

Вржещ Валентин Петрович

**Трехпродуктовая модель межвременного равновесия экономики
России, основанная на нелинейном дезагрегировании
макроэкономической статистики**

Специальность 05.13.18 –
Математическое моделирование, численные методы и комплексы
программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2012 г.

Работа выполнена в Федеральном государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, факультет Вычислительной математики и кибернетики, кафедра Исследования операций

Научный руководитель: доктор физико-математических наук
Поспелов Игорь Гермогенович

Официальные оппоненты: Матвеев Владимир Дмитриевич,
доктор физико-математических наук,
профессор, Учреждение Российской академии
наук Санкт-Петербургский экономико-
математический институт РАН,
ведущий научный сотрудник

Рудева Анастасия Валерьевна,
кандидат физико-математических наук,
Федеральное государственное образовательное
учреждение высшего профессионального
образования Московский государственный
университет имени М.В.Ломоносова, факультет
вычислительной математики и кибернетики,
кафедра системного анализа, ассистент

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки Институт системного анализа
Российской академии наук

Защита состоится 29 марта 2012 года на заседании диссертационного совета Д 002.017.04 в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Вычислительном центре им. А.А. Дородницына Российской академии наук по адресу: 119333, г. Москва, ул. Вавилова, дом 40, конференц-зал в 15.00.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки Вычислительного центра им. А.А. Дородницына Российской академии наук.

Автореферат разослан « » февраля 2012 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
д.ф.-м.н.

Новикова Н. М.

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Математическое моделирование служит в настоящее время основным инструментом анализа и прогноза экономики, однако задача построения универсальной модели экономической системы, по надежности сравнимой с моделями, скажем, технических систем еще очень далека от решения. Принципиальная трудность заключается в том, что экономическая система способна к качественному саморазвитию, т. е. систематически порождает явления, выходящие за рамки существующей теории. Однако 40-летний опыт построения и применения моделей, накопленный в отделе математического моделирования экономических систем ВЦ РАН, показал, что они служат надежным инструментом анализа экономических закономерностей, а также прогноза последствий макроэкономических решений *при условии сохранения сложившихся отношений*.

Глобальный экономический кризис был для России внешним, и экономические отношения в результате кризиса не подверглись сильным качественным изменениям. Однако внешнее воздействие было столь велико, что пригодные ранее однопродуктовые модели оказались уже недостаточными. В данной работе рассматривается трехпродуктовая динамическая модель экономики России, которая способна описывать последствия глобального кризиса. В современной экономике, где технологические цепочки непрерывно разрываются и перестраиваются, отраслевые данные оказываются менее показательными и состоятельными, чем макроэкономическая статистика, основанная на счете стоимости, а не отдельных продуктов. Поэтому было решено для построения трехпродуктовой модели вместо привычного агрегирования отраслевой статистики использовать оригинальную процедуру дезагрегирования макроэкономической статистики.

С математической точки зрения, расчет модели сводится к решению краевой задачи на большом интервале для жесткой динамической системы. Поэтому модель потребовала отработки методики использования суперкомпьютера для расчетов.

Степень разработанности проблемы в литературе.

Наиболее фундаментальным подходом к моделированию экономических процессов в настоящее время считается описание динамики экономической системы как результата взаимодействия рационально действующих экономических агентов. Основным инструментом, применяемым в мировой практике для экономического прогнозирования с 1990-х годов, стали *вычислимые модели общего равновесия (CGE)*, поскольку выяснилось, что учета одних технологических ограничений (балансовые модели), экстраполяции предыдущих тенденций (эконометрические модели) и прямолинейного наложения внешних ограничений (модели системной динамики) недостаточно для адекватного описания современной экономики (Wing 2003, Z. Yang 1999). Обычно это модели страны, поделенной на регионы (например, P. B. Dixon and M. T. Rimmer 2003 и 2004 X. Diao 2003 H. Lofgren and S. Robinson 2002), или группы стран (H. Lee 2004). Для России модели такого типа разработали В.Л. Макаров с сотрудниками. Существуют и глобальные CGE модели, например, H. D. Jacoby et 2006, P. J. Lloyd and D. MacLaren 2002.

Еще в 1975 г. в Вычислительном центре АН СССР (потом РАН) академиком РАН А. А. Петровым и чл.-корр. РАН И.Г. Поспеловым было создано новое научное направление, получившее название *Системный анализ развивающейся экономики (САРЕ)*¹. Оно ставило своей задачей синтез методологии математического моделирования сложных систем, развитой в естественных науках, и достижений современной экономической теории. Модели системного анализа развивающейся экономики по смыслу близки к CGE моделям, но в них больше внимания обращается на специфику сложившихся экономических отношений, да и начались эти исследования лет на 15 раньше появления первых CGE моделей.

¹ Петров А.А. Об экономике языком математики. М.: ФАЗИС, 2003.

В рамках САРЭ получилась целая «летопись» российских экономических реформ, написанная на языке математических моделей².

В 2004 г. создатели САРЭ отказались от характерного для CGE моделей и ранних моделей САРЭ упрощения динамических связей и обратились к теоретически более последовательной, но технически и концептуально гораздо более сложной конструкции *межвременного равновесия с управлением капиталом* (МРК), предложенной И.Г. Поспеловым³. Первой прикладной моделью, в которой была реализована эта теоретическая концепция, была однопродуктовая модель межвременного равновесия экономики России, разработанная по заказу Федерального агентства по налогам и сборам для оценки размеров теневого оборота по неналоговым данным⁴. Рассматриваемая ниже модель является прямым развитием этой работы. Основное, но существенное отличие состоит в том, что в данной модели рассматривается оборот трех продуктов.

Отметим, что модели межвременного равновесия (Intertemporal Equilibrium) весьма сложны с математической точки зрения и обычно используются для теоретического исследования абстрактных моделей (Tumovsky S.J., 2000). В последние десятилетия также разрабатываются стохастические вычислимые модели общего равновесия. Однако описание динамических связей в этих моделях оказывается столь сложным, что их удается использовать только в линейном приближении около стационарных траекторий (DiCecio R., Nelson E., 2007). В этом смысле лежащий в основе данной работы опыт создания моделей межвременного равновесия, учитывающих специфику сложившихся экономических отношений, наработанный в ВЦ РАН, является уникальным в мировой практике.

Данная диссертация опирается не только на опыт, но и на разработанную и реализованную в ВЦ РАН под руководством И.Г. Поспелова *новую информационную технологию моделирования*, которая позволяет эффективно строить, проверять, исследовать аналитически и проводить эксперименты с моделями, содержащими сотни разнородных нелинейных соотношений. В процессе работы над диссертацией эта технология была развита в плане использования суперкомпьютеров для идентификации и расчета модели.

Объектом исследования является национальная российская экономика второй половины первого десятилетия XXI века. **Предметом исследования** является динамика основных макроэкономических показателей экономики России, особенно в период глобального финансового кризиса.

Целью работы является построение и исследование среднесрочной модели межвременного равновесия экономики России на основе нелинейного дезагрегирования основного макроэкономического баланса по использованию, способной к качественному воспроизведению статистических показателей и проведению численных экспериментов и прогнозов.

Научная новизна исследования

- Разработана, реализована и проверена методика нелинейного дезагрегирования основного макроэкономического баланса по использованию, основанная на гипотезе о рациональном поведении экономических макроагентов.
- Построена эконометрическая модель налогообложения в России.

² Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А. От Госплана к неэффективному рынку: Математический анализ эволюции российских экономических структур. The Edwin Mellen Press. Lewiston, NY, USA. 1999. 393p, а также Гасников А.В., Обросова Н.К., Рудева А.В., Флерова А.Ю., Шананин А.А. «Моделирование влияния кредитно-денежной сферы и государственной энергетической политики на производственную систему России», Москва, ВЦ РАН, 2006.

³ Петров А.А., Поспелов И.Г. Математические модели экономики России // Вестник РАН, т.79, №6, 2009. С. 492-506.

⁴ Андреев М.Ю., Поспелов И.Г., Поспелова И.И., Хохлов М.А. Новая технология моделирования экономики и модель современной экономики России. М.: МИФИ, 2007.

- Построена новая трехпродуктовая модель межвременного равновесия с управлением капиталом для Российской экономики, основанная на нелинейном дезагрегировании макроэкономического баланса.
- Разработана технология применения суперкомпьютеров для расчетов моделей межвременного равновесия и с помощью нее проведена идентификация и верификация модели российской экономики. Расчеты демонстрируют наличие сильного **магистрального эффекта**.
- Проведены численные эксперименты и прогнозы.

Теоретическая и практическая значимость исследования. В современном мире макроэкономические явления оказываются слишком сложными, чтобы их можно было описывать в рамках простых «учебных» моделей. В то же время, потребность в качественном моделировании и прогнозировании основных макроэкономических показателей в последние десятилетия остается очень высокой. Данное исследование демонстрирует практическую возможность моделирования макроэкономики России, в то же время позволяя получать различные теоретические результаты проведением численных экспериментов.

Апробация результатов исследования

Основные результаты диссертации были опубликованы в пяти работах и докладывались на научных конференциях:

- IV Всероссийская научная конференция "Математическое моделирование развивающейся экономики и экологии" ЭКОМОД-2009, г.Киров, Россия, 6-12 июля 2009г.
- 52-ая научная конференция МФТИ – Всероссийская молодежная научная конференция с международным участием «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук», 27-30 ноября 2009 г., Московская обл., г. Долгопрудный, Московский физико-технический институт (государственный университет).
- VI Московская международная конференция по Исследованию Операций (ORM 2010), Москва, 19-23 октября 2010.
- Научная конференция «Тихоновские чтения», МГУ им. М.В. Ломоносова, факультет ВМК, 14 июня 2011 г.
- VI Всероссийская научная конференция "Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и биотехнологий" (ЭКОМОД-2011), г. Киров, 27 июня – 3 июля 2011 г.
- Всероссийская конференция "Управление большими системами", г. Москва, МФТИ, 7 сентября 2011 года.
- Научная конференция "ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ" к 300-летию со дня рождения М.В. Ломоносова, г. Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 14 ноября 2011 года.
- 54-я научная конференция МФТИ "Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе", Управление и прикладная математика, 25-26 ноября 2011 года.

Также результаты исследований докладывались на научном семинаре отдела "Математическое моделирование экономических систем" ВЦ РАН 25 ноября 2009г. и 15 февраля 2012г.

Структура работы

Диссертация состоит из Введения, четырех глав и Заключения, списка литературы из 80 наименований. Общий объем работы составляет 100 страниц, 100 рисунков и 10 таблиц.

Основные положения и результаты исследования

Во **Введении** обоснована актуальность темы диссертации, определены цели, предмет и объект исследования, обозначены научная новизна работы, ее практическая и теоретическая значимость, а также апробация результатов исследования.

В **первой главе** в разделе 1.1 дается обзор подходов к моделированию макроэкономических процессов, в разделе 1.2 описываются результаты системного анализа развивающейся экономики, а в разделе 1.3 – ключевая для диссертационной работы конструкция межвременного равновесия с управлением капиталом (МРК), а также конкретизация этой конструкции в модели, предложенной в диссертации.

Модель МРК описывает экономическую динамику как результат взаимодействия некоторых *экономических агентов*. В основе этого описания лежит *полная система материальных и финансовых балансов*. Полнота системы балансов означает, что балансы каждого материального блага, рассматриваемого в системе, описывают его движение от агента к агенту, начиная от появления в системе в результате производства (для ресурсов – поступления из внешней среды), вплоть до конечного использования, а для каждого рассматриваемого финансового инструмента сумма его активов по агентам тождественно равна сумме пассивов (балансы материального блага описывают движение от агента к агенту с момента эмиссии до момента деэмиссии).

Предлагаемая модель содержит полную систему балансов однородного труда, трех продуктов (экспортного, внутреннего и импортного) и 6 финансовых инструментов: *наличных денег, остатков расчетных счетов, остатков корреспондентских счетов в ЦБ, банковских ссуд, банковских депозитов, чистых депозитов банков в ЦБ и иностранной валюты*.

Идея экономического равновесия состоит в том, что каждый из агентов предлагает свой план величин потоков материальных и финансовых благ (спрос или предложение на экономическом языке). Этот план условный – он зависит от значений особых *информационных переменных* (цен, процентов, курсов, величин пошлин), которые приносят агенту информацию о состоянии всей системы. Допустимые сложившимися экономическими отношениями планы описываются технологическими (внутренними) и институциональными (внешними) ограничениями. Последние содержат информационные переменные (цены, курсы, проценты). Планы агентов согласуются в процессе их взаимодействия за счет выбора значений информационных переменных так, чтобы по всей системе выполнялись включенные в модель балансовые соотношения. В общем случае получается схема, которая была названа *канонической формой модели*⁵.

Соотношения модели в канонической форме распадаются на блоки двух типов: блоки описания поведения агентов (ЭА) и блоки описания взаимодействия агентов (ВД). В общем случае взаимодействие не означает реализации планов контрагентов, а иногда сводится просто к обмену информацией между ними. В канонической форме могут быть записаны все модели САРЭ, в том числе и модель функционирования плановой экономики, а также все CGE модели, «теоретические» модели и большинство имитационных (но далеко не все эконометрические, балансовые и синергетические).

Главная задача при создании модели в канонической форме состоит в выборе агрегированных аддитивных величин, для которых записывается полная система материальных и финансовых балансов, и запись в терминах этих величин институциональных ограничений, описывающих экономические отношения.

Модель, предложенная в диссертации, описывает динамику российской экономики как результат взаимодействия следующих 9 агентов: *Производителя, Банка, Домохозяйства, Собственника, Торговца, Государства, Центрального банка, Экспортера и Импортёра*. Полное формальное описание их деятельности приводится в главе 3.

⁵ Комаров С.И., Петров А.А., Поспелов И.Г., Поспелова Л.Я. Представление знаний, содержащихся в математических моделях экономики // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1995. №5. С. 37-59.

Институциональные и технологические ограничения обычно оставляют агенту достаточно большую свободу выбора своих планов, поэтому стоит важнейший вопрос об описании поведения агентов. Видно, что с этой точки зрения в модели рассматриваются агенты двух разных типов. К первому типу относятся Производитель, Банк, Домохозяйство и Собственник. Это **макроагенты**, модель поведения каждого из которых должна описывать результат совокупных действий большого количества относительно независимых лиц или организаций исполняющих сходные роли в экономике. Ко второму типу относятся Государство и Центральный банк. Это **индивидуальные агенты**, которые в модели представляют конкретные организации, наделенные волей и отчитывающиеся в своих действиях. Модельные агенты Торговец, Экспортер и Импортер фактически были выделены для упрощения структуры модели. Торговца формально рассматриваем как макроагента, а Экспортера и Импортера как индивидуальных агентов.

Если опираться на опыт исследования операций и решения задач планирования и проектирования, то кажется очевидным, что массовых агентов надо описывать как статистические ансамбли, а индивидуальных – как рациональных планировщиков. Однако можно заметить, что в экономической теории и опирающихся на нее моделях принято действовать прямо противоположным способом, потому что опыт исследования и моделирования экономики парадоксальным образом свидетельствует о том, что поведение массовых агентов надо моделировать рациональным поведением, а индивидуальных – сценариями.

Мы принимаем традиционный подход экономической теории. Он оправдан большим мировым опытом построения моделей экономики, в то время как неоднократные попытки описывать макроагентов статистически реальных успехов не имели. Однако традиционное обоснование подхода экономической теории вызывает сомнения. Существующая теория апеллирует к «репрезентативным агентам», каждый из которых характеризуется заданными неизменными интересами. В данном подходе предполагается, что представление об абсолютно автономных «репрезентативных индивидах» противоречит тому, что люди и организации взаимодействуют друг с другом. В рамках крупных групп субъектов, выполняющих сходные роли в экономике, имеют место конкуренция и подражание. В результате *коллективное поведение такой группы оказывается более простым и последовательным, чем поведение любого из ее членов*, и может быть описано как простое стремление к максимизации потребления, прибыли, богатства и т. п., что можно подтвердить прямыми измерениями. Одним из эмпирических подтверждений такой «коллективной рациональности» служат описанные в гл. 2 результаты по дезагрегированию макроэкономического баланса. Итак, в модели поведение макроагентов считается **рациональным**, т.е. оптимизирующим некий критерий, а поведение индивидуальных агентов описывается **сценариями**.

Состояние агента в момент времени t в модели характеризуется имеющимися у него запасами материальных благ и финансовых инструментов. В модели принимаются три предположения, которые выполняются не только в данной модели, но и в большинстве динамических макроэкономических моделей

а) в институциональных ограничениях цены, курсы и процентные ставки агент воспринимает как информационные переменные, которыми он не может распоряжаться (price taking agent);

б) интересы агента связаны с единственной величиной извлекаемого дохода (*полезного расхода*: дивиденды для Производителя и Банка, потребительские расходы для Домохозяйства, чистый прирост международных активов для Собственника;

в) безоговорочно принимается принцип рациональных ожиданий, который состоит в том, что модельный агент может прогнозировать изменение интересующих его информационных переменных в той же степени и с тем же результатом, что и автор модели.

В детерминированном случае, о котором здесь идет речь, принцип рациональных ожиданий приводит к модели *межвременного экономического равновесия*. В ней поведе-

ние агента a описывается решением неавтономной задачи оптимального управления потоками и запасами материальных благ и финансовых инструментов, находящимися в его компетенции при заданном прогнозе информационных переменных (цен, курсов и т. д.) при смешанных ограничениях, описывающих имеющиеся технологии и сложившиеся институты. Траектории же информационных переменных определяются так, чтобы спрос одного агента совпадал с предложением другого в рамках полной системы балансов.

Известно, что набор агентов в такой модели можно в некотором смысле вывести из требования эффективности экономики. Именно, задача оптимального планирования производства и распределения в интересах потребителей при технологических и балансовых ограничениях в закрытой экономике может быть с помощью теоремы о седловой точке преобразована в задачу поиска некооперативного равновесия в игре потребителей, производителей и торговцев. Таким образом, можно сказать, что модель межвременного равновесия получается не сборкой из блоков, как имитационная, а декомпозицией целостной системы балансов. При построении реалистичной модели эта декомпозиция искажается введением дополнительных институциональных ограничений.

Однако указанная декомпозиция оказывается однозначной только в статическом случае. В динамике остается открытым вопрос о том, ко из агентов принимает решения об инвестициях в основной капитал. Общепринятым в мировой практике разрешением этой неоднозначности служит схема Сидравского, при которой владельцем капитала считается Домохозяйство, и основной капитал экономики просто отождествляется с реальной величиной сбережений населения.

И.Г. Поспелов проанализировал недостатки этой схемы и предложил альтернативную схему описания взаимоотношений собственника и фирмы в модели идеального межвременного равновесия, которая получила название межвременного равновесия с управлением капиталом (МРК). Эта конструкция основана на том, что при типичной для экономических задач масштабной инвариантности, пусть даже несколько нарушенной, в задаче агента-фирмы a по теореме Нетер возникают величины собственного капитала и его доходности $\rho_a(\cdot)$. Предполагается, что собственник o фирмы a ставит перед управляющим фирмой задачу максимизировать поток дивидендов $u_a(t)$ в заданной временной пропорции $v_o(t) > 0$

$$(1) \quad u_a(t) = \bar{\theta}_a v_o(t) \quad , \quad \bar{\theta}_a \rightarrow \max$$

Решив эту задачу (1) при технологических и институциональных ограничениях фирма определит величину курса $\bar{\theta}_a$ и доходность $\rho_a(\cdot)$ своего капитала $\Omega_a(t)$

$$(2) \quad v_o(\cdot) \Rightarrow \bar{\theta}_a, \rho_a(\cdot).$$

Предполагается, что эти данные фирма сообщает своему собственнику, что позволяет ему спланировать динамику величины $K_o(t) = \Omega_a(t) / \bar{\theta}_a$ в силу уравнения динамики капитала

$$\frac{d}{dt} \Omega_a(t) = \rho_a(t) \Omega_a(t) - u_a(t)$$

и получение доходов от фирмы $Z_o(t) = u_a(t)$

$$(3) \quad \frac{d}{dt} K_o(t) = \rho_a(t) K_o(t) - v_o(t), \quad K_o(t) \geq 0, \quad Z_o(t) = \bar{\theta}_a v_o(t).$$

Величина $K_o(t)$ имеет смысл неких вложений (паев, кол-ва акций) собственника в капитал фирмы, а величина $\bar{\theta}_a$ играет роль курса этих ценных бумаг. Первое соотношение в (3) показывает, что вложения растут с доходностью фирмы и уменьшаются при извлечении прибыли.

Включив соотношения (3) для актива $K_o(t)$ и потока $v_o(t)$ в число своих ограничений, учтя в балансе денег поток доходов $Z_o(t)$ и решив свою задачу

$$\int_{t_0}^T U(t, u_a(t)) dt \rightarrow \max_{\substack{A_a(\cdot), x_a(\cdot), \\ y_a(\cdot), u_a(\cdot)}},$$

собственник определит оптимальную для себя программу $v_o(t)$

$$(4) \quad \bar{\theta}_a, \rho_a(\cdot) \Rightarrow v_o(\cdot).$$

Неподвижная точка суперпозиции отображений (2), (4) задает некое информационное равновесие, которое принимается как описание взаимодействия между фирмой и ее собственником в модели МРК. В этом взаимодействии основной капитал принадлежит фирме, которая и принимает инвестиционные решения, а хозяин управляет собственным капиталом фирмы, опираясь исключительно на финансовые показатели $\bar{\theta}_a$ и $\rho_a(\cdot)$. С теоретической точки зрения, собственником Производителя и Банка можно считать Домохозяйство, но в модели выделяется Собственник капитала как особый агент, сообразуясь с российскими реалиями – население у нас практически не делает вложений в акции (и поэтому фондовый рынок играет незначительную роль в экономике).

Модель МРК получается объединением условий оптимальности всех макроагентов со сценарным описанием действий индивидуальных агентов и описаниями взаимодействий. Последние содержат, прежде всего, балансы финансовых и материальных потоков между агентами, а также некоторый обмен информацией между ними.

Реалистичная модель такого типа сводится к краевой задаче, которая исходно содержит около сотни соотношений, включающих, кроме конечных и дифференциальных уравнений, еще и условия дополненности. Поэтому для расчетов по модели МРК приходится использовать сложные алгоритмы. В то же время настроечных параметров в модели оказывается немного: 2-3 десятка против сотен в эконометрических, имитационных или CGE макромоделях. Поэтому, когда модель МРК плохо воспроизводит статистику, приходится изменять форму исходных соотношений и делать заново все выкладки. Прodelать такую работу, записывая модель на бумаге и переводя запись на язык программирования, за разумное время без ошибок и искажения исходных предположений абсолютно невозможно. Эффективно работать с моделью МРК удастся только благодаря использованию разработанной в ВЦ РАН под руководством И.Г. Поспелова интеллектуальной системы поддержки математического моделирования ЭКОМОД, реализованной в среде компьютерной алгебры Maple. Эта система, в свою очередь, основана на формализации понятия *канонической формы модели* как структурированной системы соотношений.

Система ЭКОМОД содержит 6 уровней контроля правильности записи модели в канонической форме (Контроль 1-5 уровней проводится строго формализовано путем проверки выполнения аксиом построения канонической формы): **Синтаксический контроль, Контроль балансов, Контроль размерности, Контроль информационных связей и Семантический контроль** – Проводя по команде пользователя перечисленные выше проверки, система ЭКОМОД одновременно формирует оперативную базу данных о параметрах, переменных, функциях, балансах, активах и блоках модели. В эту базу также заносятся **названия переменных**, отражающие их содержательный смысл, а также **исходный вид и класс соотношений**.

Соединение средств контроля и хранения системы ЭКОМОД, возможностей среды Maple и унификации описаний агентов на основании новой формализации понятия капитала открыло путь новой технологии моделирования экономики. Технология объединяет и автоматизирует следующие этапы разработки модели.

1. Блоки модели, описывающие поведение агентов, записываются в обычной математической нотации в среде Maple с соблюдением специальных требований выделения балансовых уравнений, институциональных и технологических

ограничений. Уравнения затем **автоматически** упрощаются, так чтобы привести их к «человеческому виду», но вся семантика исходной записи сохраняется. Если поведение агента в модели описывается унифицированной задачей максимизации капитализации, то для этой задачи **автоматически записываются достаточные условия оптимальности**, которые затем можно упростить с использованием специально приспособленных для этого случая процедур исключения переменных.

2. Блоки, описывающие агентов, собираются в единую систему, причем специальными процедурами **автоматического** переобозначения исключается возможность контаминации имен.
3. Описания поведения агентов дополняются описанием их взаимодействий, т.е. согласования их планов за счет фиксации подходящих значений информационных переменных. Часто, но не всегда, это выравнивание спроса и предложения за счет установления равновесных цен.
4. Проводится **автоматический** контроль системы балансов, причем автоматически выводятся вытекающие из финансовых балансов первые интегралы системы уравнений модели.
5. Система автоматически и вручную упрощается и исследуется аналитическими методами. Опыт показал, что в среде Maple при наличии специальных функций просмотра системы и исключения переменных можно эффективно работать с нерегулярными системами из 100-150 уравнений и неравенств. Существенно, что система помнит исходный вид соотношений, так что после всех преобразований можно легко установить происхождение результирующих неравенств и при необходимости модифицировать модель. Важно, что в большинстве случаев после модификации можно повторить выкладки автоматически.
6. Вычисленные размерности переменных позволяют автоматизировать поиск автомодельных решений, которые используются как начальное приближение при расчете и для идентификации основной массы параметров модели.
7. **Расчет производится прямо по уравнениям в стандартной нотации без предварительного переписывания их на язык программирования.** Последний процесс не только очень трудоемок, но и чреват многочисленными трудно контролируемыми ошибками. Вычисление решения производится по специальным довольно сложным алгоритмам и сопровождается идентификацией части параметров. Разработана процедура реализации решения на суперкомпьютере с удаленным доступом.
8. В той же системе можно проводить численные эксперименты с моделью. Запись модели в системе ЭКОМОД и графическое представление решений практически непосредственно пригодны к публикации.

Во **второй главе** описывается новый подход к построению многопродуктовой модели экономики. Он базируется не на агрегировании отраслевых данных, а на дезагрегировании основного макроэкономического баланса по использованию (ОМБ). В разделе 2.1 обсуждается понятие ОМБ и его составляющих. ОМБ составляется статистическими органами в текущих и в неизменных ценах (в реальном выражении). Если баланс в неизменных ценах записать как

$$(5) \quad Y(t) = J(t) + C(t) + E(t) - I(t),$$

где $Y(t)$ – ВВП, $J(t)$ – валовое накопление, $C(t)$ – конечное потребление, $E(t)$ – экспорт, $I(t)$ – импорт, то баланс в текущих ценах запишется как

$$(6) \quad p_Y(t)Y(t) = p_J(t)J(t) + p_C(t)C(t) + p_E(t)E(t) - p_I(t)I(t),$$

где **дефляторы** $p_Y(t)$, $p_I(t)$, $p_C(t)$, $p_E(t)$ и $p_I(t)$ определяются как отношение номинальных и реальных величин соответствующих составляющих баланса.

Ясно, что относительная точность воспроизведения однопродуктовой моделью динамики составляющих ОМБ (5) не может превосходить относительной разницы дефляторов, поскольку однопродуктовая модель подразумевает одинаковые дефляторы. Статистика показывает, что начиная примерно с 2004-2005 гг. дефляторы в российской экономике стали сильно расходиться. Это и заставило нас отказаться от однопродуктовой модели и разработать методику дезагрегирования макроэкономического баланса, опирающуюся на различие дефляторов.

В разделе 2.2 описывается схема нелинейного дезагрегирования ОМБ. Предлагается считать составляющие ОМБ нелинейными однородными агрегатами трех аддитивных благ более низкого уровня: наблюдаемых в статистике экспортного E и импортного I продуктов, а также ненаблюдаемого внутреннего продукта X . При этом предполагается, что использование в качестве сырья и комплектующих импортных продуктов (стройматериалов, оборудования, деталей, лицензий и патентов на технологии, и т. п.) диктуется не столько технологическими ограничениями, сколько требованиями потребителей и заказчиков. Исходя из этого, включаются промежуточные составляющие в конечные продукты и вводятся модельные балансы

$$(7) \quad X(t) = J_X(t) + C_X(t), \quad I(t) = J_I(t) + C_I(t),$$

где

- J_I – импорт, связанный с инвестициями, включая, например, импортное оборудование для завода (конечный продукт) и импортные материалы для его постройки (промежуточный продукт);
- C_I – импорт, связанный с потреблением, включая, например, иномарку (конечный продукт) и импортный кинескоп (промежуточный продукт) для телевизора отечественной сборки;
- J_X – внутреннее производство, связанное с инвестициями, включая, например, услуги строительных организаций (конечные услуги) и электроэнергию, затраченную при строительстве (промежуточный продукт);
- C_X – внутреннее производство, связанное с потреблением, включающее, например, торговые услуги по продаже иномарки (конечные услуги) и затраты электроэнергии при оказании услуг (промежуточный продукт).

Далее предполагается, что объемы экспорта $E(t)$ и импорта $I(t)$ в (5) показывают полное производство и ввоз / вывоз модельных продуктов E , I ; наблюдаемое потребление и накопление в (5) выражаются как

$$(8) \quad C(t) = g(C_I(t), C_X(t)),$$

$$(9) \quad J(t) = h(J_I(t), J_X(t)).$$

Наконец, предполагается, что данный объем реального ВВП может быть реализован различными сочетаниями выпуска внутреннего и экспортного продуктов, так что

$$(10) \quad Y(t) = f(X(t), E(t)).$$

Функции $g(\cdot, \cdot)$, $h(\cdot, \cdot)$, $f(\cdot, \cdot)$ предполагаются, как минимум, монотонными и *линейно-однородными*. Последнее требование естественно для агрегирующих выражений, поскольку оно обеспечивает их независимость от произвола в выборе единиц измерения. Однородность обеспечивает сложение финансовых потоков при нелинейном свертывании реальных потоков.

Предположение о частичном замещении отечественного и импортного продуктов издавна используется в моделях внешней торговли под названием «предпосылка Армингтона». На иерархии нелинейных сверток строится описание производства и потребления в весьма подробной (сотни видов продуктов и ресурсов) модели Австралии. Авторы, впрочем, определяют параметры свертки по одной точке, и жалуются на их неустойчивость.

Рациональность поведения экономических агентов. В разделе 2.3 вводится ключевое предположение о рациональности поведения экономических агентов. Поскольку ряды $X(t)$, $J_X(t)$, $C_X(t)$, $C_I(t)$, $J_I(t)$ в статистике отсутствуют, соотношений (7)-(10) недостаточно, чтобы идентифицировать функции $g(\cdot, \cdot)$, $h(\cdot, \cdot)$, $f(\cdot, \cdot)$ в (8)-(10). Однако у нас есть еще неиспользованная информация о дефляторах, с которых, собственно, и началось обсуждение дезагрегирования. Эту информацию можно привлечь, если интерпретировать агрегирующие функции $g(\cdot, \cdot)$, $h(\cdot, \cdot)$, $f(\cdot, \cdot)$, как **функции полезностей** или **затрат**. Для этого приходится ввести отсутствующий в статистике **дефлятор внутреннего продукта** $p_X(t)$.

Подобные друг другу линии уровня функции $g(\cdot, \cdot)$ можно рассматривать как кривые безразличия, показывающие возможности замещения отечественного и импортного продукта для агрегированного конечного потребителя, а саму функцию $g(\cdot, \cdot)$ – как функцию полезности покупок⁶. Купив в период t продукты $C_I(t)$, $C_X(t)$, потребитель понес денежные расходы $\Phi(t) = p_I(t)C_I(t) + p_X(t)C_X(t)$. Эта величина известна нам из статистики: $\Phi(t) = p_C(t)C(t)$. В предположении (8) получаем, следовательно,

$$(11) \quad p_C(t)g(C_I(t), C_X(t)) = p_I(t)C_I(t) + p_X(t)C_X(t).$$

А почему был куплен набор продуктов $C_I(t)$, $C_X(t)$, а не какой-то другой? Простейший ответ состоит в том, что при другом наборе продуктов и данных ценах соотношение (8) несовместимо с бюджетным ограничением

$$(12) \quad p_C(t)g(C_I, C_X) \leq p_I(t)C_I + p_X(t)C_X \text{ при всех } C_I, C_X \geq 0.$$

Из соотношений (11), (12) следует, что значения $C_I(t)$, $C_X(t)$ доставляют максимум выражению

$$(13) \quad p_C(t)g(C_I, C_X) - p_I(t)C_I - p_X(t)C_X \rightarrow \max_{C_I, C_X \geq 0}.$$

Чтобы задача (13) была корректной, сделаем обычные для функции полезности предположения о том, что она *гладкая и вогнутая*. Тогда учитывая, что нас интересуют только внутренние точки максимума, получаем необходимые и достаточные условия выполнения (13)

$$(14) \quad \partial_1 g(C_I(t), C_X(t)) = \frac{p_I(t)}{p_C(t)}, \quad \partial_2 g(C_I(t), C_X(t)) = \frac{p_X(t)}{p_C(t)}.$$

Однако поскольку функция $g(\cdot, \cdot)$ линейно-однородна, задача максимизации (13) вырождена. Она имеет нетривиальное решение не при всех соотношениях цен, а когда решение есть, оно не единственно. При этом в точке максимума с необходимостью выполняется равенство (11). Алгебраически это проявляется в том, что частные производные $g(\cdot, \cdot)$ суть функции отношения аргументов. Поэтому уравнения (14)

⁶ Трактровка однородных функций полезности как агрегированных благ подробно рассматривается в Кондраков И.А., Поспелова Л.Я., Усанов Д.А., Шананин А.А. Технологии анализа рынков на основе обобщенного непараметрического метода. М.: ВЦ РАН, 2010

определяют не значения $C_I(t)$, $C_X(t)$, а отношение $C_I(t)/C_X(t)$ и цену $p_X(t)$. Из соображений симметрии удобнее использовать отношение равенств (14) и условие (11)

$$(15) \quad \frac{\partial_1 g(C_I(t), C_X(t))}{\partial_2 g(C_I(t), C_X(t))} = \frac{p_I(t)}{p_X(t)}, \quad p_C(t) g(C_I(t), C_X(t)) = p_I(t) C_I(t) + p_X(t) C_X(t).$$

Рассматривая вогнутую гладкую функцию $h(\cdot, \cdot)$ в (9) как функцию полезности покупок агрегированного инвестора и рассуждая аналогичным образом, приходим к соотношениям

$$(16) \quad \frac{\partial_1 h(J_I(t), J_X(t))}{\partial_2 h(J_I(t), J_X(t))} = \frac{p_I(t)}{p_X(t)}, \quad p_J(t) h(J_I(t), J_X(t)) = p_I(t) J_I(t) + p_X(t) J_X(t).$$

Для функции $f(\cdot, \cdot)$ рассуждения несколько изменяются. Величина $V(t) = p_X(t)X(t) + p_E(t)E(t)$ представляет собой выручку производителя. В статистике она выражается как $p_Y(t)Y(t) = p_Y(t)f(X(t), E(t))$, и её можно интерпретировать как затраты на привлечение факторов производства, необходимых для выпуска $Y(t)$. Тогда рационально действующий агрегированный производитель должен выбирать такое сочетание выпусков $X(t)$ и $E(t)$, которое максимизирует текущую прибыль от продажи произведенной продукции

$$(17) \quad p_X(t)X + p_E(t)E - p_Y(t)f(X, E) \rightarrow \max_{X, E}.$$

В силу однородности $f(\cdot, \cdot)$, максимальная прибыль от продажи оказывается нулевой, и снова приходим к условиям подобным (15), (16)

$$(18) \quad \frac{\partial_1 f(X(t), E(t))}{\partial_2 f(X(t), E(t))} = \frac{p_X(t)}{p_E(t)}, \quad p_Y(t)f(X(t), E(t)) = p_X(t)X(t) + p_E(t)E(t).$$

В разделе 2.4 описывается параметризация и идентификация дезагрегирующих функций. Выше были получены **одиннадцать** соотношений (7), (8), (9), (10), (15), (16) и (18) на **шесть** неизвестных из статистики временных рядов: $X(t)$, $C_X(t)$, $J_X(t)$, $C_I(t)$, $J_I(t)$ и $p_X(t)$. Если удастся подобрать не зависящие от времени функции $g(\cdot, \cdot)$, $h(\cdot, \cdot)$ и $f(\cdot, \cdot)$, при которых эта переопределенная система условий выполняется с хорошей точностью для каждого момента времени, то будет получено солидное подтверждение возможности корректно дезагрегировать ОМБ в балансы трех модельных продуктов. Заметим, что одновременно будет получено частное подтверждение общего положения о возможности описывать поведение макроагентов как рациональное.

Будем искать функции $f(\cdot, \cdot)$, $g(\cdot, \cdot)$, $h(\cdot, \cdot)$ в виде

$$(19) \quad \begin{aligned} f(X, E) &= A_f \left(\sigma_f X^{e_f} + (1 - \sigma_f) E^{e_f} \right)^{1/e_f}, \\ h(J_I, J_C) &= A_h \left(\sigma_h J_I^{e_h} + (1 - \sigma_h) J_C^{e_h} \right)^{1/e_h}, \\ g(C_I, C_X) &= A_g \left(\sigma_g C_I^{e_g} + (1 - \sigma_g) C_X^{e_g} \right)^{1/e_g}. \end{aligned}$$

Функции такого типа (CES) широко применяются в математической экономике. Эти функции, очевидно, линейно однородны. При показателе степени большем единицы CES функция выпукла вниз, а при показателе степени меньше единицы – вверх. Так что разные требования к направлению выпуклости функций $g(\cdot, \cdot)$ и $h(\cdot, \cdot)$ с одной стороны и $f(\cdot, \cdot)$ – с другой, могут быть учтены выбором значений параметров.

В результате получаем задачу идентификации, которую неформально можно сформулировать следующим образом: необходимо подобрать коэффициенты $A_f, \sigma_f, e_f, A_h, \sigma_h, e_h, A_g, \sigma_g, e_g$ в (19) так, чтобы при известных статистических рядах $Y(t), J(t), C(t), E(t), I(t), p_Y(t), p_J(t), p_C(t), p_E(t), p_I(t)$ по возможности точно выполнялась переопределенная система соотношений (7)-(10) и (15)-(18). Для корректной постановки этой задачи надо определить, что значит «по возможности точно».

Будем считать, что финансовые балансы (вторые равенства в (15)-(18)) и материальные балансы (7) должны выполняться действительно точно, а в условиях агрегирования (8)-(10) и условиях рациональности поведения (первые равенства в (15)-(18)) допустим отклонения. Поскольку абсолютные значения в левых частях соотношений (8)-(10) растут со временем в меру экономического роста, а отношения цен в правых частях (15)-(18) остаются во времени примерно постоянными, отклонения в условиях агрегирования будем оценивать в логарифмической шкале, а отклонения в условиях рациональности – в натуральной. Таким образом, заменяем равенства (8)-(10) на

$$(20) \quad \ln Y(t) = \ln A_f + \frac{1}{e_f} \ln \left(\sigma_f X^{e_f} + (1 - \sigma_f) E^{e_f} \right) + \varepsilon_1(t),$$

$$\ln J(t) = \ln A_h + \frac{1}{e_h} \ln \left(\sigma_h J_I^{e_h} + (1 - \sigma_h) J_C^{e_h} \right) + \varepsilon_2(t),$$

$$(21) \quad \ln C(t) = \ln A_g + \frac{1}{e_g} \ln \left(\sigma_g C_I^{e_g} + (1 - \sigma_g) C_X^{e_g} \right) + \varepsilon_3(t),$$

а первые равенства в (15)-(18) – на

$$(22) \quad \frac{a_f}{b_f} \left(\frac{X(t)}{E(t)} \right)^{e_f - 1} - \frac{p_X(t)}{p_E(t)} = \varepsilon_4(t), \quad \frac{a_h}{b_h} \left(\frac{J_I(t)}{J_X(t)} \right)^{e_h - 1} - \frac{p_I(t)}{p_X(t)} = \varepsilon_5(t), \quad \frac{a_g}{b_g} \left(\frac{C_I(t)}{C_X(t)} \right)^{e_g - 1} - \frac{p_I(t)}{p_X(t)} = \varepsilon_6(t).$$

и будем минимизировать среднеквадратичную погрешность

$$(23) \quad \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^6 \varepsilon_i(t)^2 \rightarrow \min$$

по $X(t), C_X(t), J_X(t), C_I(t), J_I(t), p_X(t), a_f, b_f, a_h, b_h, a_g, b_g > 0, e_f, e_h, e_g$ и $\varepsilon_i(t)$ при $i = 1...6, t = 1...T$, где T – длина статистических рядов, при ограничениях

$$(24) \quad X(t) = J_X(t) + C_X(t), \quad I(t) = J_I(t) + C_I(t),$$

$$p_C(t) g(C_I(t), C_X(t)) = p_I(t) C_I(t) + p_X(t) C_X(t),$$

$$p_J(t) h(J_I(t), J_X(t)) = p_I(t) J_I(t) + p_X(t) J_X(t),$$

$$(25) \quad p_Y(t) f(X(t), E(t)) = p_X(t) X(t) + p_E(t) E(t).$$

Ограничения-равенства (24)-(25) позволяют исключить часть переменных и свести задачу (23) с $(9+6T)$ переменными к задаче с 9 неизвестными параметрами производственных функций (19). Тем не менее, задача остается достаточно сложной, поэтому для её решения применялись несколько нестандартные алгоритмы, рассчитываемые на суперкомпьютере МВС100К Межведомственного суперкомпьютерного центра (МСЦ) РАН.

Для идентификации использовались несглаженные квартальные данные по основному макроэкономическому балансу в текущих рыночных ценах (номинальные показатели) и в рыночных среднегодовых ценах 2003 г. (реальные показатели) за период с I квартала

2000 г. по IV квартал 2010 г. – всего 44 наблюдения. Оптимальные параметры в (19) задают следующий вид агрегирующих функций

$$f = 1.88 \left(.68X^{1.05} + .32E^{1.05} \right)^{\frac{1}{1.05}}, h = 1.75 \left(.22J_I^{.005} + .78J_C^{.005} \right)^{\frac{1}{.005}}, g = 1.85 \left(.28C_I^{.003} + .72C_X^{.003} \right)^{\frac{1}{.003}}.$$

Функция f получилась выпуклой, а функции g и h вогнутыми, как и должно быть по смыслу, хотя использованные уравнения формально этого не требовали. Достигнутая точность выполнения условий агрегирования и условий рациональности иллюстрируется на рис. 1-6.

В разделе 2.5 обсуждаются результаты идентификации дезагрегирующих функций.

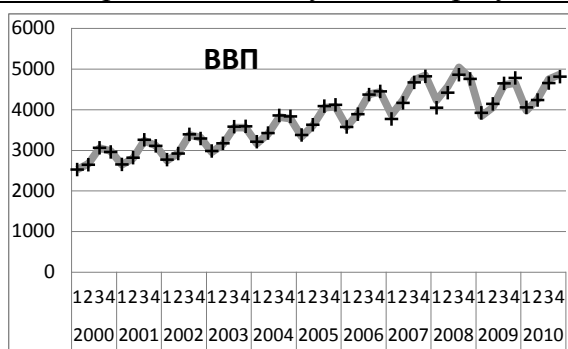


Рис. 1 ВВП по (19)



Рис. 2 Валовое накопление по (19)



Рис. 3 Конечное потребление по (19)

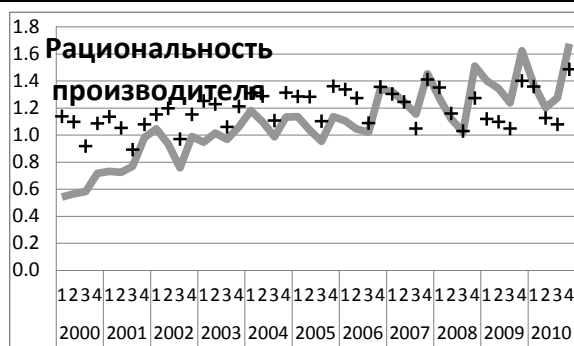


Рис. 4 Рациональность производителя по (22)



Рис. 5 Рациональность инвестора по (22)

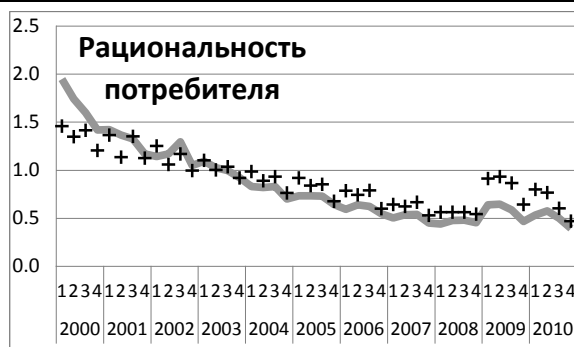


Рис. 6 Рациональность потребителя по (22)

Таблица 1 Выполнение нелинейных сверток (19) (серая линия – статистика, черный маркер-крестик – расчет) и условий рациональности (22) (серая линия – отношения цен, черный маркер-крестик – отношение производных).

Видно, что соотношения (20)-(21) выполняются практически точно, в том числе в кризисный период. Это, кроме всего прочего, говорит о том, что конкретный способ (23), которым сворачивали ошибки отдельных уравнений в оценочный функционал, скорее всего, не играл особой роли. Условия рациональности (22) выполняются менее точно, но и в этом случае обе стороны этих условий имеют как общий нетривиальный тренд, так и общую фазу сезонных колебаний. Расхождения касаются в основном амплитуды колебаний. Расчеты по более реалистичным моделям общего равновесия показывают, что это расхождение может быть связано с тем, что в условиях рациональности не учтено влияние искажающих налогов (в первую очередь импортных и экспортных пошлин).

Если подходить к делу чисто эмпирически и отвлечься от введенных в модели ненаблюдаемых величин, то можно сказать, что идентифицированные соотношения **неявно** задают дополнительно к балансам четыре *нелинейных* связи между 10 наблюдаемыми рядами: реальным ВВП $Y(t)$, валовым накоплением $J(t)$, конечным потреблением $C(t)$, экспортом $E(t)$, импортом $I(t)$ и их дефляторами $p_Y(t)$, $p_J(t)$, $p_C(t)$, $p_E(t)$ и $p_I(t)$. И эти зависимости достаточно точно выполняются на несглаженной статистике на протяжении 44 кварталов, включая кризис. Во всяком случае, это говорит против часто высказываемых сомнений в качестве официальной статистики. Чтобы такие связи обнаруживались, статистика, по меньшей мере, должна быть органичным последовательно построенным целым.

В модели экономики России, чтобы облегчить описание поведения Производителя полученные выше соотношения были вынесены в несколько искусственный блок «Торговец».

В **третьей главе** приводится описание экономических агентов модели межвременного равновесия экономики России и их взаимодействий.

Производитель, представляющий в модели агрегат коммерческих нефинансовых организаций, нанимает труд, наращивает основной капитал за счет приобретения инвестиционного продукта⁷, производит весь ВВП за счет затрат труда и капитала и продает эту продукцию, берет срочные процентные ссуды у Банка и хранит там свободные остатки средств на беспроцентном бессрочном счете, платит налоги и выплачивает дивиденды собственнику.

Планы всех этих величин Производитель определяет, решая задачу максимизации своей капитализации при технологическом ограничении, заданном производственной функцией, балансовых ограничениях для ссуд и расчетных счетов и ограничении ликвидности при заданных прогнозах цен, ставки заработной платы и процента за кредит. Описание блока Производителя состоит из достаточных условий оптимальности планов.

Банк в модели представляет агрегат коммерческих финансовых организаций, при этом материальные затраты для проведения финансовых операций считаются несущественными. Использованная здесь модель банка была обоснована и исследована отдельно ранее М.Ю. Андреевым, Н.П. Пильником и И.Г. Пospelовым. Банк в модели выдает срочные ссуды Производителю; привлекает срочные депозиты Домохозяйства и нерезидентов и кредиты ЦБ; ведет безналичные расчеты производителя через свой корсчет в ЦБ и в результате пользуется остатками расчетных счетов Производителя в Банке как бесплатным бессрочным кредитным ресурсом; удовлетворяет резервные требования ЦБ по остатку корсчета и собственному капиталу; выплачивает дивиденды собственнику.

Планы всех этих величин Банк определяет, решая задачу максимизации своей капитализации при балансовых ограничениях для ссуд, расчетных счетов и депозитов, а также ограничении резервирования при заданных прогнозах процентных ставок по кредитам и депозитам, а также учетной ставки ЦБ. Описание блока Банк состоит из достаточных условий оптимальности планов.

⁷ Часть инвестиций в основные фонды финансирует государство.

Блок **Домохозяйство**, представляющий в модели агрегат домохозяйств, покупает и потребляет конечный продукт; продает труд и получает зарплату; получает трансферты из бюджета; сберегает средства в Банке и получает процентный доход. Предложение труда считается экзогенной переменной, а потребление, сбережения и наличность Домохозяйство планирует так, чтобы максимизировать ожидаемую полезность потребления в рамках балансовых ограничений и ограничения ликвидности при заданных прогнозах цены на конечный продукт, ставки заработной платы, процента по депозитам и занятости. Описание блока Домохозяйство состоит из достаточных условий оптимальности планов.

Обычно в моделях межвременного равновесия функция собственника приписывается домохозяйствам. Но в соответствии с российскими реалиями в модели отделяются собственники капитала от массы населения. Макроагент **Собственник** в модели в агрегированном виде описывает деятельность совокупности физических и юридических лиц, управляющих движением капитала между секторами и за пределы страны. Оправданием такого подхода служит то, что в предыдущей – однопродуктовой – версии модели благодаря выделению собственника удалось правильно описать нетривиальную динамику ввоза/вывоза капитала из страны. Может показаться странным, что описывая движение капитала, не описывается в модели фондовый рынок. Но в России он (как и на Западе до 1980х) служит, в лучшем случае, «барометром», оценивающим курсы ценных бумаг, а перемещение капитала происходит прямыми сделками.

В модели собственнику принадлежат агенты Производитель, Банк и Торговец. Согласно конструкции межвременного равновесия с управлением капиталом, Собственник получает от Производителя и Банка прогнозы коэффициентов уравнения динамики собственных капиталов, а также их цену. На основании этой информации Собственник строит прогноз изменения своих вложений в капиталы Производителя и Банка и на их основе вычисляет оптимальные для себя временные пропорции поступления дивидендов (см. выше). Целевым функционалом собственника считаем величину ожидаемых иностранных активов в *случайный* момент времени. Описание блока Собственник состоит из достаточных условий оптимальности планов.

Торговец – это несколько условный агент, реализующий процедуры агрегирования продуктов, описанные во второй главе. Торговец покупает у Производителя реальный ВВП $Y(t)$ по цене $p_y(t)$ и «изготавливает» из него экспортный $E(t)$ и внутренний $X(t)$ продукты согласно «технологии» (10). Продукт $E(t)$ Торговец продает экспортеру по цене $p_e(t)$, а $X(t)$ вместе с купленным у Импортёра по цене $p_i(t)$ импортным продуктом $I(t)$ Торговец превращает в продукт для конечного потребления $C(t)$ согласно (8) и в инвестиционный продукт $J(t)$ согласно (9). Затем продукт для конечного потребления $C(t)$ Торговец продает Домохозяйству (в роли потребителя) и Государству (в роли потребителя). А инвестиционный продукт $J(t)$ Торговец продает Производителю (в роли инвестора) и Государству (в роли инвестора). Цель деятельности торговца состоит в максимизации прибыли, определяемой из финансового баланса. Эта задача распадается на задачи (13), (17), которые дают условия рациональности. В силу этих условий максимальная прибыль должна оказаться нулевой. Фактически в модели она оказывается ненулевой и равной приросту кредиторской задолженности Государства, которое систематически недоплачивает за поставленный потребительский продукт. Этот убыток покрывает собственник.

В блоке **Государство** описывается деятельность министерства финансов по исполнению консолидированного бюджета. Его баланс объединяет балансы федерального и региональных бюджетов. В нашей модели консолидированный бюджет также дополнен поступлениями по единому социальному налогу (ЕСН). Государство получает доходы в форме налогов и пошлин, выплачивает субсидии производителю и трансферты населению; покупает по рыночным ценам потребительский продукт (8) для государственного потребления и инвестиционный продукт (9) для государственных инвестиций. Профицит

бюджета накапливается в виде остатков счетов Казначейства в ЦБ. Учтено, что в течение года у Государства образуется кредиторская задолженность, которая, как и госрасходы и выплаты задается сценарием. В результате из баланса определяется динамика остатков счетов Казначейства в ЦБ.

В модели 2004 г. и ее модификациях доходы бюджета определялись через нормативные ставки с учетом теневого оборота. Однако при работе над данной моделью обнаружилось отклонения поступлений от нормативов, настолько большие, что никаким укрытием налогов их объяснить нельзя, особенно если учесть, что аналогичная диспропорция наблюдается и в странах ЕС с их строгой налоговой дисциплиной. Приходится признать, что накопление налоговых льгот и распространение некриминальных схем оптимизации налогов привело к тому, что по макроэкономическим аналогам налоговой базы и нормативам оценивать поступления налогов стало абсолютно невозможно. Кроме того, поменялась и сама структура налоговых поступлений. Например, большую долю доходов стал приносить налог на добычу полезных ископаемых (НДПИ), налоговая база которого не имеет аналогов в нашей модели. Единственный вид налога, для которого был найден подходящий в качестве базы макроэкономический показатель – это единый социальный налог (ЕСН), поступления которого почти стабильно составляют 4-5% от статистической величины фонда заработной платы. Для суммы остальных налогов и статей доходов бюджета за исключением пошлин – в основном это НДС, НДПИ, налог на прибыль (НП) и подоходный налог (НД) – было найдено и использовано в модели следующее эконометрическое соотношение

$$(26) \quad \text{Доходы бюджета} - \text{Пошлины} - \text{ЕСН} = t_y \cdot \text{ВВП} - t_e \cdot \text{Экспорт} + t_i \cdot \text{Импорт}$$

$$t_y = 0.344, \quad t_e = 0.170, \quad t_i = 0.183$$

Точность выполнения соотношения (26) характеризует рис. 7. Хотя ряды нестационарны, регрессия корректна, поскольку соотношение (26) является хорошей коинтеграцией.

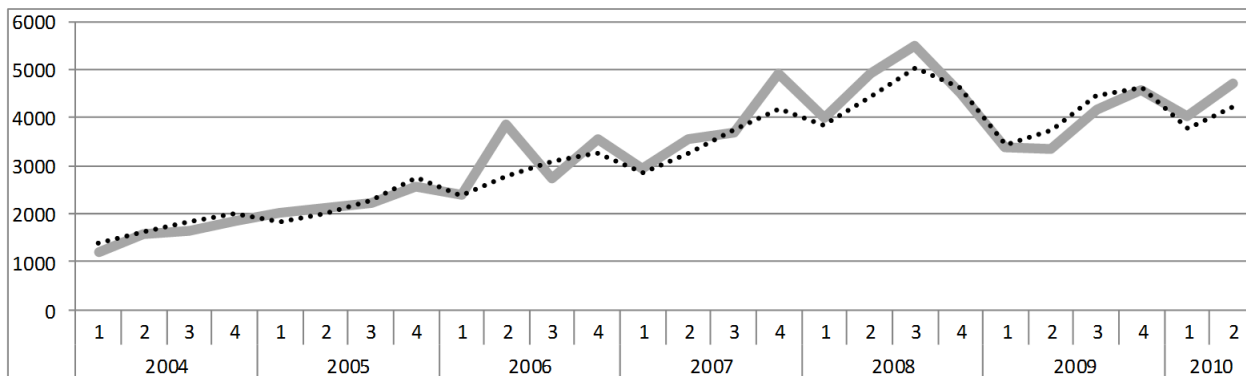


Рис. 7 Совокупные доходы бюджета, в которых часть доходов за вычетом пошлин и ЕСН рассчитана по (26). Серая линия – статистика, черная штрих-линия – расчет.

Соотношение (26) легко поддается содержательной интерпретации. При 18% ставки НДС член $-t_e \cdot \text{Экспорт}$ можно считать величиной возврата НДС за экспорт, а член $t_i \cdot \text{Импорт}$ – величиной налога на импорт. Тогда оставшийся член справа описывает совокупность поступлений от НДС, НП, НДПИ и НД и прочих доходных статей бюджета (без учета пошлин) как некоторую единую налоговую нагрузку на ВВП.

Что касается ставок импортной и экспортной пошлин, то они определяются как отношения соответствующих платежей в бюджет к статистическим величинам импорта и экспорта в текущих ценах, экстраполируются и используются как экзогенные переменные.

Центральный банк в модели выполняет следующие функции: держит золотовалютные резервы в активах; ссужает банковскую систему и держит депозиты банковской

системы; эмитирует деньги; обслуживает корсчета банков, в том числе держит обязательные резервы; обслуживает корреспондентский счет государства. В модели Центральный банк является индивидуальным агентом, и его поведение описывается **сценарием**.

Импортёр покупает импортный продукт по внешним валютным ценам, продает импорт Торговцу по внутренней цене импорта, получая рублевую выручку. Из этой выручки агент выплачивает импортную пошлину и налог на импорт и покупает валюту на бирже. Нулевая прибыль Импортёра задает связь между внешней и внутренней ценами импорта.

Экспортёр, как и Импортёр, играет в модели несколько искусственную роль чистого посредника, но в отличие от Импортёра он «по совместительству» выполняет две функции: вывозит экспортный продукт и переводит в страну внешние депозиты. Вывоз описывается симметрично импорту и дает связь между внутренней ценой экспорта (доступной в статистике) и внешней долларовой ценой.

Вторая роль Экспортёра в модели – это бесприбыльный посредник между иностранными инвесторами и российскими банками. Экспортёр формально считается держателем иностранных рублевых депозитов в Банке, которые заданы экзогенно.

Взаимодействие агентов описывается в 11 простых блоках: рынок потребительского продукта c , рынок фондообразующего продукта j , рынок реального ВВП y , рынок внутреннего продукта u , рынок импортного продукта i , рынок экспортного продукта e , рынок кредитов l , рынок труда g и рынок депозитов s , взаимодействие банков и ЦБ cb , взаимодействие государства и ЦБ g , уплата налогов и пошлин, выплата субсидий x , управление капиталом производителя up , управление капиталом банка ub , выплата торговых дивидендов uq , рынок валюты w и проведение безналичных расчетов p . Данные взаимодействия описывают материальные и финансовые балансы между агентами и передачу ими информации друг другу.

В **четвертой главе** описываются технология построения, метод расчета и результаты исследования модели российской экономики. Формально модель получается объединением соотношений блоков описания поведения агентов и блоков описания их взаимодействий. Всего получается 175 соотношений. Средствами системы ЭКОМОД была проверена корректность записи балансов и размерностей. Из условий замкнутости балансов каждого финансового инструмента были автоматически получены соответствующие первые интегралы системы уравнений модели. Неизвестные постоянные курсов θ_j , θ_b можно сделать равными единице за счет подходящего выбора начальных значений ненаблюдаемых величин $Kp_c(t_0)$ и $Kb_c(t_0)$.

Примерно половину полученных соотношений можно рассматривать как выражения несущественных вспомогательных переменных, которые обнаруживаются и исключаются автоматически средствами системы ЭКОМОД. После этого проводится упрощение системы вручную с помощью специально адаптированных команд компьютерной алгебры Maple. На этом же этапе проводится разрешение или смягчение условий дополняющей нежесткости (УДН). Важно, что при не очень существенных изменениях исходных гипотез эти трудоемкие операции, как правило, могут быть повторены автоматически для нового варианта модели. После всех этих упрощений получается расчетная модель, которая состоит из 38 по большей части нелинейных уравнений на 38 неизвестных, из них 18 уравнений динамические. Переменные, имена которых имеют суффикс "_s", суть экзогенные переменные (см. табл. 2).

Имя	Размерность	Статистические данные
Нерегулируемые внешние факторы		
$R_s(t)$	Труд/время	Численность занятых, включая госслужащих
$bl_s(t)$	1/время	Дюрация кредитов
$bs_s(t)$	1/время	Дюрация депозитов

$pim_s(t)$	Валюта/продукт	Внешняя (долларовая) цена импорта
$pex_s(t)$	Валюта/продукт	Внешняя (долларовая) цена экспорта
$Df_s(t)$	Деньги	Депозиты нерезидентов
Параметры государственной политики		
$G_s(t)$	Продукт/время	Реальное государственное потребление
$e_s(t)$	1	Ставка экспортной пошлины
$i_s(t)$	1	Ставка импортной пошлины
$u_s(t)$	1	Норма обязательных резервов Банка
$w_s(t)$	Деньги/валюта	Курс доллара к рублю
$Gp_s(t)$	Продукт/время	Оплаченное реальное государственное потребление
$Dw_s(t)$	1/время	Темп роста курса доллара
$JG_s(t)$	Продукт/время	Реальные государственные инвестиции
$SP_s(t)$	Деньги/время	Субсидии Производителю
$Su_s(t)$	Деньги/время	Трансферты населению
$rlcb_s(t)$	1/время	Процентная ставка по кредитам ЦБ от Банков
$rscb_s(t)$	1/время	Процентная ставка по банковским депозитам в ЦБ

Таблица 2 Список экзогенных переменных модели

В модели имеется 70 постоянных параметров, из которых 40 (включая расчетные параметры нелинейных CES-функций из дезагрегирования) определяются независимо от модели, а остальные используются для настройки.

Базовый алгоритм расчета краевой задачи взят из более ранних версий модели, который, однако, не позволяет идентифицировать модель по настроечным параметрам. Идентификация параметров модели происходит на автомодельном решении, на котором величины одной размерности растут с одинаковым постоянным темпом (своим для каждой размерности). Такое решение в системе уравнений модели появится, если все экзогенные переменные аппроксимировать экспонентами с темпами роста, соответствующим размерности этих переменных. Это же решение используется как начальное приближение. Требуемое решение краевой задачи при истинных или сценарных траекториях экзогенных переменных ищется методом гомотопии. Далее проводится оптимизация по настроечным параметрам на множестве различных решений краевой задачи при различных наборах настроечных параметров.

Расчет модели проводится по квартальным данным со 2-го квартала 2004 года по 1-й квартал 2011 года. Всего в системе имеется 30 настроечных параметров, значения которых не могут быть напрямую получены из статистики. По этим настроечным параметрам проводится оптимизация решения, т.е. попытка найти такие параметры, при которых решение системы как можно больше соответствует статистике. Для поиска оптимальных значений настроечных параметров применяются оптимизационные алгоритмы на суперкомпьютере Межведомственного суперкомпьютерного центра МВС100К (140.16 TFlops).

На рис. 8-23 показаны результаты расчета для основных наблюдаемых показателей (тонкая линия – статистика, пунктирная линия - расчет). Все натуральные величины в млрд. рублей 2008 года, финансовые величины в млрд. рублей.

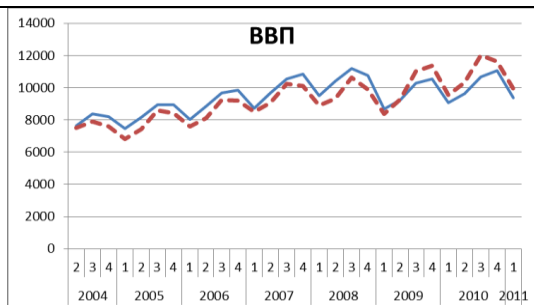


Рис. 8



Рис. 9



Рис. 10



Рис. 11



Рис. 12



Рис. 13

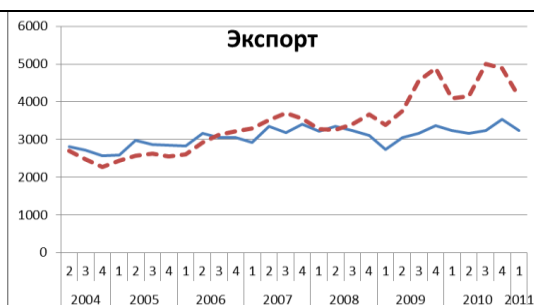


Рис. 14

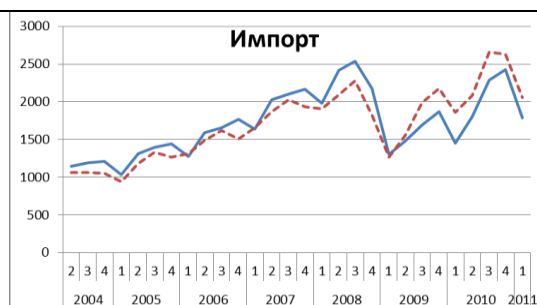


Рис. 15

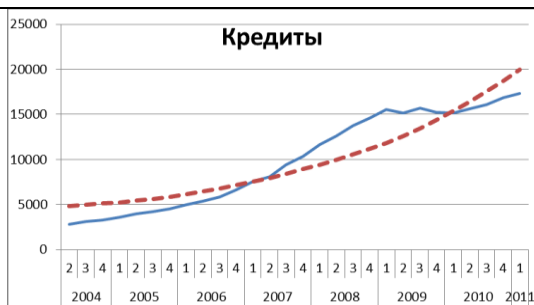


Рис. 16

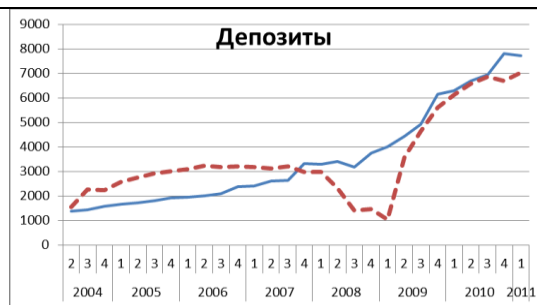


Рис. 17



Рис. 18



Рис. 19



Рис. 20



Рис. 21

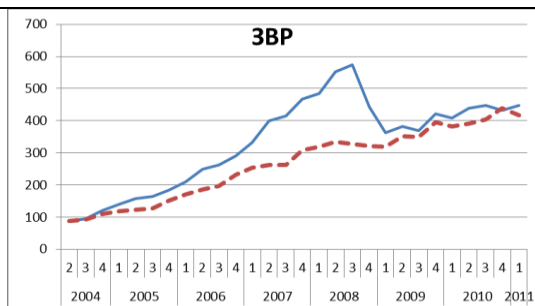


Рис. 22



Рис. 23

Более того, меняя значения рядов экзогенных переменных, можно проводить так называемые «сценарные эксперименты», т.е. отвечать на вопросы вида «а что было бы, если...» Данная модель демонстрирует **магистральный эффект**, т.е. изменение значения экзогенных переменных, если и приводит, то только к очень несущественному изменению решения до момента изменения экзогенных величин. Данный факт является серьезным аргументом в пользу применения принципа рациональных ожиданий.

Также, продолжая ряды экзогенных величин, можно считать прогнозы и анализировать различия в поведении прогнозных рядов эндогенных величин при изменении экзогенных прогнозов.

Основные положения, выносимые на защиту

- Метод дезагрегирования основного макроэкономического баланса;
- Трехпродуктовая модель межвременного равновесия экономики России;
- Методика идентификации модели параллельными алгоритмами на суперкомпьютере;
- Эконометрическая модель налогообложения;
- Вычислительные эксперименты с моделью, демонстрирующие сильный магистральный эффект.

Публикации по теме диссертации

1. Вржещ В.П., Поспелов И.Г., Хохлов М.А. «Модельное дезагрегирование макроэкономической статистики» // Экономический журнал Высшей школы экономики. М.: ГУ ВШЭ, 2010. Т.14, №1. С. 88-104. ISSN 1813-8691
2. Андреев М.Ю., Вржещ В. П., Пильник Н.П., Поспелов И.Г., Хохлов М.А. «Модель межвременного равновесия экономики России, основанная на дезагрегировании макроэкономического баланса» // Труды семинара имени И. Г. Петровского. Издательство Московского университета. – 2012. – Вып. 29. – С. 41-143.
3. Andreyev M., Vrzheschch V., Pilnik N., Pospelov I., Khokhlov M. «Intertemporal general equilibrium model of Russian economy based on national accounts desagregation» // Journal of Mathematical Sciences. Springer, New York. Vol. 182. 2012.
4. Вржещ В.П. Поспелов И.Г., Хохлов М.А. «Нелинейное дезагрегирование макроэкономической статистики» // Сборник трудов IV Всероссийской научной конференции "Математическое моделирование развивающейся экономики и экологии" (ЭКОМОД – 2009). Киров: Изд-во ВятГУ, 2009. С.98-109.
5. Андреев М.Ю., Вржещ В.П., Жукова А.А., Здановская В.С., Петров А.А., Пильник Н.П., Поспелов И.Г., Хохлов М.А. Опыт моделирования экономической динамики республики Казахстан в период мирового финансового кризиса. М.: ВЦ РАН, 2010. 161с.
6. Вржещ В.П. Масютин А.А. «Модельное дезагрегирование макроэкономической статистики на примере России, Украины и Финляндии» // Сборник трудов VI Всероссийской научной конференции "Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и биотехнологий" (ЭКОМОД-2011). Киров: Изд-во ВятГУ, 2011. С.78-87.
7. Вржещ В.П., Поспелов И.Г., Хохлов М.А. «Нелинейное дезагрегирование макроэкономической статистики» // Сборник трудов 52-й научной конференции МФТИ "Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук", Москва – Долгопрудный, 2009, часть VII Управление и прикладная математика. М.: МФТИ, 2009. Т. 1. С. 16-19.
8. Вржещ В.П., Хохлов М.А. «Модельное дезагрегирование макроэкономической статистики» // Сборник трудов VI Московской международной конференции по исследованию операций (ORM 2010) МГУ ВМК. М.: Макс Пресс, 2010. С.85-86.
9. Вржещ В.П., Масютин А.А. «Модельное дезагрегирование макроэкономической статистики на примере России, Украины и Финляндии» // Тезисы VI Всероссийской научной конференции "Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и биотехнологий" (ЭКОМОД-2011), Киров, 27 июня – 3 июля 2011 г. Киров: Изд-во ВятГУ, 2011. С.31.
10. Вржещ В.П. «Модельное дезагрегирование макроэкономической статистики на примере России, Украины и Финляндии» // Тезисы докладов научной конференции "Тихоновские чтения", Москва, МГУ, 14 июня 2011 года. М.: МАКС-Пресс, 2011, ISBN 978-5-317-03706-2, С. 24
11. Вржещ В.П. «Модельное дезагрегирование макроэкономической статистики на примере России, Украины и Финляндии» // Тезисы докладов научной конференции "Тихоновские чтения", Москва, МГУ, 14 июня 2011 года. М.: МАКС-Пресс, 2011, ISBN 978-5-317-03706-2, С. 24
12. Вржещ В.П., Поспелов И.Г. «Рациональность агрегированных экономических агентов» // Тезисы докладов научной конференции "Ломоносовские чтения" к 300-летию со дня рождения М.В. Ломоносова, 14-23 ноября 2011, Москва. М.: МАКС-Пресс, 2011, ISBN 978-5-89407-467-2, С. 19 – 20.

13. Вржещ В.П. «Трехпродуктовая модель российской экономики» // Труды 54-й научной конференции МФТИ "Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе", Управление и прикладная математика. Том 1. - М.: МФТИ, 2011, С. 98-99.

Основные результаты диссертации представлены в совместных работах [1-3]. В совместной работе [1] диссертантом были проведены сбор и обработка статистики, расчеты и реализация концепции нелинейного дезагрегирования основного макроэкономического баланса на российских статистических данных. В работах [2-3] диссертантом было внедрено нелинейное дезагрегирование макроэкономического баланса в межвременной модели российской экономики, адаптированы и усовершенствованы экономические агенты, введено эконометрическое моделирование доходов консолидированного бюджета Государства не основанное на законодательных нормативах, которые фактически не выполняются в официальной статистике, а также разработаны параллельные алгоритмы идентификации модели на суперкомпьютере и были проведены расчеты по модели.