Российская Академия Наук
Вычислительный центр

На правах рукописи

Воронцов Константин Вячеславович

Локальные базисы в алгебраическом подходе к проблеме распознавания

Специальность 01.01.09 — математическая кибернетика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 1999

Работа выполнена в Вычислительном Центре РАН

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук чл.-корр. РАН К. В. Рудаков
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук В. В. Рязанов кандидат физико-математических наук А. Б. Докторович
Ведущая организация:	Центральный НИИ экономики, информатики и систем управления

Защита состоится « ____ » ____________ 1999 г. в ______ часов на заседании диссертационного совета К002.32.01 Вычислительного Центра РАН по адресу: 117967, Москва, ул. Вавилова, 40.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Вычислительного Центра РАН.

Автореферат разослан « ____ » ____________ 1999 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета
чл.-корр. РАН д.ф.-м.н. К. В. Рудаков

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Бурное развитие вычислительной техники в последние десятилетия привело к накоплению большого количества формализованной информации в различных прикладных областях, для обработки и понимания которой требуется применение современных методов распознавания, классификации и прогнозирования. При этом исходная информация зачастую оказывается неполной, неточной, противоречивой, разнородной и/или сложно структурированной. Отсутствие во многих случаях адекватных математических моделей делает чрезвычайно перспективным для решения такого рода задач применение алгебраического подхода к проблеме распознавания, развиваемого школой академика РАН Ю. И. Журавлёва.

Ключевая идея алгебраического подхода заключается в построении корректных алгоритмов в виде суперпозиций корректирующих операций и нескольких, вообще говоря, некорректных эвристических алгоритмов. Наборы исходных эвристических алгоритмов называются в диссертации базисами.

Основные работы, выполненные в рамках данного подхода, носили главным образом теоретический характер. Построение базисов и корректирующих операций проводилось в них с целью конструктивного доказательства теорем существования. При этом использовалось необходимое для доказательства (как правило, чрезвычайно большое) число базисных алгоритмов, по отдельности обладавших довольно низким качеством. Такие конструкции были удобны для теоретических рассмотрений, но не предназначались для непосредственного применения на практике.

При практической реализации алгебраического подхода возникала необходимость уменьшения сложности получаемой алгоритмической суперпозиции и повышения её экстраполирующей способности. Для этого потребовалось разработать новые методы, основанные на синтезе проблемно-ориентированных (локальных) базисов, состоящих из небольшого числа алгоритмов, настраиваемых на решение только одной конкретной задачи.

Цель работы состоит в построении и изучении методов алгебраического подхода, предназначенных для эффективного решения прикладных задач распознавания, классификации и прогнозирования. Для достижения данной цели выделяются два основных направления исследований.

Цель первого направления заключается в разработке оптимизационных методов настройки (выбора параметров) базисных алгоритмов и корректирующей операции. При этом ставится задача построения стратегий настройки, учитывающих не только исходную обучающую информацию, но и структуру суперпозиции.

Цель второго направления состоит в разработке инструментального средства описания настраиваемых алгоритмических суперпозиций, позволяющего более тщательно подбирать структуру суперпозиции и эффективно учитывать разного рода априорную информацию в каждой конкретной задаче.

Предметом исследования являются задачи обучения по прецедентам и их наиболее распространённые разновидности — задачи классификации и восстановления регрессии. Исследуются методы их решения, основанные на алгебраическом подходе. При построении данных методов предметом исследования становятся конкретные семейства корректирующих операций, в частности, линейные, полиномиальные и монотонные.

Методика исследования. Общая техника синтеза локальных базисов основана на совместном использовании основных конструкций алгебраического подхода и методов оптимизации.

Методика синтеза базисных операторов состоит в сведении оптимизационных задач их настройки «внутри» суперпозиции к стандартным задачам их оптимизации без учёта суперпозиции. Это позволяет избежать разработки новых специальных методов оптимизации для каждой модели алгоритмических операторов.

При построении методов синтеза монотонных корректирующих операций используются некоторые факты теории множеств, математического анализа, численных методов и методов оптимизации.

Методика исследований, предшествовавших разработке модели данных языка ASDIEL, включает изучение большого числа известных методов распознавания, таксономии, прогнозирования, аппроксимации и т.д. и их приведение к единому способу описания.

При реализации интерпретатора ASDIEL применяется теория формальных алгоритмических языков.

Научная новизна. Техника построения алгоритмических суперпозиций, основанная на решении специальной последовательности оптимизационных задач, разработана впервые. Чтобы подчеркнуть её отличие от методов синтеза корректных алгоритмов, рассматривавшихся в предыдущих работах по алгебраическому подходу, в диссертации введены понятия глобального и локального базисов для задачи распознавания.

В рамках предлагаемой техники использованы два вспомогательных приёма, которые также являются новыми. Первый состоял в сведении задачи настройки алгоритмических операторов с учётом их места в суперпозиции к известным оптимизационным задачам их отдельной настройки. Второй заключался в построении комбинированных стратегий настройки, совмещающих настройку на обучающую выборку и компенсацию совокупной ошибки остальных алгоритмических операторов. Предложена параметризация степени компромисса между обеими стратегиями настройки.

Ряд новых результатов получен при изучении семейств линейных, полиномиальных и монотонных корректирующих операций. В частности, для монотонных корректирующих операций доказана теорема сходимости, утверждающая возможность построения корректного алгоритма за конечное число шагов. Показано, что при настройке очередного базисного алгоритмического оператора следует учитывать не только дефектные (нарушающие монотонность) пары объектов обучения, но и специальным образом определяемые дефектные тройки. Предложен эффективный численный метод построения монотонной корректирующей операции, удовлетворяющей дополнительным требованиям непрерывности и гладкости, а также заданному асимптотическому поведению. Предложены эффективные алгоритмы монотонизации выборок, необходимые для построения монотонной корректирующей операции.

Введено деление возникающих в процессе решения подзадач на проблемно-независимые (решаемые численными методами) и проблемно-зависимые (связанные с выбором структуры суперпозиции и учётом априорной информации). Для практического решения последних разработан и реализован язык описания настраиваемых алгоритмических суперпозиций ASDIEL. В основу языка положены формальные определения алгоритма и метода, являющиеся новыми. Проведено обоснование достаточности средств ASDIEL для решения прикладных задач распознавания, классификации и прогнозирования.

Практическая ценность. Предлагаемые в работе методы синтеза алгоритмов распознавания предназначены для непосредственного применения на практике. Разработанный язык описания алгоритмических суперпозиций может использоваться для решения широкого класса задач обучения по прецедентам в самых разных прикладных областях, включая медицинскую и техническую диагностику, социологию, психологию, геологию, финансовый анализ и другие.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на Конференциях «Математические методы распознавания образов» VII и VIII, а также обсуждались на семинарах отдела Проблем распознавания и методов комбинаторного анализа ВЦ РАН и отдела Вычислительных методов прогнозирования ВЦ РАН. Разработанные методы синтеза алгоритмов и язык ASDIEL применялись в работах по проекту ГНТП «Перспективные информационные технологии» № 1071, грантам РФФИ 93-01-00457 и 96-01-00552.

Публикации. По теме диссертации опубликовано три работы. Ещё две статьи на момент подготовки автореферата находятся в печати (в том числе совместная статья с чл.-корр. РАН К. В. Рудаковым в Докладах Академии наук). Описания отдельных результатов, полученных в диссертации, включались в научные отчёты по проекту ПИТ № 1071, грантам РФФИ 93-01-00457 и 96-01-00552, входили в перечень важнейших научных результатов ВЦ РАН за 1997 и 1998 годы.

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка рисунков из 4 пунктов и списка литературы из 47 наименований. Объём работы 117 страниц.

Содержание работы

Во введении обсуждается круг проблем, возникающих при практическом применении алгебраического подхода. Приводится краткое изложение содержания работы.

В первой главе описывается общая техника синтеза локальных базисов. В разделе 1.1 формулируется исходная постановка задачи обучения по прецедентам, которая является основным предметом рассмотрения на протяжении всей работы и состоит в следующем.

Имеется множество начальных информаций $\mathfrak{I}_i$ и множество финальных информаций $\mathfrak{I}_f$. Требуется построить алгоритм, реализующий отображение из $\mathfrak{I}_i$ в $\mathfrak{I}_f$, удовлетворяющее локальным ограничениям вида $A(x_k) = y_k$, $k = 1, \dots, q$, и дополнительным ограничениям вида $A \in \mathfrak{M}^u$, где

$\{x_k\}_{k=1}^q$ — последовательность элементов множества $\mathfrak{I}_i$,

$\{y_k\}_{k=1}^q$ — последовательность элементов множества $\mathfrak{I}_f$,

$\mathfrak{M}^u$ — заданное множество отображений из $\mathfrak{I}_i$ в $\mathfrak{I}_f$.

Алгоритм, удовлетворяющий локальным и дополнительным ограничениям, называется *корректным.* Последовательность пар $\{x_k, y_k\}_{k=1}^q$ называется *обучающей выборкой.*

Выделяются частные случаи данной постановки: при $\mathfrak{I}_f = \{0, 1\}$ имеем задачу классификации с двумя непересекающимися классами; при $\mathfrak{I}_f = \mathbb{R}$ — задачу восстановления регрессии.

Оптимизационный подход к решению задачи обучения по прецедентам сводится к выбору эвристической информационной модели алгоритмов $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{M}^u$, функционала качества $Q : \mathfrak{M}^u \to \mathbb{R}$ и поиску алгоритма A^*, на котором достигается минимум $Q(A)$. Однако на практике может оказаться, что построить адекватную модель алгоритмов не удаётся, либо выбранная модель не содержит приемлемого алгоритма, либо используемый метод оптимизации не находит его. Поиски регулярного способа разрешить эти проблемы привели в своё время к возникновению алгебраического подхода.

В алгебраическом подходе к проблеме распознавания наряду с множествами $\mathfrak{I}_i$ и $\mathfrak{I}_f$ вводится пространство оценок $\mathfrak{I}_e$. Затем выбираются три семейства отображений:

— модель алгоритмических операторов $\mathfrak{M}^0 \subseteq \{B : \mathfrak{I}_i \to \mathfrak{I}_e\}$,

— семейство решающих правил $\mathfrak{M}^1 \subseteq \bigcup\limits_{p=0}^{\infty} \{C : \mathfrak{I}_e^p \to \mathfrak{I}_f\}$,

— семейство корректирующих операций $\mathfrak{F} \subseteq \bigcup\limits_{p=0}^{\infty} \{F : \mathfrak{I}_e^p \to \mathfrak{I}_e\}$.

Искомый алгоритм A строится в виде суперпозиции $C(F(B_1, \dots, B_p))$ алгоритмических операторов $B_1, \dots, B_p$ из $\mathfrak{M}^0$, корректирующей операции F из $\mathfrak{F}$ и решающего правила C из $\mathfrak{M}^1$. Все три семейства выбираются таким образом, чтобы алгоритмы удовлетворяли универсальным ограничениям «по построению». Общие подходы к построению $\mathfrak{F}$-расширений моделей алгоритмов развиваются в теории универсальных и локальных ограничений К. В. Рудакова.

В предыдущих работах по алгебраическому подходу корректные алгоритмы строились при конструктивных доказательствах теорем существования. При этом методы оптимизации не применялись, а в ряде случаев — для отдельных $\mathfrak{M}^0$ и $\mathfrak{F}$ — искомый алгоритм удавалось выписать в виде явной формулы. Такие конструкции были удобны для теоретических рассмотрений, но не предназначались для непосредственного применения на практике. Алгоритмы, реализованные по явным формулам, получались слишком громоздкими и не давали надёжных результатов. Основная причина этого заключалась в том, что набор операторов $B_1, \ldots, B_p$ оставался одним и тем же для всех регулярных задач и никак не учитывал специфику данной конкретной задачи. Чтобы подчеркнуть это обстоятельство, в диссертации вводятся понятия глобального и локального базисов.

Определение 1. Конечное множество алгоритмических операторов $B_1, \ldots, B_p$ называется *глобальным базисом*, если для любой финальной информации $\{z_k\}_{k=1}^q$ найдётся корректирующая операция $F \in \mathfrak{F}$ и решающее правило $C \in \mathfrak{M}^1$ такие, что алгоритм A является корректным на обучающей выборке $\{x_k, z_k\}_{k=1}^q$.

Определение 2. Конечное множество алгоритмических операторов $B_1, \ldots, B_p$ называется *локальным базисом*, если найдётся корректирующая операция $F \in \mathfrak{F}$ и решающее правило $C \in \mathfrak{M}^1$ такие, что алгоритм A является корректным на обучающей выборке $\{x_k, y_k\}_{k=1}^q$.

В настоящей работе, в отличие от предыдущих, используются локальные, а не глобальные, базисы. Преимущество локального базиса заключается в том, что он обеспечивает существование корректного алгоритма только для одной задачи, а не для всех регулярных задач. Поскольку требования к базису в данном случае слабее, допустимыми оказываются базисы существенно меньшей мощности p. Для их построения предлагается решать специальную последовательность задач оптимизации.

Пусть задан функционал качества алгоритмических операторов Q, принимающий нулевое значение $Q(B) = 0$ тогда и только тогда, когда существует корректный алгоритм вида $A = C \circ B$. В разделе 1.3 рассматривается задача минимизации функционала $Q(F(B_1, \ldots, B_p))$ по алгоритмическим операторам $B_1, \ldots, B_p$ из $\mathfrak{M}^0$ и корректирующей операции F из $\mathfrak{F}$.

Общий подход к решению данной задачи заключается в организации следующего итерационного процесса. На первом шаге выбирается оператор B_1 из модели $\mathfrak{M}^0$ путём минимизации функционала $Q(B)$. Следующие базисные операторы $B_2, B_3, \ldots$

строятся по очереди, причём после добавления очередного оператора проводится повторная оптимизация ранее построенных операторов и корректирующей операции. При этом на каждом шаге решается одна из двух задач:

$$(1) \qquad B_r^* = \arg\min_{B_r \in \mathfrak{M}^0} Q(F(B_1, \dots, B_r, \dots, B_p)), \quad 1 \leqslant r \leqslant p,$$

$$(2) \qquad F^* = \arg\min_{F \in \mathfrak{F}} Q(F(B_1, \dots, B_p)).$$

Описанный итерационный процесс представляет собой вариант покоординатного спуска с тем отличием, что определение каждой «координаты» $B_1, \dots, B_p$ и F требует решения отдельной, как правило многопараметрической, оптимизационной задачи.

Для минимизации функционала (1) предлагается использовать методы, изначально предназначенные для решения более простой задачи

$$(3) \qquad B_r^* = \arg\min_{B_r \in \mathfrak{M}^0} Q(B_r).$$

Переход от (3) к (1) осуществляется по-разному в зависимости от $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{I}_e$ и $\mathfrak{I}_f$. Как правило для этого оказывается достаточным ввести весовые коэффициенты объектов обучения и/или модифицировать целевой вектор $\{y_k\}_{k=1}^q$. Большинство из используемых моделей алгоритмических операторов и методов их оптимизации допускают введение таких поправок. Указанный факт позволяет избежать разработки новых специальных методов оптимизации для отдельных моделей алгоритмических операторов. При этом корректировка численных методов либо вообще не требуется, либо является несложным техническим упражнением.

Наличие пары оптимизационных задач (1) и (3), для решения которых подходит один и тот же численный метод, естественно приводит к комбинированной постановке единой задачи оптимизации. Степень близости полученной задачи к первой или второй параметризуется числовым параметром $\lambda \in [0, 1]$ так, чтобы при $\lambda = 0$ решалась задача (3) настройки оператора B_r на исходную обучающую выборку, а при $\lambda = 1$ — задача (1) его настройки на компенсацию неточностей, допущенных остальными операторами. Обе «чистые» стратегии настройки имеют свои недостатки. При промежуточных значениях параметра λ образуются комбинированные (компромиссные) стратегии настройки. Появление дополнительного параметра повышает гибкость и настраиваемость суперпозиции в целом.

В разделе 1.4 вводится и обсуждается деление всех подзадач, возникающих при построении алгоритмических суперпозиций, на два различных типа.

Проблемно-независимые подзадачи легко формализуются, и методы их решения не зависят от предметной области и исходной информации $\{x_k, y_k\}_{k=1}^q$. К их числу относятся сформулированные выше задачи оптимизации.

Проблемно-зависимые подзадачи связаны главным образом с выбором структуры суперпозиции и учётом дополнительной информации о проблемной области. Их предлагается решать в режиме вычислительных экспериментов, используя специальное инструментальное средство — язык описания настраиваемых алгоритмических суперпозиций ASDIEL. Основные выразительные средства этого языка направлены на эффективную запись той части информации о суперпозиции, которую невозможно получить путём автоматической настройки, и которую исследователь задаёт сам на основе содержательных представлений о решаемой задаче.

Во второй главе рассматриваются методы решения проблемно-независимых подзадач. Описанная выше общая техника синтеза локальных базисов конкретизируется для трёх семейств корректирующих операций: линейных, полиномиальных и монотонных; и двух типов исходных задач: классификации с двумя непересекающимися классами и восстановления регрессии.

В разделе 2.1 рассматривается семейство линейных корректирующих операций, определяемое при $\mathfrak{I}_e = \mathbb{R}$ следующим образом:

$$\mathfrak{F}_L = \Big\{ F(B_1, \dots, B_p) = \sum_{i=1}^{p} \alpha_i B_i \;\Big|\; \alpha_i \in \mathbb{R},\ i = 1, \dots, p \Big\}.$$

В задачах восстановления регрессии решающие правила не используются. Функционал качества полагается равным среднеквадратичной невязке. Настройка оператора B_r по критериям (3), (1), а также по комбинированному критерию, сводится к решению формально одной и той же задачи наименьших квадратов. При этом вид критерия влияет только на целевой вектор, который в случае комбинированного критерия становится функцией от λ.

При решении задач классификации функционал качества Q определяется как число ошибок на обучающей выборке при условии оптимального выбора решающего правила. Настройка оператора B_r по всем трём критериям сводится к поиску и решению максимальной совместной подсистемы в системе неравенств. Вид критерия влияет только на вектор свободных членов, так что для решения всех трёх задач можно применять один и тот же численный метод.

В разделе 2.2 рассматривается семейство полиномиальных корректирующих операций, определяемое при $\mathfrak{I}_e = \mathbb{R}$:

$$\mathfrak{F}_P = \Big\{ F(B_1, \ldots, B_p) = \sum_{j=1}^{s} \alpha_j \prod_{i=p_{j-1}+1}^{p_j} B_i \;\Big|\; \alpha_j \in \mathbb{R},\ 1 \leqslant j \leqslant s \Big\}.$$

Полиномиальные корректирующие операции над множествами некорректных алгоритмов были впервые введены Ю. И. Журавлёвым при рассмотрении задачи классификации.

В данной работе рассмотрение полиномиальных корректирующих операций фактически проводится в спрямляющем пространстве, поэтому результаты в большой степени аналогичны полученным в предыдущем параграфе. Единственное существенное отличие проявляется в задачах восстановления регрессии, где в функционал среднеквадратичной невязки вводятся веса объектов обучения. Вид критерия в этом случае влияет не только на целевой вектор, но и на значения весовых коэффициентов. Однако по-прежнему для настройки B_r по всем трём критериям используется один и тот же численный метод. То же относится и к задаче классификации.

В разделе 2.3 изучаются монотонные корректирующие операции. Целесообразность их использования вытекает из следующих соображений. Допустим, алгоритмические операторы $B_1, \ldots, B_p$ настроены на аппроксимацию одной и той же зависимости. Тогда разумно потребовать, чтобы одновременное увеличение (уменьшение) их выходных значений не приводило к уменьшению (соответственно увеличению) значения на выходе оператора $F(B_1, \ldots, B_p)$. Но это и означает монотонность F как p-арного отображения. Идея применения монотонных корректирующих операций принадлежит К. В. Рудакову.

Пусть $\mathfrak{I}_f$ и $\mathfrak{I}_e$ — частично упорядоченные множества. Семейство монотонных корректирующих операций определяется как

$$\mathfrak{F}_M = \Big\{ F : \mathfrak{I}_e^p \to \mathfrak{I}_f \;\Big|\; (\forall u, v \in \mathfrak{I}_e)\ \ u \leqslant v \to F(u) \leqslant F(v) \Big\}.$$

Поскольку корректирующие операции действуют непосредственно в $\mathfrak{I}_f$, а не в $\mathfrak{I}_e$, решающие правила в данном случае не рассматриваются. В параграфе 2.3.1 вводятся необходимые обозначения и определения.

Пара индексов (j, k) называется *дефектной парой* алгоритмического оператора B, если $y_j < y_k$ и $B(x_j) \geqslant B(x_k)$. Множество всех дефектных пар оператора B обозначается через $\mathbb{D}(B)$.

Множество $\mathbb{D}(B_1, \dots, B_p) = \mathbb{D}(B_1) \cap \dots \cap \mathbb{D}(B_p)$ называется *дефектом* набора операторов $B_1, \dots, B_p$.

Даётся обоснование тому, что функционал качества алгоритмических операторов можно положить равным числу его дефектных пар. Затем доказавается, что для получения корректного алгоритма достаточно построить набор алгоритмических операторов с пустым дефектом. Для этого на каждом шаге итерационного процесса (1) оператор B_r следует выбирать так, чтобы он в максимальной степени удовлетворял, вообще говоря несовместной, системе неравенств

$$B_r(x_j) < B_r(x_k), \quad (j,k) \in \mathbb{D}(B_1, \dots, B_{r-1}, B_{r+1}, \dots, B_p). \tag{4}$$

Тем самым задача настройки базисного оператора B_r сводится к поиску максимальной совместной подсистемы в системе (4).

Доказывается теорема о том, что при определённых ограничениях на модель $\mathfrak{M}^0$ процесс построения корректного алгоритма сходится за конечное число шагов.

На практике далеко не всегда целесообразно наращивать число операторов до полного исчерпывания дефекта. Из общих соображений, основанных на статистической теории Вапника-Червоненкиса, а также результатах, полученных В. Л. Матросовым, вытекает целесообразность оптимизации функционала $Q(F(B_1, \dots, B_p))$ при фиксированном числе операторов p.

Специально для этого случая в параграфе 2.3.2 исследуется соотношение между дефектом $\mathbb{D}(B_1, \dots, B_p)$ и более сложно устроенным множеством $\mathbb{D}(F(B_1, \dots, B_p))$. Показывается, что с каждой парой, принадлежащей дефекту, связано некоторое количество так называемых *дефектных троек*, вследствие чего при выполнении (j,k)-го неравенства системы (4) устраняется в общем случае более одной дефектной пары. Отсюда вытекает метод наискорейшего исчерпывания дефекта, основанный на решении системы (4), в которой каждому неравенству приписан вес w_{jk}, представляющий собой оценку числа дефекнтых пар, автоматически устраняемых вместе с (j,k). В этом случае задача настройки базисного оператора B_r сводится к поиску совместной подсистемы максимального веса в системе неравенств (4) с весами w_{jk}.

В дальнейшем система (4), в которой каждое неравенство относится к паре объектов, сводится к системе ограничений, относящихся к отдельным объектам. Это упрощает перенос известных методов минимизации функционала $Q(B)$ на минимизацию функционала $Q(F(B_1, \dots, B_p))$.

Для задачи классификации (параграф 2.3.3) такое свед́ение оказывается наиболее естественным, поскольку каждое из ограничений (4) сразу распадается на два отдельных неравенства $B_r(x_j) \leqslant c$ и $B_r(x_k) > c$, где c — заданная пороговая константа. Это позволяет свести настройку оператора B_r по всем трём рассматриваемым критериям к поиску и решению совместной подсистемы максимального веса. Вид критерия влияет только на веса объектов обучения, которые в случае комбинированного критерия оказываются функцией от λ. Для решения всех трёх задач годится один и тот же численный метод.

Для задачи восстановления регрессии подобное свед́ение выполняется в параграфе 2.3.4 путём двух последовательных модификаций функционала качества. Первая модификация состоит в усилении ограничений на оператор B_r, что позволяет уменьшить число ограничений. Вторая модификация, напротив, приводит к ослаблению требований к оператору B_r, но позволяет ввести функционал среднеквадратичной ошибки, более естественный для данного класса задач. В результате и в этом случае настройка оператора B_r по всем трём критериям производится одним и тем же численным методом. Вид критерия влияет только на целевой вектор и веса объектов обучения, которые в случае комбинированного критерия являются функцией от λ.

Оставшаяся часть второй главы посвящена методам построения монотонных корректирующих операций при фиксированных алгоритмических операторах.

В параграфе 2.3.5 рассматривается задача построения монотонной p-арной функции F, удовлетворяющей условию корректности. Для решения данной задачи вводится определение *области монотонности*.

В случае задачи классификации искомая корректирующая операция $F(a)$ строится в виде ступенчатой функции, определяемой через расстояние до ближайшей области монотонности. Доказывается теорема о том, что функция $F(a)$ является монотонно неубывающей и удовлетворяет условию корректности.

В случае восстановления регрессии монотонная корректирующая операция $F(a)$ строится как сумма q ступенчатых функций, определяемых аналогичным образом. Обсуждаются дополнительные требования непрерывности и гладкости. Доказывается теорема о том, что функция $F(a)$ непрерывна, монотонно не убывает и удовлетворяет условию корректности.

Замечательная особенность предлагаемого метода состоит в том, он позволяет строить существенно более гладкие функции, чем другие методы, применявшиеся до сих пор в целях монотонной коррекции. Вкратце описываются два из них и проводится сравнительный анализ конечно-разностных оценок гладкости, рассчитанных в ходе вычислительных экспериментов. Делается вывод о том, что непрерывные монотонные функции, получаемые описанным методом, по степени гладкости оказываются значительно ближе к классическим сплайнам, чем ранее использовавшиеся.

Рассматриваются также асимптотические свойства корректирующих операций. Вводится поправка, позволяющая получить произвольное заданное асимптотическое поведение, сохранив при этом свойства монотонности, непрерывности и корректности.

В параграфе 2.3.6 описываются два алгоритма монотонизации последовательности $\{a_k, y_k\}_{k=1}^q$, применяемых в случае, когда набор операторов $B_1, \ldots, B_p$ имеет дефект. Первый алгоритм предназначен для поочерёдного исключения дефектообразующих векторов из последовательности $\{a_k, y_k\}_{k=1}^q$. Второй алгоритм позволяет вернуть исключённые векторы обратно, скорректировав соответствующие значения y_k таким образом, чтобы число дефектных пар было минимальным. Оба алгоритма гарантируют монотонность полученной в результате последовательности.

Третья глава посвящена технологии решения проблемно-зависимых подзадач, основанной на применении разработанного автором инструментального средства ASDIEL (Algorithmic Superpositions Description and Investigation: Environment and Language), включающего язык описания настраиваемых алгоритмических суперпозиций. Основная идея использования специализированного языка заключается в том, чтобы свести в одном компактном описании все структурные особенности конструируемого алгоритма, предоставив исследователю возможность варьировать их, постепенно подстраиваясь под решаемую задачу. Раздел 3.1 представляет собой краткое введение в язык алгоритмических суперпозиций.

Область применения языка ASDIEL не ограничивается синтезом локальных базисов в задачах распознавания. Вообще говоря, он предназначен для описания настраиваемых суперпозиций, составленных из стандартных алгоритмов анализа и преобразования данных. В случае задач распознавания, классификации и прогнозирования к числу стандартных относятся алгоритмы аппроксимации, кластеризации, шкалирования, оценивания близости, проецирования и другие. С другой стороны, ASDIEL является языком описания вычислительных экспериментов для задач обработки данных.

В разделе 3.1 обсуждаются основные причины, вынуждающие строить суперпозиции алгоритмов в прикладных задачах и использовать специальный язык для их описания. Перечисляются ключевые особенности языка. Приводится типовая схема исследований, обычно применяемая при решении нетривиальных прикладных задач, и показывается использование языка ASDIEL на каждом шаге этой схемы.

В разделе 3.2 рассматривается модель данных языка и вводятся ключевые понятия набора, поднабора, массива, подмассива, алгоритма и метода. Приводятся примеры использования массивов различной размерности.

Подробное описание синтаксиса языка выходит за рамки диссертационной работы, поэтому в разделе 3.3 перечисляются только некоторые конструкции, необходимые для понимания принципов языка.

Обоснование достаточности модели данных для решения прикладных задач даётся в разделе 3.4. Достаточность является следствием двух ключевых свойств модели данных. Во-первых, за счёт универсальности введённых определений метода и алгоритма класс реализуемых в её рамках алгоритмов оказывается достаточно широким. Во-вторых, благодаря общему механизму построения суперпозиций, основанному на образовании пересечений между входными и выходными подмассивами различных алгоритмов, становится возможным построение произвольных суперпозиций.

Для обоснования первого свойства проводится анализ следующих методов, активно применяемых при решении прикладных задач:

— метод наименьших квадратов;

— метод построения линейной разделяющей поверхности;

— вычисление дефекта набора алгоритмических операторов;

— метод монотонной интерполяции;

— метод монотонизации выборки;

— метод нормировки признаков;

— метод генерации признаков по функции расстояния;

— метод упорядочивания объектов по убыванию расстояний;

— метод генерации метрик по признакам;

— метод ближайших соседей;

— методы таксономии;

— метод вычисления расстояния между признаками.

Все методы приводятся к общему способу описания, диктуемому моделью данных ASDIEL, и, по сути дела, образуют библиотеку методов с единым интерфейсом и правилами применения.

В разделе 3.5 демонстрируется использование языка ASDIEL на примере решения некоторых типовых задач классификации и восстановления регрессии. Основная цель приводимых примеров заключается в том, чтобы продемонстрировать реализацию итерационного процесса (1)–(2) на языке ASDIEL. При этом в явном виде показывается, что для настройки алгоритмических операторов по критериям (3) и (1), а также по комбинированному критерию, используется один и тот же алгоритм настройки.

В первом примере для решения задачи восстановления регрессии используется линейная коррекция. Строится суперпозиция, состоящая из двух алгоритмических операторов и одной корректирующей операции. Для настройки алгоритмических операторов применяется комбинированный критерий с фиксированным параметром $\lambda = 1/2$. Процесс останавливается после проведения заданного числа итераций.

Во втором примере итерационный процесс (1)–(2) также применяется для решения задачи восстановления регрессии. Используется метод монотонной коррекции и два вспомогательных метода: оценивания дефектности пар объектов обучения и монотонизации выборки. В отличие от предыдущего примера число алгоритмических операторов не фиксируется. Дополнительные операторы добавляются до тех пор, пока не будет достигнуто заданное значение функционала качества на контрольной выборке.

В третьем примере строится полиномиальная корректирующая операция при решении задачи классификации. Используется полином частного вида, в котором каждый одночлен состоит только из двух сомножителей. Настройка алгоритмических операторов, начиная со второго одночлена, производится исключительно на компенсацию ошибок предыдущих операторов. Для настройки корректирующей операции используется метод поиска максимальной совместной подсистемы в системе линейных неравенств. Процесс останавливается при достижении безошибочного распознавания обучающей выборки, то есть при построении корректного алгоритма.

В заключении подводится краткий итог диссертации и намечаются два направления дальнейшей работы: рассмотрение других семейств корректирующих операций и классов задач и наращивание библиотеки методов языка ASDIEL.

Список литературы

[1] Воронцов К. В. О проблемно-ориентированной оптимизации базисов задач распознавания // ЖВМ и МФ. 1998. Т. 38, № 5. С. 870–880.

[2] Воронцов К. В. Качество восстановления зависимостей по эмпирическим данным // Математические методы распознавания образов–VII: Тез. докл. М. 1995.

[3] Воронцов К. В. О синтезе проблемно-ориентированных базисов в задачах распознавания // Математические методы распознавания образов–VIII: Тез. докл. М. 1997.