

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
Федеральное государственное образовательное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**  
(государственный университет)»

Факультет радиотехники и кибернетики  
Кафедра радиолокации, управления и информатики

Выпускная квалификационная работа  
по направлению 010900 «Прикладная математика и физика»

## Наведение зенитных управляемых ракет на скоростные баллистические цели

*Выполнил:*  
студент группы 015  
Борисов Артём Александрович

*Научный руководитель:*  
кандидат технических наук, доцент  
Колесников Людвиг Васильевич

Москва, 2014

# Оглавление

Благодарности

Список обозначений

Введение

1. Уравнение движения центра масс БЦ в атмосфере Земли.
2. Основные характеристики скоростных БЦ.
3. Модель ошибок сопровождения БЦ РЛС.
4. Алгоритм статистической обработки измерений.
5. Пролонгация движения центра масс БЦ.
6. Расчёт координат точки встречи ЗУР с БЦ.
7. Построение опорной траектории.
8. Наведение ГСН для захвата сигнала от БЦ.
9. Сопровождение ГСН БЦ.
10. Моделирование процесса наведения на аэродинамические и баллистические цели.
11. Оценка вероятности поражения БЦ.
12. Особенности наведения ЗУР на БЦ.

Заключение

Список литературы

## **Благодарности**

Я выражаю благодарность своему научному руководителю, Колесникову Людвигу Васильевичу, а также всему руководству своей кафедры за оказанное доверие и проявленное терпение, которое я, возможно, и не заслуживал.

## **Список обозначений**

РЛС – радиолокационная станция

БЦ – баллистическая цель

ЗУР – зенитная управляемая ракета

ГСН – головка самонаведения

ПАО – программно-алгоритмическое обеспечение

ДУ – двигательная установка

ПВО – противовоздушная оборона

МЗСК – местная земная система координат

МРЛС – многоцелевая радиолокационная станция

ЭПР – эффективная поверхность рассеяния

СКО – среднеквадратичные ошибки

## Введение

В последние десятилетия одной из тенденций разработки средств воздушного нападения является разработка и изготовление беспилотных аэродинамических и баллистических летательных аппаратов. Тенденция связана со значительно меньшими затратами на изготовление беспилотных средств. В этой связи возникает задача совершенствования РЛС и их ПАО.

Баллистическая ракета – ракета, которая большую часть полёта совершает по баллистической траектории, находясь в неуправляемом движении.

Нужная скорость и направление полёта сообщаются баллистической ракете на активном участке полёта ДУ. После окончания работы ДУ остаток пути боевая часть, являющаяся полезной нагрузкой ракеты, движется по баллистической траектории. Баллистические ракеты могут быть многоступенчатыми, в этом случае после достижения заданной скорости отработавшие ступени отстыковываются.

В работе рассматривается рекуррентный алгоритм статобработки измерений координат баллистического объекта на основе фильтра Калмана, проводятся оценки точности определения положения, компонент скорости, баллистического коэффициента. Теория статобработки координат баллистических объектов на основе фильтра Калмана была разработана в 60-е – 70-е годы прошлого века. Но сложность вычисления матричных соотношений в полном виде не позволяла внедрить алгоритмы в реальные системы ПВО. С развитием вычислительной техники стала возможна реализация алгоритма в рабочих программах систем.

Фильтр Калмана предназначен для рекурсивного дооценивания вектора состояния априорно известной динамической системы, то есть для расчёта текущего состояния системы необходимо знать текущее измерение, а также предыдущее состояние самого фильтра. Таким образом, фильтр Калмана, подобно другим рекурсивным фильтрам, реализован во временном, а не в частотном представлении, но в отличие от других подобных фильтров,

фильтр Калмана оперирует не только с оценками состояния, а еще и с оценками неопределенности (т.е. ошибками оценок) вектора состояния, опираясь на формулу условной вероятности Байеса. По оценкам вектора состояния проводится пролонгация движения БЦ и определяются координаты точки встречи изделия с БЦ, строится опорная траектория, по которой наводится изделие. Незадолго до момента встречи ГСН захватывает сигнал отраженный от БЦ на автосопровождение и начинает осуществляться самонаведение.

### 1. Уравнение движения центра масс БЦ в атмосфере Земли.

Для прогноза вектора оценок и ковариационной матрицы необходимо записать модель движения баллистической цели. Она описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= -\frac{g_0}{R} \left(\frac{R_3}{R}\right)^2 x - \gamma \frac{\rho V}{2} \dot{x} + W_{xk} + W_{xn}; \\ \ddot{y} &= -\frac{g_0}{R} \left(\frac{R_3}{R}\right)^2 (y + R_3) - \gamma \frac{\rho V}{2} \dot{y} + W_{yk} + W_{yn}; \\ \ddot{z} &= -\frac{g_0}{R} \left(\frac{R_3}{R}\right)^2 z - \gamma \frac{\rho V}{2} \dot{z} + W_{zk} + W_{zn};\end{aligned}$$

Где:

$g_0$  – ускорение свободного падения на поверхности Земли;

$R_3$  – радиус Земли,

$R$  – Удаление БЦ от центра Земли,

$\rho$  – плотность атмосферы на высоте полёта БЦ,

$V$  – Скорость БЦ,

$W_{zk}, W_{yk}, W_{xk}$  – компоненты кориолисова ускорения,

$W_{xn}, W_{yn}, W_{zn}$  – компоненты переносного ускорения.

Переносное и кориолисово ускорения определяются следующими соотношениями:

$$Wx\ddot{i} = -\Omega_3^2 \cdot \sin(\varphi) \cdot ((y + R_3) \cdot \cos(\varphi) - x \cdot \sin(\varphi));$$

$$Wy\ddot{i} = \Omega_3^2 \cdot \cos(\varphi) \cdot ((y + R_3) \cdot \cos(\varphi) - x \cdot \sin(\varphi));$$

$$Wz\ddot{i} = \Omega_3^2 \cdot z;$$

$$Wx\dot{k} = -2 \cdot \Omega_3 \cdot \sin(\varphi) \cdot \dot{z};$$

$$Wy\dot{k} = 2 \cdot \Omega_3 \cdot \cos(\varphi) \cdot \dot{z};$$

$$Wz\dot{k} = -2 \cdot \Omega_3 \cdot (\dot{y} \cos(\varphi) - \dot{x} \sin(\varphi)),$$

где  $\Omega_3 = 7,292115 \cdot 10^{-5} 1/c$  – угловая скорость вращения Земли,

$R_3 = 6371210$  м. – радиус Земли,

$\varphi$  - широта стояния РЛС (начала координат МЗСК).

Баллистический коэффициент, определяется формулой

$$\gamma = C_x \frac{S}{m},$$

где  $C_x$  - аэродинамический коэффициент лобового сопротивления;

$S$  – площадь Миделя;

$m$  – масса баллистического объекта.

Необходимо ввести аппроксимацию баллистического коэффициента БК для получения более точного экстраполирования вектора оценок. БК зависит от числа Маха  $M$ , угла атаки  $\alpha$  и числа Рейнольдса  $\Re$

$$\gamma = f(M, \alpha, \Re).$$

Кроме указанной выше зависимости, баллистический коэффициент, во многом определяющий траекторию полета, зависит от формы БЧ, уноса массы БЦ (или ступени) при нагревании и обгорании. Поэтому точный учет зависимости баллистического коэффициента от коэффициента лобового сопротивления, площади Миделя и массы БЦ (или ступени) в алгоритме статобработки едва ли целесообразен, да и невозможен, т.к. характеристики БЦ точно не могут быть известны. В большей степени БК зависит от числа Маха. Если для гиперзвуковых БЦ ( $M > 6$ ) эта зависимость невелика, то для сверхзвуковых БЦ ( $1 \leq M \leq 6$ ) эта зависимость становится существенной.

При полете на дозвуковых скоростях ( $0 < M < 1$ ) БК при увеличении числа Маха остается почти постоянным, а затем возрастает. В рекуррентном алгоритме вводится аппроксимация  $\gamma$  в зависимости от числа Маха в два этапа. На первом этапе определяется БК  $\gamma_\infty$  при больших значениях Маха. Затем вычисляется экстраполированное значение БК  $\hat{\gamma}_i$ .

Вычисление баллистического коэффициента  $\gamma_\infty$  проводится по формулам:

$$\gamma_\infty = \gamma^*, \text{ при } M > 6;$$

$$\gamma_\infty = \frac{\gamma^*}{1+(6-M)^2/18} \text{ при } 1 \leq M \leq 6;$$

$$\gamma_\infty = \frac{\gamma^*}{1.5+3.55(M-0.75)}, \text{ при } 0.75 \leq M < 6;$$

$$\gamma_\infty = \frac{2}{3}\gamma^*, \text{ при } M < 0.75,$$

где  $\gamma^*$ - оценка баллистического коэффициента,

$M$  – число Маха полученное на такте получения оценки  $\gamma^*$ ;

Аппроксимация баллистического коэффициента в зависимости от числа Маха и  $\gamma_\infty$ , используемая при экстраполяции, определяется следующим образом:

$$\hat{\gamma} = \gamma_\infty, \text{ при } M > 6;$$

$$\hat{\gamma} = \gamma_\infty + \gamma_\infty (6 - M)^2/18, \text{ при } 1 \leq M \leq 6;$$

$$\hat{\gamma} = \gamma_\infty (1.5 + 3.55(M - 0.75)), \text{ при } 0.75 \leq M < 6;$$

$$\hat{\gamma} = \frac{3}{2}\gamma_\infty, \text{ при } M < 0.75,$$

где  $\hat{\gamma}$ - экстраполированное значение баллистического коэффициента.

## 2. Основные характеристики скоростных БЦ.

По области применения баллистические ракеты делятся на тактические (ТБР), оперативно-тактические (ОТБР) и баллистические ракеты средней дальности (БРСД). Тактические и оперативно-тактические ракеты относятся к ракетам малой дальности (20-1000 км), БРСД – к ракетам средней

дальности (1000 – 5500 км). Скорость баллистических ракет варьируется в пределах 250 – 5500 м/с.

Другой важной характеристикой баллистической ракеты является эффективная поверхность рассеивания. ЭПР представляет собой величину, выраженную в квадратных метрах, учитывающую отражающие свойства ракеты и зависящую от её конфигурации, электрических свойств её материала и отношения размеров ракеты к длине волны. ЭПР баллистических ракет варьируется в пределах 0.04 - 1м<sup>2</sup>. При применении технологии «Стелс» ЭПР БЦ может быть много меньше.

Рассмотрим основные характеристики скоростных баллистических целей на примере характеристик ракеты оперативно-тактических комплексов семейства «Искандер». Так круговое отклонение от цели, в зависимости от способа наведения, варьируется от 1 до 30м. Стартовая масса ракеты 3800кг, из которых масса боевой части 480кг. Длина ракеты 7,2м, а её диаметр составляет 920мм. После начального участка траектории скорость баллистической цели в случае ракеты этого комплекса достигает 2100м/с. Дальность поражения лежит в промежутке 50км – 500км. Интервал между двумя последовательными запусками составляет 1 минуту. Температурный диапазон работы от -50 °С до +50 °С.

### *Типы головных частей*

- В обычном снаряжении:
  - кассетная с 54 осколочными боевыми элементами неконтактного подрыва (срабатывают на высоте около 10 м над поверхностью земли)
  - кассетная с кумулятивными осколочными боевыми элементами
  - кассетная с самоприцеливающимися боевыми элементами
  - кассетная объёмно-детонирующего действия
  - осколочно-фугасная

- фугасно-зажигательная
- проникающая (ПрБЧ)
- специальная (ядерная)

Ракета комплекса 9М723К1 имеет одну ступень с твердотопливным двигателем. Траектория движения квазибаллистическая с маневрированием на начальном и конечном участках траектории, ракета управляется на протяжении всего полёта при помощи аэродинамических и газодинамических рулей. Изготовлена с применением технологий понижения радиолокационной заметности (т. н. «Стелс-технологии»): малая поверхность рассеивания, специальные покрытия, малый размер выступающих частей. Большая часть полёта проходит на высоте около 50 км. Ракета может провести противоракетное интенсивное маневрирование с перегрузками порядка 20 единиц на конечном участке полёта. Система наведения, смешанная: инерциальная на начальном и среднем участках полёта и оптическая на конечном участке полёта, чем достигается высокая точность попадания 5-7 м. Возможно использование GPS/GLONASS в дополнение к инерциальной системе наведения.

### 3. Модель ошибок сопровождения БЦ МРЛС

Модель ошибок включает:

- систематические ошибки,
- шумовые ошибки,
- угловые ошибки.

Систематические ошибки обусловлены неточной привязкой антенны РЛС к сторонам горизонта и неточным показаниям датчиков

невертикальности РЛС. Систематические ошибки могут составлять по угловым координатам:

$$\sigma_{\varepsilon, \beta} \approx 2 \div 6 \text{ угл. мин.}$$

по декартовым координатам:

$$\sigma_{\Delta x, y, z} \approx 5 \div 10 \text{ м}$$

Шумовые ошибки в основном определяются соотношением сигнал/шум. По угловым координатам:

$$\sigma_{\text{ш } \varphi_{\text{H}} \varphi_{\text{B}}} = \frac{\Delta \theta_{\varphi_{\text{H}} \varphi_{\text{B}}}}{K_{\varphi} \sqrt{\rho}}$$

Где:

$\Delta \theta_{\varphi_{\text{H}} \varphi_{\text{B}}}$  - ширина луча,

$\rho$  – отношение сигнал/шум

$K_{\varphi}$  - конструктивный коэффициент РЛС.

По дальности:

$$\sigma_r = \frac{\Delta r}{k_r \sqrt{\rho}}$$

Где:

$\Delta r$  – ширина строба

$k_r$  – конструктивный коэффициент РЛС по дальности.

По доплеровской скорости:

$$\sigma_{\dot{r}} = \frac{\Delta \dot{r}}{K_{\dot{r}} \sqrt{\rho}}$$

Где:

$\Delta \dot{r}$  – полоса доплеровского фильтра РЛС

$K_{\dot{r}}$  – конструктивный коэффициент.

Конструктивные коэффициенты характеризуют качество РЛС, причем чем большее значение имеют коэффициенты тем качественнее выполнение РЛС.

Вполне достижимыми считаются значения коэффициентов (помнению Дэвида Нокса Бартона) - 1,5. Максимальные значения  $\approx 3$ .

Отношение сигнал/шум

$$\rho = k_m \frac{S}{R^2}$$

Где:

$k_m$  – конструктивный коэффициент по мощности;

$R$  – расстояние до БЦ;

$S$  – эффективная поверхность рассеяния.

Сопровождение БЦ происходит при  $\rho \geq 13$ дБ.

Эффективная поверхность рассеяния в модели БЦ задается в виде случайного процесса с лого-нормальным законом распределения.

Угловые ошибки определяются линейными размерами БЦ, которые пересчитываются в углы при наблюдении с места стояния РЛС. На расстоянии  $R$  угловые ошибки будут определяться соотношениями :

$$\sigma_\varphi = \frac{\Delta l}{R}$$

Где  $\Delta l$  – линейные размеры БЦ.

#### **4. Алгоритм статистической обработки измерений.**

Как было указано ранее, координаты, измеренные РЛС, обрабатываются с помощью фильтра Калмана. В нем используется динамическая модель системы, известные управляющие взаимодействия и множество последовательных измерений по которым формируются оптимальные оценки состояния. Алгоритм состоит из двух повторяющихся фаз: предсказание и корректировка измерений.

На первой фазе рассчитывается предсказание состояния на следующий момент времени. Во второй - новая информация с РЛС уточняет предсказанное значение.

Для случая линейной постановки задачи, при нормальном законе распределения ошибок измерений и точных разностных уравнениях движения рекуррентный алгоритм позволяет получать оптимальные оценки в соответствии с критерием

$$\min J = \sum_{k=1}^m \sigma_k^2,$$

где  $m$  - количество компонент фазового вектора,  $\sigma_k^2$  - дисперсия оценки  $k$ -ой компоненты фазового вектора. Выше приведённое утверждение доказано математически. Таким образом, в данной постановке задачи ни один другой алгоритм не может дать более точных оценок, чем рекуррентный алгоритм фильтра Калмана.

К достоинствам фильтра Калмана, кроме рекуррентности и, конечно, оптимальности следует отнести также использование априорных сведений о процессе, в том числе априорную модель движения, статистические характеристики неравноточных ошибок измерений, накапливающуюся «память», которую можно ограничивать, возможность его работы при неравномерном по времени поступлении измерений, использование всей совокупности измерений, в частности измерений доплеровской скорости, проводимых современными радиолокаторами. Так же фильтр Калмана одновременно с оценками фазовых координат вычисляет оценки их дисперсий, которые могут использоваться и используются при комплексировании оценок и решения задач селекции.

Основными формульными зависимостями рекуррентного алгоритма являются следующие матричные соотношения:

- уравнения экстраполяции фазового вектора и его ковариационной матрицы:

$$D_{i/i-1} = F_i D_{i-1} F_i^T;$$

$$\hat{X}_i = \Phi(X_{i-1}^*);$$

- уравнения получения вектора оценок и его ковариационной матрицы на момент времени  $i$ :

$$S_i = D_{i/i-1} H_i^T (H_i D_{i/i-1} H_i^T + Q_i)^{-1};$$

$$X_i^* = \hat{X}_i + S_i (Y_i - H_i(\hat{X}_i));$$

$$D_i = D_{i/i-1} - S_i H_i D_{i/i-1};$$

где  $i$  – номер такта получения вектора измерений и счета алгоритма;

$X_i^*$  – вектор оценок с компонентами  $x_i^*, y_i^*, z_i^*, \dot{x}_i^*, \dot{y}_i^*, \dot{z}_i^*, \gamma_i^*$ ;

$\hat{X}_i$  – экстраполированный на такт счета алгоритма вектор оценок;

$Y_i$  – вектор измерений с компонентами  $x, y, z, \dot{r}$ ;

$D_i$  – ковариационная матрица вектора оценок  $X_i^*$ ;

$S_i$  – весовая матрица;

$Q_i$  – ковариационная матрица вектора измерений  $Y_i$ ;

$F_i$  – матрица эволюции фазового вектора;

$H_i(\hat{X}_i)$  – процедура расчета ожидаемого вектора измерений на момент времени  $t_i$ ;

$D_{i/i-1}$  – ковариационная матрица экстраполированного вектора  $\hat{X}_i$ ;

$\Phi(X_{i-1}^*)$  – процедура экстраполяции вектора  $X_{i-1}^*$  на момент времени  $t_i$ .

Дифференциальные уравнения не могут точно соответствовать движению баллистической цели из-за несоответствий баллистического коэффициента и из-за возможного нагрева и обгорания головной части, вследствие чего могут возникнуть динамические ошибки и/или реализуется расхожимость алгоритма. Для исключения этих негативных последствий к дисперсиям компонент скорости и баллистического коэффициента на каждом такте получения измерений добавляются постоянные величины. Отмеченный

прием, являющийся общепринятым, также ограничивает «память» рекуррентного фильтра.

Рекуррентный алгоритм использует в качестве начальных значений фазового вектора оценки положения и скорости, полученные при целеуказании или на предварительном участке обработки измерений, а в качестве оценки баллистического коэффициента - его априорное значение. В соответствии с начальными значениями фазового вектора выбираются начальные элементы его ковариационной матрицы. В качестве начальной ковариационной матрицы  $D$  предлагается использовать диагональную матрицу. В качестве дисперсий компонент вектора положения принимаются априорные дисперсии оценок целеуказания или измерений декартовых координат, в качестве дисперсий компонент скорости - дисперсии оценок компонент скорости, в качестве дисперсии баллистического коэффициента - априорное значение дисперсии баллистического коэффициента, выбранного на основании данных современных классов БЦ.

При сопровождении БЦ, имеющих малые ЭПР, измерения из-за фединга отраженного сигнала могут отсутствовать в течение нескольких тактов. При отсутствии измерений один из приёмов, позволяющих обеспечить работу алгоритма – это обнуление весовой матрицы  $S_i$ .

В алгоритм статобработки координат предлагается ввести механизм учета сбойных измерений. Если квадрат компоненты вектора невязок  $Y_i - H_i \hat{X}_i$  превысит  $n$ -кратную оценку дисперсии данной компоненты, то происходит обнуление весовой матрицы  $S_i$  (коэффициент  $n$  выбирается по результатам моделирования). Оценки дисперсий компонент вектора невязок представляют собой диагональные элементы матрицы  $H_i D_{i/i-1} H_i^T + Q_i$ .

## 5. Пролонгация движения центра масс БЦ.

Пролонгация (экстраполяция) движения осуществляется методом Рунге-Кутты 4-го порядка с использованием ранее указанных в п.1 уравнений. На рисунках представлены результаты моделирования для БЦ движущейся со скоростью  $V \approx 2000$  м/с .

На рисунках принято:

$\gamma$  - баллистический коэффициент;

$\gamma^*$  - оценка БК, используемая для наведения ракеты;

$\gamma_c^*$  - оценка БК, используемая для селекции;

$\sigma_\gamma$  - среднеквадратическое отклонение (СКО) оценки БК;

*porog* – пороговое значение, используемое для селекции;

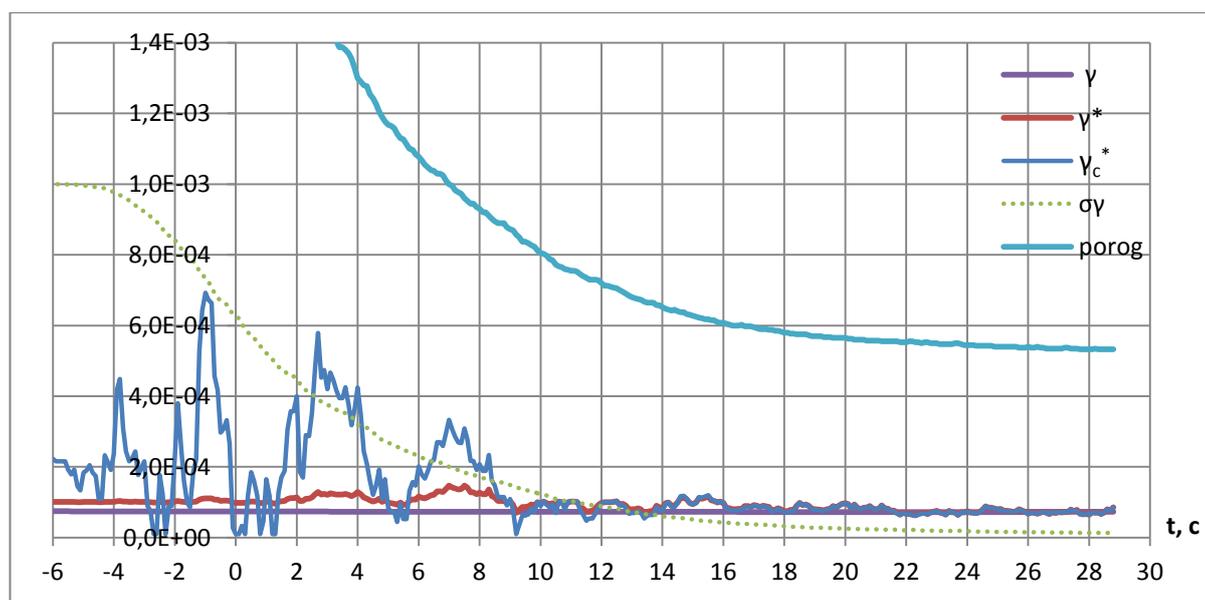
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$  – ошибки оценок координат;

$\delta x, \delta y, \delta z$  - ошибки измерений РЛС;

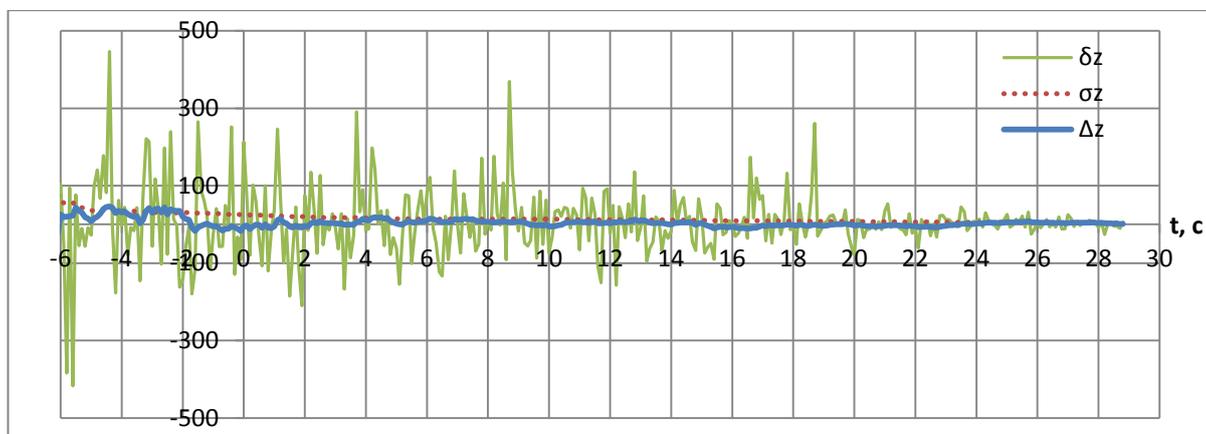
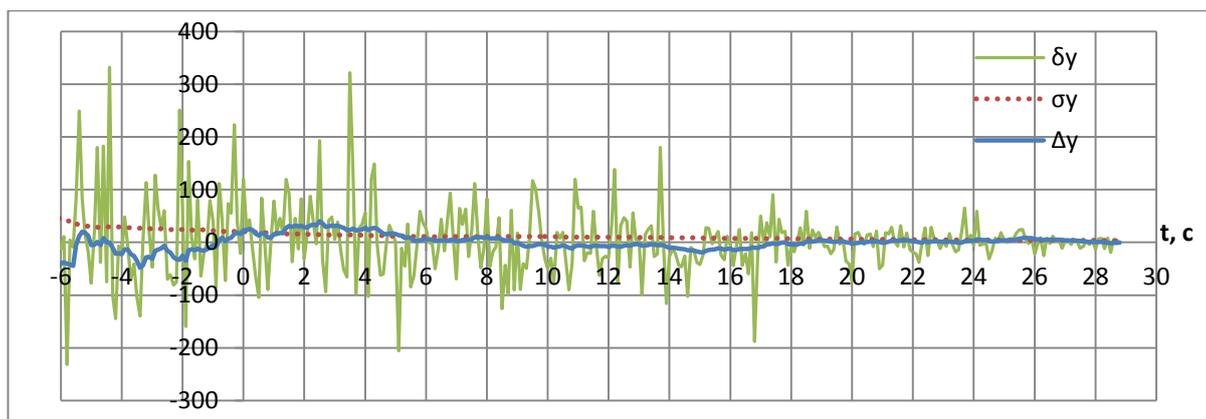
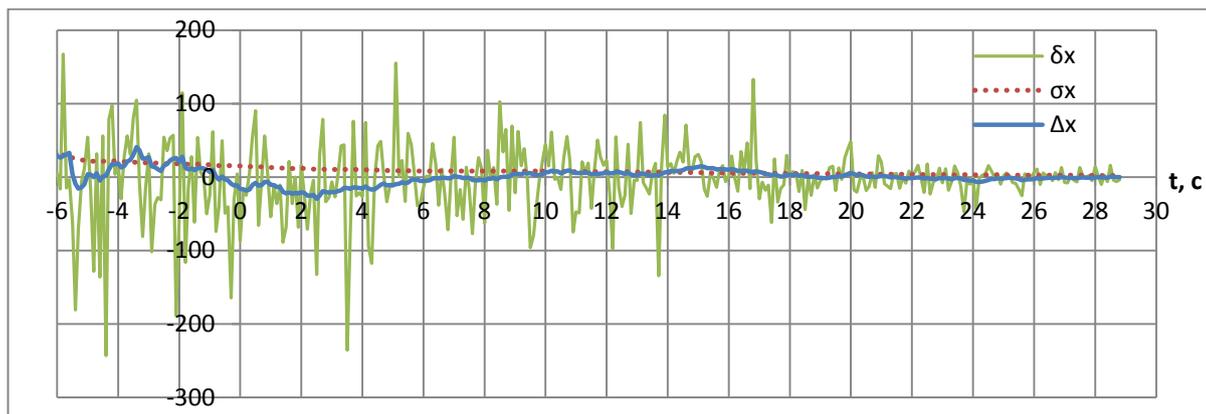
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  – среднеквадратическое отклонение ошибок оценок координат, рассчитываемые рекуррентным фильтром;

$\Delta \dot{x}, \Delta \dot{y}, \Delta \dot{z}$  – ошибки оценок компонент вектора скорости;

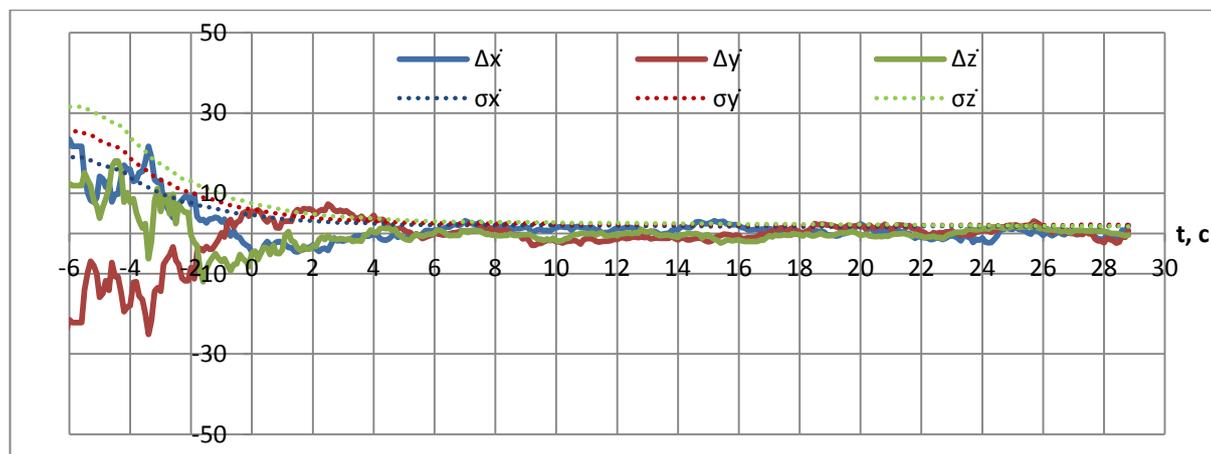
$\sigma_{\dot{x}}, \sigma_{\dot{y}}, \sigma_{\dot{z}}$  – СКО ошибок оценок компонент скорости, рассчитываемые рекуррентным алгоритмом.



## Баллистический коэффициент, его оценки и СКО.



Ошибки измерений координат, ошибки оценок и их СКО.



Ошибки оценок компонент скорости и их СКО.

Оценка точности пролонгации движения цели на момент встречи была проведена следующим образом. На вход алгоритма пролонгации поступали оценки координат цели  $x^*, y^*, z^*$ , оценки производных координат цели  $\dot{x}^*, \dot{y}^*, \dot{z}^*$  и оценка баллистического коэффициента  $\gamma^*$ . На выходе алгоритма обрабатывались пролонгированные на время  $\tau$  координаты, компоненты скорости и значение баллистического коэффициента. Для более точной пролонгации БЦ использовался тот же алгоритм аппроксимации БК, как в алгоритме статобработки координат БЦ. В алгоритме пролонгации использовался метод численного интегрирования Рунге-Кутты 4-го порядка. Интервал пролонгации разбивался на 4 равных шага, на каждом из которых вычислялись значения фазового вектора. Оценка ошибок при пролонгации оценок алгоритма на основе фильтра Калмана в точку встречи проводилась на математической модели. Оценки координат, полученные с фильтра Калмана, пролонгировались на время, равное разнице текущего и времени встречи, задаваемого константой. В результате были получены зависимости ошибок от времени пролонгации. Характер поведения ошибок пролонгации можно прокомментировать следующим образом. Ошибки пролонгации на высокоатмосферном участке обусловлены ошибками оценок по скорости, и, отчасти, несоответствием истинного значения БК цели априорному. При входе в плотные слои атмосферы БК начинает уточняться, но его влияние на пролонгированный фазовый вектор возрастает, поэтому соответственно

увеличиваются ошибки пролонгации. В дальнейшем по мере входа БЦ в более плотные слои атмосферы ошибки уменьшаются.

## **6. Расчёт координат точки встречи ЗУР с БЦ.**

Расчёт координат точки встречи ЗУР с БЦ осуществляется методом итераций. При котором фиксируется некоторое время и рассчитываются координаты встречи на следующий момент времени. В методе проводится пролонгация движения цели и ракеты. При этом используются вновь полученные оценки.

Такие расчеты проводятся для каждого момента времени. Точка встречи рассчитывается рекурсивно с частотой 10-20Гц. С этой частотой идет пересчет дальности от ракеты до точки встречи и время до её достижения. В зависимости от поступающих поправок точки встречи, корректируется и время её достижения.

Это происходит из соображений:

$$\Delta\tau = -\frac{\Delta x\Delta\dot{x} + \Delta y\Delta\dot{y} + \Delta z\Delta\dot{z}}{V_{отн}^2}$$

Где  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  – координаты относительного положения БЦ и ракеты на момент встречи. И, соответственно,  $\Delta\dot{x}$ ,  $\Delta\dot{y}$ ,  $\Delta\dot{z}$  – компоненты относительной скорости на момент на момент встречи. Оценка  $\Delta\tau$  используется для корректировки рассчитываемого времени встречи  $\tau$  по формуле

$$\tau_k = \tau_{k-1} + \Delta\tau_k.$$

Расчетные координаты точки встречи не являются постоянными величинами, т.к. происходит их постоянное уточнение по мере накопления информации.

Стоит отметить, что такие поправки неизбежны, хотя бы из-за условий окружающей среды и т.д.

## **7. Построение опорной траектории.**

Впервые во время движения опорная траектория строится перед моментом пуска ракеты. Как только расчетная точка встречи входит в зону поражения выпускается ракета. С теми же 10Гц перерасчитывается опорная траектория, которая ,очевидно, проходит через предполагаемую на данный момент точку встречи и местоположение ракеты в тот же момент времени. В настоящее время она строится с помощью полинома. Вопрос о наилучшей степени полинома для нашего случая остается открытым. Чем выше его степень тем меньше динамическая ошибка. Но с увеличением степени полинома растет и флуктуационная ошибка, что ,в свою очередь, ведет к лишним пересечениям линии до точки встречи.

Рассмотрим алгоритм построения опорных траектории полинома 7й степени

$$H = H_c + \sum_{i=1}^7 a_i v^i$$

В начале и конце задаются: положение, наклон траектории и вторые производные. Для середины задаются, а вверху рассчитываются положение и наклон траектории. Такой подход позволяет иметь траектории близкие к баллистическим в начале и конце траектории, а так же проводить сопряжение участков.

Условия: 1) при  $r = -\frac{1}{2}, H = H_H, \frac{dH}{dv} = \Delta D * tg\theta_H, \frac{d^2H}{dv^2} = \Delta D^2 * \ddot{H}_H$

2) при  $r = 0, H = H_c, \frac{dH}{dv} = \Delta D * tg\varepsilon_k = a_1, tg\varepsilon_k = \frac{H_k - H_H}{\Delta D}$

3) при  $r = \frac{1}{2}, H = H_K, \frac{dH}{dv} = \Delta D * tg\theta_K, \frac{d^2H}{dv^2} = \Delta D^2 * \ddot{H}_K$

Решение имеет вид:

$$\sigma_1 = H_H - 2 * H_c + H_K$$

$$\sigma_2 = \Delta D (tg\theta_H + tg\theta_K) - 2 * (H_K - H_H)$$

$$\sigma_3 = \Delta D^2 (\ddot{H}_H + \ddot{H}_K)$$

$$\Delta_1 = 0$$

$$\Delta_2 = \Delta D (tg\theta_k - tg\theta_H)$$

$$\Delta_3 = \Delta D^2 (\ddot{H}_H + \ddot{H}_K)$$

$$a_1 = H_K - H_H$$

$$a_2 = 6\sigma_1 + \frac{1}{16} * \sigma_3 - \frac{9}{8} \Delta_2$$

$$a_3 = -\frac{11}{4} \sigma_2 + \frac{35}{2} \Delta_1 + \frac{1}{8} \Delta_3$$

$$a_4 = -24\sigma_1 - \frac{1}{2} \sigma_3 + 7\Delta_2$$

$$a_5 = 18\sigma_2 - 84\Delta_1 - \Delta_3$$

$$a_6 = 32\sigma_2 - \sigma_3 - 10\Delta_2$$

$$a_7 = -28\sigma_2 + 120\Delta_1 + 2\Delta_3$$

Выражения для  $H_c$ ,  $\dot{H}_H$  и  $\dot{H}_K$

$$H_c = 0,25(3H_H + \Delta D * tg\theta_H + H_K)$$

$$\dot{H}_H = -\frac{g}{V_H^2} (1 + tg^2\theta_H)$$

$$\dot{H}_K = -\frac{g}{V_K^2} (1 + tg^2\theta_K)$$

Стоит отметить, что  $H_c$ ,  $\theta_c$ ,  $\theta_k$ ,  $\dot{H}_H$  и  $\dot{H}_K$  задаются таблицами.

## 8. Наведение ГСН для захвата сигнала от БЦ.

Движение ракеты разделяется на 3 участка:

- наведение на БЦ с помощью РЛС
- захват БЦ и переход на самонаведение
- самонаведение

ГСН может находиться в двух режимах: активном или полуактивном. В первом случае ракета сама облучает БЦ и наводится по отраженному сигналу. Во втором случае наведение происходит по сигналу, полученному после отражения от БЦ посылаемому РЛС. Вторая стадия движения ракеты начинается в полуактивном режиме, а завершается в активном. Захват БЦ

ГСН подразумевает собой направление обоих угловых координат на цель и настройку фильтра на ту частоту, которая является истинно доплеровской  $\Delta\vartheta = 2 \frac{v_{отн}}{\lambda}$  сложенной с частотой излучения. При движении ракеты по линии, отличной от линии соединяющей её с БЦ,  $\Delta\vartheta$  считается учитывая геометрию относительного движения:

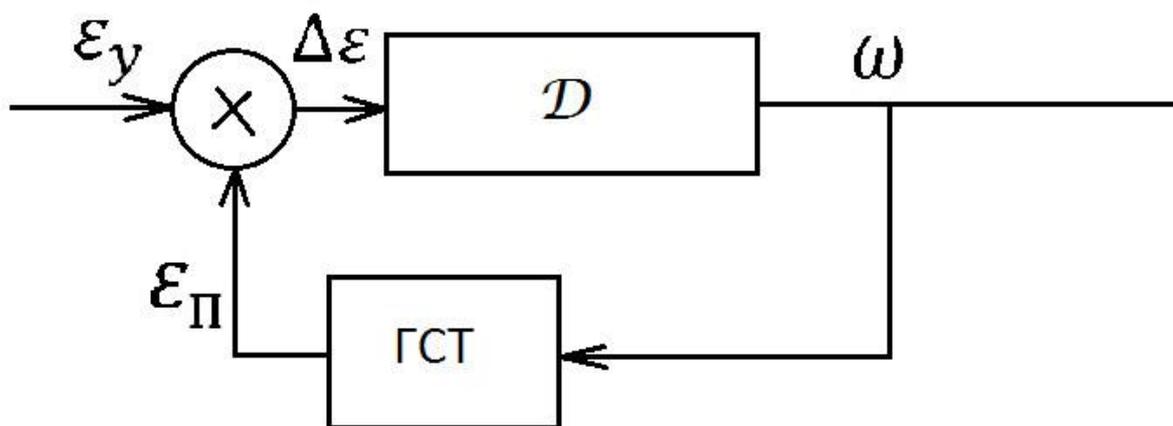
$$\Delta\vartheta = 2 \frac{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \cos \alpha}}{\lambda}, \text{ где } \alpha \text{ – наименьший из углов между}$$

направлениями движения.

## 9. Сопровождение ГСН БЦ.

Как было указано ранее, на последнем участке траектории ракета находится в режиме самонаведения. Сопровождение ГСН БЦ происходит по трем измеряемым значениям: двум угловым координатам и доплеровской частоте. С частотой 20Гц просчитываются поправки угла направления антенны.

Схема процесса такова:



Здесь:

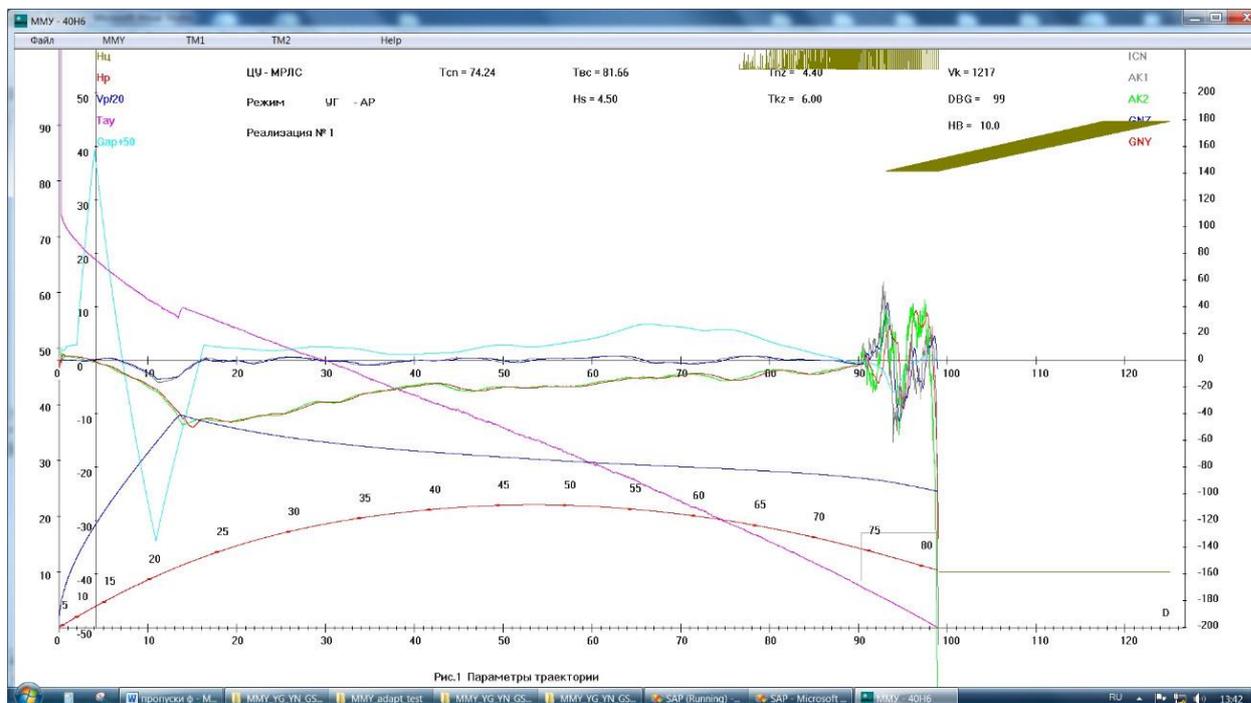
$\varepsilon_y$  – угол цели,

$\Delta\varepsilon$  – разность между текущим положением антенны и  $\varepsilon_y$ ,

$\varepsilon_{п}$  – поправка для направления антенны на цель.

## 10. Моделирование процесса наведения на аэродинамические и баллистические цели.

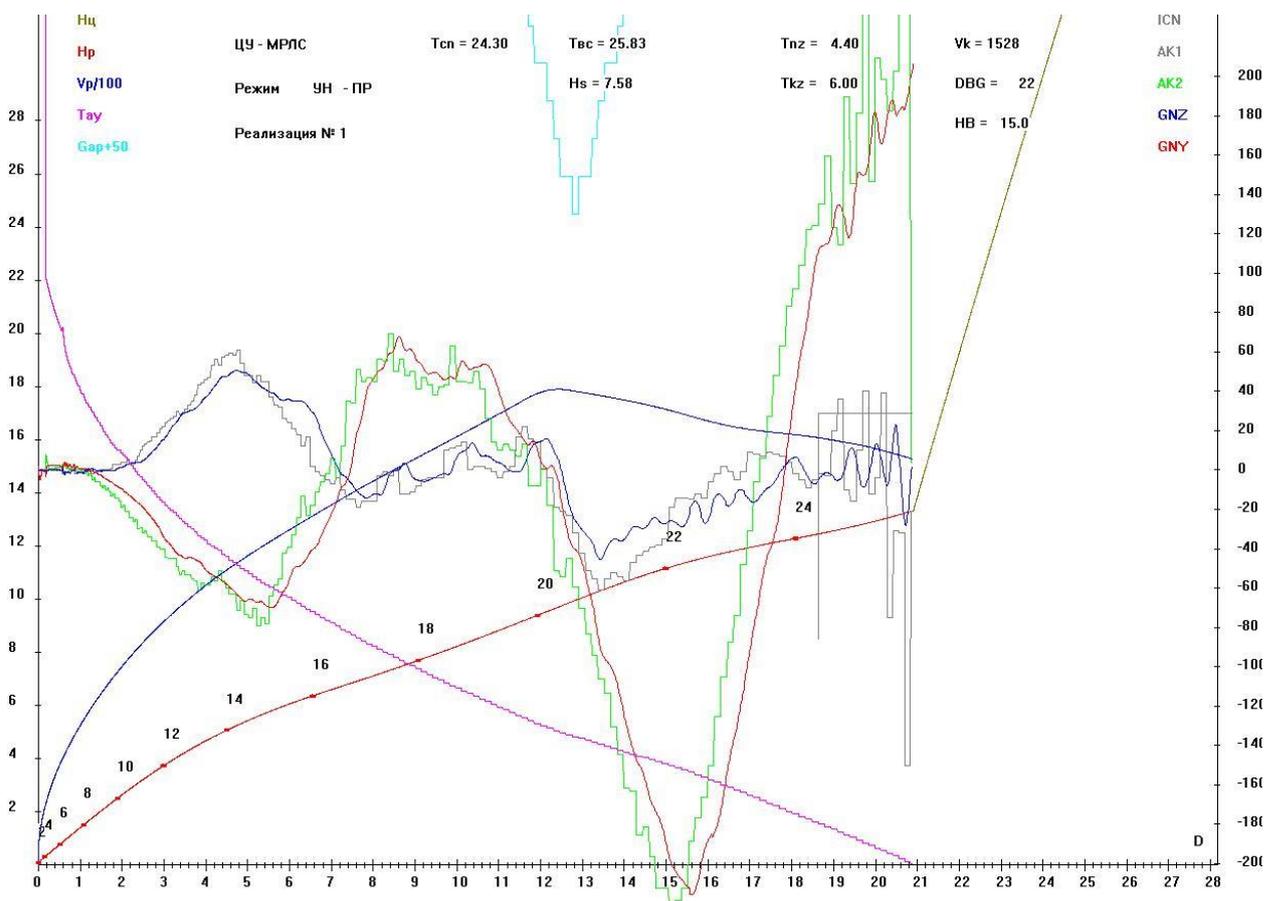
Была написана программа моделирующая перехват аэродинамической цели ракетой. Перехват изображается на графике с отложенными по осям расстоянием от точки пуска ракеты и высотой.



Красной линией снизу показана траектория ракеты. Справа к точке встречи серой линией показывается траектория цели. В той же области синей линией отображается скорость ракеты. Фиолетовая линия показывает расчетное время, до точки встречи. Чуть выше приводятся еще 5 величин характеризующих движение ракеты во времени. Голубой линией изображается крен ракеты. Зеленая и синяя линии показывают величину управляющего воздействия соответственно по вертикали и горизонтали. Запаздывающие за ними красная и серая линии демонстрируют перегрузки по горизонтали и по вертикали соответственно. Важно отметить некоторые факты, наблюдаемые в результатах моделирования. Линия скорости достигает своего пика в момент, когда двигатель перестает работать. Величина крена имеет пилообразный во

времени вид, потому что имеет место покачивание по крену, что сделано для препятствия прогорания двигателя.

Также была написана программа моделирующая перехват ракетой баллистической цели. Как и ранее, перехват изображается на графике с отложенными по осям расстоянием от точки пуска ракеты и её высотой.



Обозначения точно те же самые что и при моделировании перехвата аэродинамической цели.

## 11. Оценка вероятности поражения БЦ.

Вне зависимости от способа боевого применения ЗУР основной составляющей функциональной эффективности является вероятность поражения одиночной цели при пуске по ней одной ракеты. Поражение цели одной ЗУР можно представить в виде сложного случайного события, состоящего из двух других случайных событий, происходящих

последовательно во времени. Первое случайное событие заключается в том, что подрыв боевой части ракеты произошел именно в данной точке пространства при промахе  $h$ . Вероятность этого события определяется законом ошибок наведения и управления  $\varphi(h)$ , сопутствующим стрельбе. Эти ошибки, как показывает опыт, распределяются по закону, близкому к круговому ( $\sigma_y = \sigma_z = \sigma$ ), с центром рассеивания, совпадающим с целью, а плотность вероятности распределения промахов подчиняется закону Рэлея:

$$\varphi(h) = \frac{h}{\sigma^2} e^{-\frac{h^2}{2\sigma^2}}$$

Где  $\sigma$  – среднее квадратическое значение промаха.

Второе случайное событие заключается в том, что поражающие элементы боевой части ракеты, разорвавшейся при промахе  $h$ , поразят цель.

Вероятность этого события определяется условным законом поражения цели  $p(h)$ . Закон  $p(h)$  является функцией:

- типа и характеристик боевой части ракеты;
- параметров радиовзрывателя;
- условий встречи ракеты с целью (модуля и направления вектора скорости ракеты и цели, высоты точки встречи и др.);
- уязвимости цели.

При круговом распределении ошибок наведения и управления условный закон поражения цели приближенно описывается зависимостью

$$p(h) = e^{-\frac{h^2}{2R_0^2}}$$

Где  $R_0$  – параметр условного закона, численно равный величине промаха, при которой условная вероятность поражения цели составляет 0,606.

Полная вероятность сложного события

$$W = \int_0^{\infty} \varphi(h)p(h)dh = \int_0^{\infty} \frac{h}{\sigma^2} e^{-\frac{h^2}{2}\left(\frac{R_0^2 + \sigma^2}{R_0^2 \sigma^2}\right)} dh$$

При подстановке:

$$t = \frac{h^2}{2} \left( \frac{R_0^2 + \sigma^2}{R_0^2 \sigma^2} \right)$$

Получаем:

$$W = \frac{R_0^2}{R_0^2 + \sigma^2} \int_0^\infty e^{-t} dt,$$

В итоге имеем:

$$W = \frac{R_0^2}{R_0^2 + \sigma^2}$$

## 12. Особенности наведения ЗУР на БЦ.

Стоит отметить некоторые особенности наведения ЗУР на БЦ, а именно:

1. сложности получения сигнала от БЦ из-за их временами крайне маленькой ЭПР в отличие от АЦ.
2. Осложняющие наведение большие перегрузки при движении в атмосфере.
3. Сложность получения оценок фазового вектора.
4. Сложность захвата ГСН БЦ с необходимым переходным режимом комплексирования данных с РЛС и данных с ГСН.
5. Малое время самонаведения при перехвате аэродинамических целей. Тем увеличивающее промах, чем оно меньше. Для перехвата же баллистических целей рекомендуется оставить время самонаведения в пределах 1,5с максимум 2с.
6. Довольно низкая частота измерений координат – 10Гц. Увеличение её до 20Гц дало бы сильное уменьшение промаха.

## **Заключение**

В работе рассмотрены основные принципы наведения зенитных управляемых ракет на скоростные баллистические цели. Наиболее подходящим для обработки данных с радиолокационной станции был признан фильтр Калмана. Проведено моделирование обработки фильтром Калмана данных РЛС. Также проведено моделирование наведения ракеты на баллистические и аэродинамические цели. В итоге в работе рассмотрены две задачи систем автоматического управления:

- определение параметров траектории объекта
- наведение зенитной управляемой ракеты на объект.

В процессе решения первой из задач смоделирована селекция ложных целей посредством объективной оценки характеристик каждой из целей через баллистический коэффициент.

По результатам моделирования предлагается рассмотреть возможность увеличения времени сопровождения ракеты головкой самонаведения до 5-7 секунд при перехвате аэродинамических целей и повышения частоты сопровождающего сигнала с радиолокационной станции до 20Гц.

## Список литературы

1. Бартон, Д. К., Справочник по радиолокационным измерениям / Д. К. Бартон, Г. Р. Вард. - Пер. с англ. под ред. М. М. Вейсбейна. М.: Советское радио, 1976.
2. Barton, D. K., Radar system analysis and modeling / D. K. Barton - Boston, London : Artech House, 2004.
3. Blackman, S. S. Design and analysis of modern tracking systems / S. S. Blackman. - London : Artech House, 1999.
4. Архангельский И. И., Афанасьев П. П., Болотов Е. Г., Голубев И. С., Матвеев А. М., Мизрохи В. Я., Новиков В. Н., Остапенко С. Н., Светлов В.Г. / Под ред. Голубева И. С. и Светлова В.Г. – Изд. Третье, доп. – М.: Изд-во «Экслибрис-Пресс», 2013. – 764с: ил.
5. Вторая научно-техническая конференция молодых ученых и специалистов. 2011. Сборник докладов / Под ред. Созинова П.А. – М.: Радиотехника, 2012. – 392 с.: ил.
6. Косарев В. И. 12 лекций по вычислительной математике (вводный курс): Учеб. пособие: Для вузов. Изд. 2-е, испр. и доп. – М.: Изд-во МФТИ, 2000. – 204 с.
7. Демидов В. П., Кутыев Н. Ш. Управление зенитными ракетами. 2-е изд., перераб. и доп. М. Воениздат 1989. – 335 с. ил
8. Исследование оптимальных режимов движения ракет. Сборник переводов иностранных статей / под ред. канд. тех. наук Садовского И. Н. – Государственное Издательство Оборонной Промышленности, 1959. – 293 с.