ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Кокоткина Андрея Александровича на тему «Вероятностный подход к задачам о графах расстояний и графах диаметров», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 – Дискретная математика и математическая кибернетика

Актуальность избранной темы

Область исследований, осуществленных соискателем, находится на стыке двух дисциплин: вероятностной комбинаторики и дискретной геометрии. Актуальность выбранной темы связана с тем, что, с одной стороны, теория графов в настоящее время переживает очередной расцвет в связи с применением ее к исследованиям социальных и биологических и информационных сетей. С другой стороны, эмпирические оценки некоторых характеристик случайного графа, описывающего сеть Интернет, и графов других социальных сетей, позволяют утверждать, что не существует общепринятой адекватной модели для этих графов. На протяжении последних пятнадцати лет указанная тематика получила широкое развитие, были предприняты попытки как модифицирования известной модели Эрдша-Реньи, так и создания кардинально новых.

Данная диссертационная работа выполнена в рамках комбинаторно-вероятностного подхода к задачам дискретной геометрии и посвящена изучению двух различных свойств случайного графа в модели Эрдеша-Реньи: быть изоморфным графу расстояний; быть изоморфным графу диаметров.

Выбранные **методы исследования** относятся к разделам теории вероятностей и комбинаторного анализа: методы теории случайных графов, приложения теории плотнейших упаковок, вероятностная техника получения оценки для реализации графом диаметров, связанная с применением теоремы о взаимном расположении подмножеств конечного множества (теорема Рёдля).

Достоверность и новизна полученных результатов

Достоверность полученных результатов подтверждается корректным использованием современных и классических методов теории вероятностей и комбинаторного анализа, сравнением результатов, получаемых по предложенной методике, с известными.

В качестве новых научных результатов соискателем выдвинуты следующие положения:

1. Доказано, что в любом дистанционном графе на плоскости есть большой индуцированный подграф с хроматическим числом не больше четырех.

2. Получены верхние и нижние оценки пороговой вероятности для реализации случайного графа графом расстояний в размерностях от одного до восьми.

3. Получены верхние и нижние оценки для размера наибольшего такого подграфа случайного графа, что он представляется как граф диаметров в пространстве произвольной фиксированной размерности.

Основные результаты диссертации опубликованы 5 печатных работах, из них 4 в рецензируемых научных журналах, входящих в перечень ВАК. Результаты исследований докладывались на научно-исследовательских конференциях и семинарах, где получили одобрение специалистов.

Теоретическая и практическая значимость результатов

Диссертация имеет теоретический характер. Полученные в диссертации результаты представляют интерес для специалистов в области теории графов, комбинаторики, комбинаторной и дискретной геометрии.

Оценка содержания диссертации, её завершенность

Диссертация включает введение, три главы, заключение и список использованной литературы из 68 наименований. Общий объем работы составляет 69 страниц печатного текста. Материал диссертации изложен ясным языком с использованием научной математической терминологии.

В первой главе приведен обзор теоретических аспектов, положенных в основу исследований. Обсуждается история задач о хроматическом числе пространства и о дистанционных графах, даются необходимые определения, приводятся формулировки и доказательства полученных результатов. В частности, доказано, что в любом дистанционном графе на плоскости есть большой индуцированный подграф с хроматическим числом не больше четырех.

Вторая глава (как и третья) посвящена исследованию некоторых вероятностных характеристик, связанных с классической проблемой Борсука. С проблемой Борсука тесно связано понятие графа диаметров. В данной главе сформулирован и доказан ряд теорем, связанных с реализацией случайными графами графов диаметров для размерностей 2 и 3. Найдены верхние и нижние оценки пороговой вероятности для реализации случайного графа графом расстояний в размерностях от одного до трех, что позволило получить соответствующие асимптотические результаты. Эту главу можно рассматривать как ключевую с точки зрения проведенных исследований.

В третьей главе сформулирован и доказан ряд теорем, связанных оценками случайными графами графов диаметров для размерностей $d \geq 4$. Построены верхние и нижние оценки пороговой вероятности для реализации случайного графа графом расстояний в размерностях от четырех до восьми. При этом, как справедливо отмечено в работе, при $d \geq 4$ нижние и верхние оценки начинают отличаться друг от друга и асимптотику, подобную полученной во второй главе, найти уже не удается. Получены верхние и нижние оценки для размера наибольшего такого подграфа случайного графа, что он представляется как граф диаметров в пространстве произвольной фиксированной размерности.

Диссертационная работа в целом представляет собой логически структурированный законченный научный труд, в котором содержится решение задач дискретной математики, имеющих теоретическое значение. Содержание автореферата достаточно полно отражает основные положения диссертации.

Основные замечания по работе

По работе следует сделать следующие общие и частные замечания:

1. Обзор результатов предшественников в собственно предметной области выполнен достаточно подробно, чего нельзя сказать о работах в смежных с ней областях. Например, в главе 1 стоило бы упомянуть некоторые альтернативные подходы и смежные результаты вероятностной комбинаторики и дискретной геометрии, принадлежащие представителям киевской и петрозаводской (карельской) научным школам дискретной математики.
2. Отсутствие рисунков, графиков и таблиц несколько затрудняет детальную оценку уровня проработки материала.
3. Библиографический список оформлен не вполне единообразно, что иной раз затрудняет его чтение. Также имеются описки и небольшие ошибки.

Однако отмеченные в тексте отзыва замечания не снижают теоретической ценности диссертационной работы Кокоткина А.А.

Диссертационная работа отвечает требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842, а ее автор, Кокоткин Андрей Александрович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика.

Официальный оппонент,
Кузьмин Олег Викторович, гражданство РФ,
доктор физико-математических наук, профессор,
зав. кафедрой теории вероятностей и дискретной
математики ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный
университет» (ФГБОУ ВПО «ИГУ»)
664003, г. Иркутск, ул. Карла Маркса, д. 1,
quzminov@mail.ru, сот. +7 902 5604133

О.В. Кузьмин