

# ПРОГНОЗИРОВАНИЕ С НЕСИММЕТРИЧНОЙ ФУНКЦИЕЙ ПОТЕРЬ ПРИ НАЛИЧИИ СТОХАСТИЧЕСКОГО ТРЕНДА

Каневский Д.Ю.\* , Кудинов П. Ю.\*\* , Воронцов К.В.\*

\*Вычислительный Центр РАН

\*\*Факультет Вычислительной Математики и Кибернетики МГУ

[Email:kanevskiy@forecsys.ru](mailto:kanevskiy@forecsys.ru)

При решении задач прогнозирования стандартной практикой является оценка математического ожидания прогнозируемой величины, что соответствует минимизации суммы квадратов ошибок прогноза.

Введем понятие *функции потерь*  $L(f, r) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , где  $f$  — прогноз,  $r$  — фактическое значение прогнозируемой величины. Тогда стандартные прогнозы соответствуют минимизации  $L(f, r) = (f - r)^2$ . Для произвольной функции  $L(f, r)$  оптимальный прогноз  $f^*$  является решением следующей оптимизационной задачи:

$$f^* = \arg \min_f \int L(f, x) p_f(x) dx, \quad (*)$$

где  $p_f(x)$  — плотность распределения прогнозируемой величины.

Существует целый ряд задач, в которых функция потерь отлична от квадратичной, и стандартный прогноз далек от оптимального. К ним относятся такие задачи, как макроэкономическое управление, где требуется тщательный учет рисков [2], и прогнозирование спроса, где ошибкам прогноза разного знака соответствуют разные экономические факторы. Для этих задач характерно следующее:

1. Функция потерь  $L(f, r)$  может быть выражена в виде функции  $L(f, r) = l(f - r) = l(e)$  от ошибки прогноза  $e = f - r$ .
2. Функция  $l(e)$  не является четной. Такие функции потерь будем называть *несимметричными*.
3. Функция  $l(e)$  не задана аналитически, а является результатом работы некоторого алгоритма.

Условия 2 и 3 не позволяют решить оптимизационную задачу (\*) аналитически, что требует явного построения оценки  $\hat{p}_f(x)$  плотности распределения прогноза.

Задача оценивания плотности распределения прогноза ставилась многими исследователями [2,3,4], но это направление все еще занимает скромное место в обширной литературе по анализу временных рядов [4]. Исследовались, главным образом, оценки качества построенной плотности распределения прогноза [3], но сама задача её

построения решена только для узкого класса временных рядов [2, 4].

В докладе рассматривается новый подход к прогнозированию распределений, основанный на применении стандартных моделей, дающих точечные прогнозы. Предлагается строить временной ряд ошибок точечного алгоритма прогнозирования в режиме скользящего контроля. Анализ ошибок позволяет, во-первых, проверить корректность применения данного алгоритма прогнозирования к данному временному ряду с помощью стандартных статистических тестов. Во-вторых, в случае корректного выбора модели, эмпирическое распределение ошибок позволяет построить несмещённую оценку распределения прогноза. Для эффективной реализации данного подхода предлагается использовать широкий класс рекуррентных алгоритмов прогнозирования.

Предложенный подход иллюстрируется построением класса моделей прогнозирования распределения для нестационарных временных рядов со стохастическим трендом. В качестве стандартных моделей, дающих точечные прогнозы, используются классические трендовые алгоритмы экспоненциального сглаживания — модели Хольта и Брауна [1].

Работа предложенных алгоритмов прогнозирования распределения демонстрируется на модельных временных рядах и реальных задачах прогнозирования потребительского спроса.

### *Литература*

1. Лукашин Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов // Финансы и статистика, 2003.
2. Christoffersen P., Diebold F. Further results on Forecasting and Model Selection Under Assymmetric Loss // Journal of Applied Econometrics, 1996, 11, p. 561-572.
3. Corradi V., Swanson N. R. Predictive Density Evaluation // Handbook of Economic Forecasting, Elsevier, 2004.
4. Tay A., Wallis K. Density Forecasting: A Survey // Journal of Forecasting, 2000.