СТАЦИОНАРНОЕ И ПЕРИОДИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ГОРНОГО ЛЕДНИКА

Хисао Яшима-Фужита
(Университет в Турине, Италия)

Аннотация: Натурные наблюдения показывают, что медленные движения горных ледников при своем спуске в долине могут быть описаны в рамках модели неньютоновской жидкости. При обозначениях скорости через $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ и давления через P уравнения движения могут быть приняты в виде

$$\varrho\Big(\frac{\partial v_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^{3} v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j}\Big) = \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_j}(\nu\,|E(v)|^{p-2} e_{ij}(v)) - \frac{\partial P}{\partial x_i} - \varrho g \delta_{i3}, \qquad i = 1, 2, 3, \tag{1}$$

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0, \tag{2}$$

где g — ускорение силы тяжести, ν — коэффициет “вязкости”, показатель $p \approx 1 + \frac{1}{3}$, а

$$e_{ij}(v) = \frac{1}{2}\Big(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\Big), \qquad |E(v)| = \Big(\sum_{i,j=1}^{3} |e_{ij}(v)|^2\Big)^{1/2}.$$

Вначале для системы (1), (2) рассматривается задача Дирикле с граничними условиями

$$\vec{v}(x)\big|_{\partial\Omega} = \vec{\alpha}(x), \qquad \int_{\partial\Omega} \vec{\alpha} \cdot \vec{n} dS = 0$$

в обобщенной постановке такой, что скорость $\vec{v} \in W_p^1(\Omega)$. Доказано, что при достаточной малости $\vec{\alpha}$ существует стационарное решение этой задачи. При доказательстве существенно используется свойство монотонности оператора “вязкости”.

Аналогичного характера результат можно получить для периодических по времени t решений системы (1), (2) при условии периодичности по t области $\Omega_t \subset \mathbf{R}^3$ и заданной периодичной вектор-функции $\vec{\alpha}(x, t)$.