi^*$ оно состоит из значений $\lambda \in A$, для которых значение функции ошибок идентификации не превосходит δ . Множество A_δ представляет собой проекцию части графика функции ошибок, лежащей ниже уровня $\psi(\lambda) = \delta$, в пространство параметров λ . Назовем множество A_δ *множеством квазиоптимальных параметров уровня δ* (квазиоптимальным множеством). Нетрудно видеть, что множество A_δ будет являться *сечением*

надграфика функции ошибок $\psi(\lambda)$, т.е. множества

$$G^+ := \text{epi } G := \{(\lambda, \sigma) \in \Lambda \times \mathbb{R}^1 : \lambda \in \Lambda, \sigma \geq \psi(\lambda)\},$$

гиперплоскостью $\psi(\lambda) = \delta$.

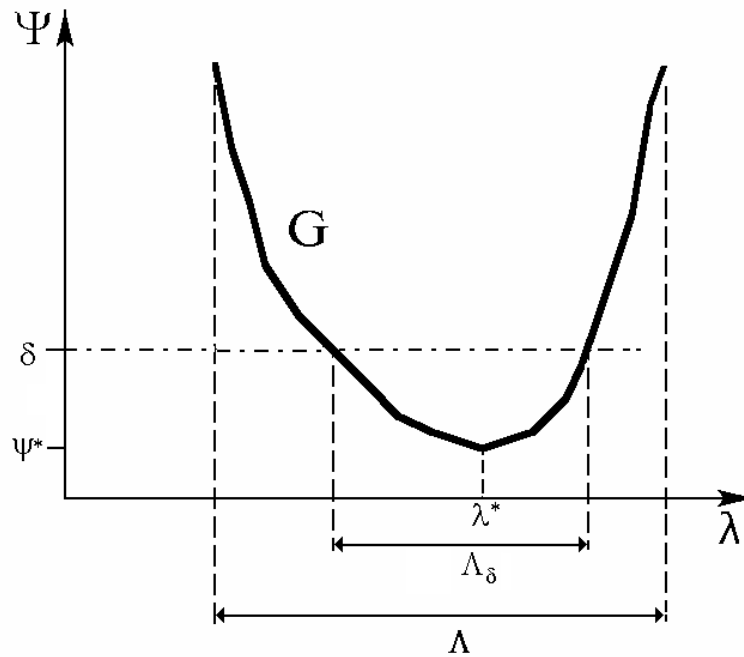


Рис. 1

Если имеется только один параметр, множество квазиоптимальных параметров Λ_δ представляет собой подмножество оси абсцисс (рис.1). Если функция ошибок имеет несколько локальных минимумов, то даже в случае одного параметра множество Λ_δ может быть неодносвязным, т.е. представлять из себя набор отрезков (рис. 2).

Если параметров несколько, исследование многомерного множества квазиоптимальных параметров представляет для человека значительную проблему. Она решается рассматриваемым нами ММИ с помощью *диалоговых карт идентификации* (ДКИ), обеспечивающих интерактивную визуализацию *множеств идентификации*: графика функции ошибок и множеств квазиоптимальных параметров.

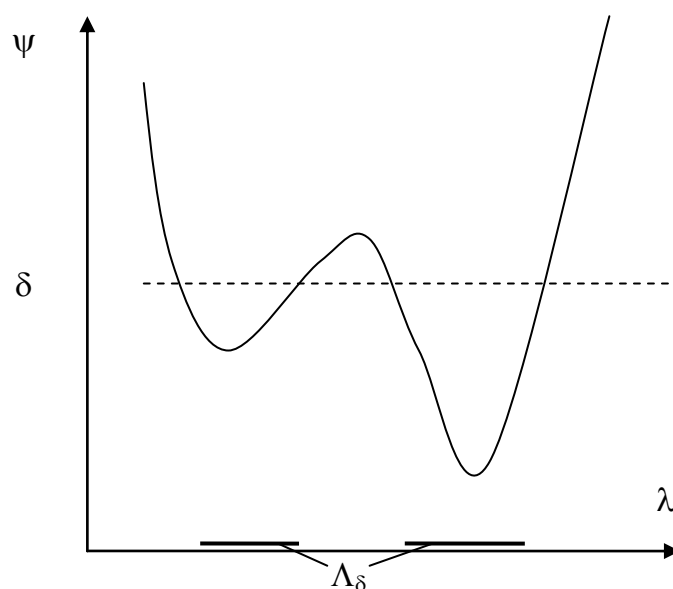


Рис. 2

Итак, основными этапами ММИ являются:

- 1) предварительная аппроксимация множеств идентификации простыми фигурами;
- 2) визуализация аппроксимации на основе диалоговых карт идентификации.

3. Диалоговые карты идентификации

Рассмотрим сначала основные методы визуализации с помощью диалоговых карт идентификации. Будем считать, что простое явное описание графика функции ошибок (его аппроксимация) построено, и мы можем достаточно быстро изобразить его различные двумерные сечения и срезы. Под двумерными сечениями мы будем понимать множества, в которых все, кроме двух параметров, зафиксированы, под срезами – множества, в которых на все, кроме двух параметров, наложены ограничения типа неравенств. Проиллюстрируем некоторые особенности рассматриваемого нами подхода на примере функции ошибок с различным числом параметров.

На рис. 3. представлено изображение графика функции ошибок и квазиоптимальное множество для случая двух параметров.

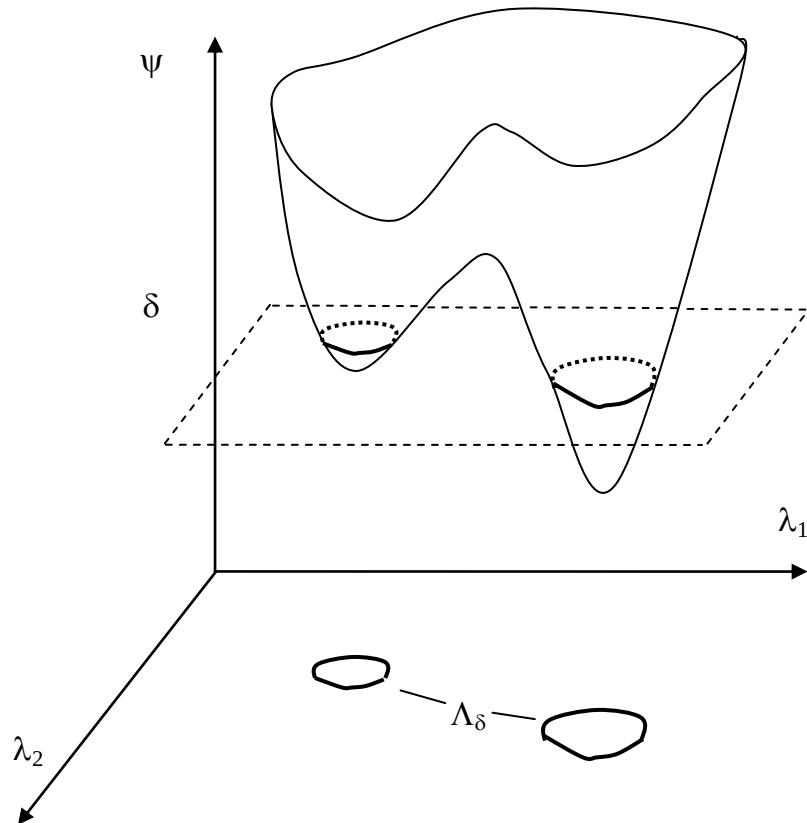


Рис. 3

Квазиоптимальные множества Λ_δ (срезы надграфика функции ошибок) удобно изображать в координатах двух параметров идентификации линиями уровня, соответствующими серии растущих значений уровня функции ошибок δ (см. пример на рис. 4). Заметим, что в силу определения квазиоптимального множества $\Lambda_{\delta_1} \subset \Lambda_{\delta_2}$ при $\delta_1 \leq \delta_2$, поэтому линии с меньшим уровнем ошибки оказываются

вложенными в линии с большим уровнем. Это свойство характерно для географических карт. По аналогии изображения, используемые в ММИ, мы будем называть *картами функции ошибок*.

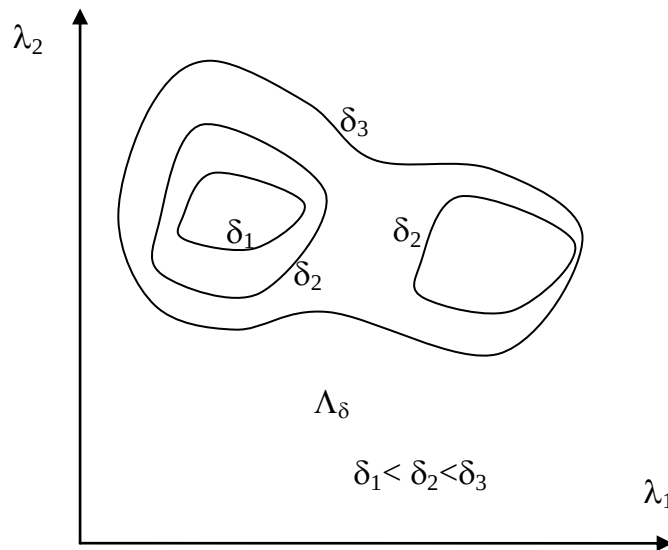


Рис. 4

В многомерном случае множества идентификации можно представить проекциями их на подпространства, содержащие лишь часть параметров – тех, которые больше интересуют исследователя.

Например, на рис. 5 изображена проекция графика функции ошибок с рис. 3 в пространство, содержащее лишь первый параметр λ_1 , т.е. множество

$$\{(\lambda_1, \psi(\lambda_1, \lambda_2)) \in \mathbb{R}^2: (\lambda_1, \lambda_2) \in A\}.$$

Заметим, что, в отличие от графика на рис. 1, на этом рисунке изображено двумерное множество, так как каждому значению, например, первого параметра соответствуют различные значения второго параметра с соответственно различными значениями функции ошибок, заполняющими собою целый отрезок.

Если параметров больше двух, основным средством визуализа-

ции множеств идентификации становятся так называемые диалоговые карты идентификации (ДКИ). ДКИ – это карты идентификации, на которых исследователь может интерактивно выбирать состав параметров и ограничения на их значения, а живость диалога обеспечивается быстротой визуализации, основанной на предварительной аппроксимации графика функции ошибок.

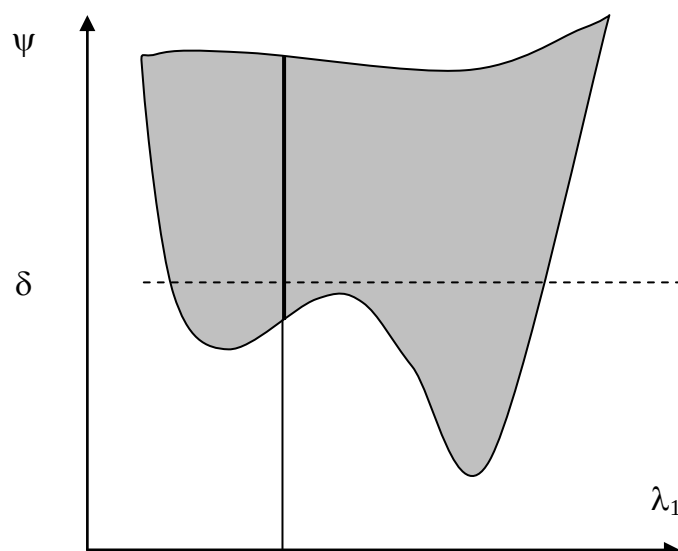


Рис. 5

Например, в случае трех параметров график функции ошибок можно представить совокупностью (например, строкой) карт функции ошибок, на каждой из которых изображено множество A_δ при различных значениях δ в пространстве двух выбранных параметров, а значение третьего параметра монотонно меняется от карты к карте (рис. 6). Вместо набора карт можно изобразить только одну: в ней значение третьего параметра можно менять в реальном времени (в виде анимации), либо выбирать на шкале (полосе прокрутки), изображенной на карте.

В общем случае множество идентификации (график функции ошибок или квазиоптимальное множество) визуализируется или в

виде *срезов* (когда значения части параметров не интересуют исследователя, но на них наложены дополнительные ограничения), или в виде *сечений* (когда значения части параметров точно заданы). В любом случае визуализация осуществляется исследователем в интенсивном диалоге с компьютером, что обеспечивается предварительной аппроксимацией визуализируемого множества.

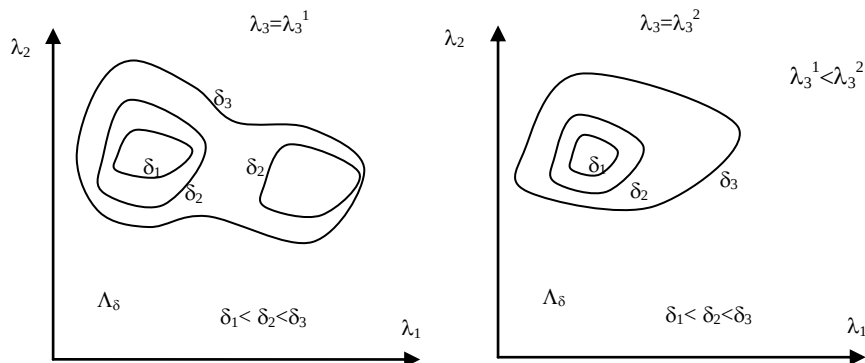


Рис. 6

4. Исследование функции ошибок

Пусть имеется возможность тем или иным способом изобразить график функции ошибок G или квазиоптимальные множества параметров Λ_δ при различных уровнях δ и представить их для визуального исследования экспертам. Следует рассмотреть две ситуации. В одной исследователь имеет некоторое представление об уровне ошибки, которая может наблюдаться в моделируемой действительности. В другой ситуации, более вероятной, эксперт ничего не может сказать об уровне ошибки, выражаемой функцией ψ , однако имеет некоторые заранее трудно формализуемые представления о возможных значениях параметров λ . В первом случае исследователя могут заинтересовать множества Λ_δ , соответствующие допустимым, с его точки зрения, значениям функции ошибок δ ; во втором – его может заинтересовать устойчивость множества квазиоптимальных решений Λ_δ при значениях δ , близких к минимальному, и наличие в нем допустимых, с его точки зрения, значений параметров λ .

Поведение функции ошибок вблизи точки оптимума имеет су-

щественное значение для обоснованности решения задачи об идентификации. На рис. 7 представлены типичные случаи поведения графика функции ошибок вблизи глобального минимума:

- *устойчивое* (рис. 7, а), когда при небольшом увеличении уровня функции ошибок расширение квазиоптимального множества не очень значительно;
- *неустойчивое* (рис. 7, б), когда при небольшом увеличении уровня функции ошибок происходит резкое расширение квазиоптимального множества;
- *вырожденное* (рис. 7, в), когда глобальному минимуму функции ошибок отвечает целое множество параметров.

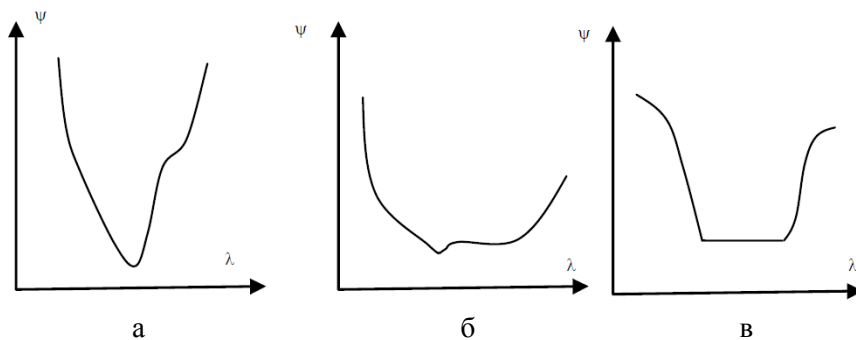


Рис. 7

На основе полученной визуальной информации и опыта исследователь должен выбрать некоторое подмножество значений параметров из Λ в качестве решения задачи идентификации. Например, он может выбрать некоторую пороговую величину уровня ошибки δ^* и множество Λ_{δ^*} квазиоптимальных решений уровня δ^* . Также можно выбрать один или несколько характерных вариантов сочетаний значений параметров (не обязательно совпадающих с точкой минимума функции ошибок λ^*). Разумеется, исследователь может выбрать точку λ^* минимума функции ошибок, особенно тогда, *если этот выбор оправдан устойчивостью графика функции ошибок вблизи оптимума, гипотетической адекватностью модели и высокой точностью данных наблюдений*.

Заметим, что не обязательно выбирать в качестве решения зада-

чи идентификации единственное сочетание значений параметров. В общем случае результатом может быть *множество таких сочетаний значений идентифицируемых параметров, которое исследователь считает необходимым учесть при оценке последствий использования данной математической модели*. Результатом исследования может быть и более глубокое проникновение в свойства рассматриваемой модели *на конкретных данных наблюдения*, а также соотношение структуры данных со структурой модели.

5. Аппроксимация множеств идентификации

Теперь рассмотрим проблему аппроксимации множеств идентификации. Выше было отмечено, что визуализация принципиально интерактивна, так как заранее неизвестно, какая область квазиоптимальных решений заинтересует исследователя. Поэтому она должна осуществляться достаточно быстро (если не сказать мгновенно), при этом исследователь должен иметь возможность уточнить построенное описание до необходимой точности. Однако расчет по модели при заданном сочетании значений параметров λ (например, вычисление модельной функции $f(x, \lambda)$ на множестве наблюдений независимых переменных $\{x^k\}$) может занимать значительное время. Тогда этот предварительный этап идентификации надо проводить на высокопроизводительных, в том числе параллельных, вычислительных машинах. После него визуализация проходит в интенсивном интерактивном (диалоговом) режиме. На предварительном автономном этапе должен быть проведен расчет функции ошибок для всех допустимых сочетаний значений идентифицируемых параметров, или должна быть осуществлена аппроксимация множеств идентификации с точностью, достаточной для содержательного визуального анализа. Ясно, что это очень непростая задача.

Рассмотрим общий нелинейный случай. Универсальным способом «кодирования» невыпуклых множеств является построение метрических сетей. Геометрически это означает, что множество аппроксимируется набором простых фигур (таких, как шар или куб) с диаметром тем меньшим, чем выше точность аппроксимации.

Под метрической ε -сетью множества A понимается такое его подмножество T , что любая точка A удалена от T на расстояние не больше ε . Если вокруг точек метрической ε -сети построить «шары»

в рассматриваемой метрике пространства, то они покроют все аппроксимируемое множество. В евклидовой метрике с нормой $\|z\|=(\sum z_j^2)^{1/2}$ это – аппроксимация множества системой обычных шаров; а в метрике Чебышева с нормой $\|z\|=\max\{|z_j|\}$ – системой кубов.

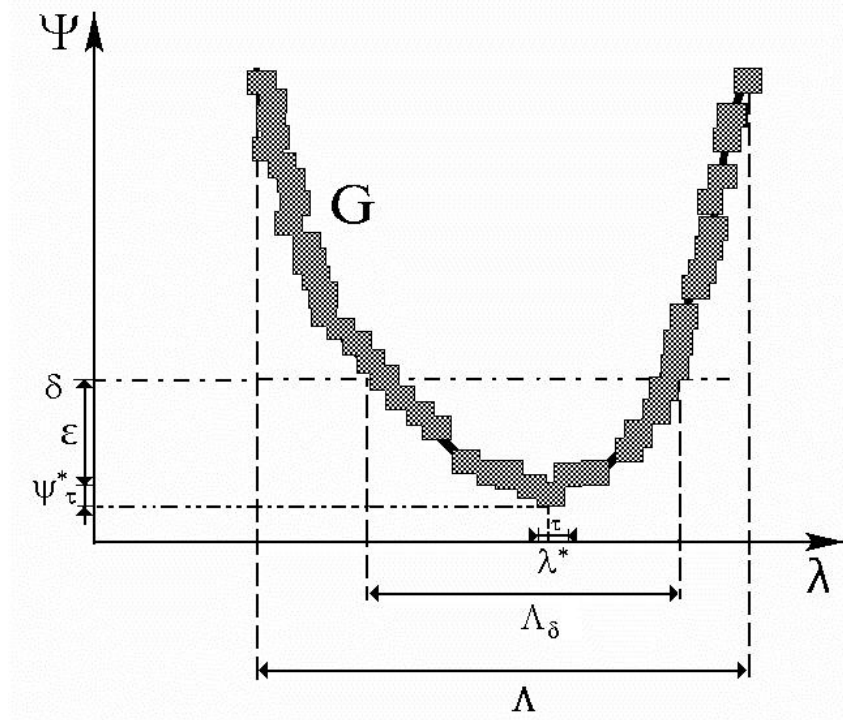


Рис. 8

Для каждой точки такой системы можно быстро найти «подлинную» точку аппроксимируемого множества A (ближайшую точку метрической ε -сети T), отстоящую от нее не более чем на ε в рассматриваемой метрике. При этом чем меньше величина ε , тем ближе будут «подлинные» точки из T к точкам аппроксимируемого множества, тем меньше будет «лишних» точек в аппроксимирующей системе «шаров», но тем больше требуется построить точек в используемой метрической сети T .

Если известна константа Липшица функции $\psi(\lambda)$, для аппроксимации графика ошибок идентификации можно использовать сетки

(равномерные или псевдо-случайные) на множестве допустимых параметров Λ . В более общем случае могут быть использованы адаптивные стохастические методы аппроксимации ограниченных неявно заданных множеств, реализующие метод глубоких ям [9, 10] (см. также [4-6], а также [1-3]). С помощью этих методов на аппроксимируемом множестве, неявно заданном с помощью нелинейного отображения, строится метрическая сеть, аппроксимирующая его с заданной точностью и полнотой. Полнота аппроксимации характеризуется тем, что остается лишь небольшая часть аппроксимируемого множества, лежащая вне построенной системы шаров с центрами в точках метрической сети.

На рис. 8 представлен пример достаточно полного покрытия множества G «шарами» в метрике Чебышева (т.е. кубами) в случае единственного параметра (см. исходное множество G на рис. 1). «Радиус» «шаров» в системе, т.е. длина ребра куба, соответствует точности аппроксимации и составляет на рисунке величину τ . Из рисунка легко понять вид множеств квазиоптимальных параметров Λ_δ при величинах $\varepsilon = \delta - \psi^*$, больших τ . При малых же ε точность аппроксимации должна быть достаточно высокой. Вместе с тем такие качественные характеристики множества квазиоптимальных решений, как устойчивость, становятся ясными и при $\varepsilon \sim \tau$.

6. Исследуемая модель

Рассмотрим простую открытую динамическую модель Рамсея, адаптированную для современной российской экономики [4, 8].

Пусть валовой внутренний продукт (ВВП) $Y(t)$ (измеряемый в постоянных ценах 2000 г.) определяется однородной производственной функцией объемов капитала (основных фондов страны, в постоянных ценах 2000 г.) $K(t)$ и труда (среднегодового числа занятых в народном хозяйстве страны, в миллионах человек) $L(t)$ с постоянной эластичностью замещения (CES-функцией)

$$Y(t) = Y_0 \left[\alpha \left(\frac{L(t)}{L_0} \right)^{-\beta} + (1 - \alpha) \left(\frac{K(t)}{K_0} \right)^{-\beta} \right]^{-\frac{1}{\beta}}, \quad (1)$$

где начальные значения (соответствуют 2000 г.) Y_0, L_0, K_0 – положительные параметры, $\alpha \in (0, 1)$, $\beta > -1$. Обычно параметры производ-

ственной функции определяют по данным экономической статистики для временных рядов переменных, непосредственно входящих в производственную функцию. В данном случае значения второго производственного фактора – капитала – представляемые статистическими органами, вызывают большое сомнение. Статистические данные по капиталу практически не меняются от года к году и чрезвычайно завышены. Фактически эти значения представляют собой капитал, созданный во времена СССР, и в настоящее время в большой степени представляют собой "бесплатные" ресурсы, подобные некоторым природным ресурсам, которые еще можно использовать без оплаты (воздух, а в некоторых случаях вода и земля). На выпуск же оказывает влияние только капитал, вовлеченный в производственный процесс, имеющий объективную стоимость, некий "эффективный" капитал, возможность оценки которого является одной из целей настоящей работы.

Предположим, что труд растет с постоянным темпом $\gamma > 0$.

$$dL/dt = \gamma L(t), \quad L(0) = L_0. \quad (2)$$

Капитал (эффективная стоимость производственных фондов) меняется в силу обычного уравнения

$$dK/dt = J(t) - \mu K(t), \quad K(0) = K_0, \quad (3)$$

где $\mu > 0$ – темп выбытия (амортизации) капитала и $J(t)$ – инвестиции (валовые накопления, измеряемые в постоянных ценах 2000 г.) Пусть в каждом рассматриваемом году выполняется продуктовый баланс в текущих ценах: сумма выпуска ВВП $\tilde{Y}(t)$ и импорта $\tilde{I}(t)$ равна сумме конечного потребления населения, правительства и общественных организаций $\tilde{C}(t)$, инвестиций $\tilde{J}(t)$, а также экспорта $\tilde{E}(t)$.

$$\tilde{Y}(t) + \tilde{I}(t) = \tilde{C}(t) + \tilde{J}(t) + \tilde{E}(t). \quad (4)$$

Для решения этой системы уравнений нужно определить объемы ВВП, экспорта, импорта и инвестиций в текущих ценах, а также объемы инвестиций в постоянных ценах 2000 года. Анализ статистических временных рядов [4] показал, что объемы экспорта, импорта и инвестиций в текущих ценах определяются постоянными долями ВВП в текущих ценах:

$$\tilde{E}(t) = \delta \tilde{Y}(t), \quad \tilde{I}(t) = \rho \tilde{Y}(t), \quad \tilde{J}(t) = \sigma \tilde{Y}(t). \quad (5)$$

Объемы ВВП и инвестиций в текущих ценах связаны с соответствующими объемами в постоянных ценах посредством имплицитного дефлятора ВВП $p(t)$ и относительного индекса цен на инвестиции $q(t)$:

$$\tilde{Y}(t) = p(t)Y(t), \quad \tilde{J}(t) = q(t)p(t)J(t). \quad (6)$$

Объемы потребления, импорта и экспорта в постоянных ценах ВВП определяются посредством дефлирования соответствующих объемов в текущих ценах:

$$C(t) = \tilde{C}(t)/p(t), \quad I(t) = \tilde{I}(t)/p(t), \quad E(t) = \tilde{E}(t)/p(t). \quad (7)$$

В постоянных ценах уравнения (4)-(7) примут вид:

$$\begin{aligned} E(t) &= \delta Y(t), \\ I(t) &= \rho Y(t), \\ J(t) &= \sigma Y(t)/q(t), \\ C(t) &= (1 + \rho - \delta - \sigma)Y(t). \end{aligned} \quad (8)$$

Динамику относительного индекса цен на инвестиции $q(t)$ на основе статистических данных [4] опишем эконометрическими функциями, введя дополнительные параметры ν, η :

$$q(t) = \nu + (1 - \nu)(1 + t - 2000)e^{-\eta(t-2000)}. \quad (9)$$

Итак в случае рассматриваемой модели экономики России требуется определить неизвестные девять параметров $\alpha, \beta, \gamma, \mu, \delta, \rho, \sigma, \nu, \eta$ и три начальных значения Y_0, K_0 и L_0 таких, что расчетные временные ряды макропоказателей (переменных модели) близки к статистическим временным рядам соответствующих макропоказателей экономики России.

Используемые статистические данные представлены в таблице 1. Труд измеряется средним числом занятых в народном хозяйстве, в млн. человек; составляющие ВВП приведены в постоянных ценах 2000 года, в млрд. руб., $q(2000) = 1$ [4].

Таблица 1.
Статистические данные наблюдаемых переменных

год t	2000	2001	2002	2003	2004	2005
$L^*(t)$	65.273	65.124	66.358	67.247	67.244	68.719
$Y^*(t)$	7305.6	7676.9	8039.3	8625.8	9268.8	9817.6
$I^*(t)$	1755.8	1859.1	1966.6	2054.3	2051.8	2116.7
$C^*(t)$	4677.3	5412.2	5861.9	6223.4	6609.5	6880.7
$J^*(t)$	1165.2	1265.2	1300.0	1462.2	1633.6	1807.2
$E^*(t)$	3218.9	2832.3	2834.3	3032.6	3186.2	3448.4
$q^*(t)$	1	1.0204	1.0075	0.9739	0.9335	0.8882

При расчетах по многошаговому динамическому варианту модели можно принять (см. [4]) в качестве первого, наиболее широкого приближения, диапазоны возможных значений параметров модели, представленные в таблице 2.

Таблица 2.
Диапазоны изменения идентифицируемых параметров

Параметр	Min	Max
L_0	64	66
Y_0	7300	7700
K_0	1000	30000
α	0.1	0.9
β	-1	3
γ	0.01	0.02
μ	-0.3	0.3
δ	0.3	0.4
ρ	0.2	0.4
σ	0.13	0.16
ν	0.7	0.8
η	0.6	0.7

7. Критерии качества идентификации

Параметры модели мы будем определять косвенным образом, сравнивая выходные временные ряды переменных модели с доступными статистическими временными рядами 2001 – 2005 гг. В работе

[8] использовались две функции, измеряющие близость рассчитанных в модели и статистических временных рядов: индекс Тейла и максимальная относительная ошибка невязки. Принципиальной разницы в результатах обнаружено не было. Как показали дополнительные расчеты, и в настоящем исследовании наблюдается аналогичная картина. Поэтому в нашем изложении мы ограничимся только критерием максимальной относительной ошибки невязки.

Функция ошибок идентификации, основанная на максимальной относительной ошибке невязки, может быть определена следующим образом. Пусть индекс $Q(X, Y)$ измеряет максимальный относительный модуль разности компонентов временных рядов $X=\{X_i\}$ и $Y=\{Y_i\}$. Чем ближе он к нулю, тем ближе сравниваемые ряды:

$$Q(X, Y) = \frac{\max\{|X_i - Y_i|\}}{\max\{|Y_i|\}}.$$

При подстановке в качестве X_i ряда расчетной переменной модели, а в качестве Y_i – ее ряда, взятого из статистических данных, величина $|X_i - Y_i|$ будет представлять собой модуль невязки наблюдаемой переменной в i -й год. Величина $Q(X, Y)$ дает, таким образом, свертку модулей невязок наблюдаемой переменной модели по годам, в виде максимальной за годы наблюдения величины, нормированную на максимальную величину из наблюдаемого ряда.

Чтобы получить показатель близости *всех* расчетных рядов наблюдаемых переменных модели к их статистическим рядам, используем максимум индексов Q из всех рядов наблюдаемых величин. Рассмотрим статистические ряды наблюдаемых величин $L^*(t)$, $Y^*(t)$, $I^*(t)$, $C^*(t)$, $J^*(t)$, $E^*(t)$, $q^*(t)$, данные в таблице 1. Пусть задано некоторое допустимое сочетание (например, из диапазонов таблицы 2) значений параметров модели Y_0 , K_0 , L_0 , α , β , γ , μ , δ , ρ , σ , ν , η , и получены ряды рассчитанных по модели (1), (2), (3), (8), (9) наблюдаемых переменных $L_\lambda(t)$, $Y_\lambda(t)$, $I_\lambda(t)$, $C_\lambda(t)$, $J_\lambda(t)$, $E_\lambda(t)$, $q_\lambda(t)$. Тогда *функция ошибок идентификации* модели, основанная на *максимальной относительной ошибке невязки*, может быть определена как

$$\begin{aligned} \psi_{\max}(\lambda) = \max \{t = 2000, \dots, 2005: \\ Q(L_{\lambda}(t), L^*(t)), Q(Y_{\lambda}(t), Y^*(t)), Q(I_{\lambda}(t), I^*(t)), \\ Q(C_{\lambda}(t), C^*(t)), Q(J_{\lambda}(t), J^*(t)), Q(E_{\lambda}(t), E^*(t)), \\ Q(q_{\lambda}(t), q^*(t))\}. \end{aligned} \quad (10)$$

8. Исследование устойчивости решения задачи идентификации

Рассмотрим некоторую точку λ_1 из диапазона допустимых изменений параметров (см. табл. 2):

$$L_0 = 65, Y_0 = 7400, K_0 = 10000, a = 0.5, b = 1,$$

$$\gamma = 0.015, \mu = 0.1, \delta = 0.35, \rho = 0.3, \sigma = 0.14, \nu = 0.75, \eta = 0.65.$$

и будем сначала варьировать один из идентифицируемых параметров – величину начального капитала K_0 в пределах, указанных в таблице. Зависимость функции ошибок идентификации $\psi_{\max}$ от параметра K_0 при всех остальных параметрах, фиксированных на уровне точки λ_1 , изображена на рис. 9.

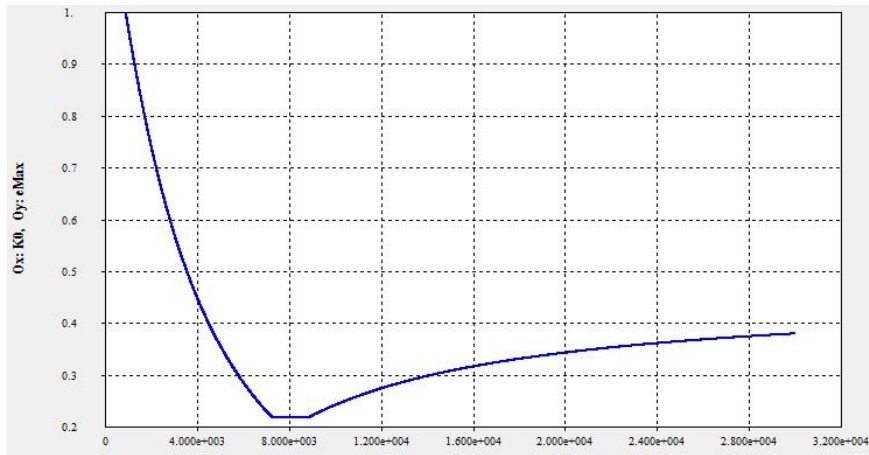


Рис. 9

Из рисунка видно, что функция ошибок идентификации имеет слабо вырожденный минимум $\psi_{\max} \approx 0.2$ (отклонение от рядов дан-

ных, не превышающее 20%) в районе значений параметра K_0 от 7000 до 9000.

Заметим сразу, что в дальнейшем исследовании минимум функции ошибок всегда будет больше нуля. *Неустраняемая ошибка* является следствием, главным образом, особенностью агрегированных статистических данных по трудовым ресурсам $L^*(t)$ за 2003 и 2004 гг. (см. таблицу 1).

Будем варьировать теперь два параметра, связанные между собой: начальный капитал K_0 и темп его выбытия μ . Зависимость функции ошибок идентификации модели $\psi_{\max}$ от параметров K_0 и μ при всех остальных параметрах, фиксированных на уровне точки λ_1 , изображена на рис. 10. На этом рисунке величина на K_0 представлена на оси абсцисс, величина функции ошибок $\psi_{\max}$ – на оси ординат. Цветом изображены значения функции ошибок при значениях μ принимающих фиксированные уровни из диапазона, указанного с краю рисунка.

Из рисунка видно, что вид зависимости функции ошибок от капитала K_0 при значениях параметра μ от 0 до 0.3 сильно отличается от вида этой функции при значениях параметра μ от -0.3 до 0. В первом случае он аналогичен виду функции на рис. 8, т.е. имеет минимум при некотором значении параметра K_0 . Этот минимум становится все более вырожденным при приближении параметра μ к 0. И при отрицательных значениях темпа выбытия капитала зависимость ошибки идентификации от начального капитала становится монотонной.

Будем варьировать теперь темп его выбытия μ не дискретно, а непрерывно. Зависимость функции ошибок идентификации модели $\psi_{\max}$ от параметров K_0 и μ при всех остальных параметрах, фиксированных на уровне точки λ_1 , изображена на рисунках 11 и 12. На этом рисунке величина на K_0 представлена на оси абсцисс, величина функции ошибок $\psi_{\max}$ – на оси ординат. Цветом изображены значения функции ошибок при значениях μ принимающих все значения из диапазонов, указанного с краю рисунка.

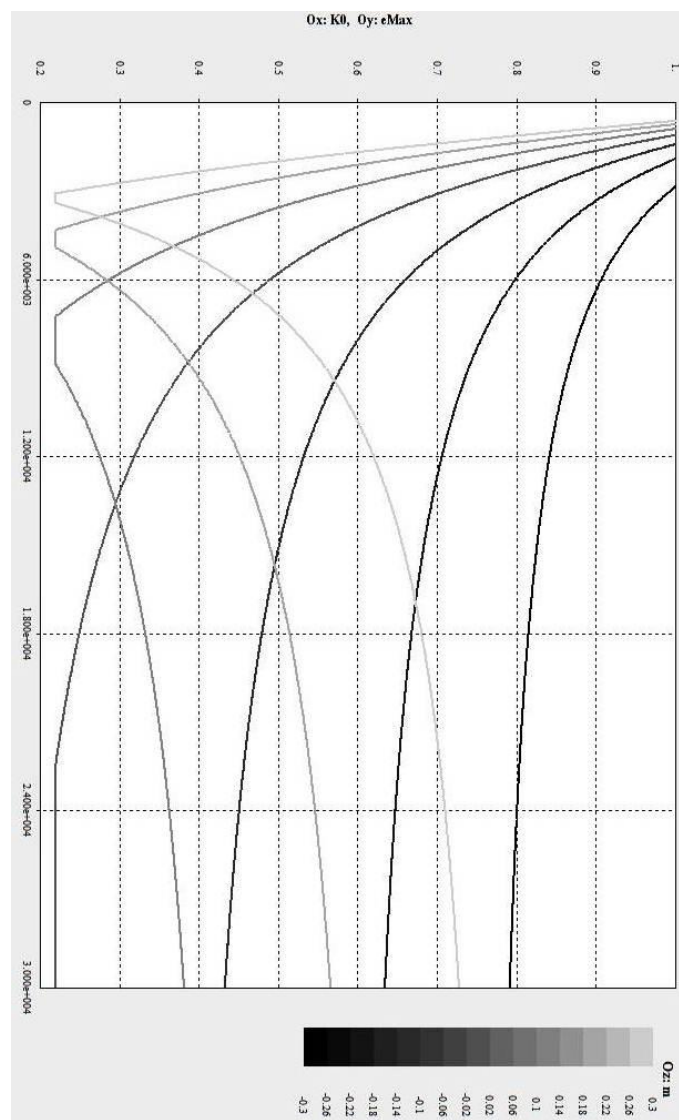


Рис. 10

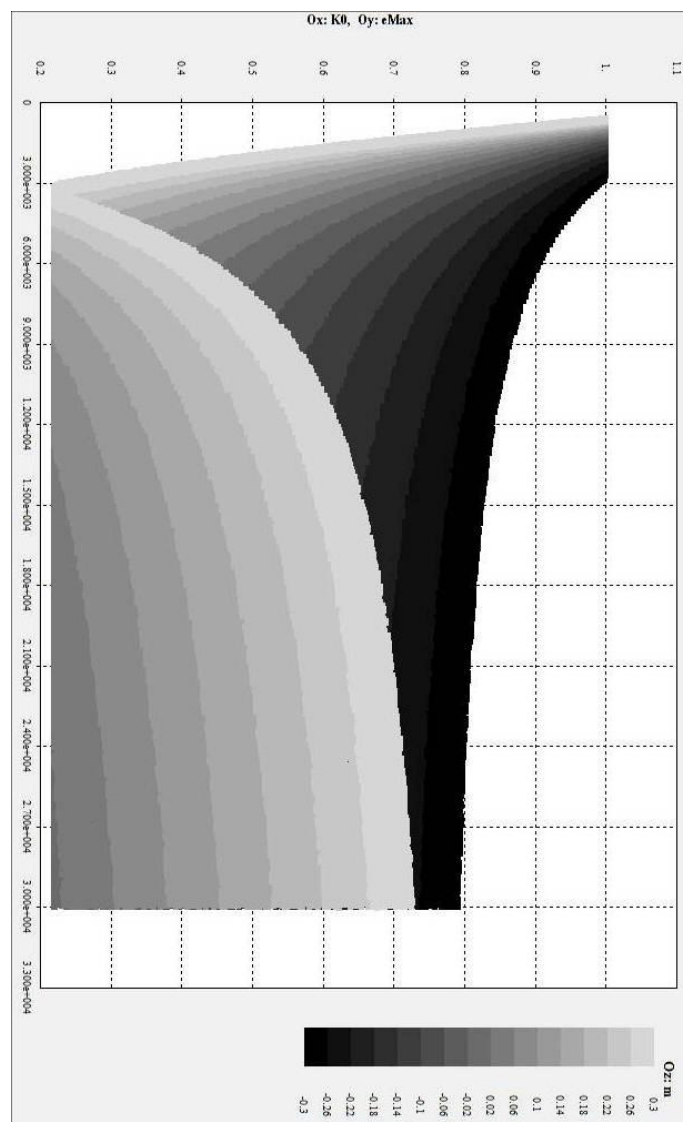


Рис. 11

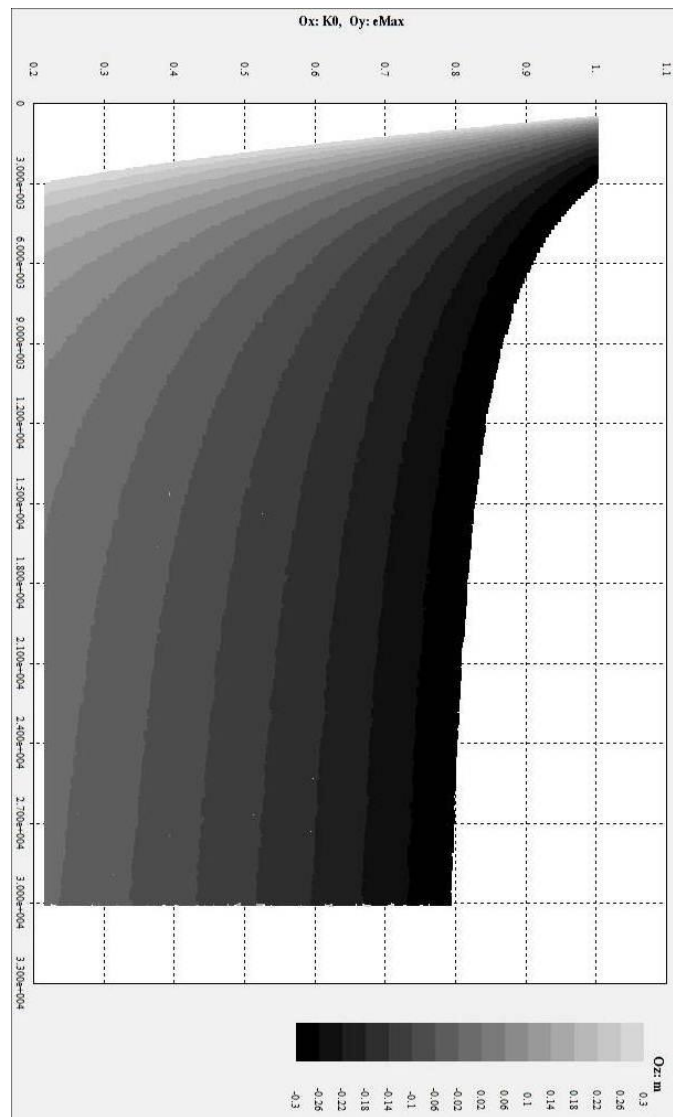


Рис. 12

Таким образом, множество одного цвета по типу приблизительно соответствует отдельному графику, изображенному на рисунках 9 и 10. На рис. 11 слои, соответствующие большим значениям μ , наложены на слои с меньшими значениями (вид множества «сверху»). На рис. 12 слои, соответствующие меньшим значениям μ наложены на слои с большими значениями (вид множества «снизу»).

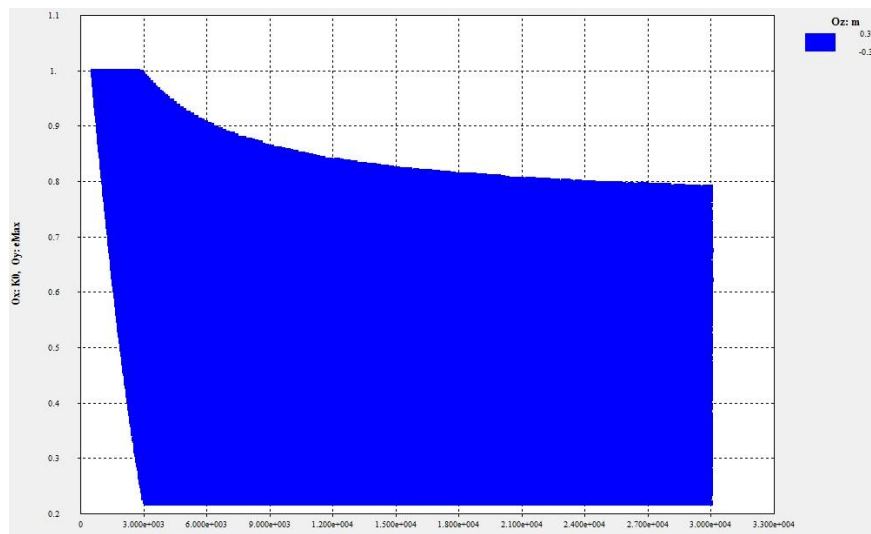


Рис. 13

Из рис. 11 видно, что при $\mu > 0$ график функции ошибок имеет вырожденный минимум, который, однако, расширяется и смещается вправо с ростом величины μ . Для $\mu \approx 0$ его минимум занимает почти весь диапазон возможных изменений начального капитала K_0 . Из рис. 12 видно, что при $\mu < 0$ график функции ошибок имеет совершенно иной характер: он монотонно убывает с ростом K_0 , при этом минимум графика функции ошибок занимает почти весь диапазон возможных изменений начального капитала K_0 .

Зависимость функции ошибок идентификации модели ψ_{max} от параметров K_0 и μ при всех остальных параметрах, фиксированных на уровне точки λ_1 , изображена на рис. 13 в более упрощенном виде. На этом рисунке величина K_0 представлена на оси абсцисс, вели-

чина функции ошибок ψ_{max} – на оси ординат. Слои соответствующие значениям μ на этом рисунке специально не выделены (ср. с рис. 11 и 12).

Из рисунка видно, что слабо вырожденный минимум (при варьировании только одного параметра K_0 , рис. 9), становится сильно вырожденным (при варьировании одновременно двух параметров K_0 и μ). Традиционно нахождение минимума функции ошибок приводит к точечной идентификации параметров. В рассматриваемом случае, при варьировании уже двух параметров модели, связанных с динамикой капитала, одновременная точечная идентификация этих двух параметров не может быть обоснована.

На рис. 14 изображена карта функции ошибок в координатах параметров K_0 и μ . Параметр K_0 меняется по оси абсцисс, а параметр μ – по оси ординат. Цвет соответствует слоям функции ошибок ψ_{max} из диапазона, указанного с краю рисунка. На рисунке слои, соответствующие меньшим значениям ψ_{max} наложены на слои с большими значениями (вид множества «снизу»).

Из формы квазиоптимальных множеств на рисунке видно, что каждому допустимому значению параметра начального капитала K_0 соответствует небольшой интервал допустимых значений параметра темпа выбытия капитала μ , которые приводят к почти оптимальному значению функции ошибок (слой с наименьшим значением функции ошибок).

Указанные свойства взаимного «замещения» параметров динамики капитала K_0 и μ сохраняются если варьировать не только два, но все десять параметров. На рис. 15 представлен аналог рисунка 11 для случая, когда все параметры одновременно варьируются в диапазонах, определяемых таблицей 2.

На рисунке представлена зависимость функции ошибок идентификации модели ψ_{max} от параметров K_0 и μ при всех остальных параметрах, варьирующихся в диапазонах, определяемых таблицей 2. На этом рисунке величина K_0 представлена на оси абсцисс, величина функции ошибок ψ_{max} – на оси ординат. Цветом изображены значения функции ошибок при значениях μ принимающих все значения из диапазонов, указанного с краю рисунка.

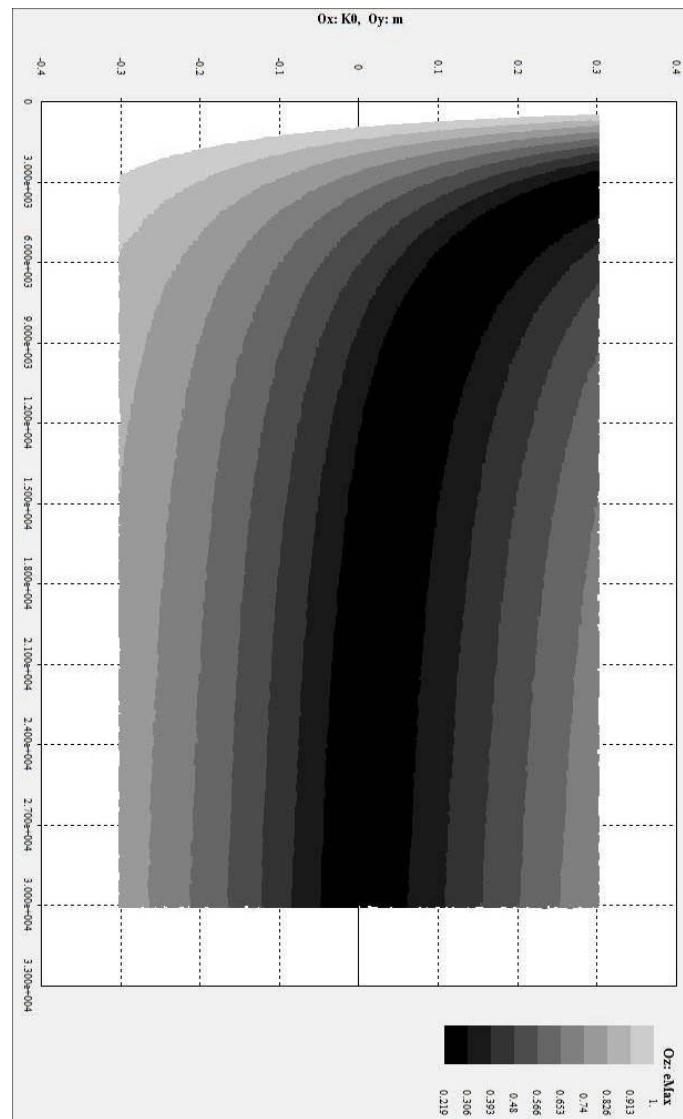


Рис. 14

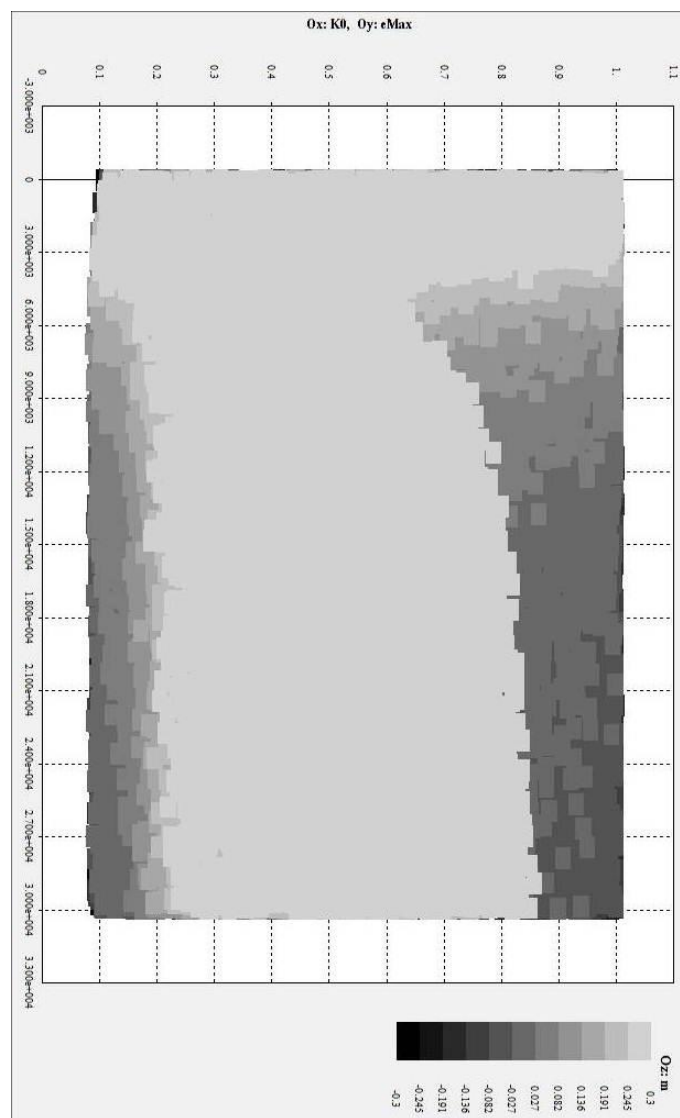


Рис. 15

Таким образом, множество одного цвета по типу приблизительно соответствует отдельному графику, изображенному на рисунках 9 и 10, а также слою одного цвета на рис. 11. На рис. 15 слои, соответствующие большим значениям μ , наложены на слои с меньшими значениями (вид множества «сверху»).

Из рисунка, прежде всего, видно, что минимальная величина ошибки идентификации уменьшилась приблизительно до 9% (на рисунках 9-14 эта величина была около 20%). Это является следствием одновременного варьирования всех параметров в диапазонах, указанных в таблице 2, в то время как для рис 9-14 величины большего числа параметров зафиксированы на уровне, определяемом точкой λ_1 .

Далее, из рисунка видно, что общий характер зависимости функции ошибок от параметра начального капитала остался прежним: имеет место минимум, достижимый в рассматриваемом диапазоне варьирования начального капитала. Этот минимум быстро расширяется и смещается вправо с ростом величины μ . Однако, по сравнению с рис. 11, этот минимум стал еще более размытым. Это является следствием того, что добавились варианты сочетаний параметров, позволяющие при том же значении параметра μ добиться некоторого уменьшения величины функции ошибок.

Наконец, из рассматриваемого рисунка видно, что при отрицательных значениях темпа выбытия капитала («нижние» слои на рисунке) достижимы величины функции ошибок, близкие к минимально возможной. При этом такие варианты существуют при значениях начального капитала практически во всем диапазоне варьирования.

Таким образом, из рассматриваемого рисунка видно, что неустойчивость квазиоптимальных множеств в окрестности оптимума при варьировании всех параметров стала еще более выраженной. Чтобы более четко рассмотреть зависимость между параметрами динамики капитала в окрестности решений задачи идентификации, рассмотрим квазиоптимальные множества в окрестности минимума функции ошибок.

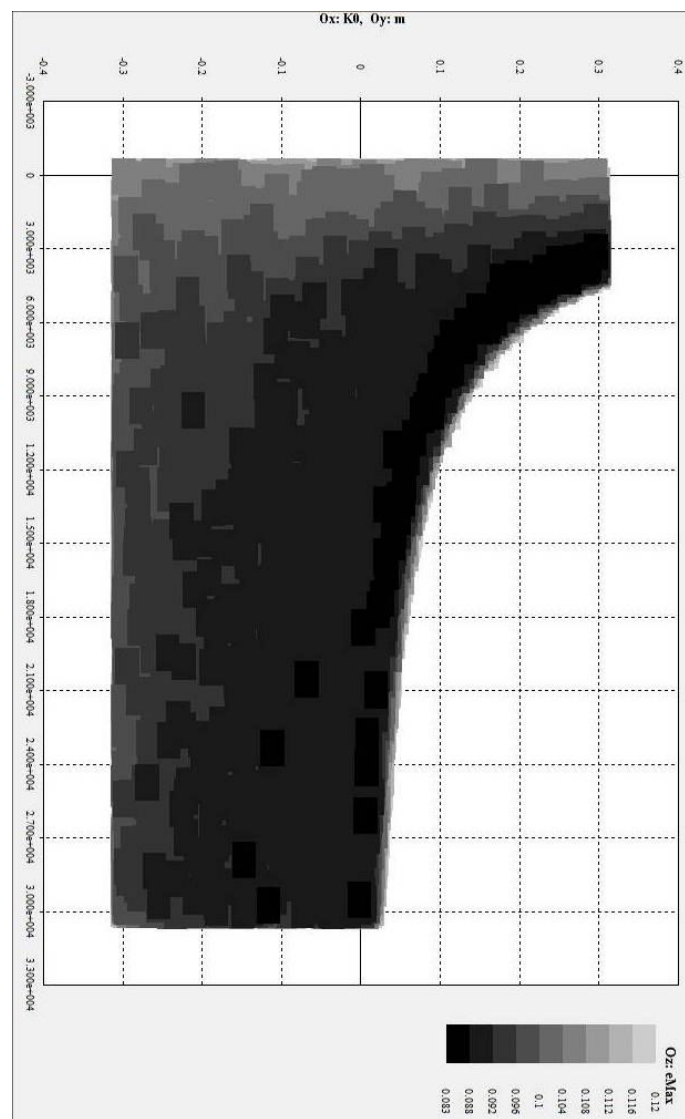


Рис. 16

Исследуем квазиоптимальные множества при уровне ошибки, не превышающей 12% ($\psi_{\max} < 0.12$). На рис. 16 изображены проекции в пространство параметров K_0 и μ квазиоптимальных множеств с уровнем ошибки, не большим 12%. Цвет соответствует слоям функции ошибки $\psi_{\max}$ из диапазона, указанного с краю рисунка. На рисунке слои, соответствующие меньшим значениям $\psi_{\max}$ наложены на слои с большими значениями (вид множества «снизу»).

Глобальный минимум функции ошибок для диапазонов, указанных в таблице 2, полученный при аппроксимации множества идентификации, изображенного на рисунке, составил $\psi_{\max}^* = 0.083$. Самый темный слой на рисунке представляет собой множество сочетаний параметров K_0 и μ , для которых существуют сочетания оставшихся параметров, приводящих к значениям функции ошибок вблизи оптимума ($\psi_{\max}^* = 0.083 \leq \psi_{\max} \leq 0.088$). Множество квазиоптимальных сочетаний параметров K_0 и μ , быстро расширяется (см. слой с $0.088 \leq \psi_{\max} \leq 0.092$) и, таким образом, является неустойчивым.

Из рисунка также видно, что значительная часть множества допустимых вблизи оптимума сочетаний значений параметров соответствует отрицательному темпу выбытия капитала μ .

Таким образом, *при варьировании всех идентифицируемых параметров модели одновременная точечная идентификация двух параметров, связанных с динамикой капитала, не может быть обоснована. Кроме того, квазиоптимальное множество этих параметров является неустойчивым.*

Тем не менее, *в модели существуют сочетания значений параметров, приводящие к ошибке идентификации, сравнимой по точности с точностью статистических рядов данных.* Какой прогноз развития экономики может быть получен в этих условиях по данной модели?

9. Исследование устойчивости решения задачи прогнозирования

Рассмотрим сначала задачу прогнозирования поведения основных показателей развития при сохранении существующих тенденций в экономике. В следующем параграфе будет рассмотрена задача

прогнозирования в кризисной ситуации.

Рассмотрим вначале значения ВВП $Y(t)$ и потребления населения, правительства и общественных организаций $C(t)$ в постоянных ценах для второго прогнозного года ($t=2007$). Нас, прежде всего, будет интересовать «размытие» в окрестности минимума функции ошибок идентификации.

На рис. 17 изображены множества достижимых в модели сочетаний значений ВВП $Y(t)$ и конечного потребления $C(t)$ в 2007 г., при различных сочетаниях параметров идентификации, приводящих к ошибке идентификации, не превосходящей заданного уровня. Квазиоптимальные множества изображены для значений функции ошибок, не превышающих 12%. Цвет соответствует слоям функции ошибки ψ_{max} из диапазона, указанного с краю рисунка. На рисунке слои, соответствующие меньшим значениям ψ_{max} наложены на слои с большими значениями (вид множества «снизу»).

Самый темный слой на рисунке представляет собой множество достижимых сочетаний прогнозных ВВП и потребления, соответствующих сочетаниям оставшихся параметров, приводящим к значениям функции ошибок вблизи оптимума ($\psi_{max}^* = 0.083 \leq \psi_{max} \leq 0.088$).

Следующий слой соответствует $\psi_{max} \leq 0.092$, что превышает минимальное значение ψ_{max}^* всего лишь на 0.9%. При этом вариация прогнозных значений в этом слое (т.е. при уровне функции ошибок в 9.2%) составляет уже приблизительно 20% ($Y(2007)$ от 9400 до 11400, $C(2007)$ от 6700 до 6800).

Множество допустимых сочетаний прогнозных показателей с ростом уровня функции ошибок быстро расширяется и, таким образом, является неустойчивым. При этом вариация прогнозных значений при уровне функции ошибок в 12% достигает приблизительно 40-50% ($Y(2007)$ от 8900 до 12800, $C(2007)$ до 6200 до 9150).

Рассмотрим теперь влияние знака темпа выбытия капитала μ на размытие прогнозных показателей.

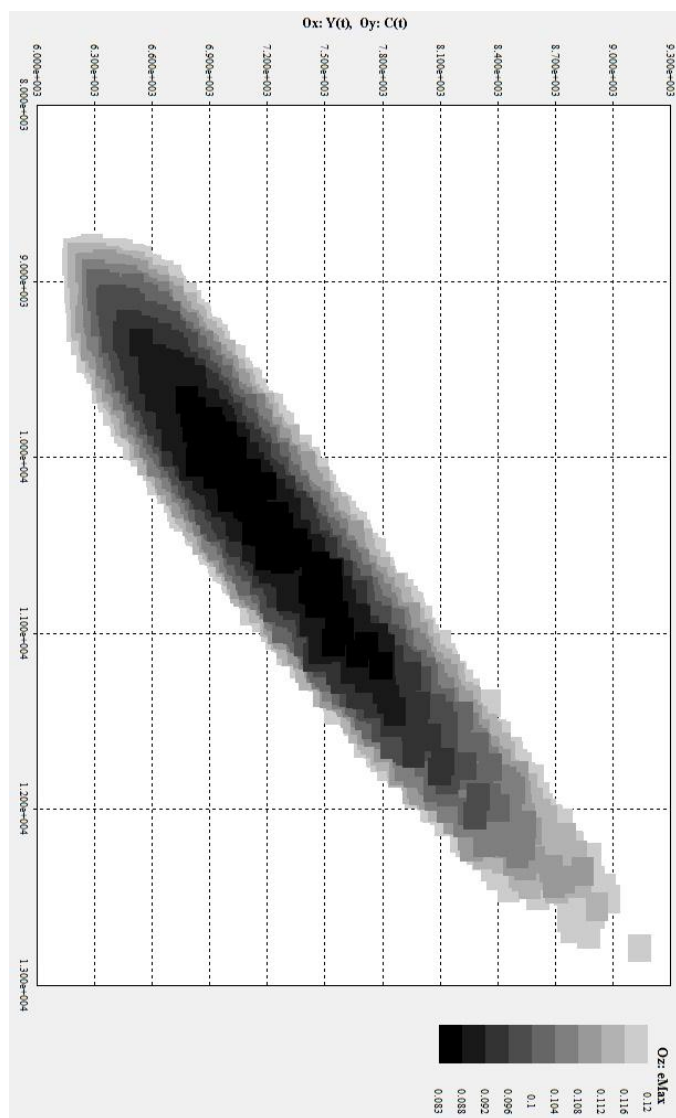


Рис. 17

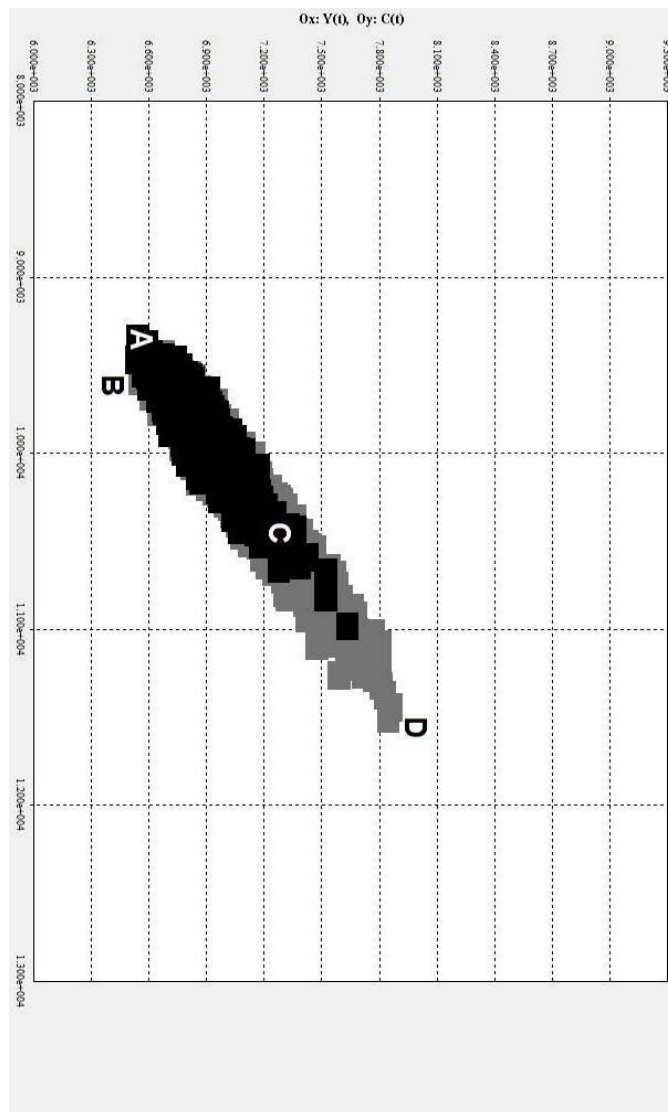


Рис. 18

На рис. 18 изображены множества достижимых в модели сочетаний значений ВВП $Y(t)$ и конечного потребления $C(t)$ в 2007 г., при различных сочетаниях параметров идентификации, приводящих к ошибке идентификации, не превосходящей заданного уровня 9.2% (соответствует первым двум слоям на рис. 17). Более темное множество на переднем плане рисунка соответствует вариантам параметров с отрицательным темпом выбытия капитала ($\mu < 0$). Более светлое множество на заднем плане рисунка соответствует вариантам параметров с положительным темпом выбытия капитала ($\mu > 0$).

Таблица 3
Варианты идентификации параметров

Точка	A	B	C	D
ψ_{max}	0.09159	0.089677	0.083474	0.091227
Y(2007)	10989	9463	10482	11450
C(2007)	7633	6612	7260	7862
L_0	64.48	65.93	64.88	65.47
Y_0	7593	7538	7529	7570
K_0	23020	9149	4396	4289
α	0.88553	0.522961	0.212315	0.131948
β	-0.954285	2.505705	1.359711	-0.251055
γ	0.010842	0.010951	0.019165	0.018806
μ	-0.202368	0.053062	0.227956	0.217174
δ	0.383293	0.3869	0.39132	0.389172
ρ	0.225675	0.242243	0.236446	0.221128
σ	0.147719	0.156533	0.152528	0.145328
ν	0.76346	0.784137	0.769832	0.711406
η	0.675399	0.695154	0.665791	0.603651

Если рассмотреть множество достижимых в модели сочетаний значений ВВП и конечного потребления в 2007 г., при различных сочетаниях параметров идентификации, приводящих к ошибке идентификации, не превосходящей уровня 12% (соответствует всему множеству на рис. 17), то его форма размытия при дополнительном условии положительности или отрицательности темпа выбытия капитала практически не изменяется.

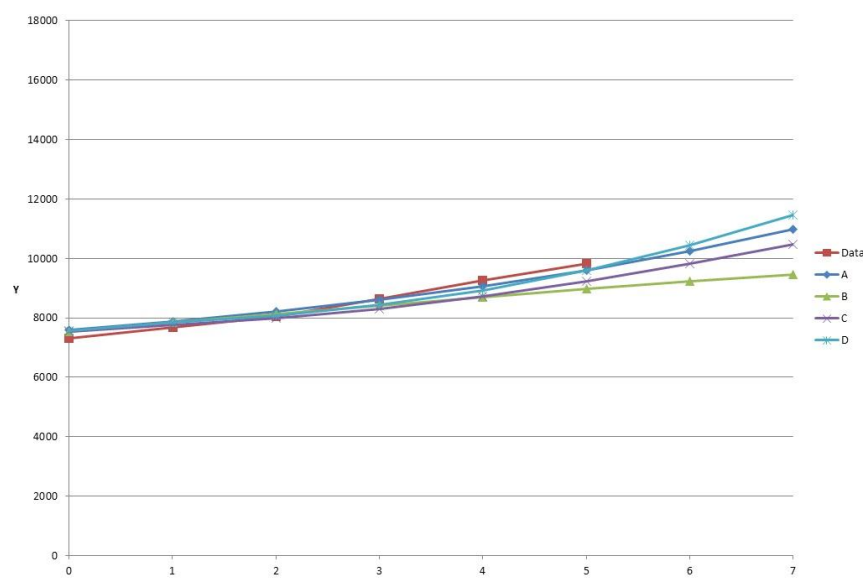


Рис. 19

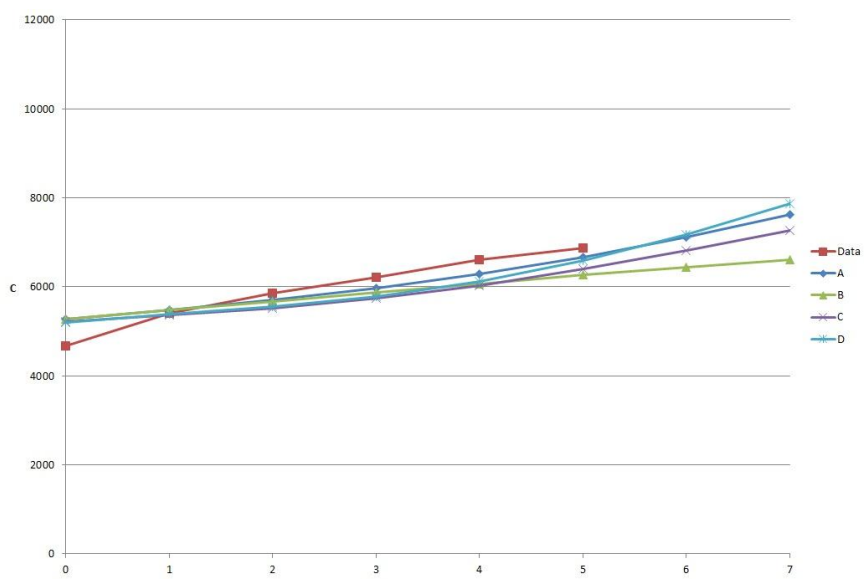


Рис. 20

Таким образом, требование положительности или отрицательности темпа выбытия капитала при рассматриваемом прогнозном сценарии сказывается только при уровне функции ошибок очень близком к минимально возможному.

Выберем на рис. 18 точку **С**, соответствующую минимуму функции ошибки, и два противоположных по положению сочетания прогнозных показателей ВВП $Y(2007)$ и потребления $C(2007)$, достижимых при значении функции ошибок, не превышающем 9.2%:

- точку **Д**, соответствующую максимальным возможным при такой точности значениям показателей;
- точку **А**, соответствующую минимальным возможным при такой точности значениям показателей при отрицательном темпе выбытия капитала ($\mu < 0$);
- точку **В**, соответствующую минимальным возможным при такой точности значениям показателей при положительном темпе выбытия капитала ($\mu > 0$).

Значения параметров (варианты идентификации), приводящих к этим точкам, приведены в таблице 3.

Динамика основных показателей, соответствующих вариантам идентификации, приведенным в таблице, 3 представлена на рис. 19-21. Рядом с маркировкой «Data» рисунках 19-20 представлена динамика статистических рядов данных из табл. 1.

На рис. 19 представлена динамика ВВП $Y(t)$ при $t = 2000, \dots, 2007$. Из рисунка видна близость смоделированных рядов рядом данных. Для двух прогнозных годов ряды, полученные в модели при различных вариантах идентификации, начинают постепенно расходиться.

На рис. 20 представлена динамика потребления $C(t)$ при $t = 2000, \dots, 2007$. Поведение графиков здесь аналогично рис. 19.

На рис. 21 представлена динамика капитала $K(t)$ при $t = 2000, \dots, 2007$. Это внутренняя переменная модели и для нее не существует сколько-нибудь надежно конструируемых статистических оценок. Прежде всего, из табл. 3 видно, что выбранные варианты прежде всего различаются по начальному капиталу $K(2000)$: варианты **С** и **Д** практически совпадают между собой, вдвое меньше варианта **В** и в пять раз меньше варианта **А**. Динамика капитала для вариантов **В**, **С**, **Д** сходна и существенно отличается от динамики капитала вари-

анта **А**. При этом ошибка идентификации рядов наблюдаемых показателей во всех случаях варьируется от 8.3% до 9.2%.

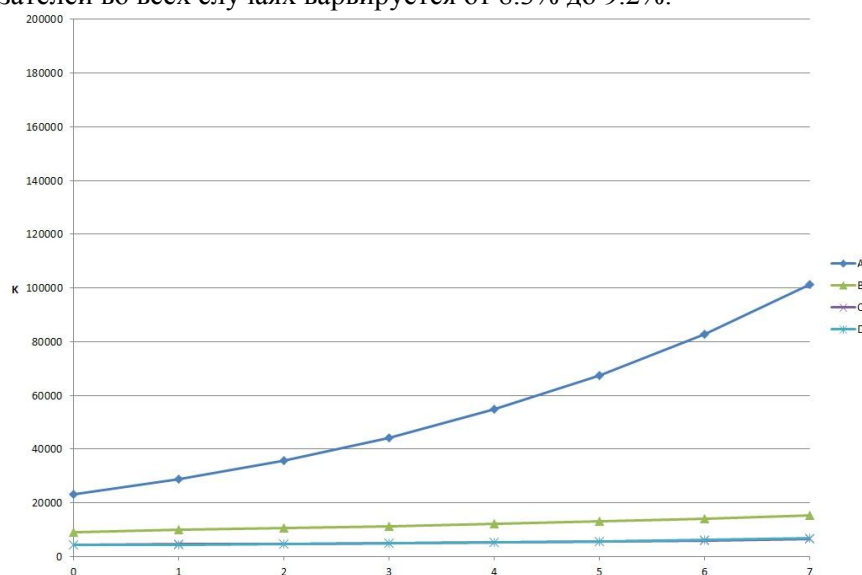


Рис. 21

Таким образом, в квазиоптимальном множестве параметров, соответствующем уровню ошибок близкому к минимальному, присутствуют варианты идентификации, принципиально отличающиеся с точки зрения динамики капитала. При этом различие в сочетании значений остальных параметров приводит к тому, что с точки зрения точности идентификации все эти варианты идентификации практически равноценны. Значения ВВП и конечного потребления во втором прогнозном году также достаточно близки. Однако ситуация меняется, если рассмотреть прогноз для сценария структурного кризиса в экономике.

9. Исследование устойчивости решения задачи прогнозирования в условиях структурного кризиса

Сравним поведение основных показателей развития при сохранении существующих тенденций в экономике с их поведением в кризисной ситуации.

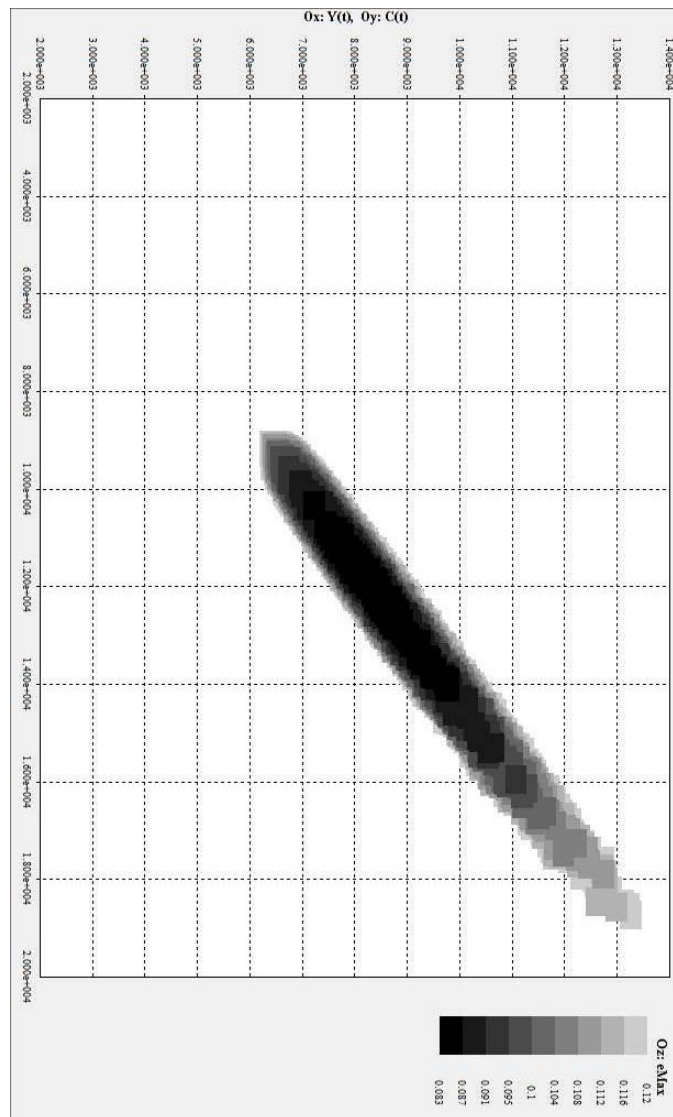


Рис. 22

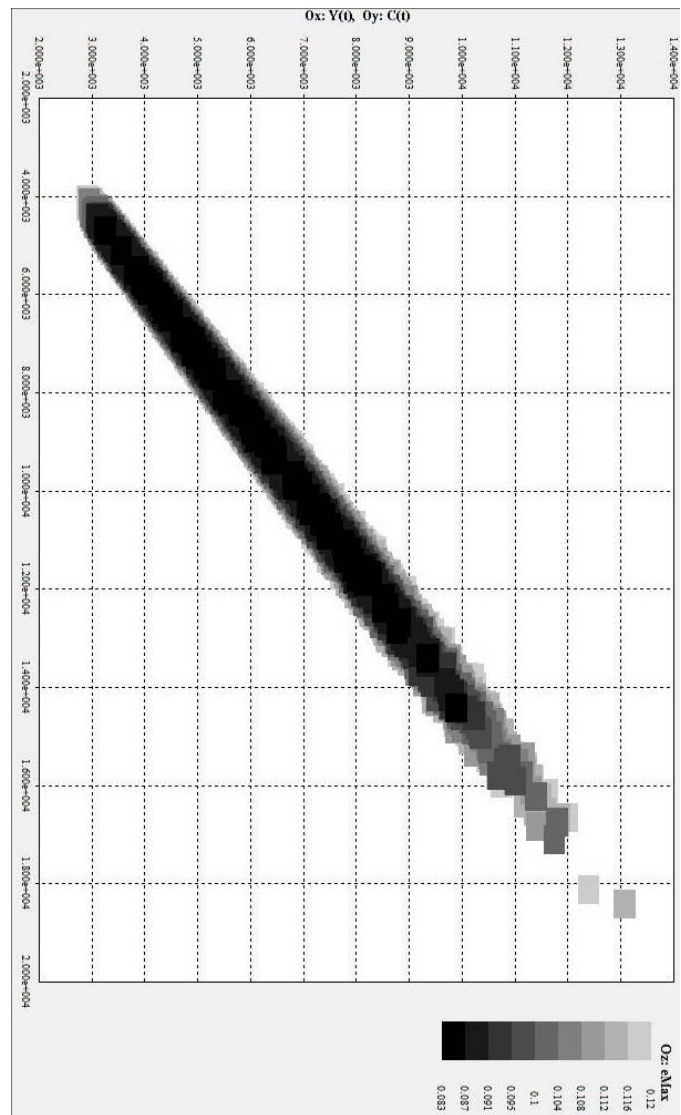


Рис. 23

Рассмотрим эффект только от одного аспекта возможного **структурного кризиса** в экономике России – от *исчерпания источника, из которого в производство могли вовлекаться бесплатные производственные фонды*. Будем считать, что в «кризисном» сценарии развития с 2008 г. на несколько лет фиксируется на некотором положительном уровне темп выбытия капитала, скажем $\mu = 0.1$.

Нас будет интересовать сравнение совокупности достижимых в модели сочетаний значений ВВП $Y(t)$ и конечного потребления $C(t)$ в 2010 г. для «стандартного» и «кризисного» сценариев.

На рис. 22 изображены множества достижимых в модели при «стандартном» сценарии сочетаний значений ВВП $Y(t)$ и конечного потребления $C(t)$ в 2010 г., при различных сочетаниях параметров идентификации, приводящих к ошибке идентификации, не превосходящей заданного уровня. Квазиоптимальные множества изображены для значений функции ошибок, не превышающих 12%. Цвет соответствует слоям функции ошибки ψ_{max} из диапазона, указанного с краю рисунка. На рисунке слои, соответствующие меньшим значениям ψ_{max} наложены на слои с большими значениями (вид множества «снизу»). Из рисунка видно, что размытие множества достижимых в 2010 показателей для различных квазиоптимальных параметрах сохранилось и усугубилось по сравнению с прогнозом на 2007 г. (см. рис. 17). Так при уровне функции ошибок в 9.2% вариация прогнозных значений составляет приблизительно 40% ($Y(2010)$ от 10100 до 15010, $C(2010)$ от 7050 до 10350). При уровне функции ошибок в 12% вариация прогнозных значений достигает приблизительно 55% ($Y(2010)$ от 9100 до 18600, $C(2010)$ от 6400 до 13000).

На рис. 23 изображены множества достижимых в модели при «кризисном» сценарии сочетаний значений ВВП $Y(t)$ и конечного потребления $C(t)$ в 2010 г., при различных сочетаниях параметров идентификации, приводящих к ошибке идентификации, не превосходящей заданного уровня. Множество изображено в тех же диапазонах изменения абсциссы и ординаты, что и на рис. 22. Квазиоптимальные множества изображены для значений функции ошибок, не превышающих 12%. Цвет соответствует слоям функции ошибки ψ_{max} из диапазона, указанного с краю рисунка.

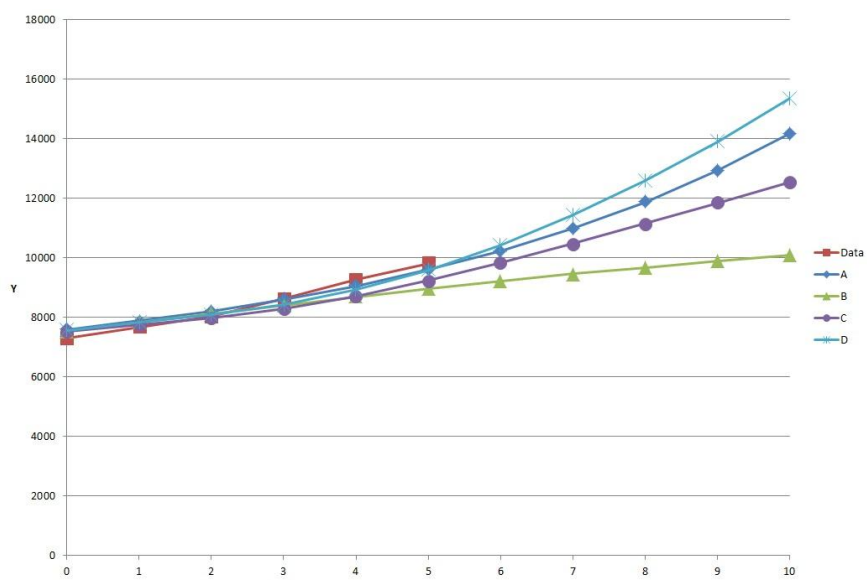


Рис. 24

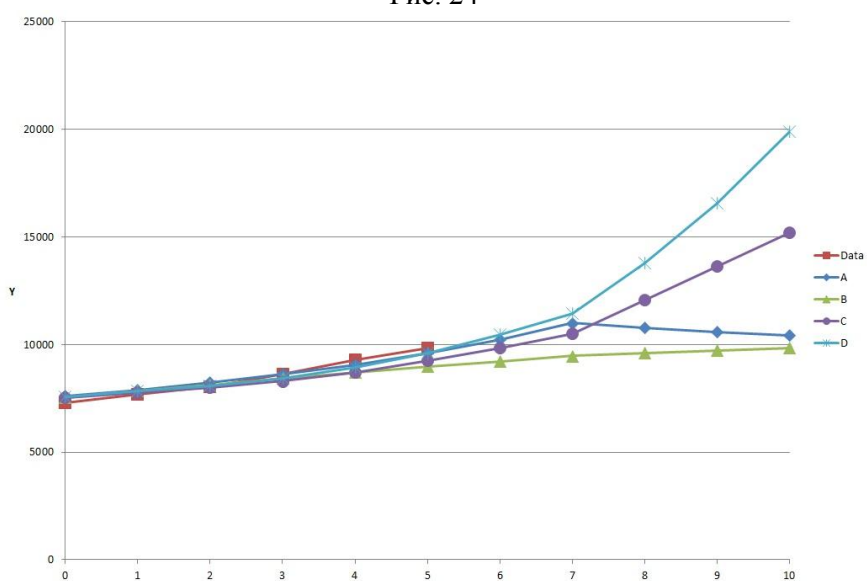


Рис. 25

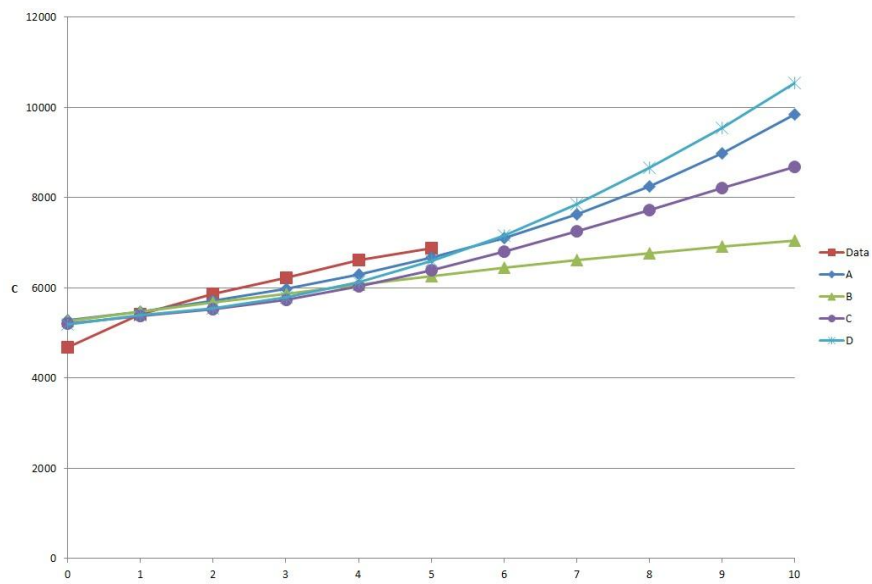


Рис. 26

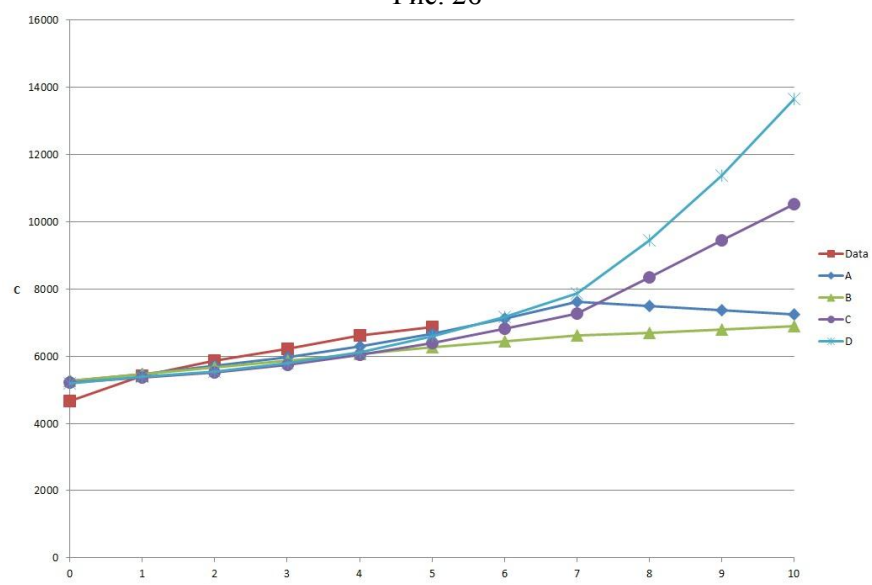


Рис. 27

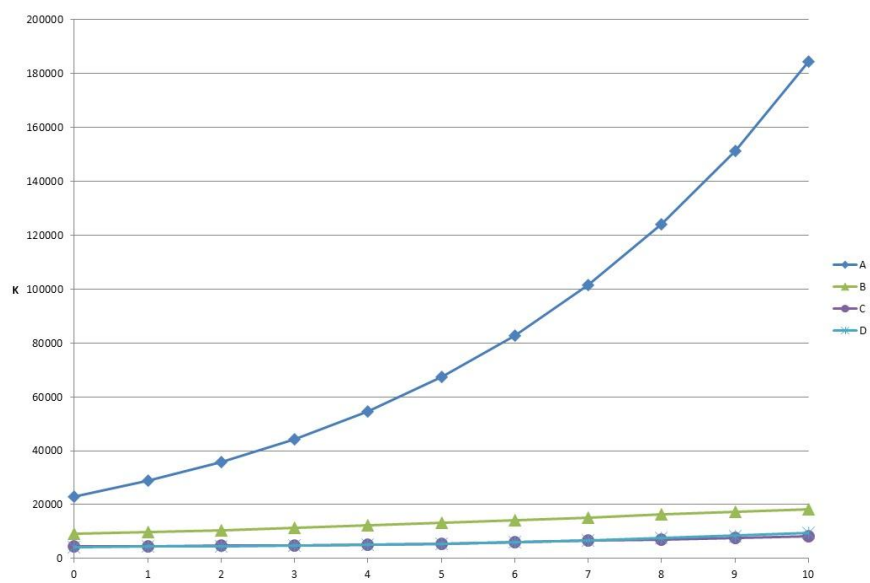


Рис. 28

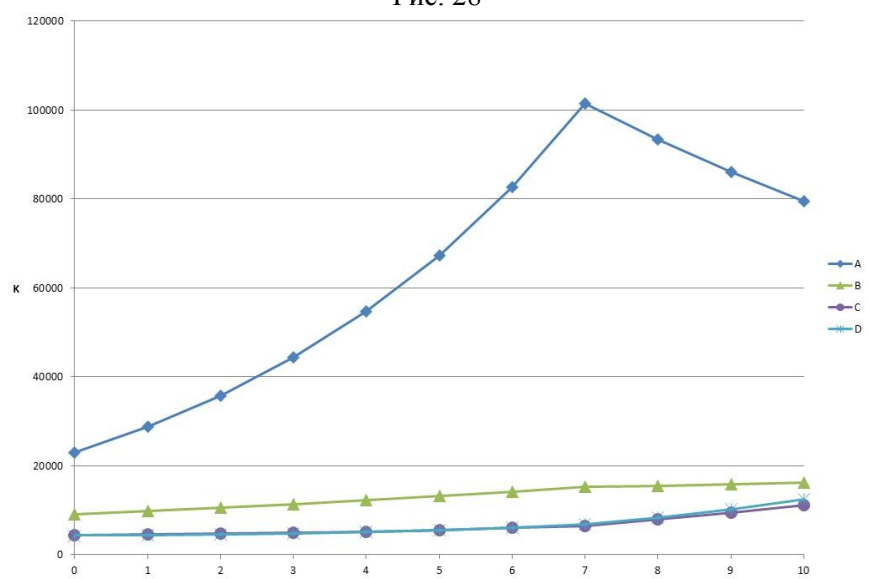


Рис. 29

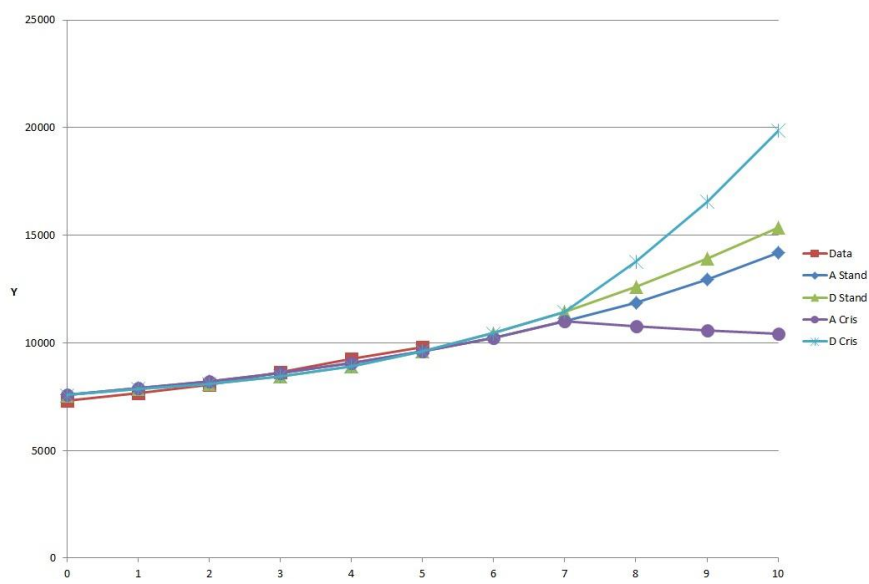


Рис. 30

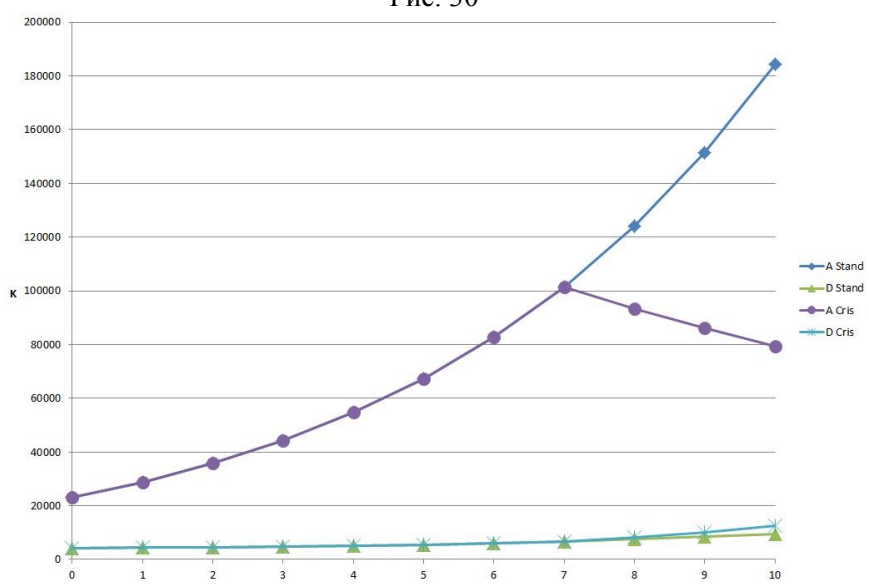


Рис. 31

На рисунке 23 слои, соответствующие меньшим значениям ψ_{max} наложены на слои с большими значениями (вид множества «снизу»). Из рисунка видно, что при «кризисном» сценарии размытие множества достижимых в 2010 показателей в относительных величинах примерно такое же, как и при «стандартном» сценарии для 2010 г. (см. рис. 22), а в абсолютных величинах значительно больше. При уровне функции ошибок в 9.2% вариация прогнозных значений составляет приблизительно 100% ($Y(2010)$ от 4600 до 14150, $C(2010)$ от 3200 до 9820). При уровне функции ошибок в 12% вариация прогнозных значений достигает приблизительно 120% ($Y(2010)$ от 4200 до 18600, $C(2010)$ от 2900 до 13050).

Из рисунков 22 и 23 видно, что для экономических показателей ВВП и конечного потребления все квазиоптимальные прогнозы являются высоко коррелированными (на рисунках множества достижимых значений показателей вытянуты вдоль прямой линии).

Сравним для вариантов идентификации **A**, **B**, **C** и **D** динамику основных экономических переменных для «стандартного» и «кризисного» сценариев развития.

На рис. 24 представлена динамика ВВП $Y(t)$ в случае «стандартного», а на рис. 25 – «кризисного» сценариев. Представлены графики этого показателя, соответствующие вариантам идентификации из табл. 3, а также ряд исходных данных (график «Data»).

На рис. 26 представлена динамика потребления $C(t)$ в случае «стандартного», а на рис. 27 – «кризисного» сценариев. Представлены графики этого показателя, соответствующие вариантам идентификации из табл. 3, а также ряд исходных данных (график «Data»).

На рис. 28 представлена динамика капитала $K(t)$ в случае «стандартного», а на рис. 29 – «кризисного» сценариев. Представлены графики этого показателя, соответствующие вариантам идентификации из табл. 3.

Из рисунка видно, что, обеспечивая сравнительно высокую точность аппроксимации рядов данных с 2001 по 2005 гг., не хуже 9.2%, к 2010 г. выбранные варианты идентификации дают совершенно разный прогноз поведения экономики при двух «стандартном» и «кризисном» сценариях развития.

1. Для «стандартного» сценария все варианты идентификации демонстрируют устойчивый рост, правда различной степени: ва-

риант **Д** является самым «оптимистическим»; варианты **А** и **С** демонстрируют уверенный рост; вариант **В** оказывается самым «пессимистическим» – при нем наблюдается стагнация экономики.

2. Для «кризисного» сценария, при рассматриваемых вариантах идентификации наблюдается разнообразная прогнозная картина: вариант **Д** остается самым «оптимистическим», при этом поведение экономики можно характеризовать как бум, взрывной подъем; для варианта **А** уверенный рост в «стандартном» сценарии сменяется на глубокую рецессию; для варианта **С** рост ускоряется, вариант **В** практически не меняет своего свойства стагнации, однако при этом достижимый в нем уровень ВВП практически сравнивается с уровнем варианта **А** со свойством рецессии.

Для удобства сравнения на рис. 30 представлена динамика ВВП для вариантов идентификации **А** и **Д** в «стандартном» и «кризисном» сценариях, а на рис. 31 – динамика капитала.

Аналогичная картина наблюдается и при рассмотрении динамики конечного потребления.

Итак, обеспечивая сравнительно высокую точность аппроксимации рядов данных, квазиоптимальные варианты идентификации дают совершенно разный прогноз поведения экономики при различных структурных сценариях развития – от бурного роста до стагнации и рецессии.

10. Заключение

В статье был приведен пример подробного исследования открытой динамической модели российской экономики методом множеств идентификации. Исследовалась устойчивость решения задачи идентификации, квазиоптимальные множества параметров и устойчивость решения задачи прогнозирования развития, в том числе при кризисных изменениях в экономике. Кроме того исследовалась возможность оценки «эффективного» капитала, вовлеченного в процесс воспроизводства и имеющего объективную стоимость.

Было показано, что при варьировании всех идентифицируемых параметров модели одновременная точечная идентификация двух

параметров, связанных с динамикой капитала (начального капитала и темпа его выбытия), не может быть обоснована. Тем не менее, в модели существуют сочетания значений параметров, приводящие к ошибке идентификации, сравнимой по точности с точностью статистических рядов данных.

Было показано, что при «стандартном» сценарии развития экономики (при сохранении текущих тенденций) при сравнительно небольшом варьировании ошибки идентификации в районе минимума значения ВВП и конечного потребления во втором прогнозном (2007) году варьируются приблизительно на 20%. Это позволяет использовать рассматриваемую модель для грубой оценки краткосрочных тенденций.

Был также рассмотрен пример «кризисного» сценария в экономике России – исчерпания источника бесплатных производственных фондов. В этом случае для квазиоптимальных значений параметров наблюдается сильная неустойчивость: заметный разброс возможных прогнозных значений, который усугубляется с увеличением длительности прогноза. При этом для экономических показателей ВВП и конечного потребления все квазиоптимальные прогнозы являются высоко коррелированными.

Исследование показало, что, обеспечивая сравнительно высокую точность аппроксимации рядов данных, квазиоптимальные варианты идентификации дают совершенно разный прогноз поведения экономики при различных структурных сценариях развития – от бурного роста до стагнации и рецессии.

Таким образом, рассматриваемая экономическая модель современной российской экономики хорошо реагирует на структурные изменения кризисного характера, однако при ее использовании необходимо учитывать и негативные прогнозы, возникающие при некоторых квазиоптимальных вариантах идентификации.

Литература

1. *Каменев Г.К.* Визуальный метод идентификации параметров // Доклады Академии наук. 1998. Т. 359. № 3. С. 319-322.
2. *Каменев Г.К.* Об одном подходе к исследованию неопределенности, возникающей при идентификации моделей // Математическое моделирование. 2010. Т 22, N9. С.116-128.

3. *Каменев Г.К.* Метод исследования неопределенности, возникающей при идентификации параметров моделей. М.: Изд. ВЦ РАН, 2010. – 46 с.
4. *Оленев Н.Н., Печенкин Р., Чернецов А.М.* Параллельное программирование в MATLAB и его приложения. М.: ВЦ РАН, 2007. – 120 с.
5. *Berezkin V.E., Kamenev G.K., Lotov A.V.* Experimental Software of Nonlinear Feasible Goals Method // Тез. докл. 3-й Моск. междун. конф. по исследованию операций. М.: ВЦ РАН, 2001. С. 17-18.
6. Компьютер и поиск компромисса. Метод достижимых целей. / *Лотов А.В., Бушенков В.А., Каменев Г.К., Черных О.Л.* М.: Наука, 1997. – 239 с.
7. *Лотов А.В., Бушенков В.А., Каменев Г.К.* Метод достижимых целей. Математические основы и экологические приложения. The Edwin Mellen Press. 1999. – 400 с.
8. *Каменев Г.К., Оленёв Н.Н.* Исследование модели экономики методом множеств идентификации // Труды VI Всероссийской научной конференции «Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и биотехнологий» (Экомод-2011, Киров, 27 июня – 3 июля 2011 г.), Киров: изд. ВятГУ, 2011. С.184-207.
9. *Каменев Г.К.* Аппроксимация вполне ограниченных множеств методом Глубоких Ям // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2001. Т. 41. №11. С. 1751-1760.
10. *Каменев Г.К., Кондратьев Д.Л.* Об одном методе исследования незамкнутых нелинейных моделей // Математическое моделирование. 1992. №3. С. 105-118.

Оглавление

1. Устойчивость в задачах прогнозирования	3
2. Метод множеств идентификации	4
3. Диалоговые карты идентификации	6
4. Исследование функции ошибок.....	10
5. Аппроксимация множеств идентификации	12
6. Исследуемая модель.....	14
7. Критерии качества идентификации.....	17
8. Исследование устойчивости решения задачи идентификации...	19
9. Исследование устойчивости решения задачи прогнозирования	30
9. Исследование устойчивости решения задачи прогнозирования в условиях структурного кризиса	37
10. Заключение	46
Литература	47