

УДК 519.634

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА ВЗВЕШЕННЫХ ВЕЩЕСТВ НА ОКЕАНИЧЕСКОМ ШЕЛЬФЕ. РАСЧЕТ ДАМПИНГА ГРУНТА В АЗОВСКОМ МОРЕ<sup>1)</sup>

© 2010 г. Б. В. Архипов, В. Н. Котеров, В. В. Солбаков, Ю. С. Юрезанская

(119333 Москва, ул. Вавилова, 40, ВЦ РАН)

e-mail: july@ccas.ru

Поступила в редакцию 26.11.2009 г.

Рассматривается задача моделирования переноса взвешенных веществ в водных объектах в тех случаях, когда размер ареала их распространения значительно превышает глубину акватории. С целью демонстрации работоспособности и качества предложенной в предыдущих работах вычислительной методики проводится расчет распространения облаков минеральной взвеси, образующихся в южной части акватории Азовского моря в процессе утилизации (дампинга) грунта, изъятая при проведении ремонтных работ в порту Темрюк. Приводятся в основном результаты методических расчетов, направленных на выявление степени достоверности получаемых результатов. Библ. 7. Фиг. 7. Табл. 1.

**Ключевые слова:** численные методы, уравнение переноса и диффузии, шельф, взвешенные вещества, дампинг, турбулентное перемешивание, закон 4/3, стохастические методы.

### ВВЕДЕНИЕ

Расчет распространения минеральной взвеси сложного фракционного состава на шельфе окраинных и внутренних морей необходим для получения обоснованных оценок влияния хозяйственной деятельности на экологическое состояние водной среды. Вдали от источника загрязнения (в дальней зоне) концентрация взвешенных веществ (ВзВ) в морской воде невелика. Поэтому здесь эти субстанции могут считаться пассивной примесью, отдельные фракции которой, во-первых, распространяются независимо друг от друга и, во-вторых, динамически не влияют на фоновое поле скорости воды. Это значительно упрощает задачу. Тем не менее остается ряд вопросов, связанных со следующими проблемами:

размер ареала распространения ВзВ существенно превышает глубину акватории;

количество различных фракций взвеси велико, скорости осаждения этих фракций значительно отличаются друг от друга;

концентрации в контрольных створах (1 мг/л), надежность расчета которых должна обеспечить численная модель, на пять и более порядков отличаются от концентрации взвеси вблизи источника загрязнения;

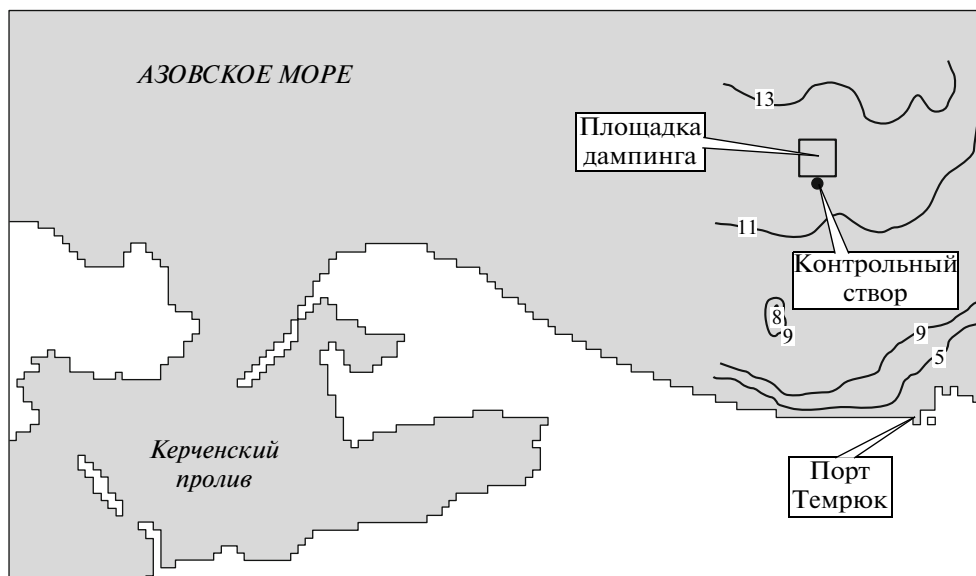
вертикальный турбулентный обмен и адсорбционные свойства дна существенно влияют на процесс осаждения мелкодисперсных ВзВ;

поле скорости течения может иметь сложный, пространственно неоднородный и реверсивный характер;

имеет место зависимость коэффициента горизонтального турбулентного обмена от размера диффундирующего объекта (“закон 4/3” Ричардсона рассеяния компактного облака примеси в турбулентной среде, см. [1], [2]);

время действия антропогенных источников ВзВ может быть велико (от нескольких суток до нескольких месяцев).

<sup>1)</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (коды проектов 08-07-00118, 08-01-00435) и Программы № 3 фундаментальных исследований ОМН РАН.



Фиг. 1.

В [3], [4] представлена экономичная вычислительная методика моделирования переноса взвешенных веществ в дальней зоне, учитывающая перечисленные выше особенности задачи. Используемые подходы состоят в следующем:

сведение трехмерной задачи переноса и диффузии полидисперсных взвешенных веществ, порождаемых мгновенным точечным источником, к двумерному (осредненному по глубине) уравнению для монодисперсной взвеси с зависящей от времени эффективной скоростью осаждения, учитывающей вертикальный турбулентный обмен и адсорбционные свойства дна;

применение принципа суперпозиции для моделирования действия непрерывного и/или распределенного источника взвеси;

разработка стохастического метода дискретных облаков, воспроизводящего “закон 4/3” Ричардсона при расчете горизонтального переноса и рассеяния взвешенного вещества.

В настоящей работе, завершающей публикации [3], [4], приводятся результаты применения разработанной методики для моделирования распространения ВЗВ в акватории Азовского моря при утилизации (дампинге) грунта, изъятая при проведении дноуглубительных работ в порту Темрюк. Исходные данные для расчетов несколько упрощены, но выбраны таким образом, чтобы они в общих чертах соответствовали реально проводимым в рассматриваемом регионе работам, гидрометеорологическим условиям и характеристикам утилизируемых донных отложений.

Целью работы является демонстрация на конкретном примере работоспособности предложенной методики моделирования переноса ВЗВ, а также проведение методических расчетов, направленных на выявление степени достоверности получаемых результатов.

## 1. ОБЪЕКТ МОДЕЛИРОВАНИЯ И СЦЕНАРИЙ ДАМПИНГА

Порт Темрюк расположен в южной части Темрюкского залива Азовского моря (фиг. 1). Природные условия в районе порта Темрюк определяют высокий уровень заносимости его судоходных каналов, которые поэтому требуют периодического ремонтного восстановления. Примерно половина изымаемого при дноуглубительных работах грунта может в процессе проведения работ складываться в море на площадке дампинга размером  $3 \times 3 \text{ км}^2$  (глубина  $\approx 12 \text{ м}$ ), расположенной на подходе к порту с северо-запада (фиг. 1).

В настоящей работе при моделировании процесса дампинга предполагалось, что вывоз грунта на площадку захоронения осуществляется самоотвозными шаландами (баржами) грузоподъемностью  $M_0 = 265 \text{ т}$ . Момент начала дампинга 4001 час, отсчитываемый от начала года (соответствует 16 июня). Момент окончания дампинга 4202 часа (25 июня). Считалось, что каждый час на площадке разгружается одна баржа. Положение 201 точки разгрузки барж на площадке дам-

пинга задавалось с использованием случайной величины, равномерно распределенной по обеим координатам. Вывозимый на площадку дампинга грунт – ил с гранулометрическим составом, представленным в таблице. Его минеральная плотность  $\rho_0 = 2650 \text{ кг/м}^3$ , а пористость отложений, образующихся на дне,  $\varepsilon_0 = 0.5$ .

Каждый отдельный эпизод дампинга моделировался мгновенным распределенным источником ВЗВ. Концентрация минеральной взвеси сразу после окончания действия этого источника задавалась в виде

$$C_0 = \begin{cases} \frac{M_0}{2\pi(z_2 - z_1)\sigma'_{10}\sigma'_{20}} \exp\left(-\frac{x_1'^2}{2\sigma'_{10}} - \frac{x_2'^2}{2\sigma'_{20}}\right), & z_1 \leq z \leq z_2, \\ 0, & z < z_1, \quad z > z_2, \end{cases} \quad (1)$$

где вертикальная координата  $z$  отсчитывается от свободной поверхности,  $z_1 = 1 \text{ м}$ ,  $z_2 = 3 \text{ м}$ , локальные координаты  $x_1'$  и  $x_2'$  отсчитываются от точки дампинга по направлению течения воды и в перпендикулярном направлении. Величины  $\sigma'_{10} = 5 \text{ м}$  и  $\sigma'_{20} = 2.5 \text{ м}$  (половины примерных размеров трюма баржи)<sup>2)</sup>.

## 2. ГИДРОЛОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ В РАЙОНЕ ДАМПИНГА

Для получения количественных характеристик течения воды в рассматриваемом районе использовалась следующая система уравнений “мелкой воды” (см. [5]):

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu_1}{\partial x_1} + \frac{\partial hu_2}{\partial x_2} &= 0, \quad h = H + \eta, \\ \frac{\partial hu_1}{\partial t} + \frac{\partial hu_1^2}{\partial x_1} + \frac{\partial hu_1 u_2}{\partial x_2} - fhu_2 &= -\frac{\partial gh^2/2}{\partial x_1} + gh\frac{\partial H}{\partial x_1} + A\left(\frac{\partial^2 hu_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 hu_1}{\partial x_2^2}\right) + \tau_1^0 + \tau_1, \\ \frac{\partial hu_2}{\partial t} + \frac{\partial hu_1 u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial hu_2^2}{\partial x_2} + fhu_1 &= -\frac{\partial gh^2/2}{\partial x_2} + gh\frac{\partial H}{\partial x_2} + A\left(\frac{\partial^2 hu_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 hu_2}{\partial x_2^2}\right) + \tau_2^0 + \tau_2. \end{aligned}$$

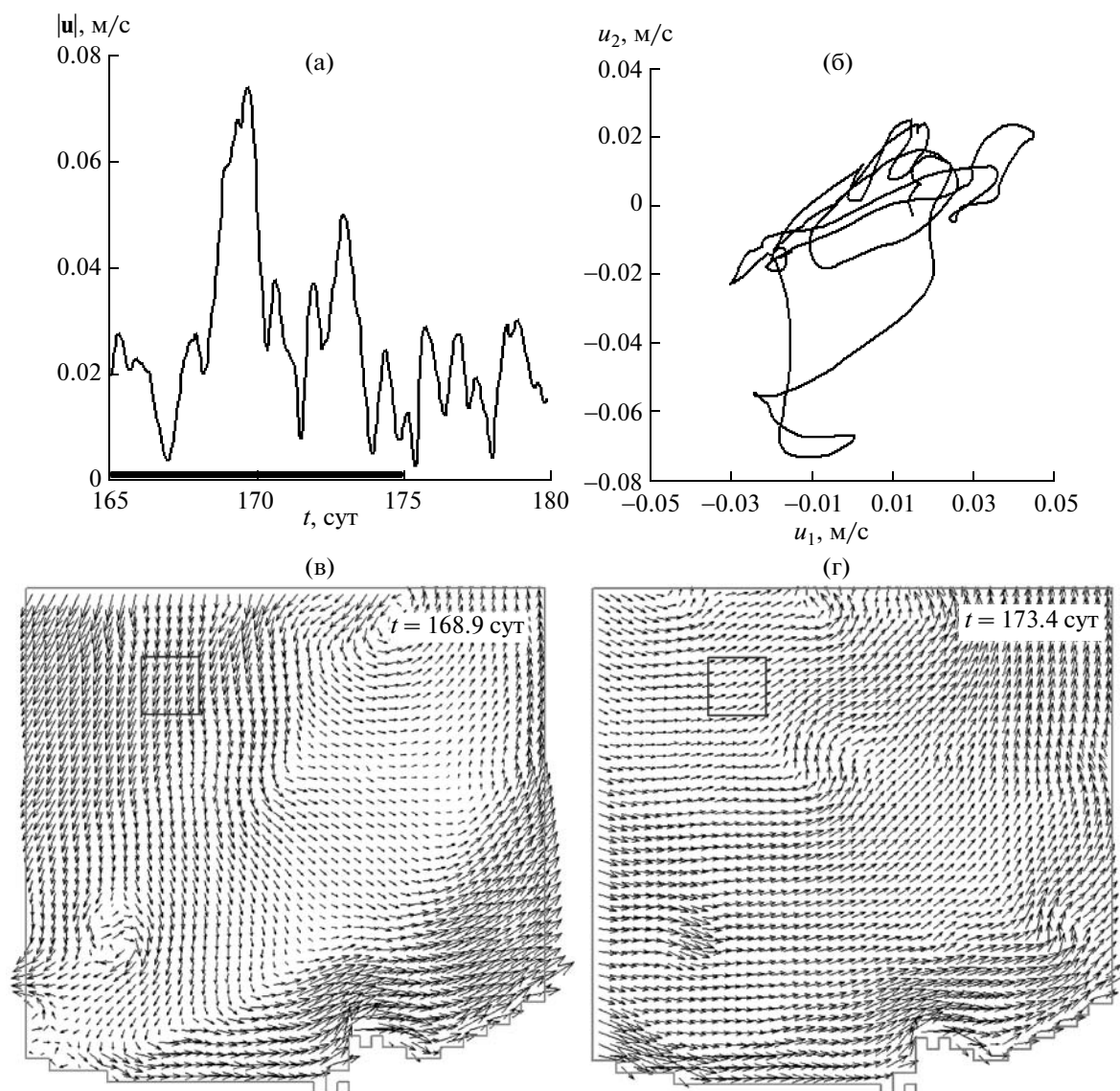
Здесь  $t$  – время,  $x_1$  и  $x_2$  – декартовы координаты точки  $x$ , измеряемые в восточном и северном направлениях;  $u_1$  и  $u_2$  – соответствующие компоненты скорости течения  $\mathbf{u}$ ;  $f = 2\Omega \sin \varphi$  – параметр Кориолиса ( $\Omega$  – угловая скорость вращения Земли,  $\varphi$  – широта места);  $H$  и  $\eta$  – глубина акватории и возмущение уровня свободной поверхности;  $g$  – ускорение свободного падения;  $A$  – эффективный коэффициент горизонтального турбулентного обмена импульсом;  $\tau_1^0$  и  $\tau_2^0$  – ветровые напряжения на свободной поверхности,  $\tau_1$  и  $\tau_2$  – напряжения трения на дне акватории, для задания которых обычно используется закон квадратичного трения:  $\tau_i = -\alpha|\mathbf{u}|u_i$ ,  $i = 1, 2$  ( $\alpha$  – коэффициент трения).

В качестве причины, вызывающей движения воды, могут выступать условия на открытых границах, где при проведении расчетов должны использоваться данные о течениях и уровне моря, в том числе ряды наблюдений. Еще одной вынуждающей силой, особенно важной для расчета течений во внутренних морях, в которых приливные явления невелики, могут быть ветровые напряжения:

$$\tau_1^0 = |\boldsymbol{\tau}^0| \cos \theta, \quad \tau_2^0 = |\boldsymbol{\tau}^0| \sin \theta, \quad |\boldsymbol{\tau}^0| = (\rho_a/\rho_w)C_d V_{10}^2, \quad (2)$$

где  $\rho_a$  и  $\rho_w$  – плотность воздуха и воды соответственно,  $V_{10}$  – скорость ветра на уровне 10 м над свободной поверхностью,  $\theta$  – угол между осью  $x_1$  системы координат и направлением ветра, а ко-

<sup>2)</sup> В [3], [4] рассматривались в основном мгновенные точечные источники взвеси. Все результаты легко обобщаются на случай (1).



Фиг. 2.

эффицент трения  $C_d$  согласно одной из моделей ветровых напряжений на поверхности воды может быть определен следующим образом (см. [5]):

$$C_d = \begin{cases} 1.1 \times 10^{-3}, & V_{10} \leq 6 \text{ м/с}, \\ (0.72 + 0.063 V_{10}) \times 10^{-3}, & V_{10} > 6 \text{ м/с}. \end{cases}$$

При расчете поля течений применялась сетка, полностью охватывающая Азовское море с Керченским проливом и имеющая открытую границу в Черном море (площадь ячейки сетки  $600 \times 600 \text{ м}^2$ , размер области  $393 \times 227$  ячеек). Для вычисления ветровых напряжений (2) использовался соответствующий летнему периоду 2005 г. ряд скоростей ветра из архива реанализа NCEP/NCAR (см. [6]) за 2005 г., имеющий пространственное разрешение 2.5 градуса<sup>3)</sup>.

<sup>3)</sup> <http://www.esrl.noaa.gov/psd/data/gridded/data.ncep.reanalysis.html>.

Таблица

Фракции	Диапазон диаметров частиц, мм	Массовая доля фракции, %	Гидравлическая крупность, м/с
1	2.0–0.1	14.0	1.6E-1
2	0.1–0.05	36.0	4.5E-3
3	0.05–0.01	46.0	7.7E-4
4	0.01–0.005	2.8	4.9E-5
5	0.005–0.0001	1.2	5.6E-6

Результаты расчетов иллюстрирует фиг. 2. На фиг. 2а приведены расчетные значения модуля скорости течения в центре площадки дампинга (интервал времени, в течение которого проводится вывоз грунта, показан жирной линией). На фиг. 2б для той же точки представлен годограф скорости течения. На фиг. 2в и 2г для двух моментов времени приведены мгновенные векторные поля скорости. Данные расчеты использовались при моделировании переноса ВЗВ. При этом для получения значений скорости течения в произвольной точке акватории и в произвольный момент времени применялись билинейная аппроксимация по пространству и линейная аппроксимация по времени.

В связи с отсутствием данных о структуре горизонтальной турбулентности, характерной для рассматриваемого региона, в расчетах, результаты которых приводятся далее, использовалась “стандартная эмпирическая модель”, согласно которой горизонтальная турбулентная дисперсия ВЗВ в облаке, порождаемом в момент времени  $t_0$  мгновенным точечным источником примеси, изменяется по закону  $\sigma^2(t) = A_3(t - t_0)^3$ ,  $A_3 = 8 \times 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}^3$  (см. [4]). Параметр  $\gamma$  в выражении  $K_D = \gamma H|\mathbf{u}|$  для коэффициента продольной дисперсии (см. там же) в расчетах принимал значения от 1 до 10 (согласно [7], для Северного моря  $\gamma = 0.45$ ).

Характерная скорость вертикальной турбулентной диффузии принималась равной  $u_* = 2.5 \times 10^{-3} \text{ м/с}$  (средний по глубине коэффициент вертикального турбулентного обмена  $\bar{K}_z = 7.5 \times 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$ ). Рассматривались два случая:

- 1) дно в окрестности площадки дампинга полностью адсорбирует ВЗВ,
- 2) на дне отсутствует диффузионный поток взвеси.

Первый случай может реализоваться, если дно в рассматриваемом регионе покрыто достаточно густой растительностью. Второй случай является моделью ситуации, при которой на чистом дне присутствует слой рыхлых мелкодисперсных отложений.

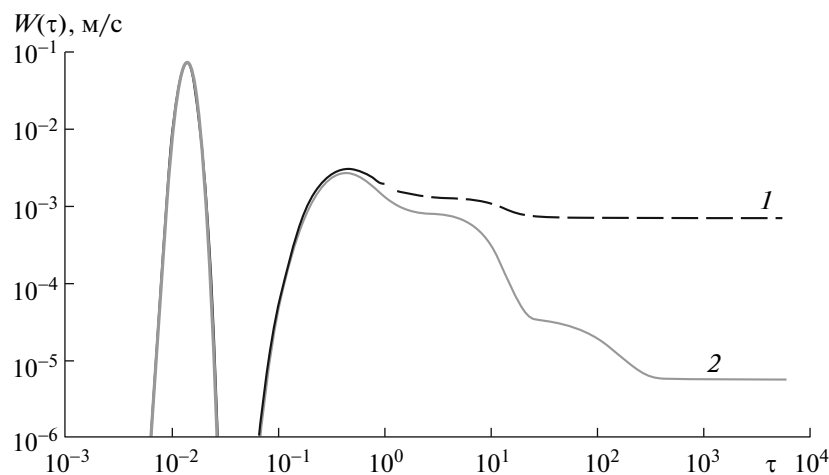
### 3. ЭФФЕКТИВНАЯ ГИДРАВЛИЧЕСКАЯ КРУПНОСТЬ ГРУНТА

Расчетная эффективная гидравлическая крупность (см. [3]) грунта, вывозимого на площадку дампинга, представлена на фиг. 3. Эта величина определяет скорость изменения полной массы полидисперсной взвеси в облаке, возникающем в результате действия мгновенного источника загрязнения. Аргумент  $\tau$  — безразмерное время, отсчитываемое от момента дампинга  $t_0$  и определяемое выражением

$$\tau = u_* \int_{t_0}^t H^{-1}(\mathbf{x}_0(t')) dt', \quad (3)$$

в котором  $\mathbf{x}_0(t)$  — траектория движения центра облака.

Графики на фиг. 3 (см. также таблицу) демонстрируют дифференциальный характер осаждения различных фракций взвеси, возникающей в водной среде в результате дампинга грунта. В первые моменты времени эффективная гидравлическая крупность равна нулю, поскольку даже самым крупным частицам взвеси необходимо некоторое время, чтобы достичь дна (в течение этого времени полная масса взвеси в облаке ВЗВ не меняется). Затем начинается процесс последовательного осаждения фракций, начиная с самой крупной (наличие первого ярко выраженного максимума на кривой  $W(\tau)$  объясняется особенностями гранулометрического состава грунта: гидравлические крупности первой и второй фракции различаются на два порядка). Из фиг. 3 вид-



Фиг. 3.

но, что адсорбционные свойства дна практически не влияют на скорость осаждения двух первых, наиболее крупных фракций. Однако влияние этих свойств на осаждение мелкодисперсных фракций оказывается существенным. В случае полностью адсорбирующего дна (кривая 1 на фиг. 3) скорость осаждения четвертой и пятой фракций практически полностью определяется процессом вертикальной турбулентной диффузии. В то же время, при отсутствии на дне диффузионного потока (кривая 2) в пределе  $\tau \rightarrow \infty$  величина  $W$  определяется гидравлической крупностью наиболее мелкой фракции.

Следует отметить, что в реальности осаждение наиболее крупных фракций происходит еще в ближней зоне, где описанная в [3], [4] модель, основанная на уравнении переноса и диффузии, не вполне адекватна рассматриваемому явлению. Например, частицы крупных фракций в процессе своего падения на дно могут увлекать за собой частицы более мелких фракций (так называемый “эффект кома”), а также локально изменять динамические характеристики потока воды. Тем не менее если не принимать во внимание возможное взмучивание донных отложений при падении на дно крупных частиц (этот эффект должен моделироваться отдельно), то рассматриваемая модель в условиях принятого сценария будет давать консервативные оценки (оценки сверху) для распределения усредненной по глубине концентрации ВЗВ в дальней зоне.

#### 4. МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ

Описание, особенности и принятые допущения используемого в расчетах стохастического метода дискретных облаков изложены в [4]. В рассматриваемой здесь версии этого метода распределение ВЗВ в акватории представляется совокупностью “эллиптических” дискретных облаков со следующим гауссовым распределением усредненной по глубине концентрации взвеси:

$$C = \frac{m(t)}{2\pi H(\mathbf{x}_0(t))\sigma'_{1c}(t)\sigma'_{2c}(t)} \exp\left(-\frac{x_1'^2}{2\sigma_{1c}'^2(t)} - \frac{x_2'^2}{2\sigma_{2c}'^2(t)}\right). \tag{4}$$

Здесь  $m$  – текущая масса взвеси в облаке,  $\mathbf{x}_0$  – координаты центра облака в глобальной системе координат. Штрихами помечены локальные координаты, отсчитываемые от центра облака ( $x_1'$  – в направлении движения воды,  $x_2'$  – в перпендикулярном направлении). Каждое облако характеризуется моментом своего возникновения  $t_0$  и начальными дисперсиями  $\sigma_{1c0}'^2$  и  $\sigma_{2c0}'^2$ .

Центры  $\mathbf{x}_0$  облаков на каждом временном шаге  $\Delta t = t_{n+1} - t_n$  перемещаются вместе с водой и испытывают распределенные по нормальному закону случайные блуждания, характеризующиеся общей дисперсией  $\sigma_x^2(t)$  (дисперсия случайных приращений координат на каждом шаге процесса равна  $\sigma_x^2(t_{n+1}) - \sigma_x^2(t_n)$  соответственно). Характеризующие вычислительный процесс дис-

персии  $\sigma_{1C}^2(t)$ ,  $\sigma_{2C}^2(t)$  и  $\sigma_X^2(t)$  связываются с определяемой спектром горизонтальных турбулентных пульсаций потока “физической” турбулентной дисперсией  $\sigma^2(t) = A_3(t - t_0)^3$  и с коэффициентом продольной дисперсии  $K_D$  соотношениями<sup>4)</sup>

$$\frac{d\sigma_{1C}^2}{dt} = \alpha \frac{d\sigma^2}{dt} + 2K_D, \quad \frac{d\sigma_{2C}^2}{dt} = \alpha \frac{d\sigma^2}{dt}, \quad \frac{d\sigma_X^2}{dt} = (1 - \alpha) \frac{d\sigma^2}{dt}, \quad (5)$$

в которых величина  $0 \leq \alpha \leq 1$  – настроечный параметр процесса (величина  $1 - \alpha$  может быть названа “степенью стохастичности алгоритма”).

Изменение массы облака на каждом шаге процесса рассчитывается по формуле

$$m(t_{n+1}) = m(t_n) \exp \left[ - \int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{W(\tau(t))}{H(\mathbf{x}_0(t))} dt \right] = m(t_n) \exp [F(\tau_n) - F(\tau_{n+1})], \quad F(\tau) = \frac{1}{u_*} \int_0^\tau W(\tau') d\tau',$$

где  $W$  – эффективная гидравлическая крупность, а  $\tau$  – безразмерное время (3).

Значение полной концентрации взвеси в произвольной точке акватории в моменты времени  $t_n$  вычисляется по формуле (4) путем суммирования по всем облакам, существующим в данный момент времени. Для вычисления увеличения толщины донных отложений, происходящего в результате осаднения ВЗВ, в расчетной области вводится разностная сетка, в ячейки  $(i, j)$  которой в течение всего расчета для всех участвующих в расчете облаков суммируются величины

$$\Delta M_{ij}(t_{n+1/2}) = \frac{m(t_n) - m(t_{n+1})}{2\pi\sigma_{1C}^2(t_{n+1/2})\sigma_{2C}^2(t_{n+1/2})} \exp \left( - \frac{x_{1ij}^2}{2\sigma_{1C}^2(t_{n+1/2})} - \frac{x_{2ij}^2}{2\sigma_{2C}^2(t_{n+1/2})} \right),$$

где  $x_{1ij}$  и  $x_{2ij}$  – положения центров ячеек сетки в локальной системе координат, связанной с центром облака. После окончания расчета увеличение  $h$  толщины донных отложений в ячейке сетки рассчитывается по формуле  $h_{ij} = M_{ij}/[(1 - \varepsilon_0)\rho_0 S_{ij}]$ , где  $M_{ij}$  – масса отложений, накопленная в ячейке, а  $S_{ij}$  – площадь этой ячейки.

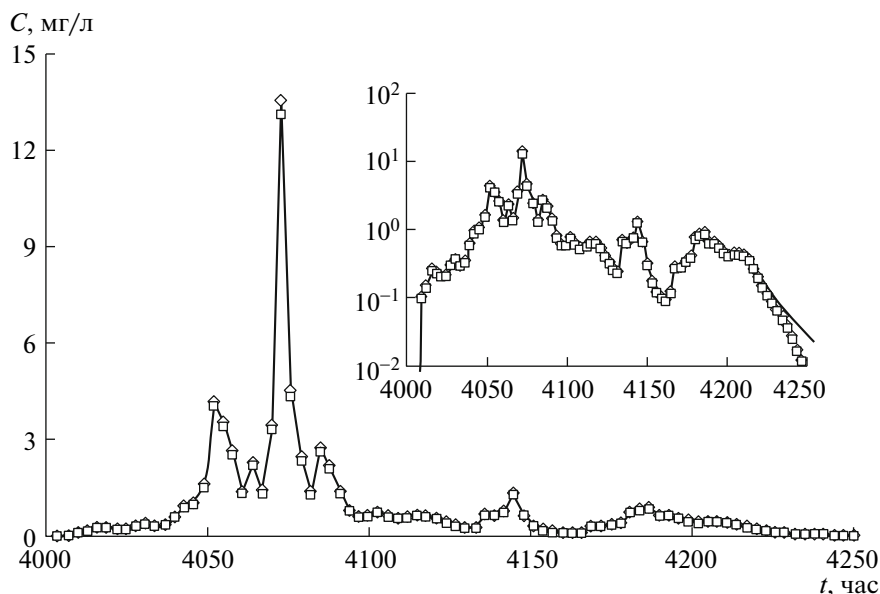
Для окончательной формулировки алгоритма необходимо определить начальное положение центра облака  $\mathbf{x}_0(t_0)$ , его начальную массу  $m(t_0)$  и значения  $\sigma_{1C}^2(t_0)$ ,  $\sigma_{2C}^2(t_0)$ ,  $\sigma_X^2(t_0)$ . Это осуществляется следующим образом. Отдельный дампинг, происходящий в момент времени  $t_0$ , моделируется путем одновременной генерации  $N_p$  дискретных облаков с массами взвеси  $m_k(t_0) = M_0/N_p$  и центрами  $\mathbf{x}_{0k}$ , случайным образом распределенными около точки дампинга. Для генерации величин  $\mathbf{x}_{0k}$  используется нормальное распределение с дисперсиями  $\sigma_{X1}^2 = (1 - \alpha)\sigma_{10}^2$ ,  $\sigma_{X2}^2 = (1 - \alpha)\sigma_{20}^2$  по соответствующим осям, а начальные дисперсии вещества в каждом облаке полагаются равными  $\sigma_{1C}^2(t_0) = \alpha\sigma_{10}^2$ ,  $\sigma_{2C}^2(t_0) = \alpha\sigma_{20}^2$  (см. (1)).

При  $\alpha = 1$  описанный алгоритм представляет собой метод дискретных облаков, когда можно (и нужно) полагать  $N_p = 1$ . При этом каждый дампинг моделируется одним дискретным облаком,  $\mathbf{x}_0(t_0)$  представляет собой точку дампинга,  $m(t_0) = M_0$ ,  $\sigma_{1C}^2(t_0) = \sigma_{10}^2$ ,  $\sigma_{2C}^2(t_0) = \sigma_{20}^2$ ,  $\sigma_X^2(t_0) = 0$ .

Предел  $\alpha \rightarrow 0$  соответствует методу дискретных частиц (при отсутствии продольной дисперсии, когда  $K_D = 0$  в (5)). Если  $K_D \neq 0$ , то этот случай можно назвать “методом дискретных отрезков”.

Очевидно, что метод дискретных облаков наиболее экономичен с точки зрения вычислительных затрат. Однако для его успешного применения необходимо, чтобы гидродинамические поля были достаточно однородными, т.е. менялись мало на расстояниях порядка увеличивающегося со временем размера дискретного облака. Поскольку на практике проверка выполнения этого предположения обычно невозможна, то более удобным оказывается оценивать достоверность

<sup>4)</sup> Обратим внимание на то, что в отличие от [4], где эффект продольной дисперсии моделировался стохастическим способом, здесь продольная дисперсия описывается путем изменения одного из размеров дискретного “эллиптического” облака.



Фиг. 4.

получаемых результатов путем проведения серии расчетов с последовательным уменьшением параметра  $\alpha$  (см. [4]).

Отметим также следующее. В практических расчетах необходимое количество дискретных облаков может оказаться очень большим ( $10^5$  и более). Поэтому для минимизации вычислительных затрат крайне важно определить критерий, при выполнении которого данное облако может быть удалено из списка обрабатываемых облаков. В настоящей работе облако считается полностью рассеявшимся, если в момент времени  $t_n$  для средней концентрации  $\bar{C}$  взвеси в облаке выполняется условие

$$\bar{C}(t_n) = \frac{m(t_n)}{\sigma'_{1C}(t_n)\sigma'_{1C}(t_n)H(\mathbf{x}_0(t_n))} < \frac{C_{\min}}{N_p}, \tag{6}$$

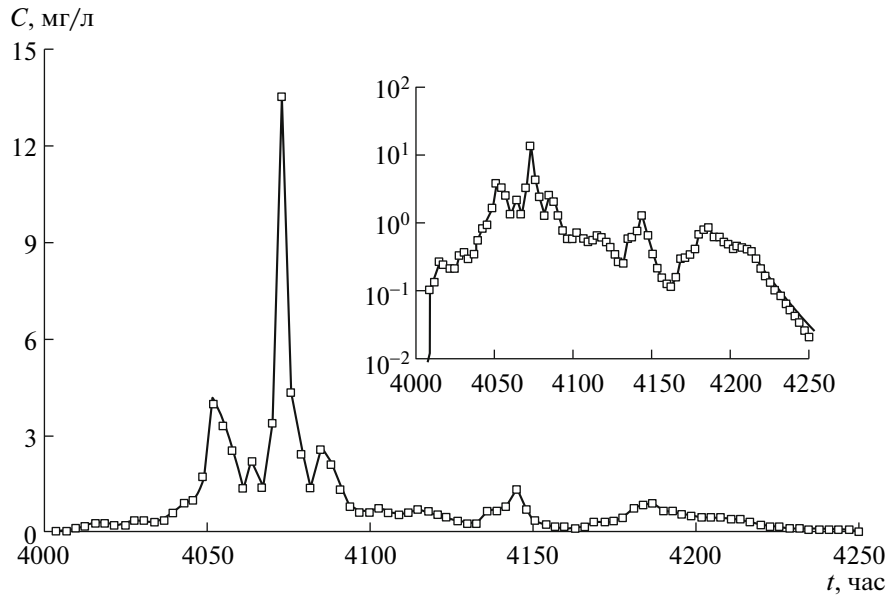
где константа  $C_{\min}$  должна быть подобрана таким образом, чтобы обеспечить удовлетворительную точность результатов расчетов, в том числе и в областях, где концентрации ВЗВ малы и составляют величины порядка 1 мг/л. Априори ясно, что  $C_{\min} \leq 0.1$  мг/л.

### 5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

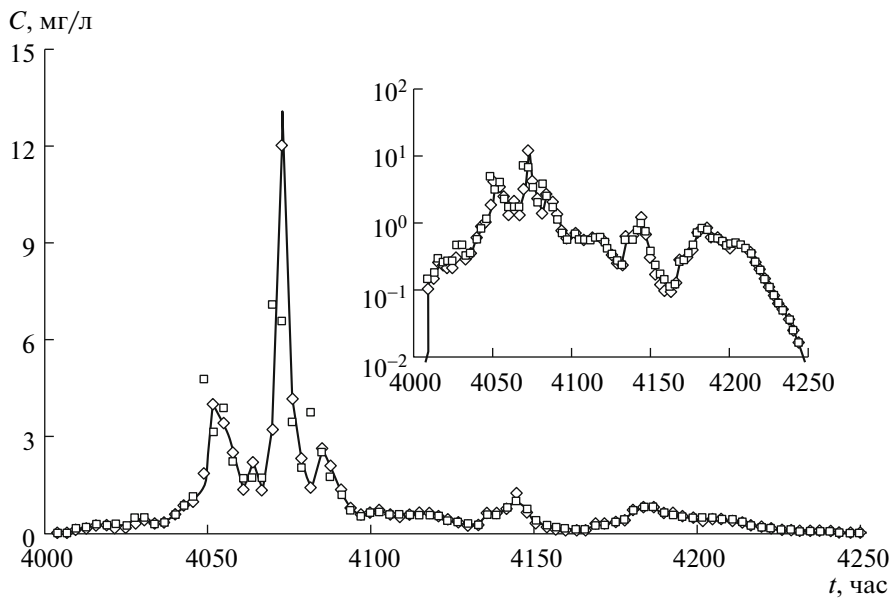
Приведем вначале результаты методических расчетов, направленных на выявление допустимых шагов по времени  $\Delta t$  и константы  $C_{\min}$  в (6). При проведении этих расчетов в окрестности площадки дампинга было выбрано несколько контрольных створов, в которых анализировалась динамика изменения расчетных концентраций ВЗВ и ее зависимость от величины указанных параметров. Пример такой зависимости в контрольном створе, расположенном на расстоянии 500 м от южной границы площадки дампинга (см. фиг. 1), показан на фиг. 4 в линейном и логарифмическом масштабе по оси ординат. В данном случае расчеты проводились с параметрами  $\alpha = 1$ ,  $N_p = 1$  (метод дискретных облаков) при  $C_{\min} = 10^{-2}$  мг/л,  $\Delta t = 3.6$  с (кружочки),  $C_{\min} = 10^{-3}$  мг/л,  $\Delta t = 3.6$  с (сплошная кривая) и  $C_{\min} = 10^{-2}$  мг/л,  $\Delta t = 36$  с (квадратики). Вывод, который можно сделать на основе анализа этих методических расчетов, состоит в том, что для обеспечения приемлемой точности результата расчетов концентрации ВЗВ со значениями вплоть до 0.1 мг/л достаточно ограничиться значениями  $C_{\min} = 10^{-2}$  мг/л,  $\Delta t = 36$  с.

Вторая серия расчетов была направлена на выявление влияния на результат величины пространственной неоднородности поля скорости течения воды. На фиг. 5 для значений  $C_{\min} = 10^{-2}$  мг/л,  $\Delta t = 36$  с приведено сравнение результатов расчетов методом дискретных облаков (жирная линия) и стохастическим методом при  $\alpha = 0.3$  и  $N_p = 1000$  (квадратики). Практически полное совпадение





Фиг. 5.

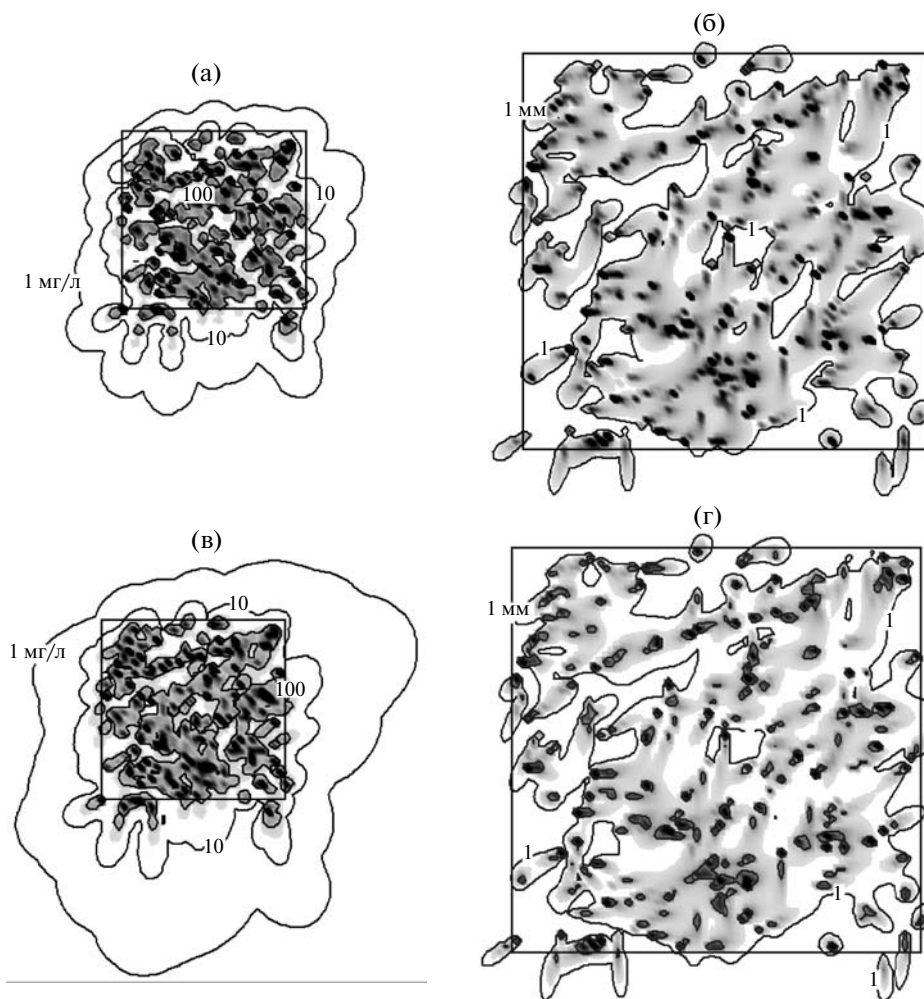


Фиг. 6.

результатов означает, что в рассматриваемых условиях пространственная однородность поля скорости оказывается достаточно высокой, так что без большой погрешности можно использовать экономичный метод дискретных облаков.

На фиг. 6 приведены результаты расчетов, выполненных для различных значений параметра продольной дисперсии  $\gamma = 0$  (жирная линия), 0.45 (кружочки) и 10 (квадратики). Согласно этим расчетам, влияние продольной дисперсии ВЗВ на результат в рассматриваемом случае становится заметным лишь при нереально больших значениях параметра  $\gamma$ . Отсутствие влияния продольной дисперсии в данном случае обусловлено небольшими скоростями течений и малой глубиной акватории в районе дампинга.

Наконец, на фиг. 7а, в представлены расчетные поля максимально достигнутых концентраций (т.е. концентраций, хотя бы однократно достигнутых в данной точке акватории в течение



Фиг. 7.

всего времени проведения работ), а на фиг. 7б, г – поля увеличения толщины донных отложений. Вычисления проведены для случая полностью адсорбирующего дна (фиг. 7а, б) и при нулевых диффузионных потоках у дна (фиг. 7в, г). Видно, что в рассмотренном случае адсорбционные свойства дна существенно влияют на размеры ареала распространения мелкодисперсных ВЗВ. В то же время толщина донных отложений вплоть до значений 1 мм практически не зависит от этих свойств.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведем здесь некоторые данные, характеризующие скорость вычислительного процесса.

Расчеты проводились с использованием персонального компьютера с процессором Pentium 4 (тактовая частота 2.4 ГГц) на платформе Windows XP. Язык программирования Object Pascal, система программирования Delphi 6.

Оказалось, что если необходим расчет динамики концентраций ВЗВ только в нескольких контрольных створах, то вычислительные затраты незначительны. Например, расчет варианта с параметрами  $\alpha = 1$ ,  $C_{\min} = 10^{-2}$  мг/л,  $\Delta t = 36$  с,  $N_p = 1$ , которые, как показывают представленные выше методические расчеты, обеспечивают вполне приемлемую точность, занимал около  $t_{CPU} = 1$  с процессорного времени. При этом максимальное количество облаков, одновременно участвовавших в текущий момент времени в расчетах, составляло всего 18. Однако процессорное время существенно увеличивается, если в процессе расчета необходимо вычислять поля концентрации ВЗВ и донных отложений. Например, при использовании для расчета этих полей сетки с разме-

рами  $100 \times 100$  ячеек необходимое процессорное время составило  $t_{\text{CPU}} \approx 11$  мин. Естественно, что с повышением степени стохастичности алгоритма (с уменьшением параметра  $\alpha$ ) необходимое процессорное время также увеличивается. Так, для расчета варианта  $\alpha = 0.3$ ,  $C_{\text{min}} = 10^{-2}$  мг/л,  $\Delta t = 36$  с,  $N_p = 1000$  даже без вычисления полей концентраций и донных отложений потребовалось  $t_{\text{CPU}} \approx 54$  мин процессорного времени (максимальное количество облаков, одновременно участвовавших в расчете, составляло  $\sim 71\,000$ ). Тем не менее такие величины представляются вполне приемлемыми для практических расчетов.

Таким образом, представленные в настоящей работе результаты вычислительных экспериментов демонстрируют работоспособность и достаточную экономичность разработанной методики моделирования переноса взвешенных веществ на океаническом шельфе.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Richardson L.F.* Atmospheric diffusion shown on a distance-neighbor graph // Proc. Roy. Soc. 1926. Ser. A. V. 110. № 756. P. 709–720.
2. *Окубо А., Озмидов Р.В.* Эмпирическая зависимость коэффициента горизонтальной турбулентной диффузии в океане от масштаба явления // Физ. атмосферы и океана. 1970. Т. 6. № 5. С. 534–536.
3. *Котеров В.Н., Юрезанская Ю.С.* Моделирование переноса взвешенных веществ на океаническом шельфе. Эффективная гидравлическая крупность полидисперсной взвеси // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2009. Т. 49. № 7. С. 1306–1318.
4. *Котеров В.Н., Юрезанская Ю.С.* Моделирование переноса взвешенных веществ на океаническом шельфе. Горизонтальное рассеяние // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2010. Т. 50. № 2. С. 375–387.
5. *Гилл А.* Динамика атмосферы и океана. Т. 2. М.: Мир, 1986.
6. *Kalnay E., Kanamitsu M., Kistler R. et al.* The NCEP/NCAR 40-year reanalysis project // Bull. Amer. Meteor. Soc. 1996. V. 77. № 3. P. 437–470.
7. *Нууль Ж.* Моделирование морских систем. Л.: Гидрометеиздат, 1978.