

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

СООБЩЕНИЯ ПО ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Ответственный редактор
канд. физ.-матем. наук

М.Г. Фуругян

Приводятся математические модели нулевого уровня применения культуро- и природосообразного подходов в общеобразовательной школе с целью выработки более обоснованных численных критериев целесообразности применения этих подходов в тех или иных условиях обучения.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПРИМЕНЕНИЯ КУЛЬТУРО- И
ПРИРОДОСООБРАЗНОГО ПОДХОДОВ
В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ**

Д.Р. ГОНЧАР, Ю.С. ЮРЕЗАНСКАЯ

Ключевые слова: культуросообразное обучение, природосообразное обучение, критерии успешности общеобразовательной школы, математическое моделирование.

Рецензенты: *О. С. Федько,*
Д. А. Саранча

Научное издание

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР
ИМ. А.А. ДОРОВНИЦЫНА РАН
МОСКВА 2013

© Федеральное государственное бюджетное учреждение
науки Российской академии наук Вычислительный центр
им. А.А. Дородницына РАН, 2013

дать математические модели соответствующих явлений жизни российской школы.

С другой стороны вопрос выбора стратегического подхода к обучению в общеобразовательных школах в странах Западной Европы, Северной Америки, Японии и ряда других оказалось возможным более обоснованно решить к середине XX в. на качественном уровне, поскольку та же генетика и кибернетика в этих странах не объявлялись в XX в. лженаукой, а именно доводы этих наук оказываются весьма существенными в данном вопросе.

В качестве первой задачи для моделирования нами было выбрано грубое сравнение стратегий обучения в общеобразовательной (народной) школе, различающихся учётом (либо неучётом) существенного разнообразия природных способностей учащихся, а в качестве второй задачи – первая задача с учётом ввода планки требований образовательного стандарта.

2. Постановка задачи. Даны два учебных предмета, существенно различающихся по требованиям к составу природных способностей учащихся (условно назовём их «физика» и «лирика»). Допустим, что изучение каждого из них на 100% требует применения соответствующих природных способностей: физика – 100% по физике, лирика – по лирике. **Учебная программа задаёт план освоения по физике и по лирике** в неких условных учебных единицах. Предполагается, что если план выполнен, то дальнейшее обучение по данному предмету не производится (учебник кончился).

1. Почему эта задача не ставилась раньше

Известнейшее выражение К. Гаусса «*В каждой науке столько истины, сколько математики*» напоминает нам о целесообразности математического моделирования существенных вопросов деятельности общества.

Однако по ряду причин, не столько научных, сколько идеологических, научное моделирование целого ряда важнейших сторон жизни общеобразовательной школы в СССР попросту не проводилось. В итоге школа в СССР по существу оценивала сама себя, крайне суживая область своей ответственности до стен самой школы, времени пребывания в ней и школьных оценок.

Нелепость и опасность подобного положения дел для страны в целом не раз отмечалась известными учёными, производственниками, военными, правоохранителями, врачами (с точки зрения качества поступающих из школы кадров, пациентов, призывников...), см., например, статью проф. математики [4], педагогики[1], коллективные письма учителей и журналистов на адрес съезда КПСС, позже – Президенту РФ, обнародованные в ведущих профессиональных изданиях [2, 3].

Но, по многим направлениям, в России «воз и ныне там». Одна из причин этого понятна: пока высказывания носят качественный характер (словесного рассуждения), то и отношение к ним соответственно, как к личному пристрастному мнению, коим всегда можно пренебречь. Для выхода из упомянутого порочного круга желательны соз-

Для каждого из N учащихся известна величина доступной **жизненной энергии**, а состав природных способностей ученика задан значением постоянных **множителей**, показывающих **качество затрат** жизненной **энергии на освоение учебной единицы** по физике и по лирике, соответственно.

Требуется **определить величину суммарного учебного вклада всех учащихся** (т.е. общее количество освоенных всеми учебных единиц, общественную ценность которых по обоим предметам примем равной) при применении следующих стратегий обучения:

А. Уравнительной (культуросообразной) (по Ф. Гербарту, Т. Лысенко, Л. Выготскому и др.): учебный **план по физике и по лирике одинаков** для всех учеников. Данная стратегия (далее также – К-подход) исходит от того представления, что все итоги обучения, якобы, определяет среда, а все его сложности – от недостаточной мощности и длительности «культурной» обработки учащихся).

Б. Природосообразной (Я. Коменский, Дж. Локк, А. Дистервег, К. Ушинский, А. Макаренко и др.): **явное предпочтение** отдаётся обучению **тому предмету, который даётся легче** данному учащемуся, другой предмет осваивается только в том случае, если по «любимому» предмету учебная программа освоена полностью и при этом ещё осталась жизненная энергия, которую допустимо потратить на обучение.

В. Смешанной («основная» школа работает по равному подходу, а «дополнительное» образование – по природосообразному).

3. Формулы подсчёта учебного вклада

Используемые обозначения:

energy[i] – общий запас жизненной энергии ученика i , доступной для обучения;

phys_ability[i] – множитель, описывающий природные способности (успешность преобразования энергии) ученика i при обучении по «физике»;

liric_ability[i] – тоже для «лирики»;

prog_req_phys – верхний предел требований учебной программы по «физике»;

prog_req_lir – верхний предел требований учебной программы по «лирике»;

energy_main[i] – энергия ученика i , доступная для освоения любимого предмета (природосообразный подход);

energy_rest [i] – энергия ученика i , доступная для обучения после попытки выполнения планки требований по любимому предмету.

3.1. Расчёт общего учебного вклада учащихся при уравнительном (культуросообразном) подходе

В первой задаче учебный вклад каждого учащегося ($\Omega[i]$) рассчитывается по формуле

$$\Omega[i] = \frac{1}{2} \text{energy}[i] \times \text{phys_ability}[i] + \frac{1}{2} \text{energy}[i] \times \text{liric_ability}[i].$$

Во второй задаче добавляется учёт конечной величины требований учебной программы и личный вклад учащегося вычисляется следующим образом:

$$\Omega[i] = \min \left(\left(\frac{1}{2} \text{energy}[i] \right) \times \text{phys_ability}[i], \text{prog_req_phys} \right) + \\ + \min \left(\left(\frac{1}{2} \text{energy}[i] \right) \times \text{liric_ability}[i], \text{prog_req_lir} \right).$$

Общий учебный вклад вычисляется посредством суммирования по числу учащихся N .

3.2. Расчёт общего учебного вклада учащихся при природосообразном подходе

Моделируется **идеальный случай**, когда каждому ученику дано возможность сначала заниматься по программе любимым предметом, а всем прочим – по остаточному принципу.

В этом случае:

```
if (phys_ability [i] > liric_ability[i]) // Физики
{
  if (energy[i] × phys_ability[i] =< prog_req_phys)
  {
    energy_main[i] = energy[i];
    energy_rest[i] = 0;
  }
  else { energy_rest [i] = energy[i] × phys_ability[i] –
        – prog_req_phys;
        energy_main[i] = energy[i] – energy_rest [i];
        }
  Ω [i] = energy_main[i] × phys_ability[i] + // i-й вклад
        + min (energy_rest[i] × liric_ability[i], prog_req_lir);
}
else
{ // Лирики
```

```
if (energy[i] × liric_ability[i] =< prog_req_lir) {
  energy_main[i] = energy[i];
  energy_rest[i] = 0;
}
else {
  energy_rest[i] = energy[i] × liric_ability[i] – prog_req_lir;
  energy_main[i] = energy[i] – energy_rest [i];
}
Ω [i] = energy_main[i] × liric_ability[i] + // i-й вклад
        + min (energy_rest[i] × phys_ability[i], prog_req_phys);
}
```

3.3. Расчёт общего учебного вклада учащихся при смешанном подходе (K-подход + доп. образование)

Общеизвестно, что общеобразовательная школа в СССР и в России устроена почти полностью по K-подходу (редкие исключения, связанные с некоторыми школами для одарённых детей и именами таких подвижников как С.Т. Шацкий, А.С. Макаренко и их сравнительно малочисленных, в силу преследований, коллег и последователей, только подчёркивают правило). Но кроме «основной», «главной» школы всегда было так называемое «дополнительное» образование в виде кружков, секций и даже школ (спортивных, художественных и т.п.) «Дополнительное» в буквальном прочтении слова значит «необязательное», «второстепенное» и т.д., короче говоря, детская и родительская блажь. По логике чиновников-образованцев от ношение к этим «дополнениям» соответствующее: считать первыми при сокращении штатов, отъёме помещений и пе-

реводе на платную основу, последними – в оплате труда и иных министерских поощрениях.

Между тем, если мы отметим, что для доп. образования правилom является достаточно свободный выбор направления, преподавателя, занятия по способностям и увлечениям, постоянное достаточно здоровое соперничество между разными направлениями, а также школами и преподавателями внутри этих направлений, то всё доп. образование можно описать иным общим свойством – природосообразное!

Поэтому рассмотрим взаимодействие «основного» и «дополнительного» образования как применение смешанного подхода (К-подход в «основной» школе и природосообразный – в «дополнительной»).

Логично предположить, что в качестве доп. занятий по увлечениям школьники, при достаточно разнообразном предложении, будут выбирать те направления, по которым у них имеются достаточно хорошие способности, а также ввести дополнительные переменные, показывающие степень охвата доп. образованием и его внутреннее разнообразие.

Кроме того, желательно выяснить, какие предпочтения между «основным» и «дополнительным» образованием на деле имеются у школьников. Авторы не удивятся, если у многих учащихся на первом месте окажется «дополнительное» образование, а «основная» школа с её теоретической зубрёжкой «на все случаи жизни» ей несколько проигрывает.

Также представляется желательным связать уровень и доступность доп. образования со здоровьем, и, следова-

тельно, доступной для учёбы энергией школьников. По-нятно, что многие деятели Российской академии образования в сборе таких данных, мягко сказать, не заинтересованы и вёчаски не способствуют их появлению. Но кроме них ещё есть и социологи из РАН с несколько иными интересами.

Учёный секретарь Института социологии РАН И.В. Журавлёва приводит в своей книжке о здоровье современных российских школьников [5] астрономические цифры роста распространённости гепатита, ВИЧ, венерических заболеваний, курения, пьянства и т.д. среди российской молодёжи с 1991 г. и недоумевает – «Откуда всё это?» А простой участковый милиционер Аниськин из известного произведения задумчиво подмечает: «Как будто все кружки и секции созданы для хороших ребят, а хулиганы туда почему-то не ходят...»

Почему – не интересно или просто на всех кружков и секций по увлечениям не хватает, особенно если их со всех сторон сокращают, лишают штатов и помещений?

Остаётся сопоставить приведённые социологами данные со статистикой сокращения доп. образования в 90-е годы, чтобы более точно определить и исследовать возможную зависимость между указанными явлениями, а также ввести соответствующие дополнения (влияние стратегии обучения на здоровье и энергичность обучающихся) в модели применения каждого из упомянутых подходов по отдельности.

К сожалению, для смешанного подхода модель становится слишком сложной и объёмной, чтобы достойно

представить её в заданном объеме препринта, поэтому авторы вынуждены были ограничиться расчётами для культуросообразного и природосообразного подходов по отделимости и сравнением итогов их применения. Итоги расчётов представлены ниже.

4. Итоги расчётов

По данным формулам были проведены расчёты в пакете MATLAB для $N = 200$ тыс. учащихся, распределение природных способностей которых моделировалось как по нормальному, так и по равномерному закону.

4.1. Первая задача

Здесь приводится наиболее простое сравнение двух стратегий, где не введена планка требований вообще. Тут сравнивается суммарный образовательный вклад, когда:

А) энергия учащихся распределена равномерно (что маловероятно для действующей средней школы) и нормально (при этом более слабых детей больше);

Б) способности детей распределены по нормальному закону и равномерно.

На рис. 4.1 представлены гистограммы распределения способностей учащихся по двум предметам согласно данным, приведённым в работе [4], а именно 50% учащихся обладают гуманитарными способностями, а 10% – техническими, здесь по оси ординат отложено количество учащихся, по оси абсцисс – значение коэффициентов способностей. Если считать, что после значения 7 коэффициента литературных способностей человек считается одарённым по литературе, а после значения 10,15 коэффициента тех-

нических способностей человек считается одарённым по физике, приведённые гистограммы вполне отражают реальные процентные соотношения из практики. На рис. 4.2 представлено нормальное и равномерное распределение энергии учащихся, используемое в вычислительных экспериментах.

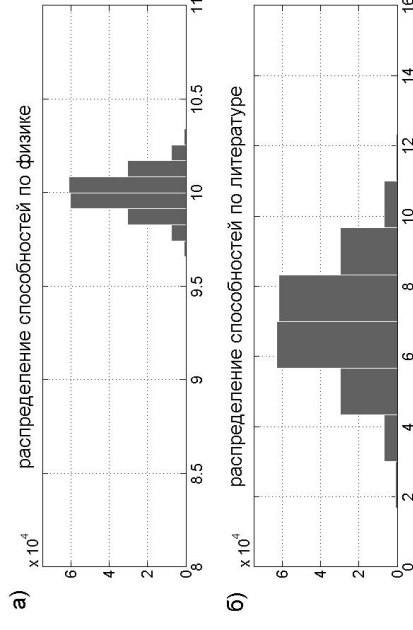


Рис. 4.1.

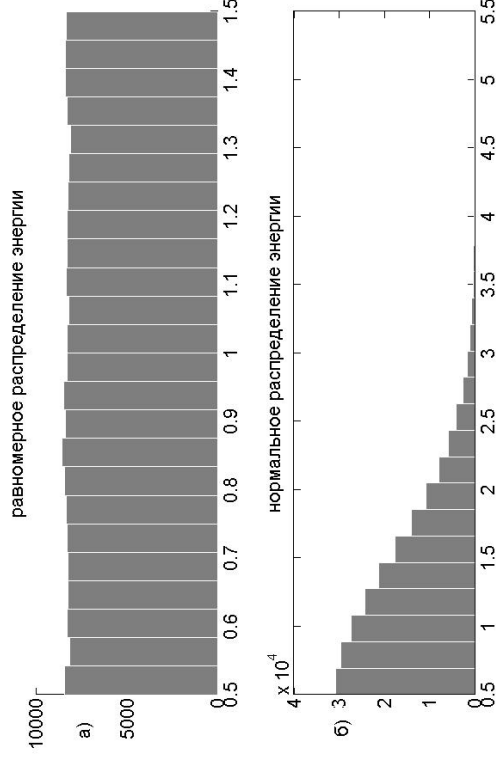


Рис. 4.2.

На рис. 4.3,а представлена гистограмма общего образовательного вклада V_{SUM} при нормальном распределении энергии, а на рис. 4.3,б – при равномерном распределении энергии (способности учащихся распределены согласно рис. 4.1); по оси абсцисс – учебный вклад каждого ученика, нормированный на максимум, по оси ординат – количество детей с учебным вкладом, соответствующим определённому диапазону по оси абсцисс.

Общий вклад возрастает при нормальном распределении энергии ($V_{SUM} = 1,69 \cdot 10^6$ – равномерное распределение энергии, $V_{SUM} = 2,2 \cdot 10^6$ – нормальное распределение энергии).

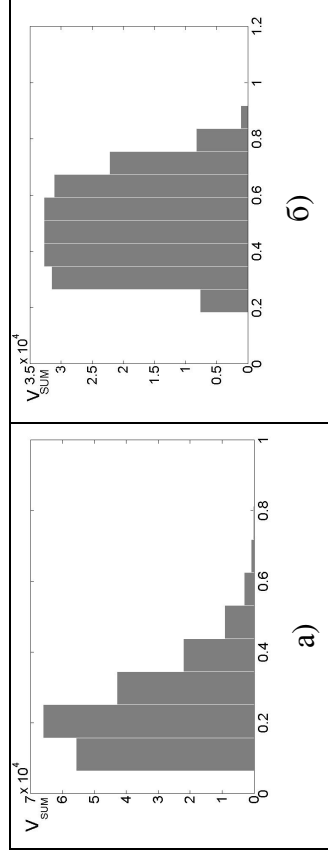


Рис. 4.3. Распределение общего образовательного вклада при нормальном распределении способностей учащихся. Их энергия распределена а) нормально; б) равномерно

Рис. 4.4 является аналогом рис. 4.3 при равномерном распределении способностей на отрезке от 0 до 14. Общий вклад возрастает при нормальном распределении энергии ($V_{SUM} = 1,39 \cdot 10^6$ – равномерное распределение энергии, $V_{SUM} = 1,81 \cdot 10^6$ – нормальное распределение энергии).

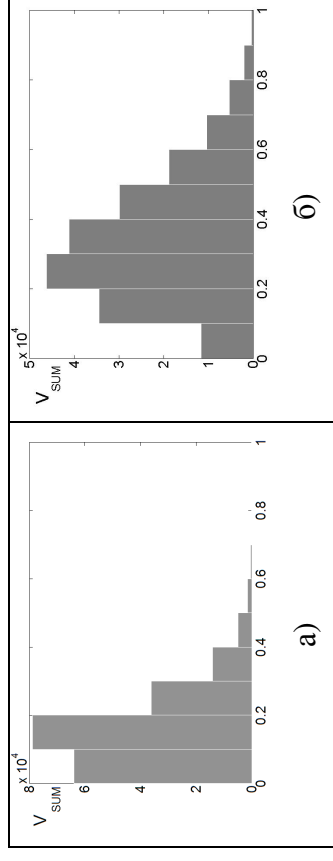


Рис. 4.4. Распределение общего образовательного вклада при равномерном распределении способностей учащихся. Их энергия распределена а) нормально; б) равномерно

Вышеприведённый материал показывает, что общий образовательный вклад выше, если состав класса неоднородный по способностям и когда все дети обладают одинаковым жизненным потенциалом, и когда все дети обладают разным жизненным потенциалом.

4.2. Вторая задача

Здесь используется тот же вид распределения способностей учащихся и их внутренней энергии, что описан в первой задаче (равномерное распределение способностей здесь не используется). Введём следующие обозначения:

mean_energy – средняя энергия ученика;

mean_phys_ability – средние технические способности;

mean_liric_ability – средние гуманитарные способности.

Пусть верхние пределы требований учебной программы вычисляются по формулам:

$$\text{prog_req_phys} = X \cdot \text{mean_phys_ability} \cdot \text{mean_energy},$$

$\text{prog_req_lir} = X \cdot \text{mean_lir_ability} \cdot \text{mean_energy}$.

Здесь X – некоторая постоянная величина. Сначала рассмотрим случай $X = 3$.

На рис. 4.5 представлены результаты моделирования для природосообразного подхода (рис. 4.5,а – нормальное распределение энергии, $V_{\text{SUM}} = 1,82 \cdot 10^6$; рис. 4.5,б – равномерное распределение энергии, $V_{\text{SUM}} = 1,4 \cdot 10^6$).

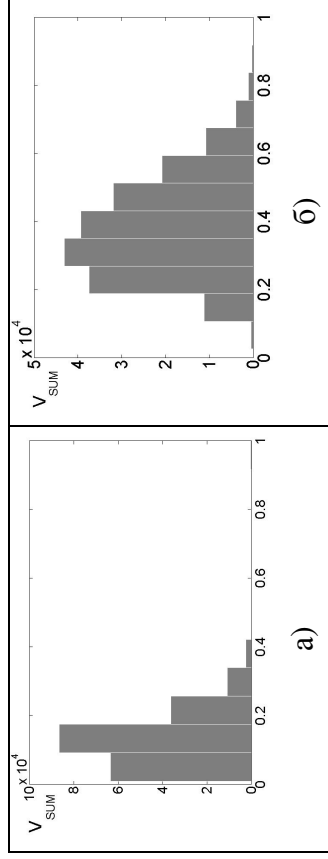


Рис. 4.5. Природосообразный подход. Распределение общего образовательного вклада, $X = 3$. Энергия учащихся распределена а) нормально; б) равномерно. Способности распределены равномерно только в первой задаче

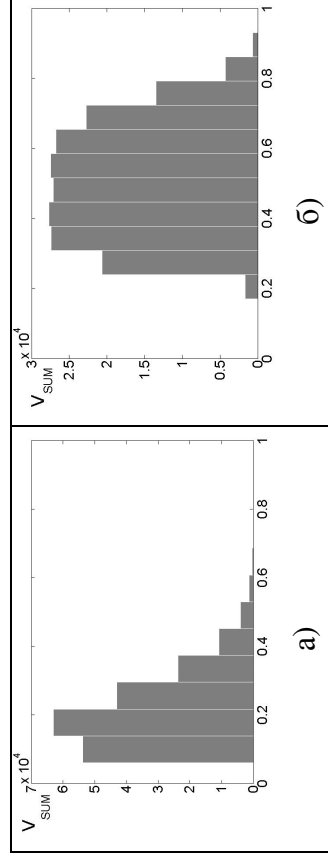


Рис. 4.6. Культуросообразный подход. Распределение общего образовательного вклада при нормальном распределении способностей учащихся, $X = 3$

На рис. 4.6 представлены результаты моделирования для культуросообразного подхода (рис. 4.6,а – нормальное распределение энергии, $V_{\text{SUM}} = 2,2 \cdot 10^6$; рис. 4.6,б – равномерное распределение энергии, $V_{\text{SUM}} = 1,69 \cdot 10^6$).

Сравнивая рис. 4.5 и рис. 4.6, легко видеть, что меняется и форма распределения общего образовательного вклада, и его величины ($1,69 \cdot 10^6 \neq 1,4 \cdot 10^6$; $2,2 \cdot 10^6 \neq 1,82 \cdot 10^6$). Природосообразный подход отстаёт от культуросообразного.

Пусть теперь $X = 7$. На рис. 4.7 представлены результаты моделирования для природосообразного подхода (рис. 4.7,а – нормальное распределение энергии, $V_{\text{SUM}} = 1,81 \cdot 10^6$; Рис. 4.7,б – равномерное распределение энергии, $V_{\text{SUM}} = 1,4 \cdot 10^6$).

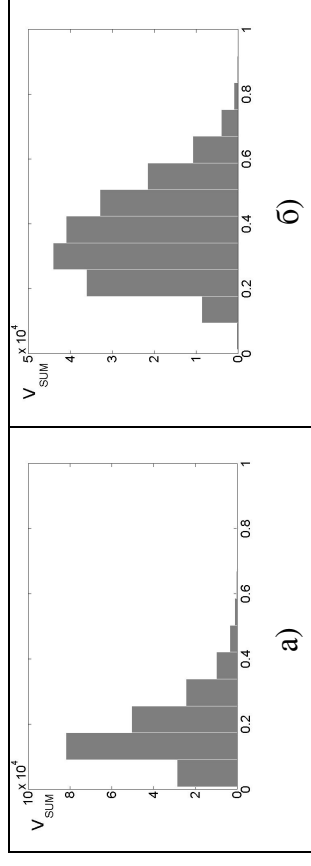


Рис. 4.7. Природосообразный подход. Распределение общего образовательного вклада при нормальном распределении способностей учащихся, $X = 7$

На рис. 4.8 представлены результаты моделирования для культуросообразного подхода (рис. 4.8,а – нормальное распределение энергии, $V_{\text{SUM}} = 2,2 \cdot 10^6$; рис. 4.8,б – равномерное распределение энергии, $V_{\text{SUM}} = 1,7 \cdot 10^6$).

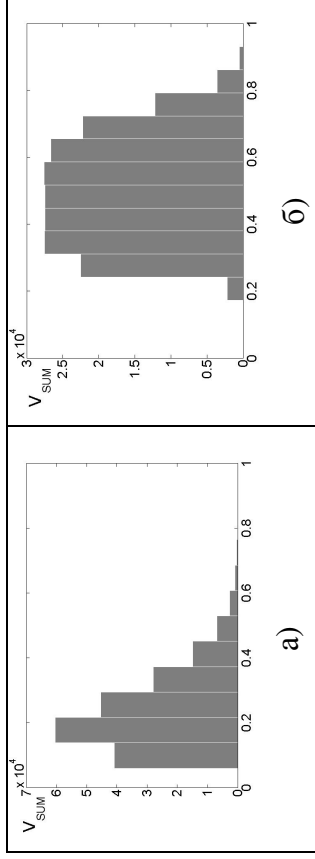


Рис. 4.8. Культуросообразный подход. Распределение общего образовательного вклада при нормальном распределении способностей учащихся, $X = 7$

Сравнивая рис. 4.7 и рис. 4.8, легко видеть, что меняется и форма распределения общего образовательного вклада, и его величины ($1,7 \cdot 10^6 \neq 1,4 \cdot 10^6$; $2,2 \cdot 10^6 \neq 1,81 \cdot 10^6$). Природосообразный подход по-прежнему отстаёт от культуросообразного, но величины общего образовательного вклада не изменились по сравнению с коэффициентом 3 в величине планки требований, лишь незначительно изменилась форма распределения.

Вычислительные эксперименты с коэффициентом $1/2$ в планке требований дали следующие результаты: нормальное распределение энергии в природосообразном подходе имеет общий образовательный потенциал $1,94 \cdot 10^6$, а в культуросообразном – $1,77 \cdot 10^6$; равномерное распределение энергии в природосообразном подходе имеет общий образовательный потенциал $1,6 \cdot 10^6$, а в культуросообразном – $1,47 \cdot 10^6$. Мы видим, что здесь, наоборот, природосообразный подход обгоняет культуросообразный. При этом получают рисунки с сильно выраженным правым пиком

в распределении общего образовательного вклада, то есть чем ниже планка, тем большую роль играют сильно талантливые дети, и природосообразный подход сильнее обгоняет культуросообразный.

5. Заключение

Полученные значения расхождения суммарного учебного вклада при разных подходах, в т.ч. в десятки процентов при весьма правдоподобных (по мнению авторов) допущениях, уже говорят по нашему мнению о целесообразности продолжения исследований.

В тоже время представляется, что полученные значения пока следует обсуждать как теоретическую модель с достаточным высоким уровнем обобщения, поскольку итоги расчётов существенно зависят от сделанных допущений и входных данных, которые, очевидно, должны в большей мере учитывать итоги антропологических и иных соответствующих исследований.

Авторы надеются, что выход данной работы внесёт посильный вклад в то, что такие исследования станут проводиться в России более полно и систематично, как и на то, что предложенная модель будет уточнена и развита общими усилиями заинтересованных исследователей.

Упомянутые ниже источники с № 1 по № 4 имеются в электронном виде на сетевой странице Педагогического музея А.С. Макаренко <http://Makarenko-museum.ru>.

Литература

1. *Постников М.М.* Школа с уклоном в будущее // Литературная газета, 1987 г., 27 марта.
2. Пора исправить трагическую ошибку КПСС в воспитании! (коллективное письмо группы заслуженных педагогов СССР на имя съезда КПСС от 1990 г.) // «Альманах Макаренко», 2009, № 1. С. 13-20.
3. *Кушнир А.М. и ред. ж-ла «Народное образование»* (колл. письмо). Пора исправить трагическую ошибку КПСС в воспитании! Открытое письмо Президенту России // «Альманах Макаренко», 2009, № 1. С. 1-12.
4. *Кумарин В.В.* Педагогика стандартности или почему детям плохо в школе. М., 1996 г.
5. *Журавлёва И.В.* Здоровье подростков: социологический анализ. М.: Институт социологии РАН, 2002.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Почему эта задача не ставилась раньше	3
2. Постановка задачи	4
3. Формулы подсчёта учебного вклада	5
4. Итоги расчётов	11
5. Заключение	18
Литература	19