ДЕКОМПОЗИЦИЯ В МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

П.С. Краснощеков, В.В. Федоров, Ю.А.Флеров
(ВЦ РАН, Москва)

1. Задача проектирования сложной технической системы рассматривается в следующей постановке: найти

$X^* = \max (X, F\ )$. (1)

Здесь X - множество альтернатив проектируемой системы, X^* - множество макси-мальных элементов из X по отношению F . Бинарное отношение F на X задается в виде $x \quad F \quad x \quad W^j (x\ )$

$W^j\ (x\ )\ -\ \ ,\ j = 1, ..., m,$ (2)

где 0, $W (x) = (W^1 (x\ ), ..., W^m (x))$ - векторный критерий эффективности.

Частные критерии для сложных технических систем определяются решением весьма трудоемких задач, поэтому необходимой оказывается декомпозиция проблемы - сведение исходной задачи к последовательности более простых задач.

2. Метод последовательного анализа вариантов (декомпозиция в пространстве критериев). Введем систему бинарных отношений V_1, ... V_p на множестве X, аппроксимирующих отношение F "изнутри": $V_k \quad F$,
k = 1, ..., p, и предположим "полноту" этой системы

$F \ = \bigcup_{k=1}^{p} V_k$. Тогда решение задачи (1) может быть получено по схеме последовательного анализа вариантов:

$X^*_0 = X, X^*_k = \max(X^*_{k-1}, V_k), k = 1, ..., p.$

Показано, что используя самую общую информацию о бинарном отношении F , можно для задачи проектирования динамической системы построить искомое "простое" бинарное отношение V F .

3. Декомпозиция на основе агрегирования (декомпозиция в пространстве параметров).

Рассмотрим задачу проектирования сложной технической системы (1-2), полагая =0. Введем множества $X_k = X$, $X_i = r_i(X_{i+1})$, i = k-1, ..., 1, где r_i - функции агрегирования, и определим вспомогательные бинарные отношения $F_i^{\varepsilon_i}$ на множествах X_i , порожденные частными критериями W^j_i , которые определяются как и отношение F в (2). При агрегировании предполагается, что чем меньше индекс i, тем проще устроены множества X_i , и тем легче вычисляются значения W^j_i . Далее для решения задачи проектирования используется следующая рекуррентная схема:

$X^*_1 = \max(X_1, F_1^{\varepsilon_1})$, $X^*_{i+1} = \max(r_i^{-1}(X^*_i), F_{i+1}^{\varepsilon_{i+1}})$,

$i = 1, ..., k-1$, $F_k^{\varepsilon_k} = F^0$.

Решение X^*_k совпадает с X^* , если X^* - внешне устойчиво и отношения $F_i^{\varepsilon_i}$ согласованы с агрегированием. Пусть заданы критерии W^j_i ; i = 1, ..., k; j = 1, ..., q. Для построения системы согласованных отношений определим величины

$$\delta_i = \sup_{x_i \in X_i} \inf_{x_{i+1} \in r_i^{-1}(X_i)} \max_{j=1,\dots,q} \left[W_{i+1}^j(x_{i+1}) - W_i^j(x_i)\right] -$$
$$- \inf_{x_i \in X_i} \inf_{x_{i+1} \in r_i^{-1}(X_i)} \min_{j=1,\dots,q} \left[W_{i+1}^j(x_{i+1}) - W_i^j(x_i)\right]$$

Теорема. Пусть $_i$ - $_{i+1}$ $_i$ при всех i = 1, ..., k-1. Тогда отношения $F_i^{\varepsilon_i}$, отвечающие критериям W^j_i , согласованы с агрегированием.