

О Т З Ы В

официального оппонента на диссертационную работу В.А.Голодова
“Интервальный подход к регуляризации неточно заданных систем
линейных уравнений», представленную на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук по специальности
05.13.17 «теоретические основы информатики»

Диссертационная работа Валентина Александровича Голодова посвящена развитию и численной реализации нового и оригинального метода интервальной регуляризации для систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Заимствованные из интервального анализа принципы, на которых основан этот новый метод, весьма необычны для нынешнего этапа развития численных методов, так что я хочу остановиться на них поподробнее.

Процедура интервальной регуляризации, развиваемая в диссертации В.А. Голодова, явно состоит из двух этапов. Сначала, основываясь на априорной информации о точности данных (матрицы системы и правой части), из исходной СЛАУ строится интервальная система линейных алгебраических уравнений. Затем, на втором этапе, мы «решаем» эту интервальную систему линейных алгебраических уравнений (ИСЛАУ). Термин «решаем» взят мною в кавычки, так как для интервальных систем уравнений и неравенств (и интервальных задач вообще) существует много понятий «решения», вытекающих из большого разнообразия определений множеств решений и способов их оценивания. Из всей этой совокупности «решений» мы рассматриваем наиболее устойчивое и находим из него точку, используя специальные высокоточные вычисления на основе рациональных типов данных. Такова общая идея, которая является вариацией известной общей идеи теории некорректных задач о замене исходной некорректной задачи на некоторую близкую, которая была бы устойчивее и успешно решалась бы обычными методами. В случае диссертации В.А. Голодова эта идея реализуется как переход от исходной СЛАУ к интервальной системе уравнений, которая решается легче (устойчивее), чем начальная постановка задачи.

Реализация этой идеи в самом деле нетривиальна, поскольку априори совершенно непонятно, почему и каким образом решение интервальной системы уравнений может оказаться вдруг легче решения исходной неинтервальной СЛАУ. Но дело в том, что в качестве решения интервальной системы берётся «наиболее представительная» точка из так называемого допускового множества решений (возникающего в связи с «задачей о допусках»). Это допусковое множество решений ИСЛАУ является пересечением, по всем матрицам из заданных

интервальных границ, множеств решений отдельных систем, имеющих точечные (неинтервальные) матрицы и интервальность только в правой части. Тем самым оно не менее устойчиво к возмущениям, чем самая устойчивая (наиболее хорошо обусловленная) точечная матрица из интервальной матрицы системы.

Фигурально можно сказать, что придание устойчивости решению интервальной системы уравнений осуществляется в новом подходе за счёт “разбавления” «плохой» матрицы исходной СЛАУ соседними «хорошими» матрицами, которые появляются при интервализации системы линейных уравнений. При этом в силу свойств допускового множества решений ИСЛАУ новое решение автоматически получается наиболее устойчивым (хорошо обусловленным) в пределах заданных интервальных границ.

Некоторая проблема с допусковым множеством решений интервальных систем уравнений состоит в том, что оно может оказаться пустым, если интервальная неопределённость в матрице превосходит размах интервалов в правой части. Это затруднение можно преодолеть подходящим сужением матрицы или расширением правой части. В диссертации выполняется более простая процедура расширения правой части. Более точно, соискатель использует эквивалентное представление допускового множества решений через решение системы линейных неравенств (теорема И.Рона), которому придана форма задачи линейного программирования. Это необходимо для того, чтобы выполнять желаемое расширение правой части интервальной системы уравнений (результат Теоремы 2.5.1).

Далее требуется наиболее точно и аккуратно решить получившуюся задачу линейного программирования, и здесь соискатель успешно реализует идеи своего научного руководителя А.В. Панюкова по высокоточным вычислениям с рациональными типами данных. Результатами этой работы являются работоспособные и эффективные комплексы программ, реализованные на ЭВМ самых современных архитектур. В частности, большое внимание уделено распараллеливанию реализуемых алгоритмов, работе на гетерогенных вычислительных системах и т.п. Результаты вычислительных экспериментов хорошо задокументированы. В целом эта часть работы В.А. Голодова производит самое благоприятное впечатление.

Из сказанного выше вытекает, что интервальная регуляризация приносит тем больший эффект, чем более широкими назначаются интервалы элементов матрицы. Но, с другой стороны, более широкое «обинтерваливание» системы уравнений способно существенно исказить искомое решение. Очень часто ширина интервалов, которые можно назначать для элементов решаемой системы, естественным образом определяется априорной информацией о точности данных. Но если такой информации нет или она недостаточна, то выбор оптимальной ширины интервализации становится нетривиальной задачей. Она никак не рассматривается в диссертации В.А. Голодова, и, как мне кажется, постановку и решение этой задачи можно считать пожеланием для дальнейшей научной работы.

В качестве замечания к диссертации хочу отметить, что высказанная выше общая и естественная философия интервальной регуляризации, к сожалению, не проводится в диссертации последовательно. Хорошо зная историю выполнения рассматриваемой работы, я, конечно, понимаю истоки и причины этого явления. Тем не менее, тот факт, что диссертация содержит фрагменты, которые выглядят весьма чужеродно в сравнении с общей идеей и даже названием работы, есть её заметный недостаток, который меня очень печалит.

Прежде всего хочу отметить, что понятия «псевдорешения интервальной системы линейных уравнений» и «наилучшего псевдорешения», вводимые в §1.2 (стр. 19), в §2.3 (стр. 37) и §2.5 (стр. 40) диссертации, кажутся мне не вполне оправданными или даже лишёнными большого смысла. Этот смысл существовал бы для точечной (неинтервальной) системы уравнений, и тогда в самом деле псевдорешение В.А. Голодова и А.В. Панюкова было бы аналогично псевдорешению М.М. Лаврентьева, но для интервальной линейной системы уравнений вводимое понятие не привносит с собой существенно новых идей и большой нагрузки не несёт. Может быть, соискатель (или его научный руководитель) написали его для интервального случая «по-инерции»?

Даже введение этого «псевдорешения» вызывает много вопросов. Например, почему В.А. Голодов и А.В. Панюков основывают его на допусковом множестве решений, тогда как для интервальной линейной системы уравнений размера $m \times n$ существует гораздо больше, чем 2^{mn+m} различных множеств решений? Априори они ничуть не хуже (и не лучше), чем допусковые решения. В этом смысле расширенный термин «допусковое псевдорешение» звучал бы существенно более адекватно.

Почему псевдорешение В.А. Голодова и А.В. Панюкова основывается на системе неравенств (2.1)? В технологическом смысле (как источник устойчивого решения) применение этой системы неравенств было оправдано. Но если отвлечься от аргумента технологичности, то вообще-то для характеристики даже допускового множества решений существуют другие средства, которые значительно лучше позволяют описывать содержательную сторону интервальной постановки задачи. Соискатель упоминает, к примеру, технику распознающего функционала: с её помощью можно предсказывать изменение свойств задачи при коррекции правой части и матрицы системы более аккуратно, чем с помощью системы Рона (2.1), на которой основано «псевдорешение» В.А. Голодова и А.В. Панюкова, использующее коррекцию только правой части. Наконец, содержательный смысл экономического примера, использующего «псевдорешение» в §4.3 диссертации, мне не понятен до конца.

Наконец, нужно заметить, что обусловленность задачи при переходе от системы Рона (2.1) к новой системе неравенств, задающей псевдорешение, никак не снижается, поскольку меняется только правая часть. То есть, мотивации введения псевдорешения из §2.3 диссертации отчасти просто неверны.

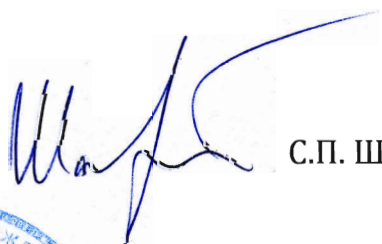
Рисунок 2.1 неправильно отражает конфигурацию допускового множества решений интервальной системы уравнений (2.5).

Ещё одну группу замечаний можно отнести к «рваности» и непоследовательности изложения в Главе 1 общих фактов интервального анализа, необходимых для понимания диссертации. На стр. 22 и 29 соискатель говорит о множествах АЕ-решений интервальных уравнений, но расшифровки этого понятия в диссертации нет. Хотя это можно понимать и так, что АЕ-решения стали уже «фольклором» и не нуждаются в дополнительных пояснениях.

На стр. 25 диссертации Теорема 1.4.3 (критерий неограниченности допускового множества решений) дана без каких-либо ссылок, что вызывает закономерный вопрос о её авторстве. Кроме того, в формулировке этой теоремы пропущено обжирнение (интервализация) матрицы A .

Тем не менее, отмеченные выше недостатки, как мне кажется, не снижают ценности выполненной соискателем большой работы. Завершая свой отзыв, я хочу выразить убеждение, что диссертационная работа Валентина Александровича Голодова «Интервальный подход к регуляризации неточно заданных систем линейных уравнений» удовлетворяет всем требованиям ВАК России к кандидатским диссертациям, а сам он заслуживает присвоения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.17 «теоретические основы информатики».

Официальный оппонент
доктор физико-математических наук
старший научный сотрудник Института
вычислительных технологий СО РАН,
профессор кафедры математического моделирования
Новосибирского государственного университета



С.П. Шарый

17 октября 2014 г.

Подпись с.н.с. С.П. Шарого удостоверяю
уполномоченный секретарь СВТ СО РАН
Е.Ф.-М.Н.



Евстинов А.В.