

Ибадулла Сабит Ибадуллаулы

**«Решение задачи синтеза системы управления методом
вариационного генетического программирования»**

05.13.01 – Системный анализ, управления и обработка информации

(промышленность)

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2014

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Российский университет дружбы народов» на кафедре кибернетики и мехатроники Инженерного факультета.

Научный руководитель

Дивеев Асхат Ибрагимович
Доктор технических наук, профессор,
заведующий сектором Проблем
кибернетики, Федерального
государственного бюджетного учреждения
науки Вычислительный центр им. А.А.
Дородницына Российской академии наук

Официальные оппоненты:

Никульчев Евгений Витальевич,
доктор технических наук (05.13.01),
профессор, проректор по научной работе
Негосударственное образовательное
учреждение высшего образования
Московский технологический институт

Демидова Лилия Анатольевна
доктор технических наук (05.13.01),
профессор, кафедры вычислительной и
прикладной математики ФГБОУ ВПО
Рязанский государственный
радиотехнический университет

Ведущая организация

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Н.Э. Баумана, кафедра РК-6 Системы
автоматизированного проектирования
(САПР).

Защита состоится «__»_____2015 года в __-__ часов на заседании
диссертационного совета Д 002.017.03 при ФГБУН «Вычислительный центр им. А. А.
Дородницына Российской академии наук» по адресу: 119333, Москва, ул. Вавилова, 40.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке «_____»

Автореферат разослан «__»_____2014г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук

А.В. Мухин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

Работа посвящена решению задачи синтеза системы управления. В рамках математической формулировки задача синтеза управления состоит в нахождении многомерной функции, определяющей по значениям компонент вектора состояния объекта управления такие значения компонент вектора управления, которые обеспечивают достижение цели управления при оптимальном значении критерия качества управления.

С позиции технической формулировки задача синтеза системы управления заключается в создании блока управления, работающего на основе реализации принципа обратной связи. Блок управления должен получать с датчиков сигналы, по которым возможно определение состояния объекта управления, и выработать сигналы, по которым создаются управляющие воздействия, обеспечивающие объектом достижение цели управления с минимальным значением некоторого показателя качества.

В задачах синтеза управления необходимо найти обратную связь, которая обеспечивает выработку управляющего внешнего сигнала по состоянию объекта, при этом объект перемещается в заданное целевое состояние, т.е. решается задача достижения цели управления, а величина некоторой оценки качества движения объекта в пространстве состояний принимает минимально возможное значение.

Основным способом решения задачи управления, обеспечивающего достижение цели с минимизацией критерия качества, сегодня является оптимальное программное управление. Задача оптимального управления также включает цель управления и критерий качества управления, который необходимо минимизировать. В отличие от задачи синтеза управления в задаче оптимального управления для объекта строго заданы начальные условия, или они находятся в процессе решения задачи из условий трансверсальности. В результате решения задачи оптимального управления находят управление как функцию времени, т.е. функцию, не зависящую от состояния объекта управления. При реализации такого управления на реальном объекте, как правило, в начале определяют с помощью моделирования оптимальную траекторию движения объекта в пространстве состояний, а затем с помощью систем регулирования обеспечивают движение объекта в окрестности заданной оптимальной траектории.

В отличие от программного управления, реализуемого в результате решения задачи оптимального управления, в задаче синтеза системы управления начальные условия заданы не одной точкой в пространстве состояний, а в виде области или множества точек в пространстве состояний. Полученная в результате решения задачи синтеза синтезирующая функция обеспечивает оптимальное перемещение объекта управления из любого начального состояния из данного множества в терминальное целевое состояние. Если начальные условия в задачах оптимального управления и синтеза управления совпадают, то полученная синтезирующая функция дает те же значения управления во времени, что и оптимальное программное управление, полученное в результате решения задачи оптимального управления. В этом смысле решение задачи синтеза управления эквивалентно решению множества задач оптимального управления.

Диссертация посвящена решению задачи синтеза системы управления численным методом вариационного генетического программирования.

Математические методы решения задачи синтеза управления делятся на два подкласса. Это методы, основанные на использовании аналитических подходов к решению задачи синтеза и, непосредственно, численные методы, ориентированные на машинном поиске решения без предварительных аналитических преобразований.

Проблема использования метода генетического программирования для решения задачи синтеза системы управления заключается в наличии жестких требований, которые выдвигаются к возможным решениям, это выполнение краевых условий, описывающих

цель управления, минимизация критерия качества, и выполнение, как правило, неформального требования по обеспечению устойчивости замкнутой системы управления. При экспериментальном исследовании метода генетического программирования было установлено, что подавляющее большинство элементов во множестве случайно сгенерированных возможных решений не удовлетворяют заданным требованиям, поэтому поиск решения и должен осуществляться на достаточно большом множестве. Вторым недостатком генетического программирования является процесс декодирования искомой функции по строке записи. Для получения математического выражения из кода польской записи необходимо наличие лексического анализатора, который переводит коды символов в коды соответствующих функций. Третьим недостатком метода генетического программирования является сложность выполнения операции скрещивания, которая осуществляется только в точках, где символы описывают функции с одинаковым количеством аргументов, а выполнение операции скрещивания заключается с помощью достаточно сложного алгоритма обмена подстрок разной длины.

Для усовершенствования метода генетического программирования с целью его применения к решению задачи синтеза управления в 2006 году профессором А.И. Дивеевым из Вычислительного центра им. А.А. Дородницына Российской академии наук был разработан метод сетевого оператора. Метод позволяет представлять математические выражения в виде ориентированного графа и записывать этот граф в память вычислительной машины в форме целочисленной матрицы. Существенными преимуществами метода сетевого оператора являются использование при поиске принципа малых вариаций базисного решения.

В диссертационной работе поставлена задача решение и исследования нового вычислительного метода для синтеза системы управления. Применяемый метод для решения задачи синтеза системы управления, имеет преимущества обоих методов генетического программирования и сетевого оператора. Этот метод называется методом вариационного генетического программирования, и он, как и метод генетического программирования, включает любые функции с произвольным количеством аргументов, и при поиске решения использует принцип малых вариаций базисного решения.

Сегодня решение задачи синтеза управления необходимо для создания автоматических роботизированных устройств, мобильных роботов, беспилотных летательных аппаратов и др. Существующие методы синтеза систем управления, построены на основе метода сетевого оператора и генетического программирования обладают определенными недостатками. Метод сетевого оператора использует ограниченный набор функций, а метод генетического программирования требует больших вычислительных ресурсов.

Диссертация посвящена решению необходимой для современного этапа развития технологии задачи, а именно применения эффективного вычислительного метода для синтеза системы управления. Диссертация посвящена решению востребованной обществом задачи, которая сегодня не решена. Этим объясняется актуальность темы диссертационной работы.

Объект исследования

Объектом исследования является система управления мобильным роботом, модель которого описывается системой ОДУ.

Положения, выносимые на защиту

- 1) Решение задачи синтеза системы управления новым вычислительным методом вариационного генетического программирования для синтеза системы управления на основе методов сетевого оператора и генетического программирования;
- 2) Вычислительный эволюционный алгоритм поиска для реализации принципа малых вариаций в методе генетического программирования;

- 3) Решение задачи синтеза системы управления мобильным роботом с помощью метода вариационного генетического программирования.
- 4) Комплекс программ, реализующий вычислительный метод для решения задачи синтеза системы управления мобильным роботом.

Цель и задачи диссертационной работы

Целью диссертационного исследования заключается в применении нового вычислительного метода для решения задачи синтеза системы управления на основе эволюционных алгоритмов поиска, принципе малых вариаций базисного решения и универсальной структуре данных для описания математических выражений.

Для достижения поставленной цели в диссертации необходимо решить следующие задачи:

1. применить вычислительный метод вариационного генетического программирования для решения задачи синтеза системы управления на основе методов сетевого оператора и генетического программирования;
2. использовать эволюционный алгоритм поиска для реализации принципа малых вариаций в методе генетического программирования;
3. решить задачу синтеза системы управления мобильным роботом с помощью метода вариационного генетического программирования.

Научная новизна

диссертационной работы определяется решением задачи синтеза системы управления вычислительным методом вариационного генетического программирования.

Теоретическая значимость работы

заключается в анализе работоспособности алгоритма для поиска решения задачи синтеза системы управления, построенного на основе принципа малых вариаций базисного решения в методе генетического программирования.

Практическая значимость работы

заключается в том, что применяемый новый вычислительный метод предназначен для решения синтеза систем управления и в диссертационной работе новый метод применен для решения задачи синтеза системы управления мобильным роботом.

Методология и методы исследования,

используемые в диссертационной работе, основываются на программной реализации в решении поставленной задачи с применением метода вариационного генетического программирования и моделировании получаемой в результате синтеза систем управления.

Предметом исследования

диссертационной работы является применение нового вычислительного метода вариационного генетического программирования для решения задачи синтеза системы управления.

Публикация

Основные положения исследования отражены в 9 публикациях автора, из которых 2 работы, опубликованы в журналах, рекомендуемых ВАК РФ. В совместных работах результаты принадлежат соавторам в равных долях.

Апробация результатов

Основные положения исследования докладывались и обсуждались

- на международном симпозиуме «Надежность и качество» в г. Пензе в 2014 г.;
- труды одиннадцатого международного симпозиума «Интеллектуальные системы - INTELS'2014» в г. Москве в 2014 г.,

а также на семинарах кафедры Кибернетики и мехатроники РУДН и отдела Нелинейного анализа и проблем безопасности ВЦ РАН.

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, трех глав, приложения и списка литературы. Диссертация содержит 81 страниц текста из 120, включает 26 рисунка, 2 таблиц. Список литературы содержит 54 наименования.

ОСНОВНЫЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность темы, сформулированы предмет, цель и задачи исследования, методы исследования, новизна научных результатов и практическая значимость полученных результатов, основные положения, выносимые на защиту, приведены данные о структуре и объеме диссертации.

В первой главе диссертационной работы рассмотрена формальная постановка задачи синтеза системы управления. Приведен обзор известных вычислительных методов синтеза систем управления. Представлено краткое описание метода сетевого оператора и используемого в нем принципа малых вариаций базисного решения.

В работе рассматривается задача синтеза системы управления. В задаче задана математическая модель объекта управления, заданная в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения должны описывать динамику объекта управления и включать в правые части дифференциальных уравнений ограниченный по величине вектор управления. Для модели объекта управления задана область начальных условий. Задан в виде функционала критерий качества управления. Заданы в форме многообразия терминальные условия, к которым управление должно привести объект за конечное время. Необходимо найти управление в виде системы нелинейных уравнений, описывающих функциональную зависимость значения вектора управления от значений вектора состояния объекта управления.

Задана математическая модель объекта управления

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad (1)$$

где \mathbf{x} - вектор состояния объекта управления, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{x} = [x_1 \dots x_n]^T$, \mathbf{u} - вектор управления, $\mathbf{u} \in U \subseteq \mathbb{R}^m$, $\mathbf{u} = [u_1 \dots u_m]^T$, U - замкнутое ограниченное множество, $m \leq n$, $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}): \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$, $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = [f_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \dots f_n(\mathbf{x}, \mathbf{u})]^T$.

Задана область начальных значений

$$X_0 \subseteq \mathbb{R}^n, \quad (2)$$

где X_0 - замкнутое ограниченное множество.

Заданы терминальные условия

$$\varphi_i(\mathbf{x}(t_f)) = 0, \quad i = \overline{1, l}, \quad (3)$$

где $l \leq n$, $t_f \leq t^+$, t^+ - заданное предельное время процесса управления, $0 < t^+ < \infty$.

Задан функционал качества

$$J = \int_0^{t_f} f_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}) dt \rightarrow \min, \quad (4)$$

где величина t_f определяется выполнением условия (3), функция $f_0(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ ограничена снизу, $f_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}): \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^1$.

Необходимо найти управление в виде

$$\mathbf{u} = \mathbf{h}(\mathbf{x}), \quad (5)$$

где функция $\mathbf{h}(\mathbf{x}): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = [h_1(\mathbf{x}) \dots h_m(\mathbf{x})]^T$, обеспечивает для частного решения $\tilde{\mathbf{x}}(t, \mathbf{x}^0)$ замкнутой системы дифференциальных уравнений $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{h}(\mathbf{x}))$, вычисленного для начального значения из заданной области (2), $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 \in X_0$, следующие свойства:

а) выполняются терминальные условия (3), т.е. $\exists \tilde{t}_f < t^+$ такое, что

$$\varphi_i(\tilde{\mathbf{x}}(\tilde{t}_f, \mathbf{x}^0)) = 0, \quad i = \overline{1, l};$$

б) выполняются ограничения на управление $\mathbf{h}(\tilde{\mathbf{x}}(t, \mathbf{x}^0)) \in U$, $0 \leq t \leq t_f$;

в) значение функционала (4), вычисленного для полученного решения принимает минимальную величину

$$\int_0^{\tilde{t}_f} f_0(\tilde{\mathbf{x}}(t, \mathbf{x}^0), \mathbf{h}(\tilde{\mathbf{x}}(t, \mathbf{x}^0))) dt = \min_{\mathbf{u}(t) \in U} \int_0^{t_f} f_0(\mathbf{x}(t, \mathbf{x}^0), \mathbf{u}(t)) dt, \quad (6)$$

где $\mathbf{x}(t, \mathbf{x}^0)$ - решение системы уравнений $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}(t))$ для тех же начальных условий $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 \in X_0$ и управления $\mathbf{u}(t) \in U$, которое подобрано так, чтобы решение в момент $t_f < t^+$, то же удовлетворяет терминальным условиям (3) $\varphi_i(\mathbf{x}(t_f, \mathbf{x}^0)) = 0$, $i = \overline{1, l}$, при этом t_f не обязательно равно \tilde{t}_f .

$$\min_{\mathbf{u} \in U} \left\{ f_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \left(\frac{\partial \mu(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \right\} = 0. \quad (7)$$

Решение уравнение (7) получено для моделей объектов управления, описываемых системой линейных дифференциальных уравнений

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (8)$$

где \mathbf{A} и \mathbf{B} - числовые матрицы размерностей $n \times n$ и $n \times m$, соответственно, с квадратичным критерием качества

$$J = \int_0^{t_f} (\mathbf{x}^T \mathbf{N} \mathbf{x} + q \mathbf{u}^T \mathbf{u}) dx \quad (9)$$

где \mathbf{N} - положительно определенная матрица размерности $n \times n$, q - весовой коэффициент, $q > 0$, и нулевыми терминальными условиями

$$\mathbf{x}(t_f) = 0. \quad (10)$$

Решение дифференциального уравнения в частных производных (7) искалось из предположения, что неизвестная функция $\mu(\mathbf{x})$ описывается квадратичной формой

$$\mu(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}, \quad (11)$$

где \mathbf{P} - матрица размерности $n \times n$.

Решение получается в виде линейной зависимости управления от координат пространства состояний

$$\mathbf{u} = \frac{1}{2q} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x}. \quad (12)$$

Данный результат известен как метод аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР).

Заметим, что оптимальная структура управления (12) требует нахождения элементов числовой матрицы размерности $m \times n$

$$\mathbf{u} = \mathbf{Q} \mathbf{x}, \quad (13)$$

где $\mathbf{Q} = [q_{i,j}]$, $q_{i,j} \in \mathbb{R}^1$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$.

Данная задача решается даже при достаточно больших значениях m и n на современных вычислительных средствах с помощью эволюционных алгоритмов или другими вычислительными методами глобальной оптимизации.

Во второй главе приведен разработанный вычислительный метод вариационного генетического программирования для синтеза системы управления. Приведено описание метода генетического программирования. Описаны малые вариации структуры данных, используемой в методе генетического программирования, Описан эволюционный генетический алгоритм для решения задачи синтеза системы управления методом вариационного генетического программирования. Приведен сравнительный пример решения задачи синтеза системы управления для объекта, описываемого математической моделью «хищник-жертва» методами генетического программирования и вариационного генетического программирования.

Методы, на основе идей которых был создан метод вариационного генетического программирования, представлены на рис. 1

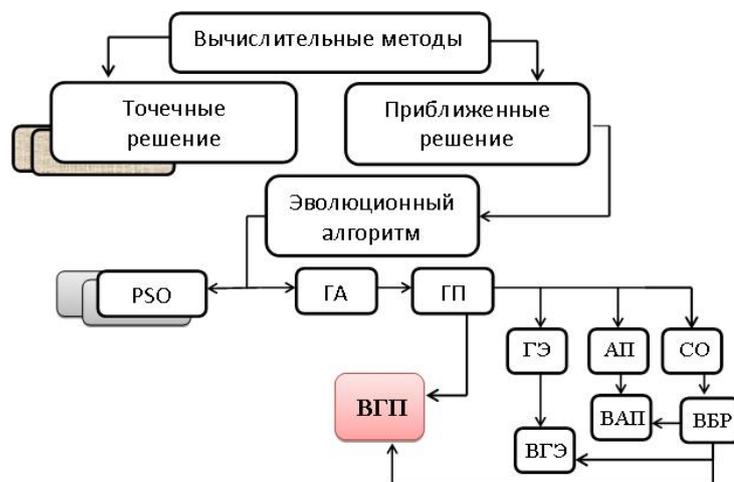


Рис. 1 Источники создания метода вариационного генетического программирования

Как видно из рисунка метод вариационного генетического программирования [11,14] относится к эволюционным методам поиска решения. Основными источниками для создания метода вариационного генетического программирования являются метод генетического программирования и метод сетевого оператора.

Проведем численный эксперимент для сравнения методов генетического программирования и вариационного генетического программирования в задачи синтеза системы управления.

Рассмотрим следующую задачу синтеза управления.

Задана модель объекта управления

$$\dot{x}_1 = x_1 - x_1 x_2 + a x_1 u, \quad (14)$$

$$\dot{x}_2 = x_2 + x_1 x_2 - b x_2 u, \quad (15)$$

$$\dot{x}_3 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2. \quad (16)$$

Задано множество начальных значений

$$X_0 = \{x_1(0) \in [x_1^-, x_1^+], x_2(0) \in [x_2^-, x_2^+], x_3(0) = 0\}. \quad (17)$$

Заданы ограничения на управление

$$u^- \leq u \leq u^+. \quad (18)$$

Задан критерий качества

$$J = x_3(t_f) \rightarrow \min, \quad (19)$$

где t_f - заданная положительная величина.

Необходимо найти управление в виде функции

$$u = h(x_1, x_2, x_3). \quad (20)$$

Заменяем множество начальных значений множеством точек начальных значений

$$X_0 = \{x_i(0) \in (x_i^- + j\Delta x_i : j = \overline{0, k_i}), i = 1, 2, x_3(0) = 0\}, \quad (21)$$

где $k_i + 1$ - заданное число точек начальных значений,

$$\Delta x_i = \frac{x_i^+ - x_i^-}{k_i}, i = 1, 2. \quad (22)$$

Заменяем критерий качества суммой критериев, вычисленных для каждого начального значения

$$\bar{J} = \sum_{i=0}^{k_1} \sum_{j=0}^{k_2} (x_3(t_f))_{x_{1,i}, x_{2,j}} \rightarrow \min, \quad (23)$$

где $x_{1,i} = x_1^- + i\Delta x_1$, $i = \overline{0, k_1}$, $x_{2,j} = x_2^- + j\Delta x_2$, $j = \overline{0, k_2}$.

Задачу решаем методами генетического программирования и вариационного генетического программирования.

Для метода вариационного генетического программирования задаем базисное решение в форме тривиального соотношения

$$u = q_1 x_1 + q_2 x_2 + q_3 x_3, \quad (24)$$

где $q_1 = 1$, $q_2 = 1$, $q_3 = 1$.

Во время вычислительного эксперимента параметры модели имели следующие значения: $a = 0,4$, $b = 0,2$, $t_f = 12$, $x_1^- = 0,5$, $x_1^+ = 0,6$, $x_2^- = 0,7$, $x_2^+ = 0,8$, $k_1 = 2$, $k_2 = 2$. Шаг интегрирования составлял $0,005$ с.

Для обоих методов были заданы одинаковые параметры генетического алгоритма: число возможных решений в начальном множестве 256, число поколений 128, число возможных скрещиваний в одном поколении 128, вероятность мутации 0,7, длина записи составляла 32 двухкомпонентных вектора.

Для метода вариационного генетического программирования при получении каждого решения использовалось 8 вариаций базисного решения.

При синтезе полученные управления ограничивались согласно соотношению

$$u = \begin{cases} 0, & \text{если } \tilde{u} < 0 \\ 1, & \text{если } \tilde{u} > 1. \\ \tilde{u} & \text{иначе} \end{cases}$$

Метод генетического программирования получил следующее решение

$$\tilde{u} = \begin{cases} Aq_2x_2 - \cos(x_1), & \text{если } |\cos(x_1) - Aq_2x_2| < |\cos(x_1) - x_3|, \\ x_3 - \cos(x_1), & \text{иначе} \end{cases}$$

где

$$A = \begin{cases} q_3, & \text{если } \sqrt[3]{B} < q_2 + q_3 - q_2q_3, \\ -q_3 & \text{иначе} \end{cases}$$

$$B = \begin{cases} x_2 - \min\{q_3, x_2\}, & \text{если } |\min\{q_3, x_2\} - x_2| < |\min\{q_3, x_2\} - x_1|, \\ x_1 - \min\{q_3, x_2\}, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$q_1 = 7,11670, q_2 = 10,39893, q_3 = 1,75122.$$

Метод вариационного генетического программирования получил следующее решение:

$$\tilde{u} = \text{sgn}(\arctan(x_1^2 + \sin(\ln|\arctan(x_2)|)q)^2) \times \arctan(x_1^2 + \sin(\ln|\arctan(x_2)|)q)^2 (x_3 + x_2^2)x_1$$

где $q = 3,23022$.

Вычисления выполнялись на компьютере с процессором Intel(R) Core(TM) i7-2640M CPU @ 2.80GHz 2.80 GHz. Процесс поиска для методов вариационного генетического программирования составил 5 мин. Поиск решения методом генетического программирования составил более 35 мин., , .

Критерий качества $x_3(t_f)$ при всех начальных значениях в системе управления, полученной методом вариационного генетического программирования, имеет меньшее значение, чем критерий для системы управления, полученной методом генетического программирования.

В **третьей** главе приведен пример решения задачи синтеза системы управления движением мобильного робота с учетом пространственных ограничений. Приведен анализ эффективности разработанного метода. Представлено на основе моделирования исследование полученной в результате синтеза системы управления.

Согласно задаче управление должно обеспечить перемещение мобильного робота заданное терминальное состояние из различных начальных условий, в процессе движения мобильные не должен заехать в ограничивающие области. Для робота известны его габаритные размеры и координаты углов, определяющих ограничивающие области.

На рис. 2 приведена схема управления и геометрические параметры мобильного робота.

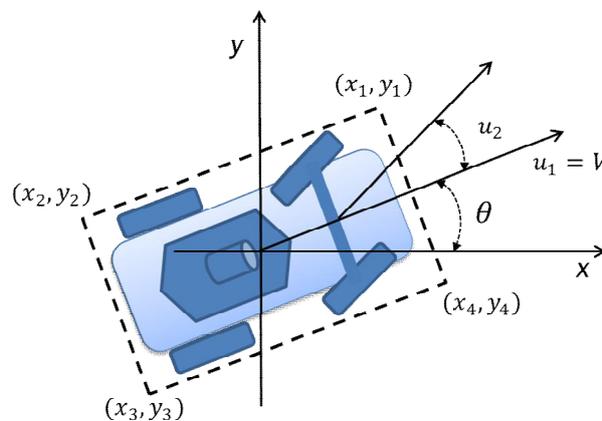


Рис. 2 Схема управления мобильным роботом

Мобильный робот имеет две компоненты вектора управления, первая компонента определяет скорость движения мобильного робота, вторая компонента управления определяет угол направления движения робота. Критерием качества управления является время перемещения робота в терминальное состояние.

Рассмотрим математическую формулировку рассматриваемой задачи синтеза системы управления.

Математическая модель объекта управления имеет следующий вид:

$$\dot{x} = u_1 \cos(\theta), \quad (25)$$

$$\dot{y} = u_1 \sin(\theta), \quad (26)$$

$$\dot{\theta} = \frac{u_1}{L_b} \tan(u_2), \quad (27)$$

где x, y - координаты центра масс мобильного робота, θ - угол направления вектора скорости, L_b - обобщенный габаритный параметр мобильного робота.

На рис. 2, $x_i, y_i, i = \overline{1,4}$, обозначают координаты углов области, определяющей габариты мобильного робота, x_1, y_1 - координаты переднего левого угла, x_2, y_2 - координаты заднего левого угла, x_3, y_3 - координаты заднего правого угла, x_4, y_4 - координаты переднего правого угла.

Положение углов робота определяются с помощью соотношений

$$x_i = x'_i \cos(\theta) - y'_i \sin(\theta), i = \overline{1,4}, \quad (28)$$

$$y_i = x'_i \sin(\theta) + y'_i \cos(\theta), i = \overline{1,4}, \quad (29)$$

$$x'_1 = x \cos(\theta) + y \sin(\theta) + L_b, \quad (30)$$

$$y'_1 = -x \sin(\theta) + y \cos(\theta) + \frac{L_b}{2}, \quad (31)$$

$$x'_2 = x \cos(\theta) + y \sin(\theta) - L_b, \quad (32)$$

$$y'_2 = -x \sin(\theta) + y \cos(\theta) + \frac{L_b}{2}, \quad (33)$$

$$x'_3 = x \cos(\theta) + y \sin(\theta) - L_b, \quad (34)$$

$$y'_3 = -x \sin(\theta) + y \cos(\theta) - \frac{L_b}{2}, \quad (35)$$

$$x'_4 = x \cos(\theta) + y \sin(\theta) + L_b, \quad (36)$$

$$y'_4 = -x \sin(\theta) + y \cos(\theta) - \frac{L_b}{2}. \quad (37)$$

Заданы ограничения на значения управлений

$$V^- \leq u_1 \leq V^+, \quad (38)$$

$$u_2^- \leq u_2 \leq u_2^+, \quad (39)$$

Задано множество начальных условий

$$X_0 = \{(x_{0,1}, y_{0,1}, \theta_{0,1}), \dots, (x_{0,M}, y_{0,M}, \theta_{0,M})\}. \quad (40)$$

Задано терминальное многообразие

$$x - x^f = 0, \quad (41)$$

$$y - y^f = 0, \quad (42)$$

$$\theta - \theta^f = 0. \quad (43)$$

где x^f, y^f, θ^f - координаты терминального положения центра масс робота.

Заданы пространственные ограничения в виде логических функций

$$\left((x_j - x^{\alpha_i}) < 0 \right) \vee \left((x_j - x^{\beta_i}) > 0 \right) \wedge \left((y_j - y^{\alpha_i}) < 0 \right) \vee \left((y_j - y^{\beta_i}) > 0 \right), j = \overline{1,4} \quad (44)$$

где

$$x^{\alpha_i} < x^{\beta_i}, j = \overline{1,4} \quad (45)$$

$$y^{\alpha_i} < y^{\beta_i}, j = \overline{1,4}, i = \overline{1, k_p}, \quad (46)$$

k_p - число ограничивающих областей или число препятствий.

Задача заключается в том, чтобы управление в форме функций от координат пространства состояний

$$u_1 = h_1(x, y, \theta), \quad (47)$$

$$u_2 = h_2(x, y, \theta). \quad (48)$$

Управление (47), (48) должно обеспечивать перемещение робота из любого заданного в (40) начального состояния в терминальное положение (41) – (43), удовлетворяя при этом ограничениям (44) для всех углов робота за минимальное время

$$J_1 = t_f \rightarrow \min, \quad (49)$$

где t_f - время попадания центром масс робота в терминальное состояние (41) – (43).

Для решения задачи используем вариационный генетический алгоритм.

Рассмотрим решение задачи при следующих значениях параметров: $L_b = 4$,

$$V^- = -5, V^+ = 5, u^- = -1, u^+ = 1, k_p = 2, x^{\alpha_1} = -20, y^{\alpha_1} = -2, x^{\beta_1} = -6, y^{\beta_1} = 2, x^{\alpha_2} = 6, y^{\alpha_2} = -2, x^{\beta_2} = 20, y^{\beta_2} = 2.$$

Множество начальных значений имело следующий вид:

$$X_0 = \{(-8, -4, 0), (8, -4, 0), (-8, 4, 0), (8, 4, 0)\}. \quad (50)$$

Терминальные условия имели значения: $x^f = 0, y^f = 0, \theta^f = 0$.

Множество аргументов включало следующие элементы

$$F_0 = (x^f - x, y^f - y, \theta^f - \theta, q_1, q_2, q_3), \quad (51)$$

где q_1, q_2, q_3 - числовые параметры, которые также ищутся вместе со структурами функций (47), (48).

При решении задачи синтеза методом вариационного генетического программирования используем наборы функций с одним, двумя и тремя аргументами, F_1 ,

$$F_2, F_3, f_{1,22}(z) = (z - z^3) \quad (*) - f_{3,3}(z_1, z_2, z_3) = \begin{cases} z_2 - z_1, & \text{если } |z_1 - z_2| < |z_1 - z_3| \\ z_3 - z_1, & \text{иначе} \end{cases}, \quad (\#)$$

приведенные в диссертации разделе 2.

Задаем базисное решение в виде

$$u_i = \begin{cases} u_i^-, & \text{если } \tilde{u}_i \leq u_i^- \\ u_i^+, & \text{если } \tilde{u}_i \geq u_i^+, i = 1, 2, \\ \tilde{u}_i, & \text{иначе} \end{cases}$$

где

$$\tilde{u}_1 = q_1(x^f - x) + q_2(y^f - y),$$

$$\tilde{u}_2 = q_3(\theta^f - \theta),$$

$$q_1 = 1, q_2 = 1, q_3 = 1.$$

В принятых для генетического программирования обозначениях с учетом номеров элементов во множествах (51), (*) - (#), запись базисного решения имеет вид

$$S_1 = \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \right),$$

$$S_2 = \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} \right).$$

Для учета ограничения используем функцию штрафа, которая добавляем к значению функционала (49).

$$p_i = \begin{cases} 0, & \text{если } \Delta x \Delta y < 0 \\ \int_0^{t_f} \left(\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \right) dt - \text{иначе}, & i = \overline{1,4}, \end{cases} \quad (52)$$

где

$$\Delta x = \min_j \left\{ (x^{\alpha_j} - x_i), (x^{\beta_j} - x_i) \right\}, \quad i = \overline{1,4}, \quad (53)$$

$$\Delta y = \min_j \left\{ (y^{\alpha_j} - y_i), (y^{\beta_j} - y_i) \right\}, \quad i = \overline{1,4}. \quad (54)$$

С учетом множества точек начальных значений (50) и добавление критерия, определяющего попадание в терминальное состояние, критерии качества для задачи численного многокритериального структурно-параметрического синтеза системы управления мобильного робота имеют следующий вид:

$$\tilde{J}_1 = \sum_{j=1}^4 \left(t_f^{(j)} + \sum_{i=1}^4 p_i \right)_{x_{0,j}, y_{0,j}, \theta_{0,j}} \rightarrow \min, \quad (55)$$

$$\tilde{J}_2 = \sum_{j=1}^4 \left(x^2(t_f^{(j)}) + y^2(t_f^{(j)}) + \theta^2(t_f^{(j)}) + \sum_{i=1}^4 p_i \right)_{x_{0,j}, y_{0,j}, \theta_{0,j}} \rightarrow \min, \quad (56)$$

где

$$t_f^{(j)} = \begin{cases} t, & \text{если } (x^2(t) + y^2(t) + \theta^2(t))_{x_{0,j}, y_{0,j}, \theta_{0,j}} \leq \varepsilon \\ t^+, & \text{если } (x^2(t^+) + y^2(t^+) + \theta^2(t^+))_{x_{0,j}, y_{0,j}, \theta_{0,j}} > \varepsilon \end{cases}, \quad j = \overline{1,4}, \quad (57)$$

t^+ - заданная положительная величина.

В соотношениях (55) – (57) нижний индекс $(\dots)_{x_{0,j}, y_{0,j}, \theta_{0,j}}$ указывает на то, что решения $x(t)$, $y(t)$, $\theta(t)$ дифференциальных уравнений (25) – (27) получены при начальных значениях $x(0) = x_{0,j}$, $y(0) = y_{0,j}$, $\theta(0) = \theta_{0,j}$, $1 \leq j \leq 4$.

При расчетах были использованы параметры генетического алгоритма, приведенные в таблице 1.

Таблица 1 Параметры генетического алгоритма

Мощность множества возможных решений	$H = 1024$
Число поколений	$G = 256$
Число попыток скрещиваний в одном поколении	$R = 128$
Число вариаций одного возможного решения	$l = 8$

Максимальная длина записи кода для одного математического выражения	$ S = 48$
Число бит для кода целой части параметра	$c = 4$
Число бит для кода дробной части параметра	$d = 12$
Число поколений между сменой базисного решения	$Epo = 24$
Вероятность мутации	$p_{\mu} = 0,7$
Параметр для определения вероятности скрещивания	$\gamma = 0,4$

Предельное время моделирования процесса управления составляло $t^+ = 15$ с.

При смене базисного решения из множества Парето выбиралось возможное решение по критерию близости к утопической точке в пространстве нормированных функционалов. Для выбора номера возможного решения через каждые Epo поколений первоначально нормируем все значения функционалов для всех возможных решений (W_i, y^i) , $i = \overline{0, H}$,

$$\bar{J}_k = \frac{J_k(i) - J_k^+}{J_k^+ - J_k^-}, \quad i = \overline{0, H}, \quad k = 1, 2, \quad (58)$$

где $J_k(i)$ значение функционала J_k , $k \in \{1, 2\}$, для решения (W_i, y^i) , $i \in \{0, \dots, H\}$, J_k^- , J_k^+ - соответственно, минимальное и максимальное значения функционала J_k , $k \in \{1, 2\}$.

Далее находим решение с наименьшей нормой векторного функционала

$$\bar{\mathbf{J}}(i) = [\bar{J}_1(i) \quad \bar{J}_2(i)]^T, \quad i \in \{0, \dots, H\}.$$

$$\|\bar{\mathbf{J}}(i_-)\| = \min \left\{ \|\bar{\mathbf{J}}(i)\| : i = \overline{1, H} \right\}, \quad (59)$$

где

$$\|\bar{\mathbf{J}}(i)\| = \sqrt{J_1^2(i) + J_2^2(i)}. \quad (60)$$

Возможное решение (W_{i_-}, y^{i_-}) делаем новым базисным решением.

Вычисления выполнялись на компьютере с процессором Intel(R) Core(TM) i7-2640M CPU @ 2.80GHz 2.80 GHz. Время вычисления составляло около 45 мин.

В результате синтеза было получено следующее решение

$$\tilde{u}_1 = (x^f - x) - q_1^3 (x^f - x)$$

$$\tilde{u}_2 = \operatorname{sgn}(A^3) \left(1 - e^{-|A^3|} \right),$$

$$A = \min \left\{ \arctan(y^f - y), q_2^2 \right\} + \operatorname{sgn}(B) \left(e^{-|B|} - 1 \right) (x^f - x),$$

$$B = \arctan \left(\sin \left(\frac{1 - e^{-|\theta^f - \theta|}}{1 + e^{-|\theta^f - \theta|}} \right) - \sin^3 \left(\frac{1 - e^{-|\theta^f - \theta|}}{1 + e^{-|\theta^f - \theta|}} \right) \right),$$

$$q_1 = 11,80249, \quad q_2 = 14,19629.$$

На рис. 3-7 приведены результаты моделирования полученной системы управления мобильным роботом.

Согласно траекториям движения центра масс, представленных на рис. 3, мобильный робот достигает терминального состояния из всех начальных значений.

Траектории движения углов робота (см. рис 4-7) показывают, что пространственные ограничения выполняются.

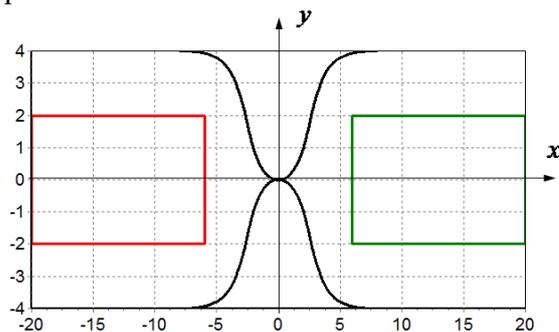


Рис. 3 Траектории движения центра масс мобильного робота

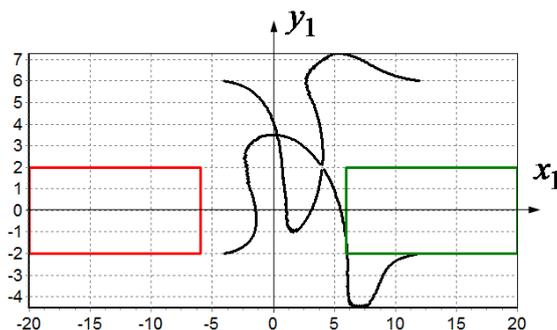


Рис. 4 Траектории движения левого переднего угла мобильного робота

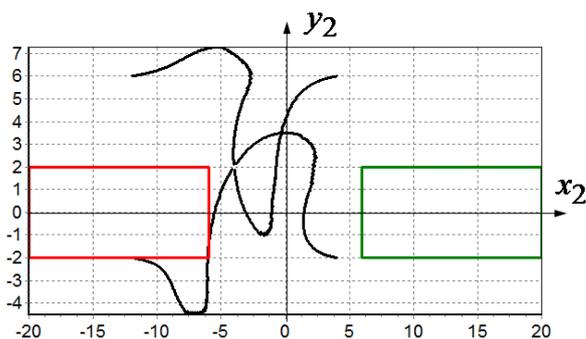


Рис. 5 Траектории движения левого заднего угла мобильного робота

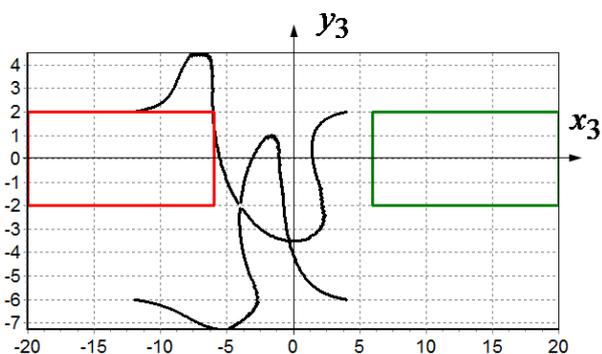


Рис. 6 Траектории движения правого заднего угла мобильного робота

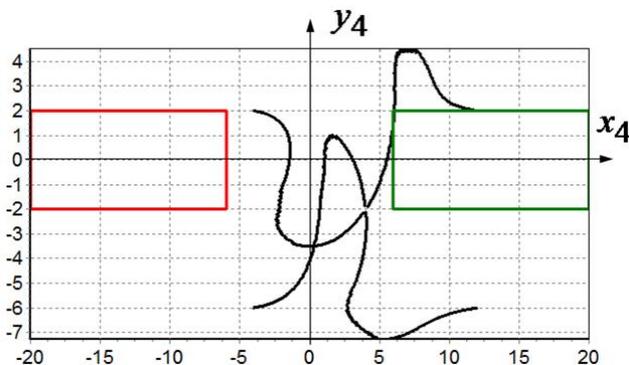


Рис.7 Траектории движения правого переднего угла мобильного робота

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Основные результаты проведенного диссертационного исследования следующие:

1. Решена задача синтеза системы управления с применением метода вариационного генетического программирования. Применяемый метод включает основные преимущества известных методов. Метод вариационного генетического программирования использует принцип малых вариаций базисного решения, заимствованный из метода сетевого оператора и представление математического выражение в форме строки кодов элементов математического выражения.
2. Применен метод кодирования математических выражений в форме числовых двухкомпонентных векторов. Первый компонент вектора указывает на число аргументов кодируемой функции. Второй компонент вектора указывает на номер функции из заданного множества функций.

3. Использован метод поиска оптимального решения для задачи синтеза системы на основе принципа малых вариаций базисного решения. Определены малые вариации кода записи математического выражения. Применяемый метод вариационного генетического программирования использует четыре малых вариации кода.
4. Решена задача синтеза системы управления мобильным роботом методом вариационного генетического программирования. Полученная в результате синтеза система управления является нелинейной и обеспечивает достижение мобильным роботом терминального состояния из всех заданных начальных значений. Моделирование показало, что траектории движения углов мобильного в процессе управления не нарушают пространственных фазовых ограничений.
5. Разработан программный комплекс, реализующий вычислительный метод для решения задачи синтеза системы управления мобильным роботом четырех колесного типа на основе вариационного генетического программирования. Программный комплекс апробирован на решении практических задач.

Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах:

Публикации в ведущих изданиях, рекомендуемых ВАК РФ:

1. Ибадулла Сабит Ибадуллаулы, Решение задачи синтеза системы управления методом вариационного генетического программирования / С.И. Ибадулла, А.И. Дивеев, Е.А. Софронова // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 6; URL: <http://www.science-education.ru/113-11697>.
2. Ибадулла Сабит Ибадуллаулы, Сравнение методов генетического и вариационного генетического программирования на примере задачи синтеза управления для модели «Хищник-жертва» / С.И. Ибадулла, А.И. Дивеев, // Эл. научно-техн. изд. Наука и образование. Эл. № ФС 77 48211 Гос. рег. № 0421200025 ISSN 1994-0408 #5 май, 2014 г. DOI 10.7463/ 0514.0709252.

Публикации в других изданиях:

1. Ибадулла Сабит Ибадуллаулы, Численный метод вариационного генетического программирования для синтеза системы управления мобильного робота / С.И. Ибадулла, А.И. Дивеев, // Труды Международного симпозиума Надежность и качество ; под ред. Н.К. Юркова. – Пенза - 26 мая – 01 июня. - 2014. - Т. 1. - С. 30-35.
2. Ибадулла Сабит Ибадуллаулы, Метод вариационного генетического программирования для синтеза систем управления. / С.И. Ибадулла, А.И. Дивеев, // Труды одиннадцатого международного симпозиума Интеллектуальные системы INTELS'2014 под ред. К.А. Пупкова. – Москва. - 30 июня-04 июля. - 2014. - С. 74-77.
3. Ибадулла Сабит Ибадуллаулы, Технология нечеткой логики. / С.И.Ибадулла, Н.Б. Конырбаев, // VIII международная заочная научно-практическая конференция «Научная дискуссия: Вопросы технических наук» - Москва: - 04 апреля 2013. Изд. «Международный центр науки и образования» - 152 с.
4. Ибадулла Сабит Ибадуллаулы, Актуальность применения интеллектуальной системы в управлении роботов / С.И.Ибадулла, Н.Б. Конырбаев, К. Дауренбеков // Сборник трудов международной научно-практической конференции, посвященной научно-педагогической деятельности академика А.Д.Тайманова «Современная математика: проблемы и приложения» - Алматы. 24-26 октября 2013г.

5. Ибадулла Сабит Ибадуллаулы, Синтез системы управления методом символьной регрессии / А.И. Дивеев, С.И. Ибадулла, Н.Б. Конырбаев, // Сборник трудов международной научно-практической конференции, посвященной научно-педагогической деятельности академика А.Д.Тайманова «Современная математика: проблемы и приложения» - Алматы. 24-26 октября 2013г.
6. Ибадулла Сабит Ибадуллаулы, Оптимальное решение задачи синтеза систем управления с помощью метода вариационного генетического программирования // Материалы традиционной V Республиканской научно-практической конференции «Образования. Наука. Инновация: Актуальные вопросы и его развитие» - Кызылорда. 29 ноябрь 2014г. – С. 337 – 341.
7. Ибадулла Сабит Ибадуллаулы, Синтез системы управления движением мобильного робота по пространственным траекториям методом вариационного генетического программирования // Современные проблемы науки и образования. – 2014. URL: <http://www.science-education.ru> (принята в печать декабре 2014г.)

Подписано к печати __. __. 201___. Формат 60x84/16.
Усл.-печ. 1,0. Тираж 100 экз. Заказ №

Опечатано в издательском центре _____
