РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР им. А.А. Дородницына

ИНСТИТУТ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА РАН,
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО–ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Тезисы докладов 2 – ой Московской конференции Декомпозиционные методы в математическом моделировании и информатике Москва, Россия (21-24 июня 2004 г.)

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР РАН
МОСКВА ♢ 2004

УДК 519. 83

Ответственный редактор
чл. – корр. РАН Ю.Н. Павловский

В сборнике представлены тезисы докладов 2-й Московской конференции "Декомпозиционные методы в математическом моделировании и информатике", проводимой Вычислительным центром РАН, Институтом проблем управления РАН и Московским физико-техническим институтом. Излагаются теоретические аспекты проблемы декомпозиции математических моделей, методы декомпозиции в теории управления, задачах оптимизации, теории игр, исследовании операций, в разработке программных систем, а также различные приложения декомпозиционных методов в механике, экономике, экологии и геодезии.

Конференция поддержана грантом РФФИ 04-01-10025-Г.

Рецензенты А.А. Петров,
А.А. Васин

Научное издание

УДК 519.892

О ДЕКОМПОЗИЦИИ В МОДЕЛИРОВАНИИ И ОПТИМИЗАЦИИ ОБЪЕКТОВ СЛОЖНОЙ СТРУКТУРЫ

К.Р. Айда-заде, Р.Э. Исмибейли
(Институт Кибернетики НАН Азербайджана, Баку)

В работе предлагается декомпозиционный подход к построению математических моделей сложных объектов с использованием элементов теории графов. Получаемые при этом математические модели позволяют строить эффективные формулы для проведения анализа количественных характеристик качественного поведения объекта, в том числе влияния параметров объекта на выходные характеристики. А при наличии критериев по параметрическому синтезу и управлению объектом имеется возможность построения формул для градиента и гессиана целевого функционала (критерия) по управляющим воздействиям и параметрам.

Пусть имеется сложный по структуре объект M, состоящий из n отдельных взаимно слабо связанных подобъектов, которые в дальнейшем будем так же называть объектами: $M = \{M_i,\ i \in I\}, \quad I = \{1, ..., n\}$. Объект M управляется объектом R, который сам состоит из объектов $R_j, j \in K$, каждый из которых воздействиями U_j действует на некоторые из объектов объекта M. Будем предполагать, что декомпозиция объекта M на объекты $M_i, i \in I$, произведена таким образом, что математические модели каждого из объектов M_i, отражающие статические, динамические характеристики, известны или сравнительно несложно определяются: $F_i : \left(x_i(t), x_i^{(1)}(t), ..., x_i^{(k_i)}(t), U_i(t), A_i\right) \Rightarrow (y_i(t), ..., y_i^{(s_i)}(t), dy_i/dx_i, dy_i/dA_i)$, где $x_i(t)$ - входные параметры, определяемые состоянием объектов, смежных с i-ым объектом; A_i - вектор параметров i-го объекта; $U_i(t)$ - вектор управляющих воздействий на i-й объект управляющими объектами; $y_i(t)$- выходной вектор.

Математическая модель объекта M в целом представляет собой совокупность всех математических моделей $F_i, i \in I$, точнее их определенная композиция, зависящая от структуры объекта M. Взаимосвязь объектов M_i как и объект M в целом представим в виде ориентированного графа $G = (M, K, E)$, где $M = (M_1, ...M_n)$, $R = (R_1, ..., R_m)-$ вершины графа, E - множество ребер, направление которых указывает на зависимость состояния объекта от состояний других объектов.

Приводится пример получения формулы влияния значения параметра A какого-либо s-го объекта M_s на поведение (выход) y_ν ν-го объекта M_ν. С этой целью получены формулы для значений полных частных производных dy_ν/dA_s, учитывающих влияние параметров A_s на состояние объектов, косвенно влияющих на состояние y_ν.

Пользуясь подобной технологией дифференцирования математических моделей несложно получить формулы для других видов производных, в том числе производных по управляющим функциям, начальным состояния, по параметрам объектов от переменных состояния объектов.

Литература

1. Айда-заде К.Р., Евтушенко Ю.Г. Быстрое автоматическое дифференцирование на ЭВМ. // Математическое моделирование, 1989, 1. С. 121-131.

2. Айда-заде К.Р. Исследование нелинейных оптимизационных задач сетевой структуры. “АиТ”, 1990, 2. С. 63-71.

УДК 519.642.6:550.831

ОПЫТ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ГРАВИМЕТРИИ НА МНОГОПРОЦЕССОРНОМ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОМ КОМПЛЕКСЕ*

Е.Н. Акимова, В.В. Васин,
Г.Я. Пересторонина, Л.Ю. Тимерханова,
(ИММ УрО РАН, Екатеринбург)

П.С. Мартышко.
(ИГ УрО РАН, Екатеринбург)

Рассматриваются две обратные задачи гравиметрии:

ЗАДАЧА 1. В предположении, что плотность $\sigma(x,y,z)$ среды не зависит от z, необходимо найти σ в горизонтальном слое $\Pi = \{(x,y,z) : \mathrm{H}_1 \le z \le \mathrm{H}_2\}$ по гравитационному полю, измеренному на некоторой площади земной поверхности.

Нахождение неизвестной плотности $\sigma(x,y)$ сводится к решению линейного двумерного интегрального уравнения

$$A\sigma \equiv f \iint\limits_{ac}^{bd} \left\{ \frac{1}{[(x-x')^2+(y-y')^2+H_1^2]^{1/2}} - \right. \tag{1}$$

$$\left. - \frac{1}{[(x-x')^2+(y-y')^2+H_2^2]^{1/2}} \right\} \sigma(x',y')dx'dy' = \Delta g(x,y),$$

где f – гравитационая постоянная, $\Delta g(x,y)$ – гравитационный эффект, порождаемый источниками в горизонтальном слое.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 03-01-00099.

ЗАДАЧА 2. В предположении, что нижнее полупространство состоит из трех слоев постоянной плотности, необходимо по гравитационным данным восстановить поверхности раздела сред.

В этом случае нелинейное уравнение для искомой функции $z = z(x, y)$, описывающей поверхность раздела, имеет вид

$$A[z] \equiv f\Delta\sigma \iint\limits_{ac}^{bd} \left\{ \frac{1}{[(x-x')^2+(y-y')^2+z^2(x',y')]^{1/2}} - \right. \tag{2}$$

$$\left. - \frac{1}{[(x-x')^2+(y-y')^2+H^2]^{1/2}} \right\} dx'dy' = \Delta g(x, y),$$

где f — гравитационная постоянная, $\Delta\sigma$ — скачок плотности на границе раздела сред, $z = H$ — асимптотическая плоскость для данной геологической границы, $\Delta g(x, y)$ — функция, описывающая выделенное аномальное поле.

После дискретизации уравнения на сетке, где задана $\Delta g(x, y)$, задача 1 сводится к решению СЛАУ с симметричной матрицей, а задача 2 — к решению системы нелинейных уравнений высокой размерности. Так как уравнения (1), (2) относятся к классу некорректных задач, то для решения СЛАУ использовались в регуляризованном варианте метод простой итерации (МПИ) и метод сопряженных градиентов (МСГ), а для решения нелинейной системы — итеративно регуляризованный метод Ньютона и парный монотонный процесс. На каждой итерации метода Ньютона СЛАУ с несимметричной матрицей решалась с помощью методов Гаусса, Гаусса-Жордана и МСГ.

Численная реализация и распараллеливание итерационных методов при решении уравнений (1), (2) с реальными данными были выполнены на многопроцессорном вычислительном комплексе МВС–1000. Распараллеливание алгоритмов основано на разбиении матрицы СЛАУ горизонтальными полосами на m блоков, а вектора решения и вектора правой части СЛАУ на m частей так, что $n = m \cdot L$, где n — размерность системы уравнений, m — число процессоров. В методах типа Гаусса на каждом шаге каждый из m-процессоров исключает неизвестные из своей части L уравнений. В методах МСГ и МПИ на каждой итерации каждый процессор вычисляет свою часть вектора решения. Host-процессор отвечает за пересылки данных и вычисляет свою часть вектора решения.

Проведено сравнение коэффициентов ускорения и эффективности параллельных алгоритмов. Все методы при подходящем выборе параметров регуляризации дают близкие результаты, что говорит о хорошем качестве решения. Построенная карта линий уровня подтверждает геологические представления об исследуемом районе.

УДК 519.9

СРЕДА IARNET И РАСПРЕДЕЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ*

Афанасьев А.П., Волошинов В.В.,
Сухорослов О.В., Хуторной Д.А.
(Институт Системного Анализа РАН, Москва)

В настоящем докладе рассматривается вопрос использования информационно-алгоритмических ресурсов (ИАР) на примере распределенного решения задачи оптимального управления.

В ИСА РАН была разработана архитектура распределенной вычислительной среды IARnet, предназначенной для координированного использования ИАР для решения прикладных задач [1]. Предлагаемый подход расширяет традиционный взгляд на распределенные вычислительные среды и Grid-вычисления [2].

Ключевым элементом архитектуры IARnet являются *агенты доступа* к ИАР, организующие доступ к ресурсу в соответствии с его типом, интегрирующие его в систему, а также управляющие доступом к нему пользователей системы.

Вспомогательные службы IARnet интегрируют систему в единое целое, управляют потоками данных прикладных задач и обеспечивают самоорганизацию системы, используя специальные служебные протоколы. К вспомогательным службам относятся: служба регистрации, служба мониторинга, служба рассылки уведомлений и служба управления заданиями.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, гранты 01-01-00543, 03-01-00362, 02-07-90461, 03-07-90426.

Проведенный анализ показывает, что существующий "технологический задел" для создания прототипа системы IARnet достаточно широк. Речь идет о развитой системе спецификаций промежуточного программного обеспечения [3], вспомогательных служб, их реализаций и уже действующих систем, в которых присутствуют элементы предлагаемой архитектуры.

Удобным примером использования предлагаемой системы является вычислительный алгоритм приближенного решения задачи оптимального управления [4] (со смешанными ограничениями, линейной по управлениям, фиксированным временем и свободным правым концом). Для решения этой задачи предлагается использовать метод продолжения оптимальных траекторий ([5], [6]), допускающий эффективную декомпозицию на изолированные в вычислительном отношении подзадачи, а именно:

- задачи математического программирования (с билинейной целевой функцией и линейными ограничениями [7]) - для получения новых режимов в процессе продолжения оптимальной траектории;
- задача Коши для системы ОДУ - для получения траектории вдоль каждого режима;
- поиск корней нелинейных уравнений - для определения моментов переключения режимов.

Для проверки условий сохранения режимов важно иметь зависимость решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений (задачи Коши) на отрезке от начальных данных, для чего предлагается воспользоваться методом разложения решения в ряд с последующим использованием операций символьного дифференцирования. Для широкого класса задач, символьное дифференцирование правых частей (полиномиальных или дробнорациональных функций) выполняется достаточно эффективно [4]. При этом вычисления могут быть эффективно распараллелены, а требуемый ресурс (ИАР) представляет собой программный компонент, реализующий решение задачи Коши путем организации параллельных вычислений на суперкомпьютере или кластере с установленным ПО для символьного дифференцирования.

С вычислительной точки зрения проверка условий сохранения режима представляет собой нахождение корней нелинейных уравнений. Эти задачи в вычислительном отношении исследованы достаточно подробно, существует множество методов их решения, а соответствующие ресурсы могут функционировать на обычных рабочих станциях.

Таким образом, для рассматриваемой задачи можно выделить несколько групп "типовых" ресурсов, необходимых для распределенного поиска решения:

- ресурс определения корней систем алгебраических уравнений;
- пакет решения задач математического программирования;
- ресурс решения задачи Коши, которая, в свою очередь, допускает несколько способов распределенного решения, например, на принципах "символьного" дифференцирования;
- ресурсы, производящие символьные вычисления.

Литература

1. *Афанасьев А.П., Волошинов В.В., Кривцов В.Е., Рогов С.В., Сухорослов О.В.* Использование информационно-алгоритмических ресурсов для организации распределенных вычислений. // Проблемы вычислений в распределенной среде: Сборник трудов ИСА РАН, М.: Эдиториал УРСС, 2004.

2. *Афанасьев А.П., Волошинов В.В., Рогов С.В., Сухорослов О.В.* Развитие концепции распределенных вычислительных сред. // Проблемы вычислений в распределенной среде: Сборник трудов ИСА РАН, М.: Эдиториал УРСС, 2004.

3. *Афанасьев А.П., Ваньков А.И., Волошинов В.В., Кривцов В.Е., Попков Е.Ю., Шляев П.Г.* Современные технологии построения распределенных программных систем, // Сборник трудов ИСА РАН, М.,: Эдиториал УРСС, 2001.

4. *Афанасьев А.П., Хуторной Д.А.* Решение задачи синтеза оптимального управления в распределенной среде. // Проблемы вычислений в распределенной среде: Сборник трудов ИСА РАН, М.: Эдиториал УРСС, 2004.

5. *Афанасьев А.П.* Линейные по управляющим воздействиям задачи оптимального управления. М., 1980. (Препринт / ВНИИСИ)

6. *Афанасьев А.П., Дикусар В.В., Милютин А.А., Чуканов С.А.* Необходимое условие в оптимальном управлении. М.: Наука, 1990.

7. *Афанасьев А.П.* Обобщенная изопериметрическая задача на многограннике // Дифференциальные уравнения. 1993. Т. 29, 11, с. 1856–1867.

УДК 519.9

АЛГОРИТМ, РЕАЛИЗУЮЩИЙ КРИТЕРИЙ УМЕНЬШЕНИЯ НЕРАВНОМЕРНОСТИ ПРИ ЗАПОЛНЕНИИ СЕТИ МНОГОПРОДУКТОВЫМ ПОТОКОМ

А.П. Афанасьев, Я.Р. Гринберг, И.И Курочкин
(Институт Системного Анализа РАН, Москва)

Классической задачей теории потоков в сетях является задача допустимости многопродуктового потока, которая решается методом линейного программирования (ЛП). Однако практические задачи могут носить и иной характер. Например, при прокладке каналов связи в телекоммуникационной сети. В этом случае сеть заполняется последовательно, и задача заключается в том, чтобы на каждом шаге путь проложить оптимально по тому или иному критерию. Существующие алгоритмы реализуют либо критерий кратчайшего пути, либо критерий пути минимальной стоимости (алгоритм кратчайшего пути является частным случаем алгоритма минимальной стоимости).

Рассматривается следующая задача. В многополюсной сети последовательно возникает необходимость найти путь между некоторой парой полюсов и провести по нему поток единичной интенсивности. Поскольку порядок соединения пар полюсов неизвестен, то попытку проложить путь между парой полюсов будем называть заявкой. А процесс удовлетворения заявок или прокладку путей между полюсами будем называть процессом заполнения сети или заполнением сети. В задаче предполагается, что распределение заявок между парами полюсов равномерное, а исходная “пустая” сеть произвольна: значения пропускных способностей дуг и топология сети задаются случайным образом.

Известно, что каждая пара полюсов в потоковой сети характеризуется минимальным разрезом, определяющим максимальный поток продукта, который можно "провести" в данной сети между этой парой полюсов (имеется в виду неориентированная сеть). В произвольной сети значения максимальных потоков между разными парами полюсов различны, следовательно, дуги, входящие в минимальные разрезы с меньшими значениями пропускной способности, более "дефицитны" и должны бы иметь большие стоимости. Это справедливо, если заявки распределяются равномерно между парами полюсов.

Проверялось предположение, что при заполнении сети будет удовлетворено больше заявок, если в процессе заполнения будет минимизировано приращение критерия неравномерности сети. Критерий неравномерности в многопродуктовой задаче определяется как среднеквадратичное отклонение величин минимальных разрезов между парами полюсов. Определяется линейная часть приращения этого критерия при малом изменении пропускных способностей дуг:

$$\chi = \sum_{k=1}^{K} x_k \left(\frac{r_k}{\bar{R}} - \frac{1}{M\bar{R}^2} \sum_{m=1}^{M} R_m r_{mk} \right),$$

где: K – количество дуг сети, M – число пар корреспондирующих полюсов, R_m – пропускная способность минимального разреза между m-ой парой полюсов, $\bar{R}$– среднее значение пропускных способностей минимальных разрезов, L_m – полное число минимальных разрезов между m-ой парой полюсов, $P_m(k)$ – число раз, которое дуга b_k входит в полный набор минимальных разрезов между m-ой парой полюсов:

$$r_k = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} \frac{P_m(k)}{L_m}, \quad r_{mk} = \frac{P_m(k)}{L_m}.$$

Если принять, что критерий неравномерности отличен от нуля, то следует потребовать, чтобы приращение критерия было минимально (в алгебраическом смысле). Приведенное выше выражение для приращения имеет вид линейной формы, коэффициенты которой можно интерпретировать как стоимости соответствующих дуг.

Было проведено математическое моделирование по сравнению двух алгоритмов заполнения сети. В моделировании участвовали:

- алгоритм заполнения сети по критерию кратчайшего пути;
- алгоритм равномерного заполнения сети.

Их отличие заключается в наличии в алгоритме равномерного заполнения сети матрицы дополнительных весов.

На вход алгоритмы получали одинаковые сети и одинаковые множества пар источник-сток. Кроме того, выбор текущей пары источник-сток осуществлялся одинаково в обоих алгоритмах. Сеть считалась "заполненной", если очередная заявка не могла быть удовлетворена.

При моделировании на вход подавались стохастические сети, для которых матрицы пропускных способностей дуг были симметричными (неориентированные сети). Веса дуг задавались неотрицательными действительными числами. Операции над сетью производились как над неориентированным графом. При использовании в моделировании сетей с определенными свойствами и топологией преимущество алгоритма равномерного заполнения становится явным, как по динамике критерия неравномерности, так и по суммарному числу удовлетворенных заявок.

Использование метода ЛП для решения задачи заполнения сети невозможно, так как все множество заявок должно быть известно в начальный момент. Метод ЛП использовался в данной работе только как контрольный.

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КРУПНЫХ ФИТОФАГОВ С ЛЕСНОЙ РАСТИТЕЛЬНОСТЬЮ*

Н.В. Белотелов, С.В. Буравков
(Российский химико-технологический университет)

Для изучения задачи влияния на растительные ландшафты сообществ крупных фитофагов (слонов, мамонтов и др.) предложена имитационная модель, описывающая пространственно - временную динамику взаимодействия крупных фитофагов с лесной растительностью. В связи с большими характерными временами изменения лесной растительности экспериментальное доказательств гипотез, объясняющих механизмы формирования лесных мозаик, в большинстве случаев невозможно. Поэтому единственным, правда, косвенным доказательством, могут служить имитационные эксперименты.

В предлагаемой имитационной модели лесной ландшафт описывается решеткой с неизменным количеством узлов. В каждом узле алгоритмически задается последовательность возможных состояний, которые интерпретируются как различные сукцессионные состояния растительного покрова в данном узле. Каждая стадия характеризуется длительностью и количеством биомассы. Предложен алгоритм взаимного влияния соседних узлов на друг друга, моделирующих занос семян.

Консервативное поведение популяции крупных фитофагов позволяет считать ее численность неизменной в течение длительного времени (порядка жизни нескольких поколений). Поэтому в

*Работа выполняется при финансовой поддержке Совета Программ поддержки ведущих научных школ НШ 2094.2003.1

первом приближении демографические процессы (рождаемость и смертность) не рассматриваются, а учитывается количество мигрирующих точек (стад фитофагов) по решетке. Считается, что "стадо" в любой момент времени занимает один узел, но в зависимости от своей численности с различной скоростью потребляет растительный ресурс. Миграция "стад" по решетке описывается подобно движению активных броуновских частиц, то есть вводится "потенциал отталкивания", который зависит от расстояния между "стадами" и их размерами.

В настоящее время разработаны алгоритмы имитационной модели и начат процесс создания макета имитационной модели.

TIME SERIES ANALYSIS: THEORY AND APPLICATION*

T. Bognár, M. Komorníková
Department of Mathematics, Faculty of Civil Engineering
Slovak University of Technology, Bratislava, Slovak Republic and
UTIA AV CR Prague, Czech Republic

A discrete series consist of a set of observations $\{x_1, x_2, ..., x_t, ..., x_n\}$ of some phenomenon. (We assume that x_t is real.) The observations are made at equally spaced time intervals. This assumption enables us to use the interval between two successive observations as the unit of time. The subscript t can be referred to as time, so the x_t is the observed value of the time series at time t. The total number of observations in a time series (here n) is called the length of the time series.

The main purpose of time series analysis is to understand the underlying mechanism that generates the observed data and, in turn, to forecast future values of the series. Given the unknowns that affect the observed values in time series, it is natural to suppose that the generating mechanism is probabilistic and to model time series as stochastic processes. By this we mean that the observation x_t is presumed to be a realized value of some random variable X_t; the time series $\{x_1, x_2, ..., x_t, ...\}$, is then a single realization of a stochastic process $\{X_1, X_2, ..., X_t, ...\}$. In the following we will use the term time series to refer both to the observed data and to the stochastic process.

In general the time series consist of following components: trend, cyclical component, seasonal component and irregular component.

We can eliminate the first three components for example by regression or spectral analysis and then we'll model the irregular

*The research summarized in this paper was partly supported by the Grants VEGA 1/0273/03, GAČR 402/04/1026 and APVT-20-046402

component by models based on the Box-Jenkins methodology, or other kinds of models as it is shown in the following parts.

The fundamental assumption of the time series modelling is that the value of the series at time t, X_t, depends only on its previous values (deterministic part) and on a random disturbance (stochastic part). Furthermore, if this dependence of X_t on the previous p values is assumed to be linear, we get model:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + ... + \phi_p X_{t-p} + D_t \tag{1}$$

where D_t is the disturbance at time t. D_t may be simple white noise process or it could be modeled as a linear combination of zero mean, uncorrelated random variables or a zero-mean white noise process $\{Z_t\}$

$$D_t = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \theta_2 Z_{t-2} + ... + \theta_q Z_{t-q}. \tag{2}$$

The equation (1) resembles an autoregressive model (AR) and (2) a moving average model (MA). Combining (1) and (2) we get a zero-mean autoregressive moving average (ARMA) process of orders p and q (see Box, Jenkins (1970)).

In the time series we have considered in models above, the disturbances or errors $\{Z_t\}$ are assumed to be homoskedastic, that is, the variance of Z_t is assumed to be independent of t. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH) models and Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH) models are used to model changes in the variance of the errors as a function of time. An ARCH process of order q, ARCH(q), is given by (see Engle (1982))

$$Z_t = \nu_t \sqrt{h_t}, \tag{3}$$

where $\{\nu_t\}$ is an independently distributed Gaussian random sequence with zero mean and unit variance; h_t is the conditional variance of Z_t:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 z_{t-1}^2 + \alpha_2 z_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q z_{t-q}^2. \tag{4}$$

GARCH models are generalizations of ARCH models where h_t depends on earlier variances.

In recent years, increasing attention has been given to modelling and forecasting geodetical time series by non-linear models, including regime-switching models.

The idea of multi-regime forecasting models dates back at least to Bacon and Watts. Tong (1978) initially proposed the Threshold Autoregressive (TAR) model, which assumes that the regime that occurs at time t can be determined by an observable variable q_t relative to a threshold value, which we denote as c. A special case arises when the threshold variable q_t is taken to be a lagged value of the time series itself, that is, $q_t = y_{t-d}$ for a certain integer d > 0. The resulting model is called a Self-Exciting TAR (SETAR) model. SETAR model is linear within a regime, but liable to move between regimes as the process crosses the threshold.

The models mentioned above will be discussed in my talk, and an application for geodetical data will be presented .

This data are observed as horizontal coordinates n, e and vertical coordinate z of some permanent observation stations by the GPS (Global Positioning System) technology. The GPS is the satellite navigation system applied in geodesy for precise determination of position (expressed in Cartesian geocentric coordinate system)on the Earth's surface. The elements of these time series are due to the European network of permanent GPS monitoring stations (about 80 stations distributed all over the continent).

R e f e r e n s e s

1. Bognár T., Komorník J., Komorníkova M. Regime-Switching Models of Time Series With Cubic Spline Transition Function in Geodetic Application, Kybernetika, Vol. 40, Number 1, 143-150

2. Box, G.E.P. - Jenkins, G.M Time Series Analysis, Forecasting and Control // Holden-Day, San Francisco 1970.

3. Engle, R.F. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation // Econometrica 50, 987-1007. 1982.

4. Franses, P. H. and van Dijk, D. Non-linear Time Series Models in Empirical Finance // Cambridge University Press, Cambridge. 2000.

5. Hefty, J. Problems of antenna phase centre corrections in epoch and permanent GPS observations// Proceeding of the 5^{th} International GPS seminar in Central Europe, Penc/Budapest, Hungary, $5-7$

6. Komorníková M., Komorník J. Modeling of economic time series// Proceedings of ALGORITMY 2000, 15th Conference on Scientific Computing, Podbansk, September 10 - 15, 2000, pp. 341 - 356

7. Komorníková M., Komorník J. Modelling Common Trends in Geodesy// Proc. Int. Conference "Uncertainty Modelling", September 24. - 28. 2001 Bratislava, pp. 142 - 146

8. Komorníková M., Komorník J. Models of Some Slovak Economic Time Series// Proc. 6th Int. Conference on Global Bussiness and Economics, Bratislava

9. Komorníková M., Komorník J. Time Series Models for Earth's Crust Kinematics// Kybernetika, Vol. 38 (2002), Number 3, 383 - 387

10. Komorníková M., Komorník J. Crisp and Fuzzy Regime-switching Models for Exchange Rates of the Slovak Crown to Euro// Proc. IFSA'2003, Istanbul, 438-441

11. Teräsvirta, T. Specification, estimation and evaluation of smooth transition models// Journal of American Statistical Association 89, 208 - 218. 1994.

12. Tong, H. On a threshold model //In: C. H. Chen (ed.), Pattern recognition and Signal Processing. Amsterdam, 101 - 141

УДК 519.9

ГРАФО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ ДЕКОМПОЗИЦИЯ ИНТЕРНЕТ/ИНТРАНЕТ-ТЕХНОЛОГИЙ УПРАВЛЕНИЯ ИНВЕСТИЦИЯМИ

С.П. Ботуз

(Федеральный институт промышленной собственности)

Рассматривается применение методов графо-аналитической декомпозиции (МГД) [1] в процессе анализа и проектирования Интернет/Интранет-технологий управления инвестициями на основных этапах сопровождения субъектов и объектов промышленной собственности (ОПС).

В докладе на примерах синтеза инвестиционных проектов разработки, внедрения и сопровождения ОПС (изобретений, полезных моделей и т.п.) рассматриваются модели взаимодействия соответствующих субъектов промышленной собственности (авторов, патентообладателей, заявителей, работодателей и др.). При этом рассмотрены следующие методы и модели.

1. Модели формирования целевых функций и генерации регулярных задач анализа рынка информационных технологий и ноу-хау ОПС.

2. Модели синтеза графо-аналитических оценок процедур патентования информационных технологий (ИТ) на основе изобретений.

3. Модели правовой охраны и сопровождения ОПС в сети Интернет.

4. Модели правовой защиты информационных технологий в сети Интернет/Интранет.

5. Методы оценки интенсивности правовой защиты ОПС на примерах способов и устройств обработки сигналов различной физической природы.

6. Методы графо-аналитической оценки стоимости ИТ.

7. Объективные и субъективные оценки и критерии риска в системах управления инвестициями (или в системах инвестиционного менеджмента [2]).

8. Экономико-математическая модель исследования эволюции ИТ и ноу-хау. Каждый раз, когда субъект (пользователь и т.п.) запускает

любую из вышеперечисленных моделей, создается программа (макрос), которая является результатом трансляции действий субъекта не только с момента запуска макрорекордера до момента окончания данного сеанса, но и на основе тех действий, которые были совершены с данной моделью до данного момента ее запуска. Субъект подобной интерактивной системы программного управления оперирует с образами графоаналитических объектов, характеризующих область устойчивости интерактивной системы управления, программа - с объектами интеллектуальной собственности. В свою очередь макрорекордер интерактивной системы программного управления является результатом синтеза соответствующего событийно-управляемого графо-аналитического процесса. При этом действия субъекта являются причиной событий в графоаналитическом пространстве объектов заданной предметной области.

В результате показано, что предлагаемые МГД позволяет комплексно решать вопросы, связанных с осуществлением инвестиционной деятельности компании (фирмы), на основе эффективного применения открытых сетевых технологий, теории и практики принятия управленческих решений, обеспечивая всестороннее обоснование инвестиционных проектов и сбалансированность инвестиционного портфеля.

Литература

1. *Ботуз С.П.* Методы графо-аналитической декомпозиции моделей экспертизы систем программного управления в сети Интернет. В кн.: Декомпозиционные методы в математическом моделировании. М.: ВЦ РАН. 2001.

2. *http://www.cipe.org/*

УДК 519.9

ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА СИНТЕЗА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ УДАЛЕННЫМ ДОСТУПОМ

С.П.Ботуз

(Федеральный институт промышленной собственности)

В постановке современных задач проектирования (генерации) стратегий защиты и сопровождения объектов интеллектуальной собственности (ОИС) на базе применения открытых сетевых технологий Интернет/Интранет в докладе рассматриваются основные теоретические и практические задачи анализа и синтеза систем управления удаленным доступом (СУУД). Основное внимание в докладе уделено постановке и решению комплекса задач, связанных с автоматизацией основных процессов проектирования персонифицированных СУУД на базе применения конструктивных положений геометрической теории декомпозиции [1] и развития методов графо-аналитической декомпозиции (МГД) [2] для анализа нелинейных систем распределенного управления.

В этой связи в докладе рассматриваются следующие разработанные методы и модели:

1. Формальные и конструктивные методы синтеза СУУД.

2. Нейроподобные модели и алгоритмы проектирования СУУД на базе Интернет/Интранет-информационных технологий.

2.1. Методы адаптация алгоритмических средств СУУД.

2.2. Методы и модели оптимизации нейроподобных процессов взаимодействия субъектов и объектов СУУД в сети Интернет/Интранет.

3. Технология и инструментальные средства МГД процессов защиты объектов и субъектов СУУД в сети Интернет/Интранет.

3.1. Технология и процедуры синтеза систем и стратегий удаленного доступа к объектам интеллектуальной собственности в сети Интернет/Интранет.

3.2. Стратегии графо-аналитической защиты и правового сопровождения ОИС в сети Интернет/Интранет.

3.3. Конструктивная геометрия графо-аналитических бинарных полей защиты и сопровождения ОИС в сети Интернет/Интранет.

3.4. Синтез конструктивных элементов графо-аналитических бинарных полей СУУД в сети Интернет/Интранет.

3.5. Графо-аналитические оценки устойчивости динамических процессов СУУД в сети Интернет/Интранет.

4. Методы и средства управления поисковыми машинами.

4.1. Структура системы управления поисковыми машинами.

4.2. Основные особенности управления поисковыми машинами.

4.3. Алгоритмы генерации оценок графо-аналитического профиля предметной области СУУД в сети Интернет/Интранет.

4.4. Процедуры автоматической генерации параметров графоаналитического тематического фильтра СУУД.

5. Распределенные методы и модели обработки и визуализации информации в процессе функционирования СУУД в сети Интернет.

5.1. Основные методы обработки и визуализации многомерных данных (МД) и баз знаний.

5.2. Методы настройки и проектирования персонифицированного интерфейса СУУД. Самоорганизация, адаптивный интерфейс и программа-сервер на основе Java-технологии.

5.3. Синтез адаптивного интерфейса для СУУД.

5.4. Алгоритмы обработки МД на основе Java-технологии.

6. Распределенные инструментальные средства интерактивных процессов сопровождения субъектов и объектов ИС в сети Интернет.

6.1. Распределенные информационно-правовые средства защиты систем интерактивного управления в сети Интернет. Анализ многоканальной СУУД, использующей графо-аналитическое исчисление.

6.2. Объектно-ориентированные технологии сопровождения распределенных систем интерактивного управления удаленным доступом в сети Интернет.

6.3. Объектно-ориентированные процедуры квантификации интерактивных СУУД к ОИС в сети Интернет. Генерация тезауруса СУУД и оптимизация процессов экспертизы ОИС в сети Интернет.

6.4. Синтез нейроподобных структур для систем интерактивной генерации слоганов в сети Интернет.

6.5. Автоматизированный синтез интерактивных алгоритмов обучения экспертов СУУД к ОИС в сети Интернет.

Для автоматизации основных процессов проектирования СУУД разработан программный комплекс загрузочных модулей BotLab, функционирующий в интегрированной среде MatLab и охватывающий основные из вышеперечисленных методов. Загрузочная библиотека программных приложений BotLab позволяет в интерактивном режиме проектировать позиционные системы программного управления процессами взаимодействия субъектов и объектов интеллектуальной собственности на основе использования существующих СУУД, эффективно используя открытые Интернет/Интранет - технологии и конструктивные элементы разработанных МГД.

Литература

1. *Павловский Ю.Н., Смирнова Т.Г.* Проблема декомпозиции в математическом моделировании. М.: Фазис. 1998.

2. *Ботуз С.П.* Автоматизированный синтез методов графоаналитической декомпозиции моделей нелинейных систем программного управления. В кн.: Декомпозиционные методы в математическом моделировании. М.: ВЦ РАН. 2001.

УДК 519.4

ВОПРОСЫ ОРГАНИЗАЦИИ ВЫЧИСЛЕНИЙ В РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ*

Ю.И. Бродский (ВЦ РАН, Москва),
С.В. Рогов (МГУ, Москва)

В настоящем докладе рассматривается организация вычислений в распределенной версии эколого-социально-экономической имитационной модели, описанной в [1], [2], на основе архитектуры IARnet, предложенной в [3].

С точки зрения взаимодействия распределенных компонент, упомянутая выше имитационная модель состоит из n экземпляров (в реализованном макете модели $n = 4$) объекта класса "страна", объектов "мир", "база данных" и "информационный центр".

Объект "страна" имеет метод-конструктор, позволяющий создать новую страну (т.е., создать связанные с ней информационные структуры и заполнить их начальными данными), а также метод "шаг", позволяющий виртуальной стране прожить очередной модельный год, в соответствии с заданными ей управлениями. Взаимодействие стран между собой осуществляет в конце каждого модельного шага единственный метод объекта "мир". Объект "база данных" содержит данные, необходимые для функционирования методов стран. Объект "информационный центр" представляет из себя интерактивный сайт в сети Интернет, позволяющий задавать команды создания стран, просматривать текущее состояние стран и, при наличии соответствующих прав, задавать им управления на очередной модельный год.

*Работа поддержана грантом НШ-2094-2003.1 Президента РФ на поддержку ведущих научных школ.

Каждый из указанных выше $n+3$ объектов может быть размещен на отдельном компьютере в сети Интернет, и в соответствии с предложенной в [2] концепцией распределенных вычислительных сред, является информационно-алгоритмическим ресурсом (IAR). Каждый из IAR снабжается соответствующим агентом доступа, который обеспечивает другим агентам доступа доступ по определенному протоколу к своему IAR.

С точки зрения разработчика содержательной части модели все происходит, как если бы все вычисления велись на одном компьютере. Это открывает широкие возможности интегрирования моделей, разработанных разными авторами и коллективами.

С реализованным макетом имитационной системы можно познакомиться в Интернете по адресу: http://simul.ccas.ru/Distr.

Литература

1. *Белотелов Н.В., Бродский Ю.И., Оленев Н.Н., Павловский Ю.Н.* Эколого-социально-экономическая имитационная модель: гуманитарный и информационный аспекты. // Информационное общество, 6, 2001, С. 43-51.

2. *Афанасьев А.П., Волошинов В.В., Рогов С.В., Сухорослов О.В.* Развитие концепции распределенных вычислительных сред. В сб. трудов ИСА РАН "Проблемы вычислений в распределенной среде". М.: Эдиториал УРСС, 2004 (в печати).

3. *Бродский Ю.И., Павловский Ю.Н.* Имитационное моделирование и распределенные вычисления. В сб. "Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов", М.: ВЦ РАН, 2003,С. 3-40.

УДК 519.4

ПОСТРОЕНИЕ СИСТЕМЫ ИНВАРИАНТОВ ОТОБРАЖЕНИЙ КОНЕЧНЫХ МНОЖЕСТВ В СЕБЯ*

Ю.И. Бродский, Ю.Н. Павловский
(ВЦ РАН, Москва)

Рассматривается $f : X \to X$ — отображение конечного множества в себя. С помощью средств геометрической теории декомпозиции [1] строится иерархическая система инвариантов этого отображения.

Пусть $f : X \to X$ — рассматриваемое отображение. $\widetilde{X}$ называется Р-множеством для f (относительно естественных канонических морфизмов [1]), если $f(\widetilde{X}) \subset \widetilde{X}$. Через $\widetilde{f_{\widetilde{X}}} : \widetilde{X} \to \widetilde{X}$ обозначается Р-объект объекта f на Р-множестве $\widetilde{X}$, т.е. функция, индуцированная f на $\widetilde{X}$ [1]. Будем говорить, что отображение f допускает декомпозицию на дизъюнктивную сумму, если существует отношение эквивалентности Q, такое, что для любого x класс x_Q является Р-множеством. Это отношение эквивалентности называется СС-декомпозирующим для f. Пересечение СС-декомпозирующих отношений для f является СС-декомпозирующим для f и, значит, существует минимальное СС-декомпозирующее для f отношение Q_{min}.

Если $Q_{min} = X \times X$, то f называется СС-простым отображением.

*Работа поддержана грантом 02-01-00250 Российского фонда фундаментальных исследований и грантом НШ-2094-2003.1 Президента РФ на поддержку ведущих научных школ.

Пусть $x \in X$. Обозначим $f^0(x) = x, f^1(x) = f(x), f^2(x) = f(f(x))$,..., $f^{k+1}(x) = f(f^k(x)), \ldots$ Последовательность $(f^i(x))$ будем называть динамическим процессом, связанным с f.

Пусть $f : X \to X$ — СС-простое отображение. Пусть $(f^i(x))_{i=0,1,2,\ldots}$ — динамический процесс. Поскольку X конечно, то существуют натуральные целые k, p, такие, что $f^k(x) = f^{k+p}(x)$. Множество $A_f = \{f^k(x), f^{k+1}(x), \ldots, f^{k+p-1}(x)\}$ назовем "аттрактором динамического процесса $(f^i(x))_{i=0,1,2,\ldots}$". У СС-простого отображения аттрактор единственен и динамический процесс, начинающийся в любой точке $x \in X$, выходит в некоторый момент на атрактор A_f, и начиная с этого момента остается на аттракторе.

Пусть $f : X \to X$ — отображение конечного множества в себя. Будем обозначать минимальное СС-декомпозирующее отношение для f через Q, фактор-множество по нему — через X_Q, класс эквивалентности по Q, содержащий x — через x_Q, аттрактор, содержащийся в x_Q — через $A(x_Q)$.

Вводимые далее характеристики, описывающие декомпозиционную структуру отображений конечных множеств в себя являются иерархической системой инвариантов изоморфизмов этих отображений.

Назовем характеристикой нулевого уровня отображения f число СС-простых Р-объектов в его максимальной СС-декомпозиции, $n^0 = Card(X_Q)$.

Характеристиками первого уровня назовем пары (n_i^1, m_i^1), где n_i^1 - мощности СС-простых Р-объектов в максимальной СС-декомпозиции отображения, а m_i^1 - количества СС-простых Р-объектов, имеющих такую мощность.

Характеристиками второго уровня будут пары (n_i^2, m_i^2), где n_i^2 - мощности аттракторов СС-простых Р-объектов, а m_i^2 - количества СС-простых Р-объектов, имеющих аттракторы такой мощности.

Далее, для каждого из СС-простых Р-объектов построим характеристики следующих уровней, связанные с аттрактором этого объекта.

Пусть $a_1, a_2, ..., a_n$ - точки аттрактора, n - его мощность и $a_2 = f(a_1)$,..., $a_n = f^{n-1}(a_1)$, $f^n(a_1) = a_1$. Каждой точке аттрактора a_i поставим в соответствие множество $M_i = f^{-1}(a_i) \backslash a_{i-1}$. (Считаем что $a_0 = a_n$.) Каждому множеству M_i поставим в соответствие пару чисел (r, t), где t - количество терминальных элементов M_i (т.е., таких $x \in M_i$, что $f^{-1}(x) = \varnothing$), а r - количество остальных, нетерминальных элементов.

Тогда последовательности точек аттрактора $a_1, a_2, ..., a_n$ соответствует последовательность пар чисел

$$(r_1, t_1), (r_2, t_2), ..., (r_n, t_n). \tag{1}$$

Каждому ненулевому r_i соответствует непустое нетерминальное подмножество $R_i \subset M_i$ и $Card(f^{-1}(R_i)) = r_i$. Каждому такому непустому множеству $M_i^1 = f^{-1}(R_i)$ снова можно поставить в соответствие пару чисел (r_i^1, t_i^1) - количества его нетерминальных и терминальных элементов, и заменить в (1) всякое положительное r_i на пару (r_i^1, t_i^1). Действуя и далее подобным образом, придем к тому, что в записи (1) останутся ненулевыми только численности терминальных элементов.

Построение системы инвариантов отображений конечных множеств в себя может быть применено для распознавания образов изображений [2].

Литература

1. *Павловский Ю.Н., Смирнова Т.Г.* Проблема декомпозиции в математическом моделировании. М.: Фазис. 1998. 266 с.

2. *Павловский Ю.Н.* // О декомпозиционном методе построения образов подмножеств снабженных структурой множеств. ДАН. 2000. Т. 374. 4. С. 450-452.

УДК 519.853.62

ДЕКОМПОЗИЦИЯ ПО ОГРАНИЧЕНИЯМ ПРЯМЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ СО СПЕЦИАЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ ОГРАНИЧЕНИЙ

А.М. Валуев
(Московский государственный горный университет)

Рассматриваются задачи математического программирования

$$\Phi_0(u) \to \min, \quad \Phi_i(u) \leq 0, i \in J_1, \quad \Phi_i(u) = 0, i \in J_2, \tag{1}$$

обобщенной динамической структуры, в которых вектор $u = \{u_{11}, \ldots, u_{1N(1)}, \ldots, u_{m1}, \ldots, u_{mN(1)}\} \equiv \{u_1, \ldots, u_m\}$ и ограничения имеют вид

$$\Phi_i(u_1) \leq 0, i \in J_{11}, \quad \Phi_i(u_1) = 0, i \in J_{21};$$

$$\Phi_i(u_1, u_2) \leq 0, i \in J_{12}, \quad \Phi_i(u_1, u_2) = 0, i \in J_{22}; \quad \ldots, \tag{2}$$
$$\Phi_i(u_1, \ldots, u_m) \leq 0, i \in J_{1m}, \quad \Phi_i(u_1, \ldots, u_m) = 0, i \in J_{2m}.$$

Кроме собственно динамических (многошаговых) задач, к такому виду сводятся многие известные задачи, начиная с классической изопериметрической "задачи Дидоны", которая в конечномерном варианте может быть сформулирована так:

$$\sum_{i=1}^{N} (y_{i+1} + y_i)(x_{i+1} - x_i) \to \min,$$

$$\rho(x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1}) = L/N, \quad i = 1, \dots, N \tag{3}$$

$$x_{N+1} = x_1, y_{N+1} = y_1,$$

и которая становится нетривиальной при максимизации не площади, а интегральной ценности области с заданным периметром L и добавлении ограничений на кривизну границы и отсутствие узких мест. Большое практическое значение имеют задачи типа (2) об оптимальном положении горных работ, причем, как и в задаче (3), аргументами большинства функций Φ_i служат пары векторов (u_{i-1}, u_i).

К задачам вида (1)–(2) (в зависимости от характера связей) применимы методы декомпозиции, разработанные для динамических (многошаговых) линейных или нелинейных задач математического программирования. В таких задачах с помощью вычислительной конструкции метода локальных сечений [1] удается определять направления спуска пошагово, но только при выполнении условий сильной регулярности (линейной независимости градиентов невязок активных ограничений по вектору управления на шаге); если это не так, А.Е.Илютович [2] предлагает решать координирующую задачу. Автор настоящей работы, основываясь на тех же предпосылках, вводит дополнительные компенсационные слагаемые, связав их с активными ограничениями, нарушающими условие сильной регулярности [3]; таким образом, векторы, в совокупности определяющие направление спуска, связываются не с шагами процесса, а с наборами активных ограничений.

На основе обобщения данной идеи вводится понятие декомпозиции по ограничениям. Рассматриваемые здесь декомпозиционные схемы основаны на разбиении набора ϵ-активных ограничений $I_\epsilon(u) = \{i \in J_1 : \Phi_i(u) \geq -\epsilon\} \cup J_2$ для управления u на подмножества $J_1, \dots, J_S$ и представлении произвольного возможного направления в виде

$$w = H_1 y_1 + \dots + H_S y_S, \tag{4}$$

где матрицы $H_1, \dots, H_S$ определяются из условия: для любого вектора w

$$(\Phi_{iu}(u), w) = (\Phi_{iu}(u), H_s y_s), \quad i \in J_s. \tag{5}$$

Определение 1. Управление u *регулярно* относительно множества ограничений $J \supseteq I_0(u)$ (J – регулярно), если линейно независимы векторы $\{\Phi_{iu}(u), i \in J\}$

Определение 2. Пусть J-регулярное управление u является допустимым в задаче (1). Совокупность матриц $H_1, \dots, H_S$задает *декомпозиционную схему* на u, если: 1) множество J разбивается на S непересекающихся подмножеств $J_1, \dots, J_S$, так что если $i \notin J_s$, то

$$\Phi_{iu}^T(u) H_s = 0; \tag{6}$$

2) при $s = 1, \dots, S$ матрицы $H_1, \dots, H_S$ имеют полный ранг, а количество M_s столбцов H_s не меньше числа элементов J_s; 3) матрица $H = [H_1|H_2|\dots|H_S]$ имеет полный ранг.

Определение 3. Зависимости $\bar{S}(J), H_1(u, J), \dots, H_{\bar{S}(J)}(u, J)$ *задают декомпозиционную схему на области* U, если для любого допустимого J-регулярного $u \in U$ (за исключением, быть может, конечного числа особых управлений), матрицы $H_1(u, J), \dots$ $H_{\bar{S}(J)}(u, J)$ задают декомпозиционную схему на u и существует окрестность $V(u)$ и число $K(u)$, такие, что для любого допустимого $u' \in V(u)$ найдется квадратная подматрица $H_0(u', J)$ матрицы $H(u', J)$ максимального ранга, так что $\|H_0^{-1}(u', J)\| \leq K(u), \quad \|H_s(u', J)\| \leq K(u), s = 1, \dots, \bar{S}(J)$.

Определениям 2, 3 соответствуют как различные варианты декомпозиционных схем, в основе которых лежит метод локальных сечений, так и схема блочной факторизации [4], предложенная ее авторами для задачи динамического линейного программирования, но обобщаемая и на нелинейные задачи. Представление (4), обладающее свойством (5) в силу (6), позволяет преобразовать прямые методы оптимизации — методы возможных направлений, проекции градиента (и их комбинацию), центров и линеаризации (Пшеничного),— так что решаемая на итерациях этих методов вспомогательная задача линейного или квадратичного программирования большой размерности заменяется на большое количество подобных задач гораздо меньшей размерности, что приводит к значительному, многократному эффекту в части уменьшения времени вычисления, тем большему, чем больше размерность задачи.

Декомпозиционные схемы могут быть одноуровневыми, так и многоуровневыми, когда, например, система ограничений для отдельного этапа распадается на группы. Последнее достаточно характерно для сложных производственных систем, состоящих из подсистем, внутри которых взаимосвязей существенно больше, чем между подсистемами.

Литература

1. *Болтянский В.Г.* Оптимальное управление дискретными процессами. М.: Наука, 1973. 448 с.

2. *Илютович А.Е.* Методы декомпозиции по времени в задачах оптимального управления и их приложения в расчетах динамики сложных систем: Дис ... докт. техн. наук. М.:ВНИИСИ, 1990.

3. *Валуев А.М.* Численный метод для многошаговых задач оптимизации с пошаговым вычислением направлений спуска // ЖВМиМФ.1987.Т.27. 10. С. 1474- 1488.

4. *Кривоножко В.Е., Пропой А.И.* Метод блочной факторизации для задач динамического линейного программирования: Препринт. М.: ВНИИСИ, 1987. 62 с.

УДК 519.834

НЕКОТОРЫЕ ГАРАНТИРУЮЩИЕ РАВНОВЕСИЯ В СТАТИЧЕСКИХ КОАЛИЦИОННЫХ ИГРАХ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

А.Н.Говоров
(Оренбургский госпедуниверситет, Оренбург),
А.Ф.Тараканов
(Борисоглебский госпединститут, Борисоглебск)

Сравнительно новым направлением в теории игр являются коалиционные игры. К соответствующим математическим моделям приводят исследования в области экономики (коалиционные структуры типа "Конкуренция групп предприятий"), социальной сферы (структуры типа "Коалиции партий, группировок", международные отношения типа "Переговоры"), экологии (задачи принятия решений по охране окружающей среды, прогнозу развития экологических районов и т.п.). Например, в [1] исследована динамическая коалиционная игра, в качестве решения предложено гарантирующее равновесие угроз-контругроз, при этом отношения внутри каждой коалиции построены по Парето, а действие неопределенности учтено по Слейтеру. В [2] на основе принципа угроз-контругроз коалиций сформулировано определение гарантирующего равновесия угроз-контругроз в сочетании с минимумом по Джоффриону, получены достаточные условия оптимальности, а также изучен вопрос об устойчивости коалиционной структуры в смысле возможности какой-либо коалиции "перетянуть" игрока другой коалиции в свой состав. К настоящему времени статические варианты коалиционных игр изучены недостаточно. В настоящей работе исследована статическая игра двух коалиций (в каждой - по два игрока) при неопределенности. Предполагается, что коалиционные структуры могут взаимодействовать между собой по-разному: конкурируя или сотрудничая (в какой-то мере). В первом случае используется принцип угроз-контругроз, а во втором - абсолютное активное равновесие. Принятие решений членами коалиций происходит в условиях неопределенности (например, ошибки в измерениях, неточно известные параметры, возмущающее воздействие внешних сил, погрешности в передаче информации и т.п.). В качестве "особого" вида неопределенности можно выделить информационную неопределенность, которая связана с полным или частичным отсутствием информации о следующем "ходе" коалиции-оппонента. При реализации принципа угроз-контругроз отношения между игроками внутри каждой коалиции строятся на основе принципа Парето, при этом предполагаются выполненными условия существования угроз и контругроз коалиций. В случае абсолютного активного равновесия принцип Парето используется одновременно для стратегий игроков всех коалиций с выполнением условия активной коалиционной равновесности. Учет неопределенности производится на основе принципа Слейтера. Перечислены свойства решений, получены достаточные условия оптимальности. Приведены примеры.

Литература

1. *Тараканов А.Ф.* Дифференциальная игра двух коалиций в условиях неопределенности // Известия АН. Теория и системы управления, 2003, 3. С.211–219.

2. *Максимушкина Е.В., Тараканов А.Ф.* Коалиционная дифференциальная игра при неопределенности и устойчивость коалиционной структуры // Известия АН. Теория и системы управления, 2004, 1. С.83–89.

UDK 519.977

A CONSTRUCTION METHOD FOR ATTRACTION DOMAIN OF TIME DELAY SYSTEMS*

A.V. Gorbunov (MSTU named after Bauman, Moscow),
V.A. Kamenetskiy (ICS RAS, Moscow)

The construction problem is considered for the attraction domain of $x(t) \equiv 0$ for the time delay system $\dot{x}(t) = f(x(t), x(t-h))$, where $x \in G \subseteq R^n$, $h > 0$, $f : G^2 \to R^n$, $f \in C(G^2)$, $f(0,0) = 0$.

D e f i n i t i o n. The positive invariant set of initial functions is called the attraction domain of the asymptotically stable solution $x(t) \equiv 0$ if any initial function from the set above assigned the solution, which asymptotically approaches to $x = 0$.

It is established, the set of initial functions with values within the connected component of the set $\{x \in R^n \mid 0 < V(x) < C\} \cup \{0\}$ containing the point $x = 0$ is the attraction domain. For the function $V(x)$ the requirements of Razumikhin asymptotic stability theorem [1] is satisfied, and $C > 0$ is level constant which best value is the decision of the special optimization problem with constrains.

The method is illustrated by examples where attraction domains are constructed for time delay systems describing such technical plants as the nuclear reactor and the acoustic system.

R e f e r e n s e s

1. *Razumikhin B.S.* On stability of time delay systems. — Prikl. mat. i mekh., 1956, v. XX, No. 4, pp. 500-512.

*This work was supported by the Russian Foundation of Basic Researches (Grant No. 02-01-00704) and the State Support Foundation for Leading Scientific Schools (Grant No. SC-2094.2003.1)

УДК 517.5

МЕТОДЫ КОРРЕКЦИИ ДАННЫХ В ЗАДАЧЕ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ*

В.А. Горелик (ВЦ РАН, Москва),
О.В. Муравьева (МПГУ, Москва)

Задан набор объектов в n-мерном пространстве признаков. Требуется определить линейное разрешающее правило, разделяющее множество точек на два класса. Данная задача в силу разных причин может не иметь решение (соответствующая система линейных неравенств несовместна). Рассматривается задача минимальной коррекция данных, в результате которой искомое разрешающее правило существует. Критерием является сумма квадратов изменений всех значений признаков. Задача коррекции формализуется как задача построения разделяющей гиперплоскости, для которой минимальна сумма квадратов расстояний от заданных точек до их образов при коррекции.

Предлагается алгоритм построения разделяющей гиперплоскости, основанный на линейной аппроксимации по полному методу наименьших квадратов. На каждой итерации декомпозиционного метода решается вспомогательная задача матричной коррекции несовместной системы линейных уравнений.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Совета Программы поддержки ведущих научных школ (грант 00-15-96137), ФЦП "Интеграция".

УДК 517.5

УСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ НЕРАВЕНСТВ*

В.А. Горелик (ВЦ РАН, Москва),
О.В. Муравьева (МПГУ, Москва)

Пусть x^0 – решение системы линейных неравенств $Ax \leqslant b$. Рассмотрим задачу минимальной коррекции всех коэффициентов системы, при которой x^0 не является решением скорректированной системы, и определим следующий показатель устойчивости решения
$\Phi(x^0) = \inf\limits_{H,h}\{\varphi(H,h)\colon x^0$ не является решением $(A+H)x \leqslant b+h\}$,
где $\varphi(H,h)$ – норма расширенной матрицы коррекции $[H,h]$, например $\varphi(H,h) = \|H\|_e^2+\|h\|_e^2$. Требуется найти самое устойчивое решение $x \in X$, $X = \{x \in \mathbb{R}^n\colon Ax \leqslant b\}$, т.е

$$x^* = \max_{x\in X} \Phi(x).$$

Предлагаются методы решения соответствующей максиминной задачи

$$\max_{x\in X} \Phi(x) = \max_{x\in X} \min_i \{\|\Delta a, \Delta b\|\colon (a_i+\Delta a)x = b_i + \Delta b\}.$$

Выполняется частичная декомпозиция задачи, определение самого устойчивого решения сводится к оптимальной коррекции подсистем из $n+1$ строки исходной системы.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Совета Программы поддержки ведущих научных школ (грант 00-15-96137), ФЦП "Интеграция".

UDK 512.643.8

DECOMPOSITION APPROACH FOR SOLVING SIGNAL IDENTIFICATION PROBLEM*

V.A. Gorelik (CCAS, Moscow),
R.V. Pechenkin (MSPU, Moscow)

Formulation the problem

The problem have to be solved is to determine parameters of the next signal:

$$\sum_{j=1}^{n} \alpha_j \exp(-\lambda_j, t) = y(t) \quad t = 1, 2, \dots m,$$

under the noise in the right-hand side and using initial estimates for α and λ.

Subject of the matter of the numerical scheme proposed by Lanczos is next: overdetermined systems of equations have to be solved twice. At first step requiring to solve system $Ax \approx b$, where A has the Teoplitz structure, and at the second step A has Vandermond structure. But due to ill-conditioned of the systems obtained solutions are unacceptable (norm of the solution x is too large).

Authors suggest to modify the Lanczos scheme by the next way: when solving systems $Ax \approx b$, taking into account not only special structure of the matrixe A but also added the extra regularization parameter. This modification provide us for more realistic results in most cases.

The optimal regularization parameter (Tihinov parameter) was derived by using $L-$curve method, the essence of this method is maximize the curvature of the parametric curve $\Big(\ln(\|b - A(\alpha)\|^2), \ln(\|x\|^2)\Big)$.

*This work was supported by the State Support Foundation for Leading Scientific Schools (Grant No. SC-2094.2003.1) and FOP "Integration".

Optimal value of the regularization parameter corresponds point of curve which has maximal curvature. Numerical tests using *Matlab* confirmed the proposed modification.

Modifyed Lanczos scheme

1. Forming matrix A and vector b using components of vector y. Solution x of the system $Ax \approx b$ is vector of coefficients of algebraic equation. This equation roots are amplitudes α. The solution x was obtained by using *the RSTLN - Regularized Structured Total Least Norm algorithm.*

2. Using amplitudes obtained at the previous step forming matrix A (which has Vandermond structure), and vector b forming from components of y. This system was solved by using *the RSNTLN - Regularized Structured Nonlinear Total Least Norm algorithm.*

Performed Lanczos scheme modification is an extension of the existing *TLN* and *SNTLN* algorithms proposed in [1]. Numerical test using *Evans* signal also validate such approach.

R e f e r e n s e s

1. *Rosen J.B. Park H. Glick J.* Structured nonlinear total least norm problems // SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications. Vol. 20 Number 1 pp. 14-30. 1998.

ON UNIFORM BIRKHOFF INTERPOLATION WITH RECTANGULAR SETS OF NODES

N. Crainic
(1 Decembrie University, Alba Iulia, Romania)

In this short note we report on our recent work [1] on uniform Birkhoff interpolation with rectangular sets of nodes. This research is part of the ongoing study of (uniform Birkhoff) *multivariate* interpolation schemes with main emphasis on the shape of the set of nodes. For notational simplicity we restrict to the bivariate case (the univariate case is fundamentally simpler [2]).

Recall [2] that a uniform Birkhoff interpolation scheme consists of the following:

- a finite set $S \subset \mathbb{N}^2$ which is lower in the sense that $R(i, j) \subset S$, for all $i, j \in S$, where

$$R(i, j) = \{(i', j') \in \mathbb{N}^2 : 0 \leq i' \leq i, 0 \leq j' \leq j\}.$$

  Such a lower set induces the space of polynomials in two variables (playing the role of interpolation space):

$$\mathcal{P}_S = \{ \sum_{(i,j)\in S} a_{i,j} x^i y^j : a_{i,j} \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}[x, y].$$

- a finite set $A \subset S$ playing the role of derivatives to be interpolated.

- a finite set $Z \subset \mathbb{R}^2$ of nodes (the points at which the interpolation takes place).

The set of nodes is called rectangular if it is of type

$$Z = \{(x_i, y_j) : 0 \leq i \leq p, 0 \leq j \leq q\},$$

where $p, q \in \mathbb{N}$, the x_i's are distinct real numbers, and similarly the y_j's. To emphasize p and q, we also say that Z is a (p, q)-rectangular set of nodes. We say that the triple (Z, A, S) is regular if, for any choice of the constants $c_{i,j,z}$ (with $(i, j) \in A, z \in Z$), there exists an unique polynomial $P \in \mathcal{P}_S$ satisfying the interpolation equations

$$\frac{\partial^{i+j} P}{\partial x^i \partial y^j}(z) = c_{i,j,z},$$

for all $(i, j) \in A$, $z \in Z$.

One of the main interpolation problems arises by fixing the data (A, S) and allowing the set of nodes to vary [2]. However, it is very rare that the scheme (Z, A, S) is regular for all choices of Z. Indeed, the previous equations form a linear system of equations, and the associated determinant $D(Z, A, S)$ is a polynomial in the coordinates of the nodes. Hence a more interesting situation arises by requiring regularity for at least one choice of the set Z, or, equivalently, for almost all choices of the set Z. With these in mind, one says that (A, S) *is almost regular with respect to* (p, q)*-rectangular sets of nodes* if there exists a (p, q)-rectangular set Z such that (Z, A, S) is regular.

Understanding the main properties of the schemes (A, S) which are almost regular with respect to rectangular sets of nodes is a first step towards a better understanding of the relations between the shape of the set of nodes and the regularity of the scheme. Indeed, the "rectangular shape" is probably the simplest (and most regular) possible shapes (and quite relevant for applications!). And this is probably the main reason that allows us to find several regularity criteria in this context: due to the shape of Z, one can find various factorization methods for decomposing the determinant $D(A,S)$ into product of smaller determinants. For more details on such results, as well as a long list of examples, we refer to [1]. Here we would like to draw the attention to the following property that is common to all examples we looked at, and which we formulate into the following conjecture. To state it, we have to define the notion of *(p,q)-blow up of a lower set $R \subset \mathbb{N}^2$*. The result is a new lower set, denoted $R^{p,q}$, which is obtained by replacing each point of R by a copy of the rectangle $R(p,q)$. More precisely,

$$R^{p,q} = \{(ip + r, jq + s) : (i,j) \in R, 0 \le r \le p, 0 \le s \le q\}.$$

Conjecture. *If (A,S) is almost regular with respect to (p,q)-rectangular sets of nodes, then S is of type $R^{p,q}$ for some lower set R, and R is related to A geometrically.*

Based on various factorizations of the determinant $D(A,S)$, we were able [1] to prove the conjecture also in many unrelated cases:

Theorem. *The conjecture holds true in each of the following cases:*

(i) when $|A| \in \{1,2,3,4,5,6\}$;

(ii) when A is a lower set.

(iii) when A is a grid, i.e. it consists of the intersection points of horizontal and vertical lines.

(iv) when A contains at most one point which is not situated on the coordinate axes.

(v) when $|A| = |A \cap OX||A \cap OY|$ (where OX and OY are the coordinate axes).

(vi) when $p = q = 1$;

(vii) when p, q, A are arbitrary, but regularity is assumed with respect to all (p, q)-rectangular sets of complex nodes.

For proofs, and for further results, we refer to [1].

R e f e r e n s e s

1. *M. Crainic and N. Crainic,* Birkhoff interpolation with rectangular sets of nodes. Preprint 1266 2003, Utrecht University.

2. *R.A. Lorentz,* Multivariate Birkhoff Interpolation. LNM 1516, Springer-Verlga Berlin Heidelberg (1992).

УДК 519.1

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИСТРИБУТИВНЫХ РЕШЕТОК ПРИ ДЕКОМПОЗИЦИИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ*

А.А. Гришкевич, Э.Р. Ахтямов

Получено описание множества минимальных структур математических моделей сложных систем (минимальных разрезов графа системы [1], минимальных по размерности смешанных систем уравнений электрической цепи [2]) в форме дистрибутивной решетки

$$< \mathcal{M};\ \vee,\ \wedge >,$$

т.е. множества с двумя бинарными операциями $\vee$, $\wedge$. Указанное позволяет компактно описывать такие структуры на основе подмножества только неприводимых элементов $\mathcal{P} \subseteq \mathcal{M}$ дистрибутивной решетки

$$\mathcal{M} = \bigcup_{A \in \mathcal{A}(\mathcal{P})} (\wedge_{a \in A} a),$$

где $\mathcal{A}(\mathcal{P})$ – множество антицепей частично упорядоченного множества $\mathcal{P}$. На основе предложенного подхода получены оригинальные алгоритмы, позволяющие проводить эффективную декомпозицию сложных систем по разрезам их графов, в частности, при решении задач оценки надежности [3] и анализа методом декомпозиции [4] сложных электрических цепей и систем.

Разработана процедура определения множества минимальных двухэлементных разрезов графа [5], состоящая, во-первых, из алгоритма выделения неприводимых минимальных разрезов, и, во-вторых, из алгоритма синтеза по этому подмножеству всего искомого множества; и получена линейная оценка временной сложности для разработанной алгоритмической процедуры. На

*Работа выполнена в рамках Программы поддержки научного творчества молодёжи вузов Челябинской области, грант 013.01.06-04.АМ

основе этой оценки показано, что предлагаемый алгоритм может быть эффективнее всех известных алгоритмов за счет сокращения поиска на графе.

На основе процедуры нахождения всех минимальных разрезов графа предложен эффективный метод нахождения разрезов, не являющихся минимальными, в частности метод перечисления одно-, двух- и трехэлементных разрезов графа [6].

Литература

1. *Гришкевич А.А.* Дистрибутивная решетка минимальных разрезов ориентированного графа. // Труды XII Байкальской Международной конференции 2001,Т.5. С.43–48.

2. *Butyrin P.A., Grishkevich A.A.* Minimum structures of mathematical models for electric circuits. // Electrical Technology 1992,1. С.41–56.

3. *Гришкевич А.А.* Классификация и перечисление состояний отказа при оценке надежности электрических систем. // Известия АН. Энергетика 2001, 5. С.128–134.

4. *Филаретов В.В.* Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям. // Электричество 2001, 8. С.33–42.

5. *Гришкевич А.А.* Комбинаторный метод оценки надежности сложных электрических цепей. // Электричество, 2000, 8. С.53–61.

6. *Grishkevich A.A., Akhtyamov E.R.* Combinatorial algorithm for finding first-, second- and third- order graph cuts. (в печати)

УДК 519.7

ИНФОРМАЦИОННАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Е.А. Гришенков
(ООО "Интеллсофт", Москва)

Методы декомпозиции призваны описывать сложный внешний мир для модели управления. По мнению Э.Дейкстры [1], именно сложность, выходящая из под контроля, остаётся главной нерешённой проблемой информатики и основной причиной потери качества её приложений. Практический опыт [2, 3] подтверждает острую потребность теоретической разработки проблемы. Сегодня в центре научной картины мира выступает фрактал как универсальная измерительная модель и методологический принцип для каждой области знания [4, 5]. Как оказалось этот принцип работает и в информатике.

В работе анализируются главные источники сложности: метафизическое представление картины мира и отсутствие адекватной геометрии описания внешнего мира. Как средство преодоления сложности, обусловленной этими источниками, предложена фрактальная геометрия бинарного гиперкуба, понимаемая как допредельный случай криволинейных координат. Эта геометрия получена на основе модели распределения саморазвивающейся материи в пространстве одновременно с нумерацией образующихся элементов картины мира. Использована процедура построения многомерного куба методом удвоения вершин, модифицированная разрешением менять ориентацию каждого нового ребра при разнесении вершин по новому измерению. Это позволяет запоминать в структуре гиперкуба информацию всего разнообразия распределений материи в пространстве, результат любого развития.

Для обратного восстановления процесса развития построена фрактальная модель, использующая закон сохранения симметрии. Синтезом прямой и обратной задач получена фрактальная геометрия гиперкуба как группа движений фигур, образованных произвольными наборами вершин куба, которая обеспечивает механизм свёртки и развёртки информации логической функции в структуру гиперкуба (базу данных). На логическом уровне транзакции базы данных описываются ортогональной геометрией в сопряженном пространстве 2^N измерений, соответствуя нелинейным преобразованиями N-мерного куба с сохранением меры и другой атрибутивной информации. Однако, для практических применений в системах ситуационного управления предложены операции алгебры логики (одномерная модель). Утверждения проверены программной реализацией.

Литература

1. *Edsger W.Dijkstra* The End of Computer Science? Communications of the ACM, March of 2001, vol.44, no.3, русский перевод: http://www.osp.ru/os/2001/12/069.htm

2. *Eugene Grishenkoff* Informational System for Planning and Consolidation, SUGI26 Proceedings, April 2001, USA, http://www2.sas.com/proceedings/sugi26/p116-26.pdf

3. *Евгений Гришенков* Планирование и консолидация данных многомерной базы, "Открытые системы/СУБД", апрель, 2001, http://www.osp.ru/os/2001/04/065.htm

4. *Ф.А. Цицин* Астрономия и современная картина мира, http://www.philosophy.ru/iphras/library/zizin.html

5. *Н.Н. Белозрова* ТГУ, http://www.utmn.ru/frgf/No16/text01.htm

УДК 519.216.3

ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА СТРАНЫ И ЕЕ ДЕКОМПОЗИЦИЯ

Л. Г. Гурин
(ВЦ РАН, Москва)

В докладе рассматриваются системные задачи образовательной системы (ОС), работа ОС в рамках решения задач воспитания населения страны, состав ОС и методы декомпозиции системных задач ОС в задачи ее подсистем. При изучении ОС прежде всего надо учитывать, что человек - существо развивающееся, причем его развитие столь существенно для возможности организации его обучения, что во всех странах мира структура ОС, за небольшими отклонениями, практически одна и та же.

На эффективность решения ОС своих системных задач влияют, в основном, следующие факторы: правильный учет особенностей мышления населения страны в целом и ее частей; учет особенностей развития человека в разные периоды его жизни; учет возможностей человека по восприятию и усвоению информации в разные периоды жизни; учет возможностей выявления истинных способностей человека в разные периоды жизни; организация обучения, наличие соответствующих методик обучения и подготовленных кадров для их реализации; социально-экономическая и политическая система общества, в рамках которой работает ОС, в частности, приоритеты, традиции и обычаи, принятые в обществе. На эффективность работы ОС с конкретным человеком, кроме того, влияют особенности психологического типа человека; наличие у него способностей к тому, чему его обучают; статус человека в обществе и т.п.

ОС делится на школьное образование (ШО) и последующее, в которое входят: профессиональное, профессионально-техническое и высшее. Особенности современного социально-экономического и научно-технического развития общества требуют создания в дополнение к перечисленным выше образовательным системам системы повышения квалификации и переподготовки работников народного хозяйства страны. Однако главной частью ОС, от правильной работы которой в значительной степени зависит успех всей ОС в целом, является ШО.

Начиная с 70-х годов XX века все нововведения в ОС в СССР и России вместо положительного оказывали на работу ОС отрицательное воздействие. Это в значительной мере связано с неверным пониманием задач ШО. Правильная система задач ШО: научить молодого человека правильно мыслить; дать ему основы знаний в научно-технической области и в области культуры. Кстати, именно в соответствии с этими задачами строилась система обучения молодежи в России со второй половины XIX века и в СССР со второй половины 40-х до конца 60-х годов XX века. В докладе предполагается дать обоснование этой системе задач ШО и проанализировать организацию ШО, направленную на их решение (дореволюционный опыт и современные возможности их решения). Предполагается также провести анализ задач, которые сейчас ставятся при построении и реформировании ШО, и их влияния на эффективность работы ШО и ОС в целом.

ДЕКОМПОЗИЦИОННАЯ МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ОДНОГО КЛАССА ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ЧАСТИЧНО-ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Л.Г. Думбадзе, А.П. Тизик.
(ВЦ РАН, Москва)

Решаются задачи максимизации прибыли владельца сети связи, сдающего каналы в аренду. Сеть может быть фиксированной, развиваемой за счет ограниченного капитала или развиваемой за счет неограниченного кредитования. Эти задачи являются задачами линейного или частично-целочисленного линейного программирования большой размерности как по количеству переменных, так и по количеству ограничений. В предлагаемой методике исходные задачи заменяются последовательностью задач с меньшим числом ограничений. Последняя из последовательности задач является эквивалентной исходной задаче. Для некоторых классов чисто целочисленных задач предложен полиномиальный метод решения. Установлена абсолютная унимодулярность так называемых выпуклых матриц.

Владелец сети S, состоящей из n узлов и m линий сдает каналы сети в аренду. Для каждой корреспондирующей пары узлов потребность в каналах ограничена снизу величиной q_k и сверху величиной Q_k. Себестоимость эксплуатации канала в i-ой линии сети S равна e_i. За аренду канала для k-ой корреспондирующей пары владелец сети взимает тариф t_k. Прибыль владельца сети составляет разность между тарифным сбором и эксплуатационными расходами. Задача 1 состоит в максимизации прибыли владельца сети в указанных условиях. Задача 1 является задачей линейного программирования большой размерности как по количеству переменных, так и по количеству ограничений. Дополнительной трудностью задачи 1 является тот факт, что перечисление всех траекторий соединений не алгоритмизируемо. Решение задачи 1 состоит в следующем. Сначала отбрасываются все ограничения снизу и сверху на потребности в каналах. Полученная задача эквивалентно преобразуется в задачу с m ограничениями и существенно большим количеством переменных. Эта задача эффективно решается модифицированным симплекс-методом с генерацией столбцов. Вторая задача из последовательности содержит на одно ограничение больше первой. Это ограничение является ограничением сверху для некоторых корреспондирующих пар. Третья задача последовательности имеет такое же количество ограничений, как и вторая, но это ограничение является ограничением сверху для большего количества корреспондирующих пар, чем во второй задаче и т.д. Для удовлетворения нижнего ограничения решается задача максимизации коэффициента удовлетворения для всех корреспондирующих пар. Возможно, не все нижние ограничения будут удовлетворены. Тогда, формально говоря, исходная задача не имеет решения. В приложениях в этих случаях нижние ограничения могут быть ослаблены до достижимого максимума. Здесь также может возникнуть последовательность задач [1]. В итоге все нижние ограничения трансформируются также в одно ограничение. Получаемая таким образом задача является эквивалентной исходной задаче и содержит ограничений на 2 больше чем количество линий в сети. Задача 2 состоит в эффективном вложении ограниченного капитала на развитие сети для получения максимальной прибыли от эксплуатации на развитой сети. Задача 2 решается методом разделения Бендерса и содержит задачу 1 как подзадачу. Чисто целочисленные подзадачи задачи 2 также содержат много переменных. В докладе обосновывается возможность замены коэффициентов при целочисленных переменных на коэффициенты, равные 0 или 1. Далее, для некоторых так полученных задач разработан полиномиальный метод решения. Для более широкого класса задач доказана абсолютная унимодулярность матриц ограничений, что обеспечивает практически эффективную разрешимость с помощью симплекс-метода. Задача 3 состоит в выборе размера кредита на развитие сети для достижения той же цели - максимизации прибыли с учетом того, что кредит необходимо возвратить с процентами и вовремя. Задача 3 содержит последовательность задач 2, последняя из которых определяет максимальный объем кредита, который возможно возвратить вовремя и который обеспечивает максимальную прибыль владельцу сети.

Литература

1. Тизик А.П., Цурков В.И. Оптимальное распределение каналов на сети связи // Изв. АН СССР. Техн. кибернет. - 1989. - 4

УДК 517.977

О ПОСТРОЕНИИ РЕДУЦИРОВАННЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ ФИЛЬТРАЦИЙ*

В.И. Елкин
(ВЦ РАН, Москва)

Рассматриваются нелинейные управляемые системы вида

$$\dot{y}^i = f^i(y,u), \quad i = 1,\ldots,n, \quad y \in M \subset R^n, \quad u \in U \subset R^r. \qquad (1)$$

Здесь y —фазовые переменные, u — управления. Предполагается, что множество M, называемое фазовым пространством, является областью. Функции f^i, $\partial f^i/\partial y^j$ являются гладкими по y и непрерывными по u. Решением или фазовой траекторией системы (1) называется непрерывная кусочно-гладкая функция $y(t)$, для которой существует такое кусочно-непрерывное управление $u(t)$, что функции $y(t)$, $u(t)$ удовлетворяют соотношениям (1).

Редуцированными системами для системы (1) являются подсистемы и фактор-системы в категории систем вида (1). Морфизмами в этой категории являются гладкие отображения фазовых пространств, переводящие решения в решения. Подсистемы задаются на многообразиях $N \subset M$, а фактор-системы на фактор-множествах M/R по отношениям эквивалентности R, определяемым на M. Не каждое многообразие N и не каждое отношение эквивалентности R подходит для задания редуцированной

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 02–01–00697) и гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ НШ–2094.2003.1

системы: они должны удовлетворять определенным условиям [1], [2]. Такие многообразия и отношения эквивалентности называются, соответственно, P-многообразиями и F-отношениями эквивалентности.

В общем случае нахождение P-многообразий и F-отношений эквивалентности (и соотвествующих редуцированных систем) при использовании этих условий является сложной проблемой, требующей решения дифференциальных уравнений в частных производных. Однако, если заданы некоторые дополнительные условия (налагаемые конкретной задачей управления), то эта проблема может упроститься. Например, условие может заключаться в требовании принадлежности P-многообразия N заданному многообразию N_1. Тогда можно построить такую убывающую последовательность многообразий

$$N_1 \subset N_2 \subset \cdots \subset N_k,$$

что $N = N_k$, причем переход от N_i к N_{i+1} заключается в выполнении достаточно простых алгебраических операций. Такого рода последовательности (убывающие и возрастающие) в математике называют фильтрациями. Фильтрации можно строить и для отношений эквивалентности. В работе приводятся примеры использования фильтраций для нахождения P-многообразий и F-отношений эквивалентности.

Литература

1. *Елкин В.И.* Редукция нелинейных управляемых систем: Дифференциально-геометрический подход. М.: Наука, 1997. 320 с.

2. *Елкин В.И.* Редукция нелинейных управляемых систем: Декомпозиция и инвариантность по возмущений. М.: Фазис, 2003. 207 с.

УДК 519.9

ДЕКОМПОЗИЦИЯ И РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЕ ФЕЙЕРОВСКИХ МЕТОДОВ*

И.И. Еремин

(Институт математики и механики УрО РАН, Екатеринбург)

Предполагается обсудить некоторые приемы декомпозиции и распараллеливания фейеровских методов применительно к системам линейных неравенств и задачам линейного программирования. Рассмотрим следующие вопросы.

1. Общая теория фейеровских методов.

2. Фейеровские методы: pro и contra.

3. Библиотека программных модулей как алфавит для сборки итерационных операторов фейеровского типа (Ф-операторов).

4. Нестационарные процессы математического программирования.

5. ON-LINE-овские режимы для нестационарных процессов.

6. Пример фейеровского процесса для системы линейных неравенств вида

$$\underline{b} \le Ax \le \bar{b}, \qquad \underline{x} \le x \le \bar{x}. \tag{1}$$

Преобразуем систему (1), введя переменную $y := Ax$. Положим

$$z := \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad \underline{z} := \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{b} \end{bmatrix}, \quad \bar{z} := \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{b} \end{bmatrix}, \quad \bar{A} := \begin{bmatrix} A & \begin{matrix} -1 & & \\ & \ddots & \\ & & -1 \end{matrix} \end{bmatrix}.$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке программы НШ-792.2003.1 и Российского Фонда Фундаментальных Исследований, коды проектов 04-01-00108, 03-01-00565.

Теперь систему (1) можно переписать в виде

$$\bar{A}z = 0, \qquad \underline{z} \le z \le \bar{z}. \tag{2}$$

Разобьем систему $\bar{A}z = 0$ произвольным образом на k подсистем:

$$\bar{A}_i z = 0, \qquad i = 1, \dots, k.$$

Образуем операторы

$$T_i(z) := z - \underbrace{\bar{A}_i^T\,(\bar{A}_i\bar{A}_i^T)^{-1}\,\bar{A}_i}_{Q_i} z = (E_i - Q_i)z,$$

$$T(z) := \sum_{i=1}^{k} \alpha_i T_i(z), \qquad \alpha_i > 0, \qquad \sum_{i=1}^{k} \alpha_i = 1,$$

а также итоговый оператор

$$\Phi(z) := \mathrm{Pr}_{\Pi}\, T(z);$$

здесь $\mathrm{Pr}_{\Pi}(\cdot)$ — оператор метрического проектирования на параллелепипед $\Pi := \{z \,|\, \underline{z} \le z \le \bar{z}\}$, E_i — единичная матрица размера, совпадающего с числом строк в матрице $\bar{A}_i$.

Справедливо [1]

Утверждение. *Отображение $\Phi(z)$ является непрерывным M-фейеровским (M — множество решений системы (2)) оператором, поэтому последовательность $\{z_k\}_{k=0}^{\infty}$, порожденная рекуррентным соотношением $z_{k+1} = \Phi(z_k)$ (при произвольном начальном z_0), сходится к некоторому решению $z' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$ системы (2), при этом x' является решением системы (1).*

Литература

1. *Еремин И.И., Мазуров В.Д.* Нестационарные процессы математического программирования. –М.: Наука, 1979. 288 с. (гл. II и III).

УДК 519.61

ДЕКОМПОЗИЦИЯ МАТРИЧНОЙ КОРРЕКЦИИ НЕСОВМЕСТНЫХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

В.И. Ерохин
(Борисоглебский госпединститут, Борисоглебск)

Пусть $\mathcal{X}(A,b) \overset{\Delta}{=} \{x\,|Ax{=}b\}{=}\varnothing$, где $A{\in}\mathbb{R}^{m\times n}$, $x{\in}\mathbb{R}^{n}$, $b{\in}\mathbb{R}^{m}$. Пусть $H \in \mathbb{R}^{m\times n}$ и $h \in \mathbb{R}^{m}$ такие, что $\mathcal{X}(A+H, b+h) \neq \varnothing$. Пусть $\mathsf{H} = \begin{bmatrix} H & -h \end{bmatrix} = (h_{ij})$, $\mathsf{A} = (\alpha_{ij}) \in \mathbb{R}^{m\times(n+1)}$, $\alpha_{ij} > 0$.

Рассмотрим задачу

$$\|\mathsf{A} \circ \mathsf{H}\|_{\ell_p} \to \inf_{\mathcal{X}(A+H,b+h)\neq\varnothing}, \tag{1}$$

где $p = 1, 2, \infty$. Пусть

$$\mathsf{H} = \begin{bmatrix} \mathsf{h}_1 \\ \mathsf{h}_2 \\ \vdots \\ \mathsf{h}_m \end{bmatrix}, \mathsf{A} = \begin{bmatrix} \mathsf{a}_1 \\ \mathsf{a}_2 \\ \vdots \\ \mathsf{a}_m \end{bmatrix},$$

$$u = \begin{bmatrix} \mathsf{h}_1 & \mathsf{h}_2 & \cdots & \mathsf{h}_m \end{bmatrix}, v = \begin{bmatrix} \mathsf{a}_1 & \mathsf{a}_2 & \cdots & \mathsf{a}_m \end{bmatrix},$$

$$z = \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n+1}, w^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} -A & b \end{bmatrix} \cdot z,$$

$$Z(x) = \begin{bmatrix} z & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & z & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & z \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m(n+1)\times m}.$$

Утверждение. *Задача* (1) *эквивалентна задаче*

$$\|u(x) \cdot \mathrm{diag}(v)\|_p \to \inf_{x|u(x)\cdot Z(x)=w(x)} . \tag{2}$$

Заметим, что $\inf\limits_{u(x)\cdot Z(x)=w(x)} \|u(x)\cdot \mathrm{diag}(v)\|_p$ достигается для любого $x \neq 0$. Поэтому задачу (2) можно решать, разбив на два уровня:
1) Верхний (внешний) уровень:

$$\phi(u(x)) \to \inf_x . \tag{3}$$

2) Нижний (внутренний) уровень, вектор x фиксирован:

$$\phi(u) = \min_{u|u\cdot Z(x)=w(x)} \|u\cdot \mathrm{diag}(v)\|_p . \tag{4}$$

При $p = 2$ задача (4) является задачей метода наименьших квадратов с весами и ограничениями-равенствами. Для нее известны как эффективные вычислительные алгоритмы, так и матрично-векторные формулы, дающие вид решения в замкнутой форме [1]. При $p = 1, \infty$ задача (4) сводится к задаче линейного программирования.

Задача (3) является значительно более сложной. В общем случае в ней возможна многоэкстремальность и недостижимость соответствующей нижней грани. Кроме того, при $p = 1, \infty$ ее целевая функция недифференцируема, а при $p = 2$ неизвестны формулы, позволяющие получить соответствующие частные производные в замкнутом (явном) виде. Возможным подходом к решению задачи (3) пока следует считать использование методов прямого поиска [2].

Литература

1. *Лоусон Ч., Хенсон Р.* Численное решение задач метода наименьших квадратов. М.:Наука, 1986. 232 с.

2. *Банди Б.* Методы оптимизации. Вводный курс. М.:Радио и связь, 1988. 128 с.

УДК 519.9

НЕПОДВИЖНЫЕ ТОЧКИ СИСТЕМ, ОПИСЫВАЕМЫХ СИЛЬНОСВЯЗНЫМИ ФУНКЦИОНАЛЬНО ВЗВЕШЕННЫМИ ГРАФАМИ *

С.В. Комолов, С.П. Макеев, И.Ф. Шахнов
(ВЦ РАН, Москва)

В докладе рассматривается задача нахождения предельных значений выходных харрактеристик системы, состоящей из сильносвязных элементов [1], взаимодействие которых между собой подчиняется принципу гарантированного результата,

$$y_i = \min_j f_{ij}(y_j), \quad y_j \geq 0, \quad f_{ij}(y_j) > 0, \quad i,j = \overline{1,n}, \quad i \neq j, \qquad (1)$$

здесь y_i - результат работы ("выход") i-го элемента, функции $f_{ij}(y_j)$ - суть неотрицательные, монотонно растущие функции своих аргументов, представляющие собой функции трансформации выходов y_j элементов j в выход y_i элемента i. Функции трансформации $f_{ij}(y_j)$ характеризуют эффективность использования i - ым элементом результатов работы элементов j.

Удобным методом исследования системы (1), является построение соответствующего ей сильносвязанного функционально-взвешенного графа $G_f = (N, V, f)$, где $N = 1, 2, \dots n$ - множество вершин, $V = \{(i,j) | f_{ij}(x) < +\infty; i,j \in N\}$ - множество дуг, каждой из которых соответствует конечная функция $f_{ij}(x)$ (дуга (i,j) между вершинами $i,j \in N$ отсутствует, если $f_{ij}(x) = +\infty$). Считается, что каждой вершине графа G_f соответствует переменная y_i, а каждой дуге $(i,j) \in V$ - неравенство $y_i \leq f_{ij}(y_j)$.

Пусть $p = (i_1, i_2), (i_2, i_3) \dots (i_{r-1}, i_r)$ - произвольный путь в графе G_f из вершины i_1 в вершину i_r (если $i_r = i_1$, то p - контур). Обозначим через Π_{ij} множество всех возможных путей в G_f,

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 2003-2005, -03-01-00678)

ведущих из вершины i в вершину j, и через $\Pi_{ij}^* \in \Pi_{ij}$ - множество всех элементарных (т.е. проходящих через каждую вершину не более одного раза) путей из i в j. В этих обозначениях Π_{ii} - множество всех контуров в G_f, проходящих через вершину i, Π_{ii}^* - множество соответствующих элементарных контуров. Обозначим также через $f_p(x)$ суперпозицию функций $f_{ij}(x)$ взятую вдоль пути p, $f_p(x) = f_{i_1 i_2}\big(f_{i_2 i_3}(\ldots f_{i_{r-1} i_r}(x))\big)$. Веденные понятия позволяют установить ряд важных свойств решений системы (1).

‹¥¬¬ . Пусть $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n) \in R_+^n$ - произвольное решение системы (1). Тогда для любого $i \in N$ справедливо по крайней мере одно из следующих утверждений:

$$a) \quad y_i = \inf_{p\in\Pi_{ij}^*} f_p(y_i)$$

$$b) \quad y_i \quad \text{вычисляется по формуле} \quad y_i = \min_{q\in\Pi_{ij}^*} f_q(y_j)$$

где j - некоторая вершина, для которой выполняется условие a).

'¥®à¥¬ 1. Пусть все функции $f_{ij}(x)$ строго монотонны. Пусть $\pi \in \Pi_{jj}^*$ простой контур в графе G_f, для которого выполняется условие $y_j^* = \inf f_p(y_j^*)$, при $y_j^* > 0$. Тогда вектор $y^0 = (y_1^0, y_2^0, \ldots, y_n^0)$ с компонентами $y_j^0 = y_j^*, y_i^0 = \inf\limits_{q\in\Pi_{ij}^*} f_q(y_j^*)$, $i = \overline{1,n}, i \neq j$, является решением системы (1).

'¥®à¥¬ 2. Пусть все функции $f_{ij}(x)$ вогнуты на полуоси $[0, +\infty)$ и принимают только неотрицательные значения. Тогда система (1) может иметь не более одного положительного решения $y^* = (y_1^*, y_2^*, \ldots, y_n^*)$; $\quad y_i^* > 0, \quad i = \overline{1,n}$. При этом координаты вектора y^* удовлетворяют соотношениям

$$y_i^* = \inf_{p\in\Pi_{ii}} f_p(y_i^*).$$

Л и т е р а т у р а

1. *Харари Ф.* Теория графов. М.: Мир. 1973. 325 с.

УДК 519.8

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДЕКОМПОЗИЦИИ ПО ПЕРЕМЕННЫМ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ*

Ю.П. Лаптин, Н.Г. Журбенко, В.Н. Кузьменко
Институт кибернетики НАН Украины, Киев

Рассматривается блочная задача математического программирования со связывающими переменными: найти

$$\min_{y,x}\left\{\sum_{q=1}^{Q} f_q^0(y,x^q) : f_q^i(y,x^q) \le 0, i=1,...,I_q, q=1,...,Q\right\} \tag{1}$$

где $f_q^i(y,x^q)$ - выпуклые собственные функции $(L+N_q)$- размерного вектора (y,x^q), $y\in E^L$, $x^q\in E^{N_q}$, $i=0,...,I_q$, $q=1,...,Q$.

Пусть связывающие переменные y зафиксированы. Обозначим $D_q(y)=\left\{x^q\in E^{N_q} : f_q^i(y,x^q)\le 0, i=1,...,I_q\right\}$ и определим функцию $\Phi^q(y)$

$$\Phi^q(y)=\left\{\begin{array}{c} \min\left\{f_q^0(y,x^q) : x^q\in D_q(y)\right\}, y\in W_q, \\ +\infty, y\notin W_q, \end{array}\right. \tag{2}$$

где W_q множество тех значений вектора y, для которых решение оптимизационной задачи в (2) существует.

В схемах декомпозиции решается следующая задача, которая эквивалентна исходной задаче (1) : найти

$$\min\left\{\sum_{q=1}^{Q}\Phi^q(y) : y\in E^L\right\} \tag{3}$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке Украинского научно-технологического центра (грант 1625).

Свойства функций $\Phi^q(y)$ исследовались в [1]. В настоящем докладе приводятся результаты, позволяющие вычислять ε - субградиенты функций $\Phi^q(y)$, используя приближенные решения оптимизационных задач в (2) , предлагается регуляризация задачи (1), позволяющая определить функции, аналогичные $\Phi^q(y)$, принимающие конечные значения на всем пространстве E^L.

Программная реализация использовалась для решения тестовых задач. Для приближенного решения задачи (2) применялись два метода: модифицированный метод линеаризации Б.Н. Пшеничного [3] и r-алгоритм [4] . Для решения координирующей задачи (3) использовался r-алгоритм. Обсуждаются результаты вычислительных экспериментов.

Литература

1. *ShorN. Z.* Nondifferentiable Optimization and Polynomial Problems. - London: Kluwer Academic Publishers, 1998. - 381 p.

2. *Лаптин Ю.П.* Декомпозиция по переменным для некоторых задач оптимизации// Кибернетика и системный анализ. - 2004. - 1. - С. 98-104.

3. *Пшеничный Б.Н., Ненахов Э.И., Кузьменко В.Н.* Комбинированный метод решения общей задачи выпуклого программирования // Кибернетика и систем. анализ. - 1998. - 4 - С.121 - 134.

4. *Шор Н.З., Журбенко Н.Г.* Метод минимизации, использующий операцию растяжения пространства в направлении разности двух последовательных градиентов // Кибернетика. - 1971. - 3. - С. 51-59

УДК 519.8

ε – СУБГРАДИЕНТНЫЙ АЛГОРИТМ МИНИМИЗАЦИИ С ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ ПРОСТРАНСТВА*

Ю.П. Лаптин, Н.Г. Журбенко, В.Н. Кузьменко
Институт кибернетики НАН Украины, Киев

В декомпозиционных методах решения задач математического программирования эффективно использование методов негладкой оптимизации [1]. В докладе предлагается новый алгоритм решения задачи минимизации выпуклой функции в конечномерном евклидовом пространстве – ε-субградиентный алгоритм с преобразованием пространства. Алгоритм обеспечивает решение задачи с заданной точностью за конечное число итераций. Алгоритм основан на процедуре одномерного спуска и является в некотором смысле монотонным.

При построении алгоритма используются несколько отличные от классических ([2], [3]) определения ε-субградиента и агрегированного ε-субградиента [4].

Качественная интерпретация алгоритма состоит в следующем. Алгоритм относится к классу методов с преобразованием пространства [1]. На каждой итерации алгоритма преобразование состоит в применении операторов растяжения пространства по ортогональным направлениям. Параметры преобразования определяются построением эллипсоидов локализации ε-решения. Эллипсоиды локализации строятся на основе информации, получаемой в результате применения процедуры одномерной минимизации. Если в результате одномерной минимизации происходит

*Работа выполнена при финансовой поддержке Украинского научно-технологического центра (грант 1625).

существенное улучшение рекордного значения функции, то преобразование пространства можно интерпретировать как растяжение по направлению субградиента. В противном случае – как растяжение по направлению, ортогональному "оврагу" поверхностей уровня функции. На каждой итерации алгоритма обеспечивается уменьшение объема локализации ε-решения в не менее чем заданное число q(параметр алгоритма) раз.

Справедлива следующая оценка числа итераций k, за которые алгоритм обеспечивает решение задачи 2ε-оптимизации:

$$k \leq n\frac{\ln(1/\gamma)}{\ln(1/q)},$$

где γ -относительная точность решения задачи: $\gamma = \varepsilon/(RC)$, C – оценка сверху норм субградиентов в шаре радиуса R исходной локализации ε-решения.

Литература

1. *ShorN. Z.* Nondifferentiable Optimization and Polynomial Problems. - London: Kluwer Academic Publishers, 1998. - 381 p

2. *Lemarechal C., Mifflin K.* Nonsmooth Optimization. Oxford: Pergamon Press, 1978, 180p.

3. *Kiwiel K.C.* An aggregate subgradient method for nonsmooth convex minimization. // Math. Programming 1968, pp. 320–341.

4. *Журбенко Н.Г.* Об одном классе методов минимизации с преобразованием пространства. // Методы решения экстремальных задач. Киев, 1996, с. 68–80.

УДК 519.6

ЦИКЛИЧЕСКИЕ ИГРЫ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

В.Н. Лебедев , М.С. Черничкин
(Волгоградский государственный университет, Волгоград)

Мы применяем метод форсирования [1],[2] для решения циклических игр в контексте проверки корректности программ. Циклическая игра проходит по вершинам ориентированного, нетупикового графа $(A, B; E)$, на вершинах которого задана целочисленная весовая функция $p : V \to Z$. В текущей вершине множества A переход по одному из исходящих ребер в очередную вершину совершает первый игрок, а в вершинах B- второй. Как только траектория игры попадает в вершину, которая уже была пройдена ранее $T = v_0, ..., v_i, ..., v_t, v_t = v_i, t > i$, игра завершается. Победитель определяется знаком стоимости возникшего цикла $C : v_i, ..., v_t = v_i$.

Мы рассматриваем следующие функционалы стоимости:

(a) $f(C) = \max\limits_{v \in C} p(v)$ - (максимальная стоимость вершин в цикле);

(b) $f(C) = \max\limits_{v \in C} p(v) + \min\limits_{v \in C} p(v)$ - симметрическая стоимость;

(c) $f(C) = 1, (-1)$, если максимальный вес вершины в цикле C нечетный (четный) (игра на четность).

Таким образом, если стоимость возникшего цикла неотрицательная, то побеждает первый игрок, в противном случае побеждает второй. Из основного утверждения [2] непосредственно следует результат о наличии равновесия в стационарных (марковских) стратегиях в игре (b). Игры (a), (b), (c) представлены в порядке их сводимостей и неформально отражают сложностную иерархию логик, в которых они используются. Нетрудно показать, что игра (a) полиномиально сводима к (b); (b) и (c) полиномиально эквивалентны; непосредственной сводимости (c) к (a) нет.

Мы показываем, что проблема выполнимости формул темпоральной логики ветвящегося времени (CTL) сводима по Тьюрингу к проблеме определения победителя в игре (a) за квадратичное время (синтаксис и семантика рассматриваемых логик [3]).

В работе [3] доказана полиномиальная эквивалентность проблемы выполнимости формул $\mu-$исчисления и проблемы определения победителя в игре (c), а следовательно и в игре с симметрическим платежом (b). Алгоритм [2] для нахождения стационарных, оптимальных стратегий в игре (b) оказывается экспоненциальным по времени.

Для следующих классов задач показана полиномиальность этого алгоритма.

1. Для игровых сетей, все сильно связные компоненты которых являются сильноэргодическими. (Нетупиковый граф, любой порожденный нетупиковый подграф которого эргодический [2], называется сильноэргодическим). Частный результат представленного утверждения содержится в [4].

2. Для класса симметрических игровых сетей (если есть ребро $(u, v) \in E$, то есть и ребро $(v, u) \in E$).

3. Для игр с ограниченной весовой функцией $p(\cdot)$. Решение таких игр эквивалентно определению выполнимости формул $\mu-$ исчисления с фиксированным числом альтернаций операторов наименьшей и наибольшей неподвижных точек.

4. Форсированием полиномиально решается проблема выполнимости формул $\mu-$ исчисления на почти ациклических графах. Для случая (a) полиномиальность алгоритма показана в [1].

Другим подходом к решению игр (b) является метод штрафных функций. Показано, что рассматриваемая проблема (b) представима задачей нахождения максмина линейного функционала с линейными связующими ограничениями. Разработаны методы ([5] и ряд других работ) сведения такой задачи к задаче квадратичного программирования на линейном многограннике. Сведение проводится с помощью штрафных функций и соотношений двойственности. Это сведение дает практически эффективный метод решения рассматриваемых игр.

Литература

1. *Karzanov A. V., Lebedev V. N.* Cyclical games with prohibitions // Mathematical Programming V. 60. 1993. P. 277-293.

2. *Лебедев В.Н.* Поиск и структура стационарных равновесий в циклических играх // Математические заметки. Т. 67. N. 6. 2000. С. 913-921.

3. *Emerson E.A., Jutla C.S., Sistla A.P.* On model-checking for fragments of μ-calculus. Fifth International Conference on Computer Aided Verification, Elounda, Greece, June/July 1993.

4. *Poranen T., Nummenmaa J.* A linear time special case for MC Games// Fundamenta Informaticae. 2002, V 50, N 3.

5. *Горелик В.А., Кононенко А.Ф.* Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. М.: Радио и связь. 1991. 287 с.

СЕТЕВЫЕ МОДЕЛИ КОНКУРЕНЦИИ

В.Н. Лебедев,
(Волгоградский государственный университет, Волгоград)

И.Л. Авербах
(Университет Торонто, Торонто)

Транспортные модели оптимизации в условиях отсутствия конфликта представлены в [1].

Мы рассмотриваем следующую модель конкуренции двух коммивояжеров (серверов) на сети. Серверы передвигаются по вершинам сети $(V;E;t;c)$, выполняя работы в вершинах сети и получая за это прибыль.
$(V;E)$- неориентированный связный граф с множеством вершин V и множеством ребер E.
$t : E \to Z^+$ ($t(e) \geq 0$ - длительность перехода по ребру e);
$c : V \to Z^+$ ($c(v) \geq 0$ - прибыль в вершине v). Прибыль в вершине v забирает тот сервер, который попал в вершину первым. Если серверы попали в вершину v одновременно, то рассматриваются следующие варианты дележа:

1. прибыль забирает первый сервер;
2. прибыль делится пополам между серверами;
3. ни один из серверов не получает прибыли (этот случай интерпретирует ситуацию понижения цены в силу отсутствия монополии).

Обозначим множество возможных траекторий первого, второго серверов X, Y соответственно. Каждая траектория полная, т.е. содержит все вершины графа. В случае, когда в начальный момент серверы находятся в одной и той же вершине, возможные траектории X,Y представляют собой одно и то же множество Z. В ситуации x, y, когда первый, второй серверы проходят вершины согласно траекториям $x \in X$, $y \in Y$ соответственно, обозначим суммарные прибыли первого, второго серверов $a(x, y)$, $b(x, y)$ соответсвенно. Цель каждого сервера - максимизация суммарной прибыли. Таким образом, получаем игру в нормальной форме $(X, Y; a(\cdot), b(\cdot) : X \times Y \to Z)$. В случае 1,2 имеем антагонистическую игру с постоянной суммой.

Основной вопрос исследования - построение эффективных алгоритмов нахождения оптимальных траекторий.

Мы рассматриваем два принципа оптимальности в моделях конкуренции - принцип гарантированного результата и равновесие по Нэшу.

(a) Для поиска траектории, которая гарантирует первому серверу максимальную прибыль, получены следующие результаты. В случае одинакового начального расположения серверов задача (1) полиномиально разрешима (задача сводится к поиску траектории ациклического графа максимального веса. Эту задачу можно решить алгоритмом Флойда); задача (2) $NP-$трудна (показана сводимость задачи, выполнимость); задача (3) - тривиальна.

В случае общего начального положения серверов во всех вариантах дележа прибыли (1),(2),(3) задача поиска оптимальной гарантированной траектории $NP-$трудна (показана сводимость задачи, гамильтонов путь).

(b) Для поиска равновесия по Нэшу, если оно существует, получены следующие результаты. В случае одинакового начального расположения серверов задача (1) полиномиальна (задача сводится к поиску максимальной цепи ациклического графа); задача (2) полиномиальна в случае, когда между любой парой вершин сети кратчайший путь уникален (в этом случае показано, что оптимальная траектория с необходимостью должна быть траекторией экспоненциального спада, что существенно сокращает перебор вариантов); задача (3) полиномиальна (сводится к поиску двух путей, которые покрывают вершины ациклического графа; последняя задача решается потоковыми методами).

В случае общего начального положения серверов во всех вариантах дележа прибыли (1),(2),(3) задача поиска равновесия по Нэшу $NP-$трудна (показана сводимость задачи, гамильтонов путь к рассматриваемой задаче).

Широкий спектр моделей конкуренции, качественные и конструктивные построения ситуаций равновесий представлены в [2].

Литература

1. *А.А. Миронов, В.И. Цурков.* Минимакс в транспортных задачах. М.: Наука.1997.

2. *В.И. Опойцев.* Нелинейная системостатика. М.: Наука. 1986.

ITERATIVE AGGREGATION-DECOMPOSITION IN THE DESIGN OF SUPPORT VECTOR MACHINE

I. Litvinchev
(Computing Centre RAS, Moscow)

A. Alvarez, O. Chacon
(UANL, Monterrey, Mexico)

The statistic learning theory, under the support vector context, has as main learning goal to find an optimal linear classifier: the hyperplane with the maximum separation margin between the two classes of the training set. The later problem is formulated as a linear-quadratic programming problem with large number of linear constraints - one for each point of the training set. To overcome this difficulty we use an iterative aggregation of restrictions. In each iteration the points of the training set are substituted by a small number of aggregated prototypes (convex combinations of the original points). The aggregated problem is to find an optimal linear classifier for the prototypes and is easier to solve than the original one. In particular, the classification problem for two prototypes is solved analyticaly. Analysing the optimal solution of the aggregated problem the prototypes are adjusted to minimize the estimated error of the aggregation. The later problem decomposes into independent subproblems corresponding to each prototype. The convergence of the method is studied and the results of numerical tests are provided.

УДК 519.86

СЕГМЕНТАЦИЯ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ ПРИ ЦЕНООБРАЗОВАНИИ В ФАРМАЦЕВТИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ*

В.А. Лобачев
(Московский физико-технический институт, Долгопрудный)
Н.Н. Оленев
(ВЦ РАН, Москва)

Сегментация — это процесс декомпозиции потребителей производящей компании на группы, обладающие аналогичными характеристиками. При обоснованной рыночной сегментации потребителей, компания получает стратегическое преимущество перед своими конкурентами и может значительно увеличить собственную прибыль. К потребителям из одного сегмента применяют схожие процедуры ценообразования. Применяют два основных способа кластерной декомпозиции потребителей: один основан на их явной содержательной оценке, а другой анализирует данные их предыдущего поведения.

Существующий в настоящее время фармацевтический рынок функционирует в условиях монополистической конкуренции и использует широкий диапазон цен на одно и то же лекарственное средство [1]. Здесь мы считаем рекомендуемую цену как единственную данную величину для данного сегмента рынка, который отличается от других сегментов чувствительностью к цене приобретения. Модель ценообразования основана на так называемой базовой цене, определяемой государством: цена меньше или равна этой базовой цене на величину скидки.

Скидки производителей на лекарства с именем (brand name) принимают множество форм. Термин "скидка" обычно использу-

*Работа выполнена при финансовой поддержке программы государственной поддержки ведущих научных школ (код проекта НШ-1843.2003.01)

ют, когда понижение цены приобретения обговаривают при заключении контракта. Термин "вычет" используют, когда производитель возвращает потребителю часть оплаты, исходя из объемов потребления лекарств за данный период или процентов увеличения объема.

Нашей целью является исключительно анализ ценообразования для единственного продавца лекарств. Продавец устанавливает цены, а покупатели реагируют на это. Стандартным является предположение, что потребитель максимизирует полезность, а фирма максимизирует прибыль [2].

При моделировании фармацевтической отрасли США следует учесть, что по закону "вычеты" для бесплатной медицины (Medicaid) должны быть не меньше таковых для любой частной компании-потребителя.

Литература

1. *Danzon P.M., Towse A.* Differential Pricing for Pharmaceuticals: Reconciling Access, R & D and Patents // International Journal of Health Care Finance and Economics, 3, 183-205, 2003.

2. *Робинсон Дж.* Экономическая теория несовершенной конкуренции. - М.: Прогресс, 1986. - 472 с.

УДК 519.6

ПОНИЖЕНИЕ РАЗМЕРНОСТИ В МОДЕЛИ СБАЛАНСИРОВАННОГО РОСТА ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМ*

В.Г. Медницкий, Ю.В. Медницкий, В.И. Цурков.
(ЦЭМИ РАН, ВЦ РАН, Москва)

Рассматриваются две математические модели сбалансированного роста многоотраслевой производственной системы при ее долгосрочном и краткосрочном равновесиях. Вторая модель, в которую кроме обычной в таких задачах технологической информации входят показатели, характерные для традиционного экономического анализа. В качестве исходных соотношений используется одна из форм динамического межотраслевого баланса в непрерывном времени t [1] в комбинации с двухфакторными производственными функциями [2]

$$\dot{K}_i = V_i(t) - \alpha_i K_i(t), \quad (1)$$
$$X_i(t) \le f_i(L_i, K_i(t)), \quad (2)$$
$$\sum_{i\in I} L_i(t) \le N(t), \quad (3)$$
$$DV(t) + C(t) - (E - A)X(t) = 0, \quad (4)$$
$$V(t), C(t), L(t), K(t) \ge 0, \quad (5)$$

где $A, D\,[|I| \times |I|]$ - матрицы коэффициентов прямых затрат и отраслевой структуры инвестиций, а $\alpha_i > 0$, f_i - нормы выбытия капитала и производственные функции некоторой совокупности отраслей. Переменными же величинами являются компоненты

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 02-01-81020, 04-01-00139) и программы исследований ОМН РАН 3 (Госконтракт 10002-251/ОМН-03/026-024/240603-805).

$X_i(t), C_i(t), V_i(t), L_i(t), K_i(t)$ векторов $X(t), C(t), V(t), L(t), K(t)$, которыми в отраслях $i \in I$ определяются соответственно объемы валового производства и выпуска продукции непроизводственного назначения, инвестиций, ресурсов труда и накопленного к моменту времени t капитала. Заданный функцией $N(t), t \in [0, +\infty]$, общий объем труда - единственный экзогенный фактор. При условиях

$$N(t) = N_0 e^{\gamma t}; N_0 > 0, \gamma \geq 0; \tag{6}$$
$$\forall i \in I \forall \lambda \geq 0 : f_i(\lambda l_i, \lambda k_i) = \lambda f_i(l_i, k_i) \tag{7}$$

могут существовать неймановские решения типа сбалансированного роста [3,4], когда все переменные модели определены

$$(V(t), C(t), L(t), K(t), X(t)) = (v, c, l, k, x)e^{\gamma t} \tag{8}$$

аналогичными (6), а значениями векторов v, c, l, k, x, удовлетворяющих соотношениям

$$D\nu + c - (E - A)x = 0; \nu = (\gamma E + \alpha)k; \tag{9}$$

$$\hat{l} I \leq N_0; x \leq f(l, k); c, l, k \geq 0$$

(где $f(l, k)$ - вектор с компонентами $f_i(l_i, k_i)$, все компоненты вектора $\hat{I}$ равны единице, а α - диагональная матрица с элементами α_i на главной диагонали), формируются *состояния*, совместимые с ростом.

Так как матрица D обычно полуположительна [1], а матрица $A \geq 0$ и продуктивна , то неравенства $x, \nu \geq 0$ следуют из условий $c, k \geq 0$. Соответственно векторы x, ν (компоненты которых входят в (9) без ограничений знака) можно исключить, переходя к балансам мощностей

$$(E - A)^{-1}(D(\gamma E + \alpha)k + c) - f(l, k) \leq 0; c, k, l \leq 0. \tag{10}$$

В [5] показано, что при указанных выше предположениях относительно матриц A, D, α и некоторой свободе замещения капитала трудом (более точно эти условия сформулированы в [5]) состояния, удовлетворяющие кроме (10) еще и условиям

$$k > 0, \hat{I}l = N_0, \tag{11}$$

существуют при любых $N_0 > 0$ и $\gamma \in [0; +\infty)$. В этом заключается специфичность модели, так как обычно для параметра γ возникает ограничение сверху [3,4].

Краткосрочное равновесие фиксируется для некоторого допустимого в (10), (11) состояния $\hat{l}, \hat{k} > 0; \hat{c} \geq 0$ диагональными матрицами K, Φ, Ω с элементами

$$k_i = \hat{k}_i/\hat{l}_i; \phi_i(k_i) = f_i(1, k_i); \omega_i = \hat{c}_i/\hat{l}_i, \tag{12}$$

на главной диагонали. Вместо (11) тогда получаем неравенства того же типа, что и в неймановской модели [3,4]

$$[\Phi - (E - A)^{-1}(D(\gamma E + \alpha)K + \Omega)]l \geq 0; l \geq 0, \tag{13}$$

и можно показать, что в (13) полуположительный вектор $l(\gamma)$ существует только при $\gamma \in [0, \gamma_m]$ и некотором $\gamma \in (o; +\infty)$. Более детально в [5,6] исследовалась задача $\max \phi(c) | c \in C$, где φ-собственная замкнутая и вогнутая функция [7], а C - множество допустимых значений вектора c в (9) (очевидно, выпуклое). При большом количестве отраслей для решения этой задачи оказывается весьма эффективным использование метода декомпозиции, проводимой одновременно по связующим ограничениям

$$(E - A)^{-1}(D(\gamma E + \alpha)k + c) = x, \hat{I}l = N_0; \tag{14}$$

и связующим переменным, в качестве которых удобно выбрать компоненты вектора x . В этом случае все нелинейности уходят в локальные задачи вычисления значения монотонно-сопряженной функции $\phi^+(p) = \min\limits_{c \geq 0} pc - \varphi(c)$ [7] и набор отраслевых задач

$$\min \sigma l_i + \mu_i k_i | f_i(l_i, k_i) \geq x_i; l_i, k_i \geq 0, i \in I, \tag{15}$$

где $p = \rho(E - A)^{-1}$, $\mu = pD(\gamma E + \alpha)$ и (ρ, σ) - вектор соответствующих условиям (14) двойственных переменных. Компоненты же вектора x вычисляются как двойственные переменные во второй связующей задаче, ограничения которой имеют вид $\rho - r = 0$, где $r_i, i \in I$- значения двойственных переменных в локальных задачах (15).

Литература

1. *Кротов В.Ф.,Лагоша Б.А.,Лобанов С.М. и др.* Основы теории оптималльного управления. М.: Высш. шк., 1990.

2. *Клейнер Г.Б.* Производственные функции: теория, методы, применение. М.: Финансы и статистика, 1986.

3. *Гейл Д.*Замкнутая линейная модель производства//Линейные неравенства и смежные вопросы. М.: Изд-во иностр. лит., 1959.

4. *Гейл Д.* Теория линейных экономических моделей. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.

5. *Медницкий В.Г., Медницкий Ю.В.* Использование метода декомпозиции для вычисления экстремальных состояний производственных систем с многоотраслевой структурой выпуска продукции, совместимых с условиями сбалансированного роста//Изв. РАН. ТиСУ. 2003. 1.

6. *Медницкий В.Г., Медницкий Ю.В.* Анализ развития в моделях функционирования производственных систем//Изв. РАН. ТиСУ. 2003. 6.

7. *Рокафеллар Р.* Выпуклый анализ. М.: Изд.-во "Мир", 1973.

УДК 681.3.06

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРИ КАЛИБРОВКЕ МОДЕЛЕЙ ЭКОНОМИКИ*

Н.Н. Оленев
(ВЦ РАН, Москва)

Декомпозиция вычислительных процессов чрезвычайно важна при идентификации сложных математических моделей, поскольку позволяет использовать параллельные вычисления [1] на суперкомпьютере для определения за разумное время значений неизвестных параметров.

Как правило, в математических моделях экономики имеется набор параметров, которые невозможно найти напрямую из данных экономической статистики, либо данных статистики хватает только для определения интервалов, в которые попадают параметры модели. Иногда начальные значения переменных модели также попадают в этот класс.

Такого рода параметры модели определяют косвенным образом, сравнивая выходные временные ряды переменных модели с доступными статистическими временными рядами. В качестве критериев близости расчетных и статистических временных рядов удобно (см. [2]) использовать коэффициент корреляции и индекс неравенства Тэйла. Индекс Тэйла $T \in [0,1]$ и, чем ближе он к нулю, тем ближе сравниваемые временные ряды. Коэффициент корреляции $K \in [-1,1]$, является мерой силы и направления линейной связи между сравниваемыми временными рядами и, чем ближе он к $+1$, тем более схоже поведение этих рядов.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 04-07-90346, 04-01-00606), по программе государственной поддержки ведущих научных школ (код проекта НШ-1843.2003.01), при поддержке программы 3 фундаментальных исследований ОМН РАН "Вычислительные и информационные проблемы решения больших задач".

Если это возможно, вначале модель следует декомпозировать на отдельные блоки, калибровку параметров в которых можно производить более-менее независимо. Временные ряды переменных, определяемые в модели из других блоков и используемые в данном блоке как внешние переменные, можно задать на основе статистики или на основе данных уже откалиброванного блока.

После декомпозиции модели по блокам, становится реальной возможность полного перебора параметров модели на заданном интервале их изменения с последовательно уменьшающимся шагом, которая осуществляется благодаря параллельным вычислениям на суперкомпьютере. Для выбора оптимального варианта можно использовать свертку коэффициентов корреляции и индексов Тэйла.

С помощью параллельных вычислений на суперкомпьютерах Вычислительного центра им. А.А. Дородницына РАН и Межведомственного суперкомпьютерного центра определены параметры производственной функции модели российской экономики по квартальным статистическим данным 1995-2003 гг.

Литература

1. *Воеводин В.В., Воеводин Вл.В.* Параллельные вычисления. СПб.:БХВ-Петербург, 2002. 608 с.

2. *Olenev N.* Production Function of Skilled and Unskilled Labour in a Model of a Non-Growing Russian Economy // International Labour Market Conference Proceedings. - Aberdeen:Robert Gordon University, 1999. PP. 560-575.
Web: *http://ideas.repec.org/p/wpa/wuwpla/0309005.html*

УДК 519.9

О ПОНЯТИИ ДЕКОМПОЗИЦИОННОЙ СТРУКТУРЫ В ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ДЕКОМПОЗИЦИИ*

Ю. Н. Павловский
(ВЦ РАН, Москва)

Математические объекты (модели) трактуются как множества, снабженные структурой в бурбаковском смысле этого слова. Геометрическая теория декомпозиции [1,2] основана на двух двойственных друх другу понятиях: понятии о P-декомпозиции объекта и понятии о его F-декомпозиции. Минуя строгие определения и упрощая, можно сказать, что P - декомпозиция (F - декомпозиция) математического объекта (E, τ) (здесь E — множество, (τ) — структура на этом множестве) — это семейство $(E_i, \tau_i)_{i \in I}$ однозначно определяющих его подобъектов (фактор - объектов). Всякое отношение на множестве P - декомпозиций (F - декомпозиций) объекта (E, τ) , индуцированное его исходной структурой τ, считается "элементом" декомпозиционной структуры этого объекта. Примером элемента декомпозиционной структуры является отношение "более простая" на множестве P - декомпозиций (F - декомпозиций) объекта. Если из семейства $(E_i, \tau_i)_{i \in I}$ P - декомпозиций (F - декомпозиций) объекта (E, τ) можно удалить некоторые P - объекты (F - объекты) так, что оставшееся семейство по-прежнему будет P - декомпозицией (F - декомпозицией) этого объекта, то это последнее семейство по определению является

*Работа поддержана грантом 02-01-00250 Российского фонда фундаментальных исследований и грантом НШ-2094.2003.1

"более простым", чем исходное. Отношение "более простая" является отношением частичного порядка. Среди минимальных относительно этого порядка P - декомпозиций особенно интересны декомпозиции на дизъюнктивную сумму или CC-декомпозиции: P - декомпозиция $(E_i, \tau_i)_{i \in I}$ объекта (E, τ) является по определению его CC - декомпозицией, если семейство $(E_i)_{i \in I}$ является классами по некоторому отношению эквивалентности. Двойственной к CC - декомпозиции является декомпозиция объекта на декартово произведение своих фактор-объектов или DP - декомпозиция. Например, наличие жорданова представления линейного оператора, действующего в конечномерном линейном векторном пространстве над полем комплексных чисел является наличием максимальной DP - декопозицией этого оператора на DP - простые (т.е. уже не имеющие нетривильных DP - декомпозиций) фактор - объекты. Транзитивная (примитивная) группа преобразований является CC - простым (DP - простым) объектом. Связное топологическое пространство и связный граф — это CC-простые объекты. Компактность топологического пространства — это свойство его декомпозиционной структуры. В докладе приводятся примеры прикладных задач, решение которых сводится к выяснению свойств декомпозиционной структуры соответствующих математических моделей.

Л и т е р а т у р а

1. *Павловский Ю.Н., Смирнова Т.Г.* Проблема декомпозиции в математическом моделировании. М.: Фазис 1998. 266 с.

2. *Павловский Ю.Н., Смирнова Т.Г.* Щкалы родов структур, термы и соотношения, сохраняющиеся при изоморфизмах. М.: ВЦ РАН. 2003. 92 с.

УДК 517.977

СТАБИЛИЗАЦИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ АФФИННЫХ СИСТЕМ С НУЛЕВОЙ ДИНАМИКОЙ*

Д.Ю. Панфилов
(МГТУ им. Баумана, Москва)

Рассматривается задача стабилизации положения равновесия нестационарной аффинной системы

$$\dot{x} = A(x,t) + B(x,t)u, \quad x \in \mathbf{R}, \tag{1}$$

$$A(0,t) = 0, \quad B(0,t) \neq 0, \quad \forall t \geq 0.$$

Произвольную функцию состояния системы (1) и времени будем называть виртуальным нестационарным выходом. Если система (1) имеет такой виртуальный нестационарный выход $y = \phi(x,t)\phi(0,t) = 0 \forall t \geq 0$, относительный порядок которого в положении равновесия равен размерности вектора состояния системы, то в некоторой окрестности этого положения равновесия управление

$$u = (-A^n\phi(x,t) - \sum_{k=0}^{n-1} c_k A^k \phi(x,t))/BA^{n-1}\phi(x,t), \tag{2}$$

является стабилизирующей обратной связью. Если такого выхода нет, то относительный порядок любого другого выхода в положении равновесия или не определен или равен r , но $r < n$. В последнем случае задача стабилизации положения равновесия декомпозируется на задачу стабилизации положения равновесия относительно r величин $A^k\phi(x,t), \quad k = 0,\dots,r-1$, решением которой является управление (2) с $n = r$, и задачу исследования

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта для поддержки научно-исследовательской работы аспирантов высших учебных заведений Минобразования России N А03-2.8-15, гранта РФФИ 02-01-00704, гранта государственной поддержки ведущих научных школ НШ–2094.2003.1.

устойчивости нулевой динамики системы. Если нулевая динамика равномерно асимптотически устойчива, то указанное управление вида (2) стабилизирует положение равновесия. Асимптотическая устойчивость нулевой динамики зависит от рассматриваемого выхода системы. Поэтому важными задачами являются следующие две: при выполнении каких условий аффинная система (1) имеет виртуальный нестационарный выход с равномерно асимптотически устойчивой нулевой динамикой; если виртуальные нестационарные выходы с равномерно асимптотически устойчивой нулевой динамикой существуют, то как их найти. В случае стационарных аффинных систем получено решение указанных задач для виртуальных выходов с относительной степенью 1 и 2, а также при произвольной относительной степени, но для ограниченного класса систем [1], [2]. Для нестационарной аффинной системы (1) решена задача построения управления, стабилизирующего полный вектор состояния нестационарной аффинной системы, в случае, если нулевая динамика для системы (1) с виртуальным нестационарным выходом относительной степени 1 равномерно асимптотически устойчива и для нее существует функция Ляпунова.

Литература

1. *Крищенко А.П., Панфилов Д.Ю., Ткачев С.Б.* Построение минимально фазовых аффинных систем // Дифференциальные уравнения, 2002, Т. 38, N 11, С. 1483-1489.

2. *Крищенко А.П., Панфилов Д.Ю., Ткачев С.Б.* Глобальная стабилизация аффинных систем с помощью виртуальных выходов // Дифференциальные уравнения, 2003, Т. 39, N 11, С. 1503-1510.

УДК 519.834

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНДИВИДУАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ АНАЛИЗА КОЛЕБАНИЙ ЧИСЛЕННОСТИ ЛЕММИНГОВ*

В.Д. Перминов ЦАГИ, Д.А. Саранча ВЦ РАН

При моделировании эколого-биологических объектов центральным является вопрос об адекватности используемых математических моделей. Специфика этого процесса состоит в том, что модельные представления, как правило, опережают экспериментально-полевые исследования. Проверка результатов моделирования затруднена возможностями регистрации показателей во все фазы развития экологического объекта, трудностью регистрации многочисленных параметров среды, от которых зависит динамика поведение изучаемого объекта, наличие такого непредсказуемого фактора как погода и т.д. В связи с этим к математическим моделям выдвигаются повышенные требования общесистемного характера. Выделим среди них два. Первый - это устранение зависимости от выбора не только от конкретной параметризации, но и от выбора класса моделей, второй - детальный учет свойств объекта.

При моделировании тундровых популяций и сообществ проведено построение и анализ набора взаимосвязанных моделей, разной степени детализации [1]. Полученное замкнутое, целостное описание позволило дать представление о механизмах формировании колебаний численности тундровых животных.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 04-01-00309).

Основа набора - имитационная модель *растительность-лемминги-песцы* (РЛП), построенная с использованием экспертно оцененных зависимостей, учитывающая сезонные изменения параметров и детальная модель популяции леммингов, определяющих характер колебаний численности животных тундрового сообщества, с учетом возрастной структуры. Анализ результатов вычислительных экспериментов с обеими взаимодополняющими моделями привел к обоснованию упрощенных моделей в виде одномерных дискретных уравнений, связывающих численности леммингов в двух соседних годах. В рамках полученного набора моделей наличие дискретных уравнений позволило сформулировать гипотезы о механизмах формировании колебаний численности тундровых животных; выделить ведущие параметры, определяющие колебания численностей видов в системе РЛП.

Полученные представления о механизмах формировании колебаний численности тундровых животных позволили перейти на более детальный уровень описания. Была построена модель, учитывающая поведения отдельных особей популяции. В рамках этого подхода была построена статистическая модель поведения тундровых животных - леммингов (Dirostonyx torquatus chionopyes), а для численного моделирования использован метод прямого статистического моделирования Монте Карло. Основная идея метода состоит в предположении, что на малом временном шаге можно разделить два взаимосвязанных процесса - движение особей и их взаимодействие друг с другом. В соответствии с условиями жизни леммингов на полуострове Таймыр год в модели делится на два сезона: размножения и перезимовки. При построении модели предполагалось, что лемминги описываются возрастом, полом, стадией развития и потенциалом жизнестойкости. Вводятся три стадии развития для женских особей - неполовозрелые, половозрелые и половозрелые беременные и две - для мужских особей - неполовозрелые и половозрелые. Потенциал жизнестойкости представляет собой некоторую переменную с областью изменения от нуля до единицы, которая изменяется при различных процессах (см. ниже).

В течение жизни лемминги участвуют в следующих процессах: движение, питание, переваривание пищи, поиск норы, столкновения с другими особями, беременность, рождение и вынашивание потомства, рост и смерть. Рассмотрим эти процессы и их моделирование более подробно.

Двигаясь во время питания, особь сталкивается с другими особями популяции. Каждая такая встреча порождает уменьшение потенциала жизнестойкости участников, величина которого зависит от стадий столкнувшихся особей. После столкновения потенциал столкнувшихся особей постепенно и частично восстанавливается, и это восстановление прерывается только новой стычкой или родами. Если такая встреча происходит весной или летом и встречаются разнополые половозрелые особи, самка с некоторой вероятностью беременеет. Через положенное время появляется на свет потомство, которое еще некоторое время не покидает нору. После родов потенциал жизнестойкости матери уменьшается на некоторую заданную величину. Новорожденной особи присваивается некоторое начальное значение потенциала жизнестойкости. В течение заданного промежутка времени взросления потенциал возрастает, если не происходит столкновений с другими особями. При этом особь ищет свободную нору и, найдя, занимает ее. Наличие своей норы и достижение определенного возраста - это два условия перехода из неполовозрелой стадии в половозрелую.

Смерть особи происходит в трех случаях: 1) если особь достигла предельного возраста; 2) если значение потенциала жизнестойкости стало нулевым или отрицательным и 3) если самка принесла третье потомство. При моделировании считалось, что кормового ресурса достаточно до тех пор, пока численность популяции не превышает заданного максимального значения, которое зависит от сезона. После этого возникает "бескормица", во время которой потенциал жизнестойкости каждой особи равномерно уменьшается в конце каждого шага по времени. Зимнее уменьшение потенциала прекращается, когда численность популяции снизится до величины "нижнего порога".

Передвигаться животные могут по всей расчетной области, но заводить норы только в некоторой полосе расселения. В начальный момент она заполняется норами в соответствии с некоторой случайной процедурой.

В результате подбора параметров, с помощью вычислительных экспериментов удалось воспроизвести характерные для Западного Таймыра колебания численности, с чередованием пиков численности через три года. Проанализированы особенности пространственного распределения особей и их связь с различными фазами циклов.

Литература

1. *Саранча Д.А.* Количественные методы в экологии. Биофизические аспекты и математическое моделирование. М.: МФТИ, 1997. 283 с.

УДК 681.3

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ДЕКОМПОЗИЦИИ ДЛЯ ВЫДЕЛЕНИЯ НОРМАЛИЗОВАННЫХ КЛАССОВ ДИАГНОЗОВ

Ю.А. Прокопчук
(ИТМ НАНУ и НКАУ, Днепропетровск)

Домены характеристик, входящих в описание диагноза (ключевого элемента), назовем *независимыми*, если при любом сочетании элементов доменов получается допустимый (синтаксически и семантически правильный) клинический диагноз. Домен, в котором решены проблемы множественности и синонимии, отсутствуют иерархические зависимости и для описания характеристики любого атомарного диагноза необходимо и достаточно одного элемента домена, назовем *компактным доменом.* Совокупность доменов характеристик назовем полной, если данная совокупность является достаточной для описания диагноза (ключевого элемента). Понятие "полноты" включает как перечень характеристик, представленных доменами, так и поэлементный состав каждого домена. Совокупность первичных доменов является полной по определению [1].

Нормализованным классом диагнозов (НКД), образуемым ключевым элементом d, назовем полное декартово произведение $(X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n)$ компактных доменов характеристик X_i , входящих в описание, при этом домены характеристик являются независимыми, образуют полное множество и, кроме того, никакое обобщение ключевого элемента не может обеспечить такого представления.

Нормализованный класс КД для ключевого элемента d обозначим DsD. Очевидно, далеко не каждый ключевой элемент определяет НКД. Обозначим все множество ключевых элементов, определяющих НКД, через Ω. Согласно определению НКД имеем

$$\forall d \in \Omega, \quad DsD = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$$

Введение понятия НКД позволяет корректно определить объем понятия "Клинический диагноз".

Утверждение. Для любой фиксированной базы существует одно, совпадающее с базой, или несколько разновидностей ограничений (ключевых элементов), каждое из которых определяет НКД, а все НКД в совокупности полностью покрывают весь спектр диагнозов, определяемых базой.

Следовательно, доказать, что у пациента есть диагноз с базой d, значит доказать утверждение, что у пациента есть хотя бы один из множества DsD атомарных клинических диагнозов. Каждый из диагнозов имеет свою клиническую картину. Описав ее с необходимой строгостью, получим основу базы знаний рассматриваемой предметной области [2].

Таким образом, применяя декомпозицию,все пространство клинических состояний можно разбить на совокупность непересекающихся и однозначно определенных классов НКД.

Литература

1. *Прокопчук Ю.А.* К вопросу формализации понятия "Клинический диагноз". // Сб. докладов Междунар. конф. "Информационные технологии и кибернетика на службе здравоохранения" (Днепропетровск, июнь 2003 г.). - Днепропетровск: ИПК ИнКомЦентра УГХТУ, 2003. - С. 85-91

2. *Прокопчук Ю.А., Васильева Л.И., Волкова Ю.В.* Построение компьютерной модели нормализованных классов диагнозов на примере раздела "Пульмонология" // Сб. тез. и докладов 2-го Междунар. форума "Информационные технологии в XXI веке" (Днепропетровск, апрель 2004 г.). - Днепропетровск: ИПК ИнКомЦентра УГХТУ, 2004.- С. 144-145

УДК 531.36; 62-50

МЕТОД ДЕКОМПОЗИЦИИ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЕ К УПРАВЛЕНИЮ ПЕРЕВЕРНУТЫМ ДВОЙНЫМ МАЯТНИКОМ*

С.А. Решмин, Ф.Л. Черноусько
(Институт проблем механики РАН, Москва)

Рассматриваются системы, динамика которых описывается дифференциальными уравнениями в форме Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = U_i + Q_i, \quad i = 1, \ldots, n, \tag{1}$$

где U_i — управляющие обобщенные силы (управления), Q_i — все прочие обобщенные силы, включая неконтролируемые возмущения, $T(q, \dot{q})$ — кинетическая энергия системы, заданная в виде положительно-определенной квадратичной формы по обобщенным скоростям $\dot{q}_i$ с коэффициентами, зависящими от обобщенных координат q: $T(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}\sum_{j,k=1}^{n} a_{jk}(q)\dot{q}_j\dot{q}_k$.

В работах [1, 2, 3] предложены методы, которые при определенных допущениях позволяют построить управление по обратной связи для системы (1). Эти методы явно учитывают наложенные геометрические ограничения на управление $|U_i| \leq U_i^0, i = 1, ..., n$, и обеспечивают приведение системы (1) из некоторого начального состояния $q(t_0) = q^0, \dot{q}(t_0) = \dot{q}^0$ в заданное состояние q^* с нулевыми скоростями $q(t_*) = q^*, \dot{q}(t_*) = 0$ за конечное время $t_* - t_0$. Данные методы используют декомпозицию исходной нелинейной

*Работа выполнена в рамках гранта Президента РФ на поддержку молодых российских ученых (МК-1156.2003.01) и ведущих научных школ (НШ-1627.2003.1), гранта Министерства образования РФ (Е02-1.0-68) и при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (02-01-00201).

системы со многими степенями свободы на простые подсистемы с одной степенью свободы каждая, т. е. основаны на сведении исходной задачи управления нелинейной системой порядка $2n$ к задаче управления системой n простых независимых линейных уравнений второго порядка. Далее, для каждой подсистемы применяется подход теории оптимального управления и дифференциальных игр. В результате получено в явном виде управление по обратной связи для исходной нелинейной системы. Это управление близко к оптимальному (субоптимально), если величины возмущений и нелинейностей в системе оказываются малыми.

На основе игрового подхода предложено управление по обратной связи для выведения перевернутого двойного маятника в верхнее положение. В качестве управления выступает момент сил, создаваемый в точке подвеса. На примере этой конкретной системы показано, что в ряде случаев возможно приложение метода декомпозиции [3] при менее жестком ограничении на количество управляющих параметров по сравнению с тем, которое накладывалось ранее. Теоретические выводы и работа алгоритмов управления подтверждены результатами компьютерного моделирования.

Литература

1. Черноусько Ф. Л. Декомпозиция и субоптимальное управление в динамических системах // ПММ. 1990. Т. 54. Вып. 6.

2. Черноусько Ф. Л. Синтез управления нелинейной динамической системой // ПММ. 1992. Т. 56. Вып. 2.

3. Решмин С. А., Черноусько Ф. Л. Синтез управления в нелинейной динамической системе на основе декомпозиции // Прикладная математика и механика (ПММ). 1998. Т. 62. 1.

УДК 519.834

ИНДИВИДУУМ ОРИЕНТИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗАБОЛЕВАНИЙ В ПОПУЛЯЦИИ ЛЕММИНГОВ*

Д.А. Саранча, А.А. Фролова, А.А. Чарахчан.
(ВЦ РАН, Москва)

Рассмотрена индивидуум ориентированная модель популяции леммингов. Для численного решения задач использован метод прямого статистического моделирования, основная идея которого состоит в разделении на малом временном шаге двух взаимосвязанных процессов - движения особей и их взаимодействия друг с другом. В предположении неизменности внешних условий (ареал, пищевой ресурс, погода, эпидемическая обстановка и т.д.) получено решение задачи распространения болезни. Проведены вычислительные эксперименты, иллюстрирующие влияние изменения параметров модели на динамику распространения эпидемии.

В качестве базовой модели принята модель, описанная в работе В.Д. Перминова и Д.А. Саранча в настоящем сборнике. В течение жизни лемминги участвуют в следующих процессах: движение, питание, переваривание пищи, поиск норы, столкновения с другими особями, беременность, рождение и вынашивание потомства, рост и смерть. В данной модели кроме этих показателей учитывается состояние особей по отношению к заболеванию.

Пусть теперь в некоторый момент времени в окрестности с радиусом R некоторой точки ареала обитания определенное количество особей мгновенно заражаются некой болезнью. Сталкиваясь

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 04-01-00309)

с другими особями во время кормления, они заражают их с вероятностями p1 (во время инкубационного периода продолжительностью Dt1) и p2 (во время болезни продолжительностью Dt2). В свою очередь зараженные особи становятся источниками заражения. По окончанию инкубационного периода зараженные особи с вероятностью pi заболевают. После окончания болезни отболевшие особи выздоравливают с приобретением иммунитета к этой болезни (с вероятностью 1 - pd). Рассмотрим сначала простой случай гипотетической болезни, без серьезных последствий. При этом сделаем ряд предположений. Будем считать, что болезнь возникает в самом начале последнего репродуктивного периода пика численности перед фазой депрессии в круге радиуса R=0,04 вокруг центра ареала; вероятности заражения p1 и p2 одинаковы и равны 0,5; pi = 1 (т.е. после окончания инкубационного периода зараженная особь обязательно заболевает); Dp=0 (т.е. болезнь не сказывается на потенциале жизнестойкости); pd = 0 (т.е. после болезни все особи выздоравливают и приобретают иммунитет к этой болезни до конца жизни); продолжительности инкубационного периода и собственно болезни одинаковы и равны 10 дням; болезнь по наследству не передается.

Описанная гипотетическая модель легкой формы заболевания без (серьезных последствий) отличается той особенностью, что она, в силу предположений об отсутствии снижения потенциала во время болезни, обязательном выздоровлении с пожизненным иммунитетом и непередаваемости болезни по наследству, не влияет на динамику численности популяции.

Основной этап эпидемии продолжается около трех месяцев, суммарная доля зараженных и больных сначала растет, достигая максимума, потом падает. Только на начальной стадии эпидемии и только в среднем фронт болезни распространяется как некоторая волна, которая впоследствии при приближении фронта к границе плотного заселения размывается. По мере удаления волны от источника эпидемии вблизи него образуется и постепенно расширяется зона, в которой находятся особи, приобретшие иммунитет. Однако, поскольку иммунитет против заболевания этой гипотетической болезнью не передается по наследству, появляющееся на свет потомство может быть позже заражено при встрече с носителем болезни. Это приводит к новому появлению зараженных особей в этой области.

Характер и скорость распространение эпидемии существенно зависят и от числа столкновений особей, которое при прочих равных условиях определяется плотностью заселения. Поэтому динамика распространения эпидемии должна быть различной для разных фаз цикла численности животных.

В приведенном примере эпидемия практически угасала на той же фазе цикла, на которой она возникла. Однако, если изменить некоторые параметры, характеризующие саму болезнь и ее распространение, то болезнь может существовать значительно дольше, вновь появляясь в каждой следующей фазе.

Естественно предположить, что развитие реальной эпидемии слабо зависит от начального числа заболевших. Для проверки того, что в модели отражено это свойство реального объекта были проведены соответствующие вычислительные эксперименты.

Проведено исследование зависимости временной динамики заболевания от начальной численности зараженных и от времени заражения, с одним и двумя очагами заражения. Показано, что развитие заболеваний слабо зависит от начальной численности инфицированных, но в случае наличия двух очагов имеет место большая зависимость от начальных условий. В частности было показано, что при выборе формы очага заражения в виде двух симметричных кругов четырех кратное увеличение начальной численности зараженных приводит к увеличению максимального числа заболевших примерно на треть.

УДК 519.9

КАТЕГОРИЯ ЧАСТИЧНО РЕДУЦИРОВАННЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ*

Т.Г. Смирнова
(ВЦ РАН, Москва)

Рассматривается задача частичной редукции управляемой динамической системы. Под термином редукция задачи управления понимается сведение исходной задачи к более простой задаче [1]. В рассматриваемом случае имеется ввиду задача понижения размерности. Редукция объектов классической математики - это редукция исходного объекта к изоморфному объекту, фактор-объекту и подобъекту. Например, в теории групп это редукция к изоморфной группе, фактор-группе и подгруппе [2]. Формальное определение указанных стандартных редуцированных объектов для управляемых систем можно дать в терминах теории категорий, введя категорию нелинейных управляемых систем NS. Объектами этой категории являются нелинейные системы общего вида $dy/dt = f(y, u)$, а морфизмами - отображения фазовых пространств (т.е. многообразий, которым принадлежат фазовые переменные y), переводящие фазовые траектории в фазовые траектории. В терминах категории NS понятие фактор-объекта, например, равносильно известному понятию агрегированной системы.

Ослабление некоторых требований приводит к обобщению введенных редуцированных объектов. Рассмотрим один способ такого обобщения на примере понятия фактор-системы.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 02-01-00697) и Совета Программы поддержки ведущих научных школ НШ-2094.2003.1.

Исходная управляемая динамическая система, состоящая из n уравнений, с помощью невырожденной замены переменных может быть приведена к такому виду, что правые части первых m уравнений $(m < n)$ преобразованной системы содержат $(m + p) < n$ фазовых переменных, в том числе все m переменных, входящих в левые части уравнений. В этом случае можно говорить о частичной (неполной) редукции, точнее, факторизации, ибо если правые части m уравнений зависят только от первых m переменных, то они образуют фактор-систему в обычном смысле. Частным случаем является случай, когда с помощью невырожденной замены переменных система может быть представлена в виде объединения двух систем, правые части которых слабо связаны по части переменных, т.е. в правые части первой подсистемы входят все переменные, входящие в левые части этой подсистемы, а также некоторые из переменных, входящие во вторую подсистему. Аналогично ситуация имеет место для второй подсистемы, причем количество переменных в правых частях каждой из подсистем меньше, чем в исходной системе. Эту ситуацию можно использовать для декомпозиции той или иной задачи управления, например, используя общие переменные как управления с помощью дифференциальной обратной связи.

Аналогичным образом можно ввести обобщения понятия подсистемы, а также ввести соответствующие категории. Таким образом, для управляемой системы наряду с окружением, состоящим из редуцированных объектов, возникает более широкое окружение, состоящее из частично редуцированных объектов, которые могут быть использованы для упрощения решения задач управления.

Свойство управляемой динамической системы допускать частичную редукцию можно проинтерпретировать в рамках теории категорий. Рассмотрим категорию NSP, объектами которой являются нелинейные системы общего вида $dy/dt = f(y, u)$, а морфизмами - пара отображений (g, v), где g - отображение фазовых пространств, v - отображение множеств управлений, переводящие решения исходной системы в решения преобразованной системы. Причем, $v = (v_1, id_U)$, $v_1(Y) \subset \mathbb{R}^q$, $q \leq n - m$.

Отметим, что в NSP размерность пространства управлений преобразованной системы может быть выше размерности пространства управлений исходной системы. Усложненная система приобретает полезные дополнительные свойства, которые позволяют подключить дополнительный математический аппарат, использующий эти свойства.

Литература

1. *Елкин В.И.* Редукция нелинейных управляемых систем. М.: Наука, 1997. 317 с.

2. *Павловский Ю. Н., Смирнова Т. Г.* Проблема декомпозиции в математическом моделировании. М.: Фазис, 1998. 266 с.

УДК 517.934

СИНТЕЗ ГАРАНТИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ В ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГРАХ С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

В.И. Ухоботов
(Челябинский государственный университет, Челябинск)

В докладе рассматриваются линейные дифференциальные игры, в которых выбор управлений игроков стеснен интегральными ограничениями. Эти ограничения могут быть разного типа - ограничения на энергию; ограничения на суммарный импульс; смешанные ограничения, включающие в себя ограничения на величину управления и на суммарный импульс. Цель первого игрока заключается в выводе фазовой точки в заданный момент времени на известное терминальное множество. Второй игрок преследует противоположную цель. С помощью метода одномерного проектирования [1], сводящего исходную игру к семейству одномерных однотипных игр, найдены условия на начальное состояние, при выполнении которых первый игрок сможет перевести фазовую точку из этого начального положение на терминальное множество в заданный момент времени при любом допустимом поведении второго игрока. Проведен синтез гарантированного управления первого игрока. Эта задача сводится к решению проблемы моментов [2].

Литература

1. *Ухоботов В.И.* Метод одномерного проектирования в линейной игре с интегральными ограничениями и однотипные игры // Изв. АН. Техническая кибернетика. 1994. N 3. С.129 - 199.

2. *Красовский Н.Н.* Теория управления движением.–М.: Наука, 1968. 475 с.

УДК 517.977

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ НУЛЕВОЙ ДИНАМИКИ ДЛЯ ПЯТИЗВЕННОГО ШАГАЮЩЕГО МЕХАНИЗМА*

Д.А. Фетисов, С.Б. Ткачев
(МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва),

Модель перемещения двуногого шагающего механизма по некоторой поверхности представляет собой последовательную смену двух фаз – фазы одноопорного движения и фазы перехода [1], [2]. На фазе одноопорного движения поведение робота описывается аффинной динамической системой с векторным управлением. На фазе перехода происходит скачкообразное изменение состояния робота за малый промежуток времени. В работе ставится задача построения периодического движения пятизвенного шагающего механизма по лестнице.

Предложен четырехмерный выход к системе на фазе одноопорного движения, построенный так, что равенство выхода нулю соответствует перемещению робота с заданными характеристиками. Относительно этого выхода динамическая система приведена к нормальной форме [3]. Выбор управлений из условия асимптотической устойчивости нулевого решения линейной подсистемы обеспечит движение робота в соответствии с характеристиками, заложенным при конструировании выхода.

Для построения периодического перемещения робота по лестнице записаны уравнения нулевой динамики на фазе одноопорного

*Работа выполнена в рамках проекта 2.41 ”Разработка интеллектуальных систем управления” комплексной программы РАН ”Математическое моделирование интеллектуальных систем управления нелинейными динамическими системами” и поддержана грантом РФФИ 02-01-00704.

движения, представляющие собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Особенность рассматриваемой задачи заключается в том, что для полного описания поведения робота при ограничениях нулевой динамики к полученным уравнениям следует добавить соотношение, описывающее изменение состояния робота на фазе перехода. Полученная совокупность системы дифференциальных уравнений, справедливых на одной фазе движения, и алгебраического соотношения, справедливого на другой фазе, носит название гибридной нулевой динамики. В работе предложен алгоритм исследования гибридной нулевой динамики, позволяющий построить периодическое движение робота по лестнице. Разработанный метод дополнен числовыми примерами, подтверждающими его работоспособность.

Л и т е р а т у р а

1. *Формальский А.М.* Перемещение антропоморфных механизмов. М.: Наука, 1982. 368 с.

2. *J.W. Grizle, G. Abba and F. Plestan.* Asymptotically Stable Walking for Biped Robots: Analysis via Systems with Impulse Effects. IEEE Trans. on Automatic Control. Vol. 46, No 1, pp. 51 – 64.

3. *A. Isidori.* Nonlinear Control Systems: An Introduction, 3rd ed. Springer-Verlag. Berlin. 1995.

УДК 519.6

ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ СТРУКТУРНО-ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ДЕКОМПОЗИЦИЯ И ГЛУБИНА БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ*

И.Ф. Чебурахин
(" МАТИ " - РГТУ им.К.Э.Циолковского, Москва)

Изучается глубина булевых функций (минимальное значение глубины формулы среди всех формул, представляющих заданную функцию) в различных базисах из $\{\&, \bigvee, \bigoplus, 1\}$. Исследование основывается на методе параллельной структурно-функциональной декомпозиции и устанавливает зависимость между глубиной булевой функции и сложностью (числом букв), представляющей ее (минимальной) формулы, причем в зависимости от уровня минимизации формулы получается значение глубины формулы. Для отдельных классов булевых функций получены точные значения глубины, выраженные через их числовые параметры, а для функций других классов рекомендуется применять математическое моделирование. При этом полученные зависимости между глубиной и сложностью формулы обобщаются на произвольные базисы, включающие бесповторные полиномы Жегалкина, дизъюнктивные или конъюнктивные нормальные формы и др., и для каждого конкретного базиса уточняются. Особо отметим, что преобразование исходной формулы к произвольному скобочному виду может приводить или к уменьшению, или к увеличению глубины [1].

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, 02-01-81020

С глубиной булевой функции тесно связана глубина (быстродействие) реализующей ее логической схемы. Поэтому результаты исследования рекомендуется применять при синтезе оптимальных (по сложности, быстродействию и по другим показателям) цифровых микросхем различной степени интеграции за приемлемое время [2].

Литература

1. *Чебурахин И.Ф.* Методы декомпозиции булевых функций: алгоритмы, показатели качества, приложения. // Изв. РАН. ТиСУ. 2002. 5.

2. *Чебурахин И.Ф.* Синтез дискретных управляющих систем и математическое моделирование: теория, алгоритмы, программы. Москва. Физматлит. 2003.

УДК 519.3

ДЕКОМПОЗИЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПОПУЛЯЦИОННЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ*

Г.Н. Яковенко
(Московский физико-технический институт, Долгопрудный)

Рассматривается следующее обобщение [1] модели Лотки–Вольтерра взаимодействующих популяций

$$
\begin{aligned}
&\dot{x} = xu_1(t) + c_1x^2yu_3(t), \\
&\dot{y} = yu_2(t) + c_2xy^2u_3(t), \\
&\dot{z} = xyu_3(t).
\end{aligned} \tag{1}
$$

В (1): x, y — биомассы взаимодействующих популяций; c_i — произвольные постоянные; $u_i(t)$ — произвольные функции времени, характеризующие непредсказуемое влияние внешней среды; нелинейности xy^2, x^2y (вместо хрестоматийной xy [2]) введены, чтобы первые два уравнения стали групповой системой [1]; третье уравнение добавлено с целью погрузить модель в класс L–систем [1]. В результате введения нетрадиционных нелинейностей и добавления третьего уравнения система (1) допускает трёхпараметрическую группу симметрий по состоянию [3] (предполагается $\mu = c_1 + c_2 \neq 0$, вычисления опущены)

$$
\begin{aligned}
&\hat{x} = xe^{-a_2}\left(1 - \mu a_3 e^{\mu z}\right)^{-\frac{c_1}{\mu}}, \\
&\hat{y} = ye^{a_2}\left(1 - \mu a_3 e^{\mu z}\right)^{-\frac{c_2}{\mu}}, \\
&\hat{z} = z - \frac{1}{\mu}\ln\left(1 - \mu a_3 e^{\mu z}\right) + \frac{1}{\mu}a_1
\end{aligned} \tag{2}
$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 02-01-00697) и Совета Программ поддержки ведущих научных школ (грант НШ-2094.2003.1).

с структурными постоянными $C_{13}^3 = 1$ (приводятся только ненулевые структурные постоянные C_{ij}^k, удовлетворяющие условию $i < j$). Отметим, что первые два уравнения в (1) допускают только однопараметрическую группу (в (2) надо положить $a_1 = 0$ и $a_3 = 0$), а в случае стандартной нелинейности xy группа симметрий ограничивается тождественным преобразованием. По структурным постоянным $C_{13}^3 = 1$ видно, что у группы (2) есть двухпараметрический абелев нормальный делитель (в (2) надо положить $a_2 = 0$), что даёт возможность декомпозировать систему (1) [4]. Целенаправленно вычисленная замена переменных: $x_1 = \ln(xy) - \mu z$, $y_1 = \ln y - c_2 z$, $z_1 = \frac{1}{xy}\frac{e^{\mu z}-1}{\mu}$.

Приводит систему (1) к блочному по переменным состояния виду:

$$\dot{x}_1 = u_1 + u_2, \quad \dot{y}_1 = u_2, \quad \dot{z}_1 = -z_1(u_1 + u_2) + u_3.$$

Литература

1. *Яковенко Г.Н.* Теоретико-групповой анализ динамики взаимодействующих популяций // Электронный журнал "Исследовано в России". - 88, 2003. С. 981-990. (http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2003/088.pdf)

2. *Базыкин А.Д.* Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. – Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003, 368 стр.

3. *Яковенко Г.Н.* Симметрии по состоянию в системах с управлением // Прикладная механика и математика: Межвед. сб. науч. тр./МФТИ. М., 1992. С. 155–176.

4. *Яковенко Г.Н.* Декомпозиция нелинейных управляемых систем с группой симметрии // Механика гироскопических систем / Киев: Вища школа, 1986. Вып. 5. С.131-137.

СОДЕРЖАНИЕ

Научное издание

ДЕКОМПОЗИЦИОННЫЕ МЕТОДЫ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ И ИНФОРМАТИКЕ

Тезисы докладов 2-ой Московской конференции
Москва, 21-24 июня 2004 г.

Редактор Н.П. Петрова

Оригинал – макет Р.В. Печёнкин

Издательская лицензия ЛР N 021287 от 12 мая 1998 г.
Подписано в печать 13.05.2004
Формат бумаги 60×84 1/16
Уч.-изд. л. 5. Усл.-печ.л. 8,75
Тираж 120 экз. заказ .

Отпечатано на ротапринтах в ВЦ РАН
119991, Москва, ул. Вавилова, 40