

Государственный комитет по высшему образованию
Московский физико-технический институт

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

_____ Т. В. Кондранин
« ___ » _____ 200_ г.

Факультет управления и прикладной математики
Кафедра интеллектуальных систем

ПРОГРАММА

по курсу: Обработка сигналов и многомерных массивов данных

по направлению 511656

курс 5

семестр 9, 10

лекции 66 часов

практические (семинарские)

занятия 0 часов

лабораторные занятия 0 часов

Диф. зачет 9 семестр

Экзамен 10 семестр

Программу составил: д.т.н. проф. Мотгль Вадим Вячеславович

Программа обсуждена на заседании кафедры 16 мая 2007 г.

Программа обсуждена и одобрена на методической комиссии факультета
« ___ » _____ 200_ г.

Председатель методической комиссии ФУПМ

чл.-корр.РАН

Ю. А. Флеров

Цели дисциплины:

- изучение слушателями статистических и алгоритмических основ анализа сигналов и многомерных массивов данных;
- знакомство с практическими приложениями статистических методов анализа сигналов и многомерных массивов данных.

Знания, умения и навыки, приобретаемые студентами в результате изучения дисциплины:

- знание математических методов решения задач анализа сигналов и многомерных массивов данных;
- приобретение навыков разработки вычислительных алгоритмов для решения задач анализа сигналов и многомерных массивов данных.

3. Содержание учебной программы

Часть I. Статистические методы анализа сигналов (34 часа)

1. Обобщенная модель задачи анализа сигналов (2 часа)
 - Обобщенное понимание сигнала как последовательности значений некоторой переменной
 - Примеры сигналов
 - речевой сигнал (действительная скалярная переменная)
 - динамический спектр речевого сигнала (действительная векторная переменная)
 - последовательность аминокислот в полимерной молекуле белка (переменная с конечным множеством значений)
 - Двухкомпонентный случайный процесс со скрытой и наблюдаемой компонентами
 - Классификация задач оценивания скрытой компоненты по Норберту Винеру
 - задача фильтрации
 - задача интерполяции
 - задача экстраполяции (прогноза)
 - Примеры моделей задач анализа сигналов
 - задача сегментации
 - задача сглаживания зашумленного сигнала
 - задача оценивания нестационарной регрессионной зависимости
 - задача нестационарного спектрального анализа
 - задача мэтчинга двух сигналов
 - Примеры прикладных задач
 - спектральное представление речевого сигнала
 - оценивание портфеля инвестиционной компании
 - измерение попарного несходства подписей
 - измерение попарного несходства белков как последовательностей аминокислот
2. Общая структура оператора оценивания скрытого случайного процесса (6 часов)
 - Теоретическая справка (краткое выборочное повторение основных понятий теории вероятностей)
 - пространство элементарных исходов опыта, сигма-алгебра измеримых событий и вероятностная мера на ней
 - сигма-конечная мера, интеграл Лебега
 - вероятностная мера, абсолютно непрерывная относительно заданной сигма-конечной меры, теорема Радона-Никодима, понятие плотности распределения вероятности

- примеры плотностей распределений вероятности
 - Байесовский подход к оцениванию
 - функция потерь
 - средний риск ошибки
 - принцип минимизации среднего риска
 - Виды функции потерь при оценивании скрытого процесса
 - мгновенная функция потерь
 - общая аддитивная функции потерь
 - общая сингулярная функция потерь
 - Структура оптимальной оценки для общей аддитивной функции потерь
 - общий вид оптимальной оценки
 - частный случай антидиагональной мгновенной функции потерь
 - частный случай сингулярной мгновенной функции потерь
 - задача определения апостериорных плотностей распределений мгновенных значений скрытого процесса
 - Структура оптимальной оценки для общей сингулярной функции потерь:
Задача определения реализации скрытого процесса, максимизирующей совместную апостериорную плотность распределения значений скрытого процесса
 - Совпадение оценок для аддитивной и сингулярной функций потерь в условиях симметрии как аддитивной функции потерь, так и априорных плотностей распределений в модели скрытого процесса
3. Марковская модель скрытой компоненты сигнала (скрытая марковская модель сигнала) (4 часа)
- Априорные предположения о марковском свойстве скрытого случайного процесса и об условных вероятностных свойствах наблюдаемого процесса
 - Теорема о марковском свойстве апостериорного скрытого случайного процесса
 - Фильтрационные и интерполяционные апостериорные плотности распределения мгновенных значений скрытого процесса
 - Обобщенная процедура фильтрации сигнала:
Последовательное определение фильтрационных плотностей распределения скрытого процесса в ходе наблюдения сигнала
 - Обобщенная процедура интерполяции:
Последовательное определение интерполяционных плотностей распределения скрытого процесса в обратном направлении
4. Оптимальные оценки марковского скрытого процесса (2 часа)
- Оптимальная оценка скрытого процесса для аддитивной функции потерь:
Процедура фильтрации-интерполяции
 - Оптимальная оценка скрытого процесса для сингулярной функции потерь:
Задача минимизации парно-сепарабельной целевой функции
5. Численная реализация процедуры фильтрации-интерполяции для скрытого марковского процесса с конечным числом состояний (2 часа)
- Алгоритм фильтрации-интерполяции
 - Проблема параметрического представления фильтрационных и интерполяционных апостериорных плотностей распределений в случае скрытого процесса с бесконечным множеством состояний
6. Вычисление оптимальной оценки скрытого процесса с конечным числом состояний для сингулярной функции потерь (2 часа)

- Классическая процедура динамического программирования для минимизации парно-сепарабельных целевых функций
 - функции Беллмана
 - прямое рекуррентное соотношение
 - обратное рекуррентное соотношение
 - маргинальные функции
 - Проблема параметрического представления функций Беллмана в случае скрытого процесса с бесконечным множеством состояний
7. Вычисление оптимальной оценки нормального скрытого марковского процесса в конечномерном пространстве (4 часа)
- Аддитивная квадратичная функция потерь
 - апостериорные математические ожидания значений скрытого процесса как их оптимальные оценки
 - параметрическое семейство нормальных фильтрационных и интерполяционных апостериорных распределений
 - фильтр-интерполятор Калмана-Бьюси: рекуррентное вычисление апостериорных математических ожиданий и ковариационных матриц нормальных фильтрационных и интерполяционных распределений
 - Сингулярная функция потерь
 - квадратичная парно-сепарабельная целевая функция оценивания скрытого процесса
 - квадратичное параметрическое семейство функций Беллмана
 - процедура квадратичного динамического программирования и ее полная эквивалентность фильтру-интерполятору Калмана-Бьюси
 - Примеры
8. Оценивание неизвестных параметров скрытой марковской модели фиксированной структуры (4 часа)
- Специфика применения принципа максимального правдоподобия для оценивания параметров в вероятностных моделях со скрытой случайной переменной
 - принцип максимального правдоподобия
 - специфика функции правдоподобия в моделях со скрытой случайной переменной
 - идея EM-процедуры
 - исторический экскурс: алгоритм разделения смеси распределений М.И. Шлезингера
 - Численная реализация EM-процедуры
 - скрытый процесс с конечным числом состояний
 - нормальный скрытый процесс в конечномерном линейном пространстве
 - Сегментация шумоподобного сигнала с повторяющимся характером колебаний как пример оценивания параметров модели сигнала
9. Выбор структуры скрытой марковской модели сигнала (4 часа)
- Семейство вложенных классов моделей скрытого процесса возрастающей сложности
 - скрытый процесс с неизвестным конечным множеством состояний
 - скрытый процесс в линейном пространстве неизвестной размерности
 - неприменимость «прямого» использования принципа максимального правдоподобия
 - Информационный критерий Акаике
 - Метод скользящего контроля
 - Примеры выбора структуры скрытой марковской модели в практических задачах обработки сигналов

- определения числа чередующихся элементарных программ действия в составе процесса длительного поддержания позы человеком
- определения оптимальной степени сглаживания в задаче оценивания состава портфеля инвестиционной компании

10. Сохранение локальных особенностей в процессе обработки сигнала (2 часа)

- Скрытая марковская модель как условие обобщенной гладкости скрытого процесса
- Принцип встречных процедур фильтрации (динамического программирования)
- Последовательное обнаружение и сохранение локальных особенностей сигнала
- Примеры обработки сигналов с сохранением локальных особенностей
 - сглаживание зашумленного сигнала
 - нестационарный спектральный анализ сигнала
 - обнаружение скрытых событий в изменении состава инвестиционного портфеля

Основная литература

1. Моттль В.В., Мучник И.Б.. *Скрытые марковские модели в структурном анализе сигналов*. М.: Наука, Физматлит, 1999, 351 с.
2. Виленкин С.Я. *Статистическая обработка результатов исследования случайных функций*. М.: Энергия, 1979.

Дополнительная литература

3. Рабинер Л. Скрытые марковские модели и их применение в избранных приложениях при распознавании речи: Обзор. *ТИИЭР*, 1989, т. 77, № 2, с. 86-120.
4. Беллман Р. *Динамическое программирование*. М.: Мир, 1960.
5. Беллман Р., Дрейфус С. *Прикладные задачи динамического программирования*. М.: Наука, 1965, 460 с.
6. Браммер К., Зиффлинг Г. *Фильтр Калмана-Бьюси*. М.: Наука, 1982.
7. Muchnik I., Mottl V. *Bellman Functions on Trees for Segmentation, Generalized Smoothing and Multi-Alignment in Massive Data Sets*. DIMACS Technical Report 98-15, February, 1998, 63 p. <ftp://dimacs.rutgers.edu/pub/dimacs/TechnicalReports/TechReports/1998/98-15.ps.gz>
8. Сейдж Э., Мелса Дж. *Теория оценивания и ее применение в связи и управлении*. М.: Связь, 1976.