

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА
на диссертационную работу **ТОЛСТИХИНА ИЛЬИ ОЛЕГОВИЧА**
«НЕРАВЕНСТВА КОНЦЕНТРАЦИИ ВЕРОЯТНОСТНОЙ МЕРЫ В
ТРАНСДУКТИВНОМ ОБУЧЕНИИ И РАС-БАЙЕСОВСКОМ АНАЛИЗЕ»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности **05.13.17 – «Теоретические основы информатики»**.

Диссертационная работа И.О.Толстихина посвящена исследованию и развитию современных подходов к анализу сходимости эмпирических случайных процессов. Интерес к данной тематике обуславливается как самой логикой развития современной теории вероятностей, так и важным приложением в области обоснования устойчивости алгоритмов восстановления зависимостей по эмпирическим данным. С теоретической точки зрения исследуемые в диссертации вопросы восходят к закону больших чисел, теореме Гливленко-Кантелли, критерию Вапника-Червоненкиса равномерной сходимости эмпирических средних к математическим ожиданиям и принципу инвариантности Донскера-Прохорова — фундаментальным результатам, лежащим в основе современной математической статистики и теории алгоритмического обучения. Тем не менее, доверительные оценки обобщающей способности обучаемых алгоритмов, получаемые в рамках классического подхода в терминах емкости класса (VCD) аппроксимирующих отображений как правило получаются излишне осторожными. В частности, по этой причине в последние десятилетия многими отечественными и зарубежными исследователями (Бартлеттом П, Беннетом Г., Боровковым А.А., Бушроном С., Колчинским В.И., Люгоши Г., Массаром П., Мак-Диармидом К., Мендельсоном Ш. и др.) прилагаются усилия по развитию новых подходов к построению этих оценок. Отдельно хотелось бы отметить результаты, полученные научной школой акад. Ю.И.Журавлева, в частности, комбинаторный подход К.В.Воронцова к анализу переобученности алгоритмов.

Таким образом, **тема диссертационной работы И.О.Толстихина**, выполненной в рамках этой научной школы и посвященной вопросам оценивания скорости сходимости эмпирических стохастических процессов, порождаемых алгоритмов обучения, и, как следствие, построению оценок обобщающей способности этих алгоритмов, **без сомнения, является актуальной и представляет серьезный интерес** не только с теоретической, но и с практической точек зрения.

Полученные в работе **результаты представляют ценность** в рамках современной теории вероятностей (условия концентрации меры для схемы без возвращения, верхние оценки скорости сходимости эмпирических процессов специального вида) и в области теории алгоритмического обучения (в частности, комбинаторной теории переобучения и РАС-байесовского подхода к обучению).

Диссертационная работа состоит из введения, шести глав и заключения.

В первой главе приводится обзор известных результатов теории неравенств концентрации вероятностной меры для случая, когда случайные величины независимы. В числе прочих рассмотрены: неравенства Маркова и Чебышева; неравенства Хефдинга, Беннетта и Бернштейна для сумм случайных величин; метод мартингалов и неравенство Мак-Диармида; энтропийный метод Леду, а также эмпирическое неравенство Бернштейна и неравенство Буске для супремумов эмпирических процессов.

Вторая глава посвящена неравенствам концентрации в том случае, когда элементы выборки выбираются без возвратов из конечного множества. Вначале рассмотрены известные результаты, включая неравенства Серфлинга для сумм, метод редукции Хефдинга, а также неравенство Эль-Янива-Печиони (аналог неравенства Мак-Диармида) и неравенство Бобкова. Основными результатами второй главы являются два новых неравенства для отклонения супремума эмпирического процесса, порождаемого выборкой без возвращения от своего математического ожидания (Теоремы 20 и 22).

В третьей главе рассматривается теория статистического обучения и задача обучения с учителем. Приводится подробный обзор классических и современных результатов, включая: оценки обобщающей способности и избыточного риска для конечного и счетного класса отображений; оценка Вапника-Червоненкиса; оценки на основе глобальной Радемахеровской сложности; оценки на основе метрических энтропий; вопросы, связанные с условиями ограниченного шума; локальный подход, быстрые скорости сходимости и локальные Радемахеровские сложности.

В четвертой главе рассматривается задача трансдуктивного обучения. Вначале формулируется постановка задачи, и приводится короткий обзор известных результатов. Затем на основе результатов второй главы получены новые оценки обобщающей способности алгоритмов обучения, основанных на минимизации эмпирического риска (Теоремы 41 и 42) и новые оценки избыточного риска (Следствия 13 и 14), основанные на локальной мере сложности класса отображений.

Пятая глава в основном посвящена описанию авторских результатов и результатов полученных в соавторстве с А.Фреем в области теоретико-группового подхода к оцениванию вероятности переобучения алгоритмов. Автором развивается техника учета орбит разбиений выборок, порождаемых ими фактор-множеств; с ее использованием получена новая формула вычисления вероятности переобучения. Затем на основе этой формулы получены новые (точные) оценки вероятности переобучения для трех модельных семейств отображений.

В шестой главе рассматривается так называемый PAC-Байесовский подход к изучению рандомизированных предикторов. Первая часть главы содержит обзор известных результатов, включая неравенства МакАллистера, PAC-Байесовское k_1 -неравенство и PAC-Байесовское неравенство Бернштейна. Также обсуждается применение результатов PAC-Байесовского анализа к задачам теории статистического обучения. Во второй части получено новое PAC-Байесовское неравенство для усредненной дисперсии, а также новое PAC-Байесовское эмпирическое неравенство Бернштейна, оценка которого полностью вычислима на основе обучающей выборки.

В рамках диссертационной работы И.О.Толстихина получены следующие **основные результаты**:

(1) Получено два новых неравенства концентрации для точных верхних граней эмпирических процессов и выборок без возвратов, учитывающих априорные сведения о дисперсиях исследуемых случайных величин;

(2) Получены новые оценки избыточного риска и обобщающей способности для задачи трансдуктивного обучения на основе так называемого локального подхода. Новая оценка избыточного риска основана на локальных мерах сложности семейства отображений и впервые в трансдуктивном обучении ведет к быстрым скоростям сходимости в общих предположениях;

(3) В рамках теоретико-группового подхода комбинаторной теории переобучения в работе И.О.Толстихина предложено учитывать орбиты множества разбиений генеральной выборки при вычислении точного значения вероятности переобучения. С помощью этой идеи получены новые точные (не завышенные) оценки вероятности переобучения для трех различных модельных семейств отображений, бинарные векторы ошибок которых являются различными подмножествами Булева куба.

(4) В рамках PAC-Байесовского анализа теории статистического обучения получено новое PAC-Байесовское эмпирическое неравенство Бернштейна, оценка которого полностью вычислима на основе обучающей выборки.

Диссертационная работа характеризуется самодостаточностью и целостностью. Автору удалось в рамках одной работы описать основные современные подходы к оцениванию обобщающей способности обучаемых алгоритмов и, что немаловажно, в каждом из них получить значимые результаты, наиболее важными из которых представляются неравенства концентрации меры для выборок без возврата (теоремы 20 и 22) и оценки избыточного риска в рамках трансдуктивной модели обучения (следствия 13 и 14).

Значимость полученных результатов, в частности, подтверждается публикациями в журнале «Доклады Академии Наук» и трудах двух основных международных конференций по тематике работы: Conference on Learning Theory (COLT) и Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS).

Научная достоверность и обоснованность полученных в диссертации результатов определяется корректностью математических доказательств, содержащихся в работе, а также результатами приведенных в ней экспериментов на реальных и модельных данных, которые подробным образом описаны и воспроизводимы. Все результаты, выносимые на защиту в диссертации, являются новыми и впервые получены диссертантом.

Замечаний по сути представленных результатов нет. В качестве пожелания к дальнейшим исследованиям хотелось бы отметить следующее:

основные результаты 4-ой главы (оценки концентрации и полученные из них следствия) формулируются в терминах неподвижных точек специально подобранных семейств функций с субкорневым ростом. Исследование асимптотического поведения полученных оценок с ростом размера генеральной совокупности и обучающей выборки предполагает построение верхних оценок этих неподвижных точек. Такие оценки известны для ряда подклассов восстанавливаемых отображений (например, для класса функций с конечной VCD). Однако в общем случае вопрос построения таких оценок, без которых полученные автором оценки избыточного риска остаются смещенными, остается открытым.

Основные научные результаты диссертации И.О.Толстихина своевременно и полно опубликованы в рецензируемых научных изданиях, включая 3 публикации в изданиях, рекомендованных ВАК РФ. Результаты работы прошли широкую апробацию на ведущих международных и всероссийских конференциях. **Автореферат** достаточно полно и правильно отражает содержание диссертационной работы. **Тематика и содержание диссертационной работы соответствуют специальности 05.13.17 – «Теоретические основы информатики».**

Таким образом, диссертационная работа И.О.Толстихина представляется завершенной научно-квалификационной работой, содержащей решение актуальных математических задач в области современной алгоритмического обучения и теории вероятностей и имеющей важное значение для рассматриваемой предметной области. **Диссертация удовлетворяет всем требованиям** п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 года № 842, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.17 – «Теоретические основы информатики», а ее автор заслуживает присуждения **искомой ученой степени.**

Официальный оппонент,
зав. отделом математического программирования
Института математики и механики имени Н.Н.Красовского УрО РАН

д. ф.-м.н.

Хачай Михаил Юрьевич

19 сентября 2014

Подпись заверяю
Ученый секретарь
ИММ УрО РАН



Ульянов О.Н.