УДК 519.85

ДЕКОМПОЗИЦИЯ ЗАДАЧИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗНОТИПНЫХ РЕСУРСОВ С НАСЫЩЕНИЕМ

А.П. Черенков (ВЦ РАН, Москва)

Рассмотрим задачу

$$\max_{x_{ik}} F, \qquad F = \sum_{i=1}^{n} f_i, \qquad f_i = \min\{T_i, \kappa_i \sum_{k=1}^{m} a_{ik} x_{ik}\}, \qquad (1)$$

где $\kappa \leq 1$, причем $\kappa = 1$, если все $x_k = 0$, а также если $a_k x_k \geq T$ для одного k и $x_k = 0$ для остальных k, при ограничениях

$$x_{ik} \geq 0, \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ik} = A_k. \qquad (3)$$

Наличие связывающих различные x_{ik} ограничений (3) затрудняет решение задачи.

Рассмотрим класс вспомогательных задач, зависящих от параметров λ_k (множителей Лагранжа):

$$\max_{x_{ik}} \Phi, \qquad \Phi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i, \qquad \varphi_i = f_i - \sum_{k} \lambda_k x_{ik}$$

при ограничениях (2). Здесь нет ресурсных ограничений (3). Благодаря этому оказывается, что

$$\max_{x_{ik}} \Phi = \max_{x_{ik}} \sum_{i=1}^{n} \varphi_i = \sum_{i=1}^{n} \max_{x_{ik}} \varphi_i.$$

И если для оптимальных x_{ik} выполнено соотношение (3), то эти x_{ik} дают решение задачи (1). Таким образом, вместо одной сложной задачи мы получаем n простых задач, зависящих от параметров λ_k. Остаётся подобрать эти параметры таким образом, чтобы выполнялись соотношения (3). Это облегчается тем, что зависимости оптимальных x_{ik} и Φ от λ_k монотонны, однако осложняется тем обстоятельством, что функции, выражающие эту зависимость, оказываются кусочно-постоянными, что затрудняет нахождение значений аргументов по значениям функций.

Для преодоления этого можно предложить следующее.

1. Произвести континуализацию эадачи и сглаживание функций.

2. Использовать лексикографические переменные.

3. В связи с тем, что все ситуации реализуются в конечном числе точек пространства λ_k, организовать целенаправленный перебор по этим точкам.